



Universidad
de Alcalá

Arte y Matemáticas

**Máster Universitario en Formación del Profesorado de Enseñanza
Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y
Enseñanza de Idiomas**

Presentado por:

D. Miguel De Diego Valle

Dirigido por:

D. Alberto Lastra Sedano

Alcalá de Henares, a 20 de Junio de 2021

Agradecimientos

Gracias a los maestros que inundan mi vida. En especial a mi familia, amigos y compañeros.

Y por supuesto, gracias a mi compañera Sandra Sáez Nevado, la persona más fuerte que conozco y sin la cual la creación de este documento no hubiese sido posible.

Resumen

El objetivo fundamental de este trabajo consiste en mostrar la viabilidad y beneficios de integrar intrínsecamente Arte en la docencia de Matemáticas. Para la consecución de este objetivo en la primera mitad del trabajo se estudia la teoría e investigaciones previas, y en la segunda mitad se proponen una serie de actividades para exponer la viabilidad y beneficios de esta integración.

Abstract

The main objective of this project consists in showing the viability and benefits of intrinsically integrating Art in Mathematics teaching. For such purpose in the first half of these notes I study the theory and research behind it, while the last half I provide a series of activities to expose the viability and benefits of this integration.

Índice

Introducción	9
Objetivos	10
Fundamentación teórica	11
¿Qué es Arte?	11
El arte y las matemáticas	12
Las Matemáticas y la pintura	13
Las Matemáticas y la Arquitectura.....	15
Las Matemáticas y la literatura	16
Las Matemáticas y la Música	17
Las Matemáticas y la danza	18
Arte en el aula	19
Arte en la Educación Secundaria	20
Arte en Matemáticas en la educación secundaria.....	21
Propuestas y actividades didácticas.....	23
Actividades con pintura.....	25
Actividad “Clasifica el arte abstracto”	26
Actividad “Proporcionalidad con Mondrian”	27
Actividad “Movimientos con logos”	28
Actividad “Pintar con inecuaciones”	29
Actividades con arquitectura.....	33
Actividad “Arquitectos geométricos”	33
Actividad “Ruta Matemática”	34
Actividad “Museo geométrico”	36
Actividad “Ombligos divinos”	38
Actividades con literatura.....	39
Actividad “Historia matemática”	39
Actividad “Poema matemático”	41
Actividades con música.....	43
Actividad “Guitarra matemática”	43
Actividad “Notas musicales recurrentes”	47
Actividades con danza.....	48
Actividad “Elementos matemáticos en el baile”	49
Actividad “Coreografía matemática”	50
Actividades con varias disciplinas artísticas	51
Actividad “Arte no convencional por estadística”	51
Actividad “La misteriosa proporción”	54
Conclusiones	55
Bibliografía	57

Anexo 1: Contenidos “Clasifica el Arte abstracto”	61
Anexo 2: Ficha “Clasifica el arte abstracto”	66
Anexo 3: Contenidos “Proporcionalidad con Mondrian”	68
Anexo 4: Ficha “Proporcionalidad con Mondrian”	71
Anexo 5: Contenidos “Movimientos con logos”	72
Anexo 6: Contenidos “Pintar con inecuaciones”	73
Anexo 7: Contenidos “Arquitectos geométricos”	77
Anexo 8: Ficha “Arquitectos geométricos”	80
Anexo 9: Contenidos “Ruta matemática”	81
Anexo 10: Guión “Ruta matemática”	85
Anexo 11: Contenidos “Museo geométrico”	86
Anexo 12: Contenidos “Ombligos divinos”	87
Anexo 13: Contenidos “Guitarra matemática”	91
Anexo 14: Ficha 1 “Guitarra matemática”	93
Anexo 15: Ficha 2 “Guitarra matemática”	94
Anexo 16: Ficha 3 “Guitarra matemática”	95
Anexo 17: Contenidos “Notas musicales recurrentes”	96
Anexo 18: Ficha “Notas musicales recurrentes”	99
Anexo 19: Contenidos “Arte no convencional por estadística”	101
Anexo 20: Contenidos “La misteriosa proporción”	103
Anexo 21: Ficha 1 “La misteriosa proporción”	106
Anexo 22: Ficha 2 “La misteriosa proporción”	108

Introducción

Este Trabajo Fin de Máster tiene como objeto de estudio la relación de las matemáticas y el arte, no sólo en sí misma sino también en la docencia en Secundaria. Tras este estudio previo el colofón final serán una serie de propuestas didácticas factibles de llevar al aula demostrando la posibilidad de aplicar esta relación en la enseñanza.

Las Matemáticas en la docencia parecen estar ligeramente aisladas de otras asignaturas y disciplinas. La principal causa, a mi juicio, es la amplitud de los contenidos curriculares y, por tanto, la falta de tiempo y profundización al impartir estos. Consiguiendo tras años de deshumanización de la asignatura una disciplina fría, cerrada y con nula relación con otras áreas del conocimiento.

La congruencia entre estos dos campos aparentemente apartados entre sí ha sido estudiada en gran medida, de lo que me serviré para diseñar algunas actividades de carácter artístico y que trabajen contenidos matemáticos. Matemáticas y Arte han estado siempre vinculadas entre sí, quizás debido a la visión del artista o quizás de manera innata. En los aspectos más básicos de las Matemáticas, teoremas y demostraciones, por ejemplo, podemos encontrar belleza, expresión propia (del matemático autor), esmero, y en definitiva un cierto consenso de que son Arte. Y en el Arte sin duda podemos encontrar herramientas matemáticas de mayor o menor profundidad.

La decisión de trabajar este TFM y objetivos se debe en gran medida a la enseñanza recibida por parte de mi familia, que en la adolescencia hice mía. El interés por el conocimiento, fuese el que fuese, y por aprender sobre todos los campos posibles siempre ha sido una constante en mi vida. Esta actitud enriquece mi vida día a día, pero a veces los conocimientos pueden carecer de interrelación. Con estos antecedentes, elegí este TFM por dos motivos principales, aprender sobre Arte y Matemáticas y relacionar ambos conocimientos. La motivación detrás de relacionar estos conocimientos (u otros) es debida a esa falta de relación, recién comentada, que a veces ocurre entre diferentes aspectos de la vida que no creo favorable para el docente ni para el alumno.

La estructura de este texto será bastante lógica, estudiaré la relación de estas disciplinas partiendo desde los ámbitos comunes más amplios hasta el foco de interés del trabajo donde confluyen Arte y Matemáticas en la enseñanza secundaria de la asignatura de

matemáticas. Comenzaré así este trabajo estableciendo bajo qué definiciones de Arte pienso trabajar como punto de partida.

Continuaré asentando los fundamentos teóricos. Primero demostraré la existencia de esta relación entre Matemáticas y Arte centrándome en varias ramas de esta última disciplina, motivando así el llevar al aula ambas disciplinas conjuntamente. Después trataré los posibles efectos de trabajar con el arte en la docencia, más adelante en la enseñanza a nivel de Secundaria y por último en la asignatura de Matemáticas en Secundaria. De esta forma asentaré los fundamentos teóricos desde los que partiré y las reflexiones más inmediatas que estos puedan generar.

Tras esta parte más teórica pasaré a la parte más práctica del trabajo, que estará destinada a la exposición de varias propuestas y actividades didácticas con el fin de mostrar la viabilidad y atractivo de impartir Matemáticas a través del Arte. Estas propuestas tomarán parte de la fundamentación teórica para plantearla en actividades diseñadas de manera orgánica dentro del currículo de matemáticas. Me centraré por tanto en las disciplinas artísticas que haya investigado en la fundamentación teórica, además de combinar algunas de estas disciplinas en determinadas actividades. Consiguiendo en definitiva un compendio de actividades matemáticas que integran el Arte de forma intrínseca y son viables, atractivas, interesantes y enriquecedoras tanto para el docente como para el alumnado.

Y finalmente, en el último apartado perteneciente al cuerpo principal del trabajo concluiré con algunas reflexiones acerca del trabajo, el tema tratado, las propuesta y actividades, y comentando los aciertos y las posibles mejoras de estas.

Objetivos

El objetivo principal de este trabajo será el de conectar las Matemáticas y el Arte, además de relacionarlos en el ámbito de la docencia. De manera específica los objetivos que buscará cumplir este trabajo serán:

- Establecer una fundamentación teórica que relacione Arte y Matemáticas.
- Motivar el uso de distintas disciplinas artísticas en conjunto con las Matemáticas.

- Determinar los beneficios del Arte para la asignatura de Matemáticas.
- Diseñar actividades que fomenten la curiosidad del alumnado.
- Diseñar actividades manipulativas con contenidos artísticos y matemáticos.
- Diseñar actividades que estimulen la imaginación del alumnado.
- Diseñar actividades que fomenten la expresión personal y artística de los alumnos.
- Diseñar actividades susceptibles de trabajar las Competencias Clave.
- Diseñar actividades interdisciplinares en las que Arte y Matemáticas sean intrínsecos.
- Demostrar la viabilidad real de trabajar Arte y Matemáticas conjuntamente en el aula.
- Reflexionar sobre los métodos de docencia en Matemáticas.

Fundamentación teórica

En esta parte del trabajo se presentarán las definiciones, los antecedentes y establecerán las bases teóricas referentes al tema de estudio citado anteriormente sobre las que trabajaré para construir las futuras propuestas y actividades didácticas.

¿Qué es Arte?

La definición de Arte es una definición complicada y variable, algo a lo que las Matemáticas no están acostumbradas. Una definición de Arte que podríamos referir es la siguiente según la RAE:

“Manifestación de la actividad humana mediante la cual se interpreta lo real o se plasma lo imaginado con recursos plásticos, lingüísticos o sonoros.”

Una definición cuanto menos amplia que comparten sitios web de acceso libre como por ejemplo la Wikipedia pero que da otras acepciones como:

“...cualquier actividad humana hecha con esmero y dedicación, o cualquier conjunto de reglas necesarias para desarrollar de forma óptima una actividad...”

Una definición que me parece muy interesante y útil para llevar al aula y destacar al alumnado la importancia del esmero y la dedicación. Sin embargo, en medios más alejados de la oficialidad y que buscan una definición más práctica, ya que algo sea o no arte, es más complejo que la definición que presenta la RAE o la Wikipedia. Como argumenta este [vídeo](#), en la época de internet en la que nos encontramos, podemos definir algo como Arte de la siguiente manera:

“El arte es un consenso, el arte es lo que nosotros decidimos que es Arte en cada momento”

Y además hace uso de un ejemplo notorio. Vincent Van Gogh murió sin que nadie comprara un cuadro suyo pero actualmente es uno de los pintores con mayor renombre debido a que años después de su muerte el consenso cambió.

Esta última es la definición que más interesante me parece debido al componente social y crítico que presenta la tarea de determinar algo como Arte bajo la misma. Aún así, a lo largo del trabajo se apelará a las tres indistintamente y a la idea de usar el Arte para adquirir y expresar conocimiento. Teniendo presente el Arte como cualquier forma de expresión en la que la realidad o lo imaginado se dota de significado, con esmero y/o que una comunidad considere como Arte.

El arte y las matemáticas

Podemos echar la vista atrás cuanto queramos y encontrar la presencia de las Matemáticas en el Arte. El hallazgo más antiguo donde encontramos arte abstracto y un patrón matemático data de hace más de 70.000 años en la cueva de Blombos en África. Sin irnos tan lejos podemos ver la presencia de las Matemáticas y el Arte del Antiguo Egipto, de Babilonia o de la Grecia Clásica, entre otras, de las primeras civilizaciones conocidas y de las que se nutre a día de hoy estas materias.

Por ejemplo, los griegos se centraron en la rama de la geometría dentro de las Matemáticas, llegando a ser considerada como disciplina propia por algunos, como Platón. Trabajaron la geometría como una exploración del mundo exterior legándonos así una manera de asimilar espacio exterior y por tanto, de plasmarlo en obras artísticas

como comentaba antes. Aunque no inventaron la geometría, ya que se apoyaron en las experiencias de los egipcios y los babilónicos, al igual que nosotros nos apoyamos en ellos, sí que la convirtieron en un instrumento racional para conocer el mundo. Para aprender del mundo en el que vivían establecieron relaciones místicas con las Matemáticas, como podemos ver en los elementos de Euclides. Y nos dejaron Teoremas de gran calado como el famoso Teorema de Pitágoras y demostraciones de estos, basados en la lógica y la geometría. Muchos de estos teoremas y relaciones las podemos encontrar en las diferentes ramas del Arte como veremos más adelante.

En el desarrollo de este apartado se expondrán las relaciones existentes entre las ramas que componen el Arte y las Matemáticas para así motivar su desarrollo en el área docente más adelante. Algunas de estas ramas pueden ser la pintura, la arquitectura o la música. Aunque las Matemáticas están presentes en cualquier campo del Arte, esta parte se centrará en establecer relaciones específicas dentro de las ramas que han despertado mayor interés y aquellas aparentemente más complicadas de relacionar con Matemáticas.

Las Matemáticas y la pintura

Las Matemáticas se encuentran presentes en multitud de cuadros y grabados a lo largo de la historia. Algunos ejemplos de esta presencia pueden ser obras como *Luca Pacioli* y *un joven* de J. de Barbari (1494) donde los dibujos de figuras geométricas y sólidos platónicos forman parte de la composición o el interés por la aritmética y las figuras geométricas también queda plasmado en *Los embajadores* de H. Holbein (1533). Al igual que el planteamiento de cuestiones geométricas en el retrato *Mujer joven* de J. Villon (1912); la representación de Matemáticos como Pitágoras y Euclides trabajando con una pizarra en la obra *La escuela de Arenas* de Rafael (1509) o la aparición inesperada de cuadrados mágicos en obras como *Melancolía* de A. Dürero (1514). Dejando claro la relación entre ambas aunque sea hasta cierto punto de manera superficial.

Una forma de apreciar las Matemáticas en la pintura como intrínsecas puede ser el desarrollo de esta misma. Si tomamos como ejemplos varios lienzos y representaciones

pictóricas podemos ver como los autores hacen uso de las Matemáticas de cada época. Las figuras en el *Papiro del libro de los muertos* de los egipcios datando de 1570 a 600 a.C. no tienen ningún movimiento, algo que cambia tras algunos siglos como se ve en *Los ciervos en primavera* (400-450 en el mausoleo Galla Placidia). En esta última obra la profundidad es inexistente sin embargo la pintura va añadiendo tal característica con ayuda de las Matemáticas como podemos observar en *El festín de Herodes* de Giotto (1320). Otro ejemplo, como se ve en la Figura 1, son los fallos en la perspectiva en la obra *Anunciación* de Lorenzetti (1344) que soluciona Perugino siglo y medio más tarde en la *Capilla Sixtina* (1481). Este aspecto estudiado desde la perspectiva matemática en gran medida mediante el espacio proyectivo, tan útil en Matemáticas. Movimientos, profundidad, perspectiva e incluso la métrica influye en la pintura. Con el desarrollo de geometrías no euclídeas en Matemáticas surgieron artistas como Gaugin Cézanne o Vincent van Gogh con visiones pictóricas divergentes a las establecidas hasta el momento.



a) *Anunciación*, Lorenzetti



b) *Entrega de las llaves a San Pedro*, Perugino

Figura 1. Ejemplo de desarrollo de la perspectiva.

Fuente a): www.epdlp.com Fuente b): educacion.ufm.edu/

Uno de los aspectos matemáticos que se suelen repetir en la pintura y en la arquitectura es el uso de teselaciones para recubrir áreas. Estas teselaciones las podemos encontrar en La alhambra por ejemplo y en obras de artistas como Escher, máximo exponente de este tipo de recubrimientos en esta rama del Arte. Y no solo podemos encontrar teselaciones en obras de Escher sino también el uso de fractales, la partición del plano, el infinito y las ilusiones ópticas matemáticas hasta llegar al arte más abstracto de Jackson Pollock.

Las Matemáticas y la Arquitectura

En la Arquitectura es sencillo construir puentes con las Matemáticas a través de proporcionalidades, simetrías, geometría y tantas otras relaciones matemáticas. Por ejemplo, uno de los conceptos Matemáticos más comunes y destacados a lo largo de la historia en el imaginario popular es el del número de oro, presente no sólo en el arte sino también en la cotidianidad de la vida. Gozando de multitud de nombres como la divina proporción por parte del recurrente Luca Pacioli, también conocida como sección aurea por los allegados de Leonardo da Vinci o sección divina por Kepler. Es una razón matemática que surge de la mano de los pitagóricos a la par que el descubrimiento de los números irracionales, como es lógico siendo el número de oro un número irracional.

El motivo de la omnipresencia de la proporción aurea es principalmente estético, debido a que se considera la relación más bonita y armoniosa, como fue asegurado por Fechner en 1876. Esta comprobación fue realizada a través de una encuesta en la que centenares de personas debían elegir el más bello de entre diez rectángulos presentados, obteniendo una mayoritaria preferencia por el rectángulo áureo. Esta proporción aparece en numerosos lugares como el Palacio de Cristal de Nueva York, la catedral de Notre Dame de París, las fachadas de Partenón de la Acrópolis de Atenas, en la espiral de Durero, en casetes, tarjetas de crédito y en diversas culturas.



Figura 2. *Partenón, Atenas.*
Fuente: www.egrecia.es

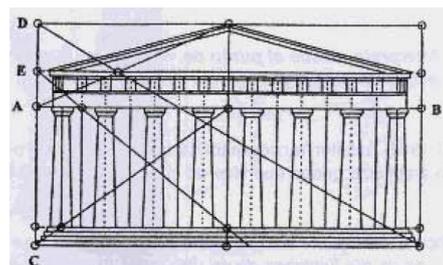


Figura 3. *Estudio armónico del Partenón.*
Fuente: slideshare.net

Sin embargo también tiene una presencia natural ya que la podemos encontrar en gran parte de la arquitectura de la naturaleza. En las plantas encontramos la sucesión de Fibonacci y por tanto la divina proporción, en concreto en la rama de estudio conocida como filotaxia. E incluso en los seres humanos se encuentra presente esta misteriosa proporción como ya estableció, entre otros, Leonardo Da Vinci en el *Hombre de Vitruvio* ya por el año 1492.

Las Matemáticas y la literatura

La literatura es una de las ramas más exigentes del Arte y por consiguiente la más similar a la disciplina de las Matemáticas. Sin embargo, el lenguaje utilizado en Matemáticas caracterizado por su claridad y concisión no es compartido por la literatura. Y esta claridad y laconismo, como apuntan algunos y comentamos previamente, mantienen a las Matemáticas alejadas de otras disciplinas más laxas. Sin embargo, entre las dos áreas que nos competen en este apartado se establecen conectores que dan lugar a algunas de las obras más apreciadas por los matemáticos.

Las novelas matemáticas son algo conocido por todos, pero aun así me gustaría destacar algunas. La novela *La fórmula preferida del profesor* de Yoki Ogawara, en la que literatura y matemáticas se mezclan de manera indistinta, al igual que *El hombre que calculaba* de Malba Tahan (también conocido como Julio César de Mello y Souza). O *Matemática demente* de Lewis Carroll con problemas redactados que atrapan al lector en un sin vivir hasta su resolución. Y en libros de mayor antigüedad como *Arithmétique pratique y speculativa* (1562) de Pérez Moya, los alabados textos del destacado H. Poincaré.

Al lado de la prosa, llega la poesía que no deja boca sin abrir gracias a incontables aportes de gran variedad de autores. Matemáticos como Bakshara en el siglo XII en *Lilivati*, con problemas revestidos de poesía como el que se muestra a continuación:

“La raíz cuadrada de la mitad de un enjambre de abejas se esconde en la espesura del jardín;

Una abeja hembra con su macho quedan encerrados en una flor de loto, que los sedujo con su dulce perfume;

Y los 8/9 del enjambre quedaron atrás. Dime el, número de abejas.”

Y proveniente del otro lado, de poetas como J. M. Bartrina en su *De omni re scibili* (s.XIX) se escriben versos interpelando a las Matemáticas como el siguiente:

“¡Y aún dirán que la ciencia que es prosaica!;

¿Hay nada, vive Dios;

bello como la fórmula algebraica; $C=\pi \cdot r^2$?”

Las Matemáticas y la Música

Los ritmos, las notas, los cánones, los compases, etc., suenan a proporciones matemáticas que el oyente distingue, siente e interpreta. Todos establecemos patrones en las canciones y piezas musicales, las que dispone el autor y las que crea cada uno al escuchar la pieza buscando su belleza.

Estas proporciones son inherentes a los sistemas de afinación y a la determinación de las distintas notas. Desde las primeras notas de la música en las que se estableció que eran medibles según la vibración, la frecuencia y la altura a la que llegaban como podemos ver en el sistema de afinación más antiguo desarrollado por los pitagóricos. En este sistema se toma una cuerda y se divide en 12 partes, teniendo la octava en el espacio número 6, la cuarta en el 9 y la quinta en el 8. En concreto este sistema de afinación se basa en la concatenación de quintas. Pudiendo afinar una cuerda con la iteración de fracciones y posibilitando el descubrimiento de todas las notas.

Como apuntaba antes, la repetición es uno de los procesos más comunes en la música. Podemos hallar estas repeticiones y traslaciones melódicas en obras de Gioachino Rossini, por ejemplo. Asimismo, en otros compositores se pueden escuchar simetrías y rotaciones que se rompen y recomponen para excitar el oído.



Figura 4. Corchea simétrica con el Do como eje.
Fuente: *Música y Matemáticas* por Bertos, M.



Figura 5. Ejemplo de rotación de notas.
Fuente: *Música y Matemáticas* por Bertos, M.

También se han trabajado de manera estadística a lo largo de la historia. En 1793, Johannes Hummel publicaría bajo la autoría de Wolfgang Amadeus Mozart una obra titulada *Juego de dados musical: Instrucciones para componer vales con dos dados, sin saber música ni conocer las reglas de la composición musical*. El método consistía en tirar dos dados y a través de dos tablas elegir dos compases de entre 176 diferentes para componer un vals. Este es uno de los muchos ejemplos de formas estadísticas con las que componer música, que a día de hoy están más presentes que nunca gracias al Big Data.

Las Matemáticas y la danza

Moviéndose en el rigor y la autoexigencia, las matemáticas y la danza no solo comparten estos principios. Donde la danza requiere un alto nivel físico, las matemáticas necesitan una mente activa y bien desarrollada. Prueba de ello es que cualquier baile pide a sus intérpretes contar los tiempos. Al conocer estos tiempos los bailarines/as proponen simetrías y realizan transformaciones para desplazarse y girar en armonía. Asimismo, la danza tiene una cierta predilección por las formas geométricas tanto en su disposición en la pista como en las figuras de baile en sí. Por ejemplo, para ilustrar el primer aspecto, los bailes pertenecientes a Argentina se realizan mayoritariamente siguiendo un cuadrado en el suelo como vemos a continuación.

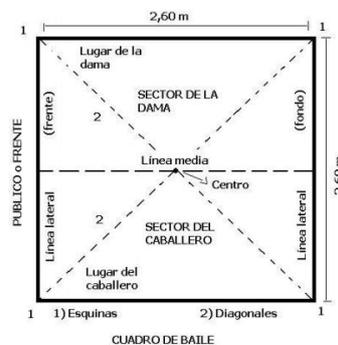


Figura 6. Cuadrado guía típico de bailes argentinos.

Fuente: *La matemática tiene quien la baile* por Lopez, J. (2013).

También observamos esta relación en las disposiciones geométricas entre bailarines/as. Por ejemplo, la danza del vientre hace que sus pasos de baile se basen en la medición de ángulos y así es como se sitúa el intérprete. Algo que se repite en otros tantos tipos de baile y que tiene cierto sentido que sea así, ya que no puedes disponer al bailarín/a en base a la longitud de cada paso, por ejemplo, porque el de cada uno será diferente.

Por otro lado, el Ballet se centra en el movimiento y en la ilustración de figuras geométricas en cada una de las posiciones del mismo. Estas figuras se pueden asemejar a grafos complicados si se desea, pero también pueden verse como trapecios, triángulos o pentágonos, por ejemplo. Algunas de estas formas se pueden ver en este [vídeo](#).

Bailes entre los que se encuentran los que he mencionado ya describen también en su movimiento funciones muy interesantes. Por ejemplo, la danza del vientre utiliza pasos de pecho y de caderas. En concreto el paso semicírculo de cadera dibuja una función cuadrática cóncava o convexa. En el caso del Ballet, como se ve en el video anterior,

todo movimiento es susceptible de formar funciones continuas de interés, destacando la función cuadrática cóncava representada por la figura conocida como “puente” tan común en Ballet.

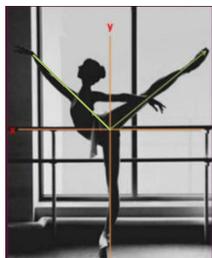


Figura 7. Ejemplo de representación de una función en Ballet.

Fuente: *Aplicaciones de la matemática en la danza* por Flores, N. (s. f.).



Figura 8. Ejemplo de cuadrática cóncava en Ballet.

Fuente: Elaboración propia a partir de GeoGebra y Pinterest.

Arte en el aula

La integración del arte en el aula es: “una aproximación por la cual se fomenta que los estudiantes construyan y demuestren la comprensión a través de alguna forma de arte. Los alumnos se ven inmersos en un proceso creativo en el que se integra una forma de arte con otras asignaturas en las que se desarrollan objetivos que evolucionan” según Silverstein y Layne en 2010. Esta interrelación tiene como objetivo el origen de la creatividad, ya que es la habilidad de mirar algo y ver otra cosa (Lutenist, 2012).

Esta creatividad enlaza con la enseñanza del alumnado, ya que este aprende significativamente cuanto más involucrado está en este proceso de enseñanza-aprendizaje. Y el trabajo con las diferentes formas artísticas nos permite darles la ocasión de expresarse, formar relatos propios y dar significados al contenido trabajado.

Sin embargo, la participación en disciplinas artísticas en muchas ocasiones es tratada como un mero suplemento para trabajar otras áreas del conocimiento. La razón de esta marginación se debe en gran medida a la necesidad del currículo de estar relacionado con el mercado laboral (Gelineau, 2012; Gustlin, 2012; Burnaford, 2013). Asimismo, el arte tiene mayor o menor acogida dependiendo de la etnia, el entorno familiar o la localización del colegio o instituto. A pesar de este contexto en la sociedad actual, se presentan cada vez más oportunidades laborales de calado artístico, además de los efectos beneficiosos que provoca el Arte para el desarrollo académico del alumnado.

De hecho, investigaciones como la de Johns Hopkins University School of Education, argumenta que la integración de actividades creativas y centrales para el desarrollo académico provoca aprendizajes más efectivos. En todas las disciplinas, incluyendo STEM, la docencia en las aulas puede ser reimaginada con la ayuda del Arte. Motivar a los alumnos a usar su imaginación puede atraer activamente al alumnado hacia conceptos nuevos y al descubrimiento de conexiones entre ideas y contenidos, al igual que mejorar sus competencias sociales y emocionales.

Otros beneficios de la integración del Arte en la enseñanza, aparte de los hasta ahora comentados, pueden ser la conceptualización de ideas artísticas y de otras disciplinas, organizar y desarrollar ideas de forma práctica. Así como dar significado y transmitirlo mediante presentación de las obras artísticas, interpretar intenciones y significado, aplicar criterios de evaluación o profundizar en la comprensión de ideas.

Arte en la Educación Secundaria

Hemos visto en el apartado anterior algunos de los motivos por los que el Arte en el aula resulta beneficioso, pero cabe preguntarse si esta integración es útil en todos los niveles de docencia. La respuesta es un rotundo sí. Tanto en primaria, como en secundaria al igual que en grados superiores. Los diferentes estudios que he podido encontrar llegan a una conclusión común: las ramas del Arte integradas en educación son beneficiosas para el aprendizaje del alumnado.

El estudio *“Arts Education in Secondary Schools: Effects and Effectiveness”*, llevado a cabo por la National Foundation for Educational Research (NFER) tiene como objetivo precisamente estudiar a gran escala la integración del Arte en Secundaria en Inglaterra y Gales. Los datos fueron recogidos de cuatro fuentes: cinco escuelas de secundaria, un análisis de datos de secundaria proveniente del proyecto de Análisis cuantitativo para la autoevaluación (QUASE) del NFER, encuestas del año 2011 a estudiantes y escuelas, y entrevistas a empleados y empleadores en la docencia.

Los resultados de los datos recibidos de las escuelas secundarias fueron positivos en cuanto a la integración del Arte en conocimientos técnicos. Además los alumnos disfrutaron, alcanzaron un mayor grado de satisfacción y menor estrés. Otros efectos fueron: una mayor percepción de los problemas sociales y culturales, el desarrollo de la

creatividad, mejor pensamiento crítico, mejor comunicación y habilidades expresivas, mayor autoestima, confianza y mejores habilidades para trabajar en equipo.

Los resultados también mostraron diferentes efectos dependiendo de la rama artística. Por ejemplo, la danza aumentó el conocimiento del cuerpo y el movimiento de los estudiantes. En el caso de la pintura se trabajaron las habilidades expresivas, el teatro mejoró la capacidad empática y la música incrementó las habilidades necesarias para mantener una escucha activa.

Y los datos recogidos en las entrevistas denotaron efectos beneficiosos en la cultura del centro. La educación artística, además, promovió la intervención y apoyo de tutores y familiares de los alumnos al igual que de la comunidad.

Así podemos concluir que el Arte en la Educación Secundaria es beneficioso, al menos en términos generales. Y según los investigadores, los resultados de esta integración del Arte en el aula de secundaria dependen también de la calidad docente del profesor o los profesores en cuestión.

Arte en Matemáticas en la educación secundaria

Las Matemáticas pueden resultar muy creativas y artísticas, aunque parte de esta creatividad se pierde en la forma tradicional, simbólica y algorítmica de enseñarlas en las aulas. Por lo que el alumno pierde oportunidades de gran interés como pueden ser el desarrollo de la visión espacial y la investigación de aplicaciones prácticas de las Matemáticas. Integrar ramas del Arte en las clases de Matemáticas hace del proceso de aprendizaje una experiencia más introspectiva, activa y presenta de manera más comprensible las Matemáticas. Esta concesión permite perspectivas diferentes y acercamientos al conocimiento, profundizando y personalizando la experiencia educativa. De esta forma, como ocurre con una obra de arte, en la enseñanza de Matemáticas a través del Arte se insta al alumnado a dar significado personal y propio a los conceptos matemáticos. Los alumnos usarán distintos métodos generando diferentes puntos de vista susceptibles de originar debates y comparación de diversas resoluciones para la misma solución. La parte más importante y placentera para el alumnado parece ser recibir clases de arte; no les supondrá ningún problema trabajar en el campo de las Matemáticas siempre y cuando el contenido sea interesante.

Además, esta combinación de disciplinas no solo es buena idea sobre el papel, también lo es en la práctica. Las investigaciones muestran que las clases que tienen mejores resultados en exámenes nacionales integran varias materias en el contenido curricular. Las clases que acostumbran a los estudiantes a pensar creativamente requieren de la asistencia del docente en estas creaciones, en investigar, en exponer y llegar a conclusiones propias. Los alumnos se familiarizan con un modo de pensamiento flexible y miran las cosas no solo como lo que son sino como lo que podrían ser (Sternberg, 1985). Por ejemplo, el ponente universitario de Florida McColm describe la terrible situación que sufren sus estudiantes todos los años debido a sus limitadas habilidades en lo que a visión espacial respecta. Este tipo de conocimiento es la base de las Matemáticas, pero tiene sus raíces en las habilidades artísticas. McColm afirma que los alumnos no padecerían tales males si hubiesen tenido contacto con el mundo artístico antes (Gustlin, 2012).

Un estudio llevado a cabo durante tres años por Posner, Rothbart, Shees y Kieras en 2008 reafirma que la motivación ayuda a mantener la atención del alumnado. Aprender mediante la integración del Arte supone normalmente una motivación más fuerte que enseñar Matemáticas de la manera tradicional. Los estudiantes perciben el Arte como un juego emocional para aprender. Más aún, la gente suele recordar mejor conceptos teóricos o conocimientos que han sido trabajados además con una perspectiva emocional.

Ejemplo de esta mejora gracias a la integración del arte en Matemáticas a pequeña escala puede ser la profesora Gustlin (2012). Al convertirse en profesora se dio cuenta de que algunos estudiantes eran reacios a involucrarse en la clase y prestar atención. La solución que encontró fue la integración de un currículo interdisciplinar, actividades manipulativas, uso de disciplinas artísticas, y estimular la imaginación del alumnado. Para despertar la atención del alumnado, Gustlin fomentó la creatividad e integró el Arte progresivamente. Y de esta manera, el alumnado se fue involucrando cada vez más en el proceso de enseñanza y aprendizaje, a la vez participaban más en las clases.

Otro ejemplo, esta vez a mayor escala, puede ser el programa educativo conocido como Art of Math de la escuela de secundaria de Oakridge. Este programa educativo se centra en avivar la imaginación y la creatividad mientras se profundiza en la comprensión de conceptos matemáticos. El Arte y las Matemáticas son mezcladas y enseñadas juntas

para crear una experiencia de aprendizaje unificada. Puesto que se crean oportunidades para explorar conjuntamente conceptos matemáticos y artísticos, el alumnado puede adaptar y transferir su conocimiento matemático a diferentes contextos. Estos tipos de programa animan a todo el alumnado a ampliar su conocimiento y aplicar conceptos de formas nuevas e innovadoras, además del fomento de otras aptitudes como las mencionadas bajo epígrafes anteriores.

Así concluye este último apartado de la fundamentación teórica, estableciendo la utilidad del Arte en las Matemáticas, y cualquier otra asignatura, en el proceso de enseñanza-aprendizaje. El mestizaje de varias asignaturas, en este caso de Arte y Matemáticas, es una oportunidad que el docente no puede dejar pasar. Esta unión permite atraer a mayor cantidad de perfiles de alumnos. El alumno que le gusta el Arte pero le disgustan las Matemáticas seguramente se interese por estas, halle una manera de disfrutarlas y mejore su rendimiento. El alumnado que, por contraposición, le gustan las Matemáticas pero no el Arte, experimentará un efecto beneficioso análogo. Y aquel que le gusten ambas saboreará aún más su estancia en el instituto y mejorará académicamente.

Propuestas y actividades didácticas

En este apartado se desarrollarán varias actividades con el objetivo de mostrar la viabilidad real de trabajar Arte y Matemáticas conjuntamente en el aula. Las actividades están clasificadas en las diferentes disciplinas artísticas en las que se han profundizado en la fundamentación teórica, pintura, arquitectura, literatura, música y danza. Teniendo un total de 16 actividades, cuatro en la rama de pintura, cuatro en el apartado de arquitectura, dos en la parte de literatura, dos en la rama de música, dos en la parte de baile y dos más que mezclan y combinan varias de las disciplinas anteriormente mencionadas.

Estas actividades nacen de la relación manifiesta de Matemáticas y Arte, incorporando ambas de forma innata e intrínseca a estas actividades. El objetivo en mente al diseñarlas ha sido principalmente la interrelación de Matemáticas y Arte, y a partir de esta mentalidad han surgido las características que se exponen en respectivamente en cada una de ellas.

Así, estas actividades han sido diseñadas de la manera más orgánica posible y trabajando en conjunto todos los bloques de contenidos como se puede ver en la siguiente tabla en la que se hace distinción entre los cursos, bloques a los que están orientadas y se indica las disciplinas artísticas que integran.

Actividad con pintura

Actividad con arquitectura

Actividad con música

Actividad con varias disciplinas

Curso/s	Contenidos	Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes	Bloque 2. Números y álgebra	Bloque 3. Geometría	Bloque 4. Funciones	Bloque 5. Probabilidad y
	Actividades					
1º o 2º de la ESO	Guitarra matemática					
	Proporcionalidad con Mondrian					
	Clasifica el arte abstracto					
	Arte no convencional por estadística					
3º de la ESO	La misteriosa proporción					
	Movimientos con logos					
	Arquitectos geométricos					
	Museo geométrico					
	Ruta matemática					
	Notas musicales recurrentes					
3º y 4º de la ESO	Ombigos divinos					
4º de la ESO	Pintar con ecuaciones					

Figura 1. Tabla de contenidos de cada actividad. Los bloques que trata cada actividad se marcan en verde.
Fuente: Elaboración propia.

La tabla muestra ligeras ausencias, en concreto el bloque de funciones el cual debido a su extensión reducida en los cursos del primer ciclo de la ESO permite menos margen de maniobra haciendo más complicada la integración de Arte en este. Aún así, las actividades en conjunto consiguen trabajar todos los bloques de contenidos independientemente del curso al que nos restrinjamos además de que la mayoría de actividades se pueden concatenar siguiendo una cierta lógica. Demostrando de esta forma la viabilidad y atractivo de trabajar Matemáticas a través del Arte.

Además de estas actividades más específicas en sus respectivos contenidos curriculares, se plantean actividades de gran interés pero de corte más abierto en el nivel y los contenidos como son las siguientes:

- Historia matemática (Literatura, Nivel: Abierto; Contenidos: Abierto)
- Poema matemático (Literatura, Nivel: Abierto; Contenidos: Ampliación)

- Coreografía matemática (Danza, Nivel: Abierto; Contenidos: Abierto)
- Elementos matemáticos en el baile (Danza, Nivel: 3º ESO; Contenidos: Ampliación)

A pesar de que estas últimas actividades se caracterizan por ser abiertas o planteadas como ampliación de contenidos ya que pueden ser difíciles de encajar en contenidos específicos, me parece que pueden mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. Son actividades muy beneficiosas no solo para el desarrollo académico del alumnado sino también para el docente y el ambiente y actitud del grupo-clase cultivando una atmósfera de ansia y respeto por el conocimiento.

El texto de cada actividad consta del nivel, los contenidos y objetivos que tratan, así como una descripción y guión de cómo llevarlas a cabo en líneas generales. Sin embargo no contiene un apartado de evaluación ya que no se dispone de contexto en el que se implementaría cada actividad. Este contexto es cambiante dependiendo del grupo-clase, el centro, los aspectos socioeconómicos de estos dos, además de la idiosincrasia y libertad de cátedra adjunta a cada docente. Distintos docentes evaluarán e integrarán cada actividad de forma diferente para amoldarla al contexto en el que impartan su docencia. Por esto las guías generales de cada actividad buscan servir de soporte al docente a la hora de implementarlas, siendo firmes sin llegar a la rigidez y permitiendo la adaptación de estas a la variedad de contextos presentes en la docencia.

Actividades con pintura

La disciplina artística que integran las actividades que se exponen a continuación es la pintura. Algunos de los elementos integrados en estas actividades son el arte abstracto, arte de De Stijl, obras pictóricas de renombre, etc. También se busca que el alumnado pueda expresarse a través de pintura y matemáticas de manera conjunta. Algunas de estas actividades como *Proporcionalidad con Mondrian* o *Clasifica arte abstracto* son más sencillas y otras como *Pintando con inecuaciones* son más complejas y requieren de mayor preparación y trabajo por el docente y por el alumnado. Asimismo comentar que fuera de estas actividades el docente puede enriquecer su docencia conectando matemáticas y pintura además de allanar el terreno para la implementación de estas. Las

actividades que he diseñado para mostrar la viabilidad de integrar pintura y Matemáticas son las siguientes.

Actividad “Clasifica el arte abstracto”

Nivel Educativo: 1º o 2º de la ESO

Bloque/s de contenidos: Geometría (Ver [anexo 1](#))

Esta actividad trabaja una pequeña parte del contenido pero me parece interesante mostrarla para ver que no es necesario un gran despliegue o trabajar innumerables contenidos matemáticos, aunque podría ser ampliada o versionada para otros contenidos.

Está orientada para un nivel de 1º de la ESO y podrá ser realizada en conjunto con la asignatura de Plástica visual y audiovisual. Es recomendable realizar esta actividad cuando se haya impartido los contenidos referentes a clasificación de triángulos, cuadriláteros, mediatrices y bisectrices.

Los objetivos que trabajará esta actividad serán los siguientes:

- Mejorar la habilidad del alumnado para clasificar triángulos y cuadriláteros.
- Trabajar la construcción de mediatrices y bisectrices.
- Fomentar la expresión personal.
- Fomentar la imaginación y la creatividad.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia social y cívica, la competencia de conciencia y expresiones culturales y la competencia lingüística.

Se pedirá al alumno, mediante la ficha que se adjunta en el [anexo 2](#), que clasifique figuras planas que aparecen en las obras que se ven en la ficha, así podrán clasificar estas figuras con mayor soltura. Realizarán una composición propia con algunas de estas figuras además de integrar mediatrices y bisectrices, haciendo uso de su imaginación y creatividad. Y finalmente expondrán sus obras, explicando lo que han querido representar y el significado para ellos, trabajando su competencia social y cívica y lingüística. Al igual que habrán estado trabajando durante todo el trabajo la competencia matemática y la competencia de conciencia y expresiones culturales.

Actividad “Proporcionalidad con Mondrian”

Nivel educativo: 1º o 2º de la ESO

Bloque/s de contenidos: Números y álgebra, Geometría (Ver [anexo 3](#))

En esta actividad se dispondrá a los alumnos por parejas bien elegidas y se les pedirá que formen el cuadro *Composición II en rojo, azul y amarillo* de Piet Mondrian con cuadraditos de Goma Eva y respondan a varias preguntas. El objetivo principal de esta actividad es combinar materiales manipulativos, una disciplina artística, contenidos de proporcionalidad de matemáticas además de servir como puente y trabajar con el bloque de contenidos de geometría.

Los objetivos específicos de esta actividad son:

- Atender a varios perfiles de alumnos.
- Trabajar contenidos de proporcionalidad.
- Trabajar contenidos de perímetros, áreas y escalas.
- Trabajar contenidos matemáticos en un contexto artístico.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia social y cívica, la competencia lingüística y la competencia de conciencia y expresiones culturales.

Para llevar a cabo esta actividad, a cada pareja de alumnos se les repartirá un set de Goma Eva con 49 fichas rojas, 27 negras, 4 azules, 1 amarilla, dos tiras negras largas, una tira negra más gruesa y pequeña, una tira negra fina y pequeña y una tira negra fina y aún más pequeña. Consiguiendo algo con este aspecto una vez se sitúan las piezas de Goma Eva (añado el original como comparación).

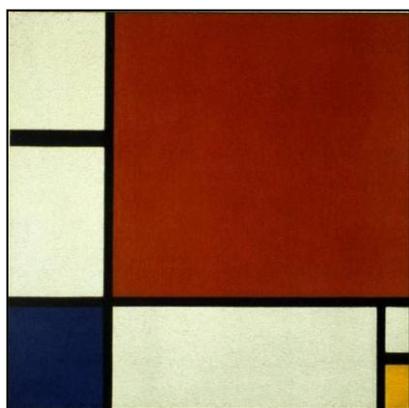


Figura 2. *Composición II en rojo, azul y amarillo*.
Fuente: www.pinterest.es



Figura 3. *Composición II en rojo, azul y amarillo* en Goma Eva. Fuente: Elaboración propia

Los alumnos deberán construir una versión del famoso cuadro de Mondrian *Composición II en rojo, azul y amarillo*. Pueden hacerlo a ojo ya que los diferentes rectángulos se relacionan entre sí, sin embargo se les puede ayudar asistiéndoles con la mitad del cuadro en un DIN A4 para uno de los componentes de cada pareja y la mitad complementaria para el otro. De esta forma podrán tener el cuadro como guía debajo de las propias fichas de Goma Eva pero deberán darse cuenta de que deben situar una mitad al lado de la otra de manera adecuada. Una vez hallan representado su propia versión de la obra en cuestión el docente les entregará una ficha con las preguntas que considere oportunas. Un ejemplo de algunas preguntas para trabajar los contenidos que de esta actividad y de cómo puede ser esta ficha se ofrecen en el [anexo 4](#).

Esta actividad se podría desglosar fácilmente en dos, una que trabajase el bloque de números y álgebra y otra que trabajase el bloque de geometría. Aunque de esta forma pierda la unión que se establece entre ambos bloques, relacionándolos entre sí y consiguiendo una transición más suave de un temario a otro para el alumnado.

Es importante destacar que el uso de la Goma Eva es optativo y el alumnado que este más avanzado puede obviarla. Sin embargo, como introducción o para el alumno que tenga dificultades o para comprender mejor mediante manipulación creo que es un añadido interesante.

Actividad “Movimientos con logos”

Nivel educativo: 3º de la ESO Académicas

Bloque/s de contenidos: Geometría (Ver [anexo 5](#))

Esta actividad consiste en que el alumnado diseñe un logo personal, incluyendo todo aquello que ellos quieran pero respetando una serie de restricciones geométricas determinadas por el docente. Es una actividad sencilla que el alumno puede realizar en el aula, en un examen o como deberes mismamente una vez se haya impartido la parte de geometría referente a los contenidos que trabaja. Además la actividad se puede llevar a cabo tanto con lápiz y papel como con programas como GeoGebra.

Los objetivos que trata esta actividad son:

- Fomentar la expresión personal del alumnado.

- Trabajar artísticamente bajo unas condiciones matemáticas.
- Profundizar en los contenidos matemáticos referentes a movimientos en el plano.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia digital, la competencia de aprender a aprender y el sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor.

Para llevar a cabo esta actividad se pedirá al alumnado que diseñe un logo con una serie de restricciones como comenté previamente. Estas restricciones pueden ser de cualquier tipo siempre que tengan un valor en la profundización de sus conocimientos geométricos o artísticos. Por ejemplo se puede pedir que el logo tenga dos simetrías axiales o un giro de 30 grados o una simetría central y que el alumno intente respetar el máximo de restricciones posibles.

Es una actividad sencilla que permite al alumnado expresarse dentro de unas barreras y en cierto modo romperlas ya que consigue sobrepasarlas y realizar su diseño. Además permite enlazar con otras actividades que trabajan los contenidos referentes a movimientos como por ejemplo la actividad “Museos geométricos”.

Actividad “Pintar con inecuaciones”

Nivel educativo: 4º de la ESO

Bloque/s de contenidos: Números y álgebra, Geometría, Funciones (Ver [anexo 6](#))

Esta actividad, como su nombre indica, consiste en pintar con inecuaciones en GeoGebra, aunque también es recomendable permitir el uso de funciones y ecuaciones. Para ello se debe implementar una vez se hayan impartido los contenidos referentes a álgebra, geometría y análisis de funciones, ecuaciones e inecuaciones que se exponen en el anexo 6. El alumno puede pintar directamente en GeoGebra definiendo funciones, ecuaciones e inecuaciones o puede pintar sobre una foto de su elección que cargue en este programa. Y finalmente obtendrá obras pictóricas propias basadas en el análisis como la sencilla obra que presento en este enlace, a modo de pantallazo mostrando un paso intermedio en la Figura 4 y como foto con el resultado final en la Figura 5.

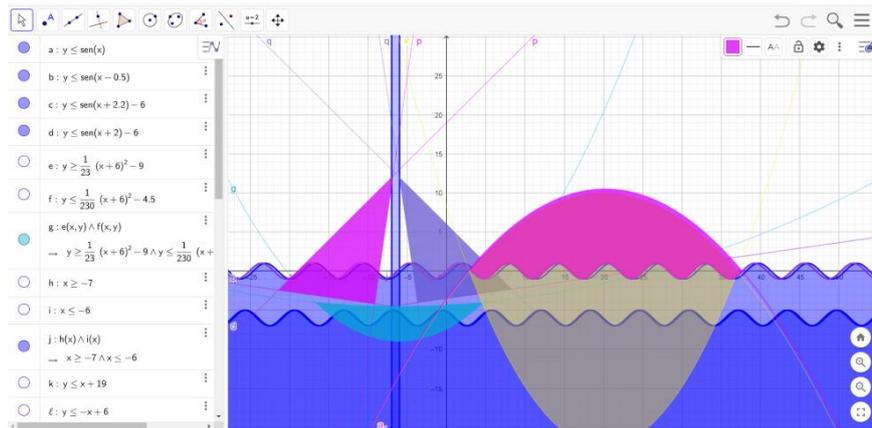


Figura 4. Paso intermedio de pintar con inecuaciones. Fuente: Elaboración propia a partir de GeoGebra.

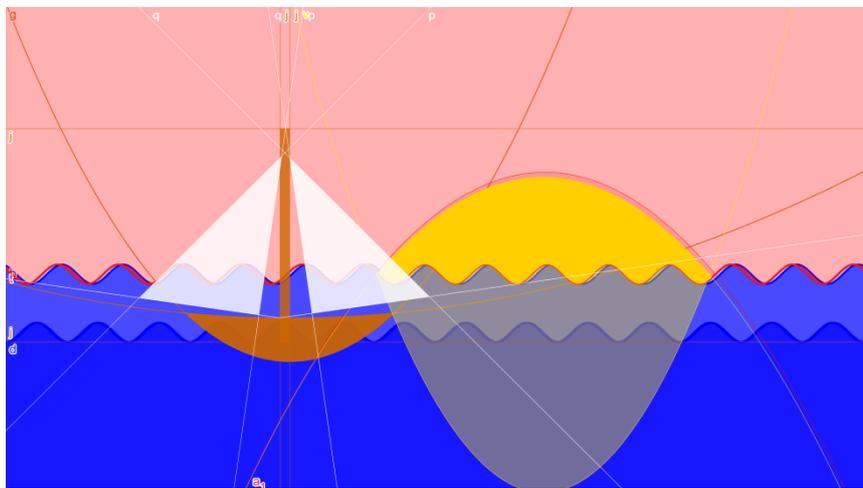


Figura 5. Resultado final de pintar con inecuaciones. Fuente: Elaboración propia a partir de GeoGebra.

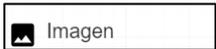
Los objetivos específicos de esta actividad son:

- Realizar una obra pictórica con análisis.
- Profundizar en la comprensión de funciones, ecuaciones e inecuaciones.
- Trabajar las transformaciones de funciones.
- Fomentar la creatividad.
- Favorecer la expresión personal y el respeto por las de los demás.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia de aprender a aprender, la competencia lingüística, el sentido de la iniciativa y el espíritu emprendedor, la competencia social y cívica y la competencia de conciencia y de expresiones culturales.

Para la realización de esta actividad es recomendable dedicar dos o tres sesiones a trabajar el proyecto en el aula con GeoGebra, ya que el alumno necesitará de la guía del

docente. También se puede introducir el proyecto relacionando funciones y patrones con prendas de moda o con pintura abstracta. Habiendo mencionado la actividad al alumnado, el docente deberá dedicar una sesión para introducir al alumnado a GeoGebra. En esta introducción el profesor debe dedicar especial atención en explicar las siguientes cuestiones:

- Cómo cargar una imagen en GeoGebra:

Seleccionando la herramienta con el símbolo  y clicando en .

- Cómo escribir inecuaciones, ecuaciones y funciones en la vista algebraica:

Situándote en uno de los huecos y escribiendo tu función, ecuación o inecuación.

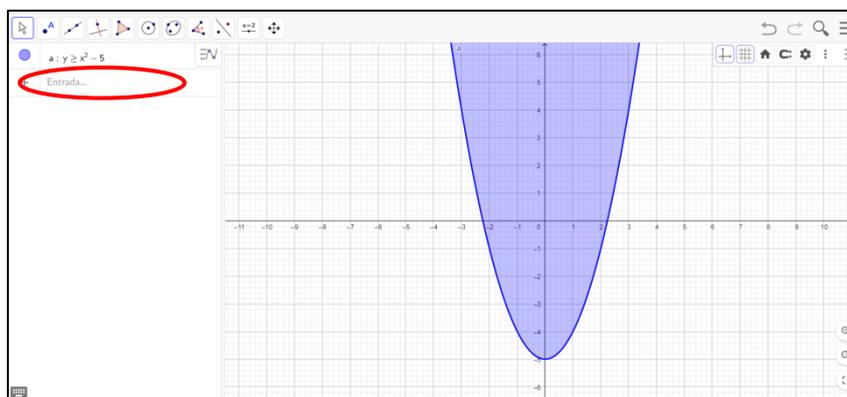


Figura 6. Interfaz de GeoGebra. Fuente: Elaboración propia partir de GeoGebra.

- Cómo intersecar varias funciones, ecuaciones:

Escribiendo $\&\&$ entre los nombres de las funciones, ecuaciones o inecuaciones que quieres intersecar.

- Cómo realizar modificaciones estéticas a estas:

Seleccionando el objeto de interés y clicando en el icono  y a continuación en la pestaña de color o estilo.

- Cómo hacer invisible un objeto:

En la parte de vista algebraica solo tienes que clicando en este circulito  para hacer el objeto visible o invisible.

- Cómo traer al frente o enviar al fondo un determinado objeto:

Selecciona el objeto y abre su pestaña de propiedades . Ahora abre la pestaña llamada *Avanzado* y en el apartado de *Misceláneas* modifica la *Capa* a tu gusto.

También el profesor debe recordar las diferentes formas de modificar una función, ecuación e inecuación (cambiando los exponentes de las variables, cambiando coeficientes, cambiando el término independiente, etc.).

Además el alumnado deberá tener tiempo para familiarizarse con los elementos con los que tendrá que trabajar dentro de GeoGebra y preguntar las dudas que puedan tener tras conocer la tarea que deben realizar. Y es conveniente pedir al alumnado, que fuera del contexto de GeoGebra hagan un boceto de lo que piensan hacer en GeoGebra y que luego lo añadan en la entrega final y en la exposición. Esto es debido a que así se organizarán mejor y para que relacionen el concepto que plantearon en la vida real a la representación gráfica de funciones, ecuaciones e inecuaciones, aunque sin duda habrá modificaciones y concesiones para poder representarlo al nivel de análisis que se encuentran. Incluso, dependiendo de lo resolutivos que sean los alumnos del grupo-clase, se podría plantear que hagan el boceto antes de plantear la actividad.

Después de esta primera sesión, como he comentado, es conveniente que se dedique una o dos más para que los alumnos empiecen el trabajo. En un periodo de tiempo lógico y dependiente del grupo-clase, el alumno entregará el archivo de GeoGebra, un archivo JPEG para que puedan encuadrar a su gusto el proyecto que han desarrollado y el boceto original que realizaron al empezar. Y por último expondrán su obra a los compañeros, el proceso que siguieron, señalen puntos de interés (puntos críticos, raíces, máximos, mínimos, etc.), las dificultades y las soluciones que encontraron.

Esta actividad me resulta muy interesante ya que hace al alumnado desarrollar cierta habilidad en la representación de funciones, ecuaciones e inecuaciones y su comprensión. Cada composición tendrá suficientes funciones como para que este profundice de forma natural, creativamente y a ritmo propio, si un alumno le es más fácil pondrá más funciones que uno que le cueste más. Gracias a realizar la actividad con GeoGebra pueden probar diferentes funciones para su composición de forma sencilla y relacionando lo que hacen con lo que aparece en pantalla. Además la decisión

de exponer la obra resulta interesante para fomentar el respeto entre diferentes tipos de expresión artística y personal ya que no todos lo enfocarán de la misma forma, consiguiendo una actividad muy atractiva para el docente y para el alumno.

Actividades con arquitectura

Las actividades que se exponen a continuación han sido construidas mediante la combinación de matemáticas con la arquitectura. Esta segunda disciplina artística que se plantea me ha otorgado actividades de gran solidez e interés. Trabajando temas como la arquitectura del cuerpo humano, la urbana o escultórica. Sigue manteniendo el espíritu de habilitar un espacio para que el alumno se exprese aunque esta vez de forma más restringida. Es de destacar que en las clases más teóricas, fuera de las actividades como tal, el docente también puede establecer conexiones con esta rama como se ha expuesto en la parte teórica del trabajo además de facilitar la implementación de estas actividades. Las propuestas didáctica que he diseñado para probar la viabilidad de enseñar matemáticas mediante la arquitectura son las siguientes:

Actividad “Arquitectos geométricos”

Nivel educativo: 3º de la ESO Académicas

Bloque/s de contenidos: Geometría (Ver [anexo 7](#))

Esta actividad propondrá a los alumnos la idea de crear una maqueta de una casa con figuras geométricas tridimensionales cumpliendo algunas condiciones. Aunque es una actividad para matemáticas orientadas a la enseñanza académica en 3º de la ESO, sería viable su planteamiento en niveles posteriores.

Los objetivos de esta actividad son:

- Trabajar perímetros, áreas, volúmenes y escalas.
- Relacionar contenidos matemáticos con contextos reales.
- Trabajar contenidos matemáticos desde una perspectiva arquitectónica.
- Fomentar la destreza manual.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia de conciencia y expresiones culturales y el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

La elección de las figuras geométricas será libre, aunque el docente dependiendo del nivel de la clase debería recomendar de forma acorde que hagan o no casas más o menos complicadas. De esta manera puede restringir cada casa a un poliedro, prisma, pirámide, cono, cilindro, esfera, etc., es decir, las figuras conocidas. Al igual es interesante entregar la ficha de preguntas desde el primer momento, introduciendo así la posibilidad de que planifiquen su casa teniendo en cuenta estas preguntas parcialmente. Tal ficha con las preguntas que nos permitirán trabajar los contenidos y objetivos referentes a esta actividad se puede encontrar en el [anexo 8](#).

Por último comentar que es conveniente dejar al menos una sesión para trabajar en el aula con ellos haciendo que traigan materiales para la fabricación de las maquetas, materiales reciclados y en desuso que puedan reutilizar para hacer un prisma o una semiesfera.

Actividad “Ruta Matemática”

Nivel educativo: 3° de la ESO Académicas y Aplicadas (Viable en otros niveles dependiendo del grupo-clase)

Bloque/s de contenidos: Geometría (Ver [anexo 9](#)) (Actividad viable para cualquier contenido)

La actividad que se plantea involucra el diseño de una ruta matemática, la cual consiste en una serie de tareas matemáticas dispuestas a lo largo de un trayecto y basadas en la arquitectura y objetos en una determinada zona adyacente al instituto-centro. El objetivo principal de esta actividad es que los alumnos, en grupos heterogéneos de cuatro a cinco componentes diseñen una ruta matemática de tres pruebas relacionándolas con los contenidos de geometría del libro de matemáticas. Si queremos concretar más la actividad podemos pedirles que una de las tareas esté dedicada al cálculo de volúmenes, otra al de áreas, y otra a semejanza y proporcionalidad. Los contenidos que trabajaremos se exponen en el [anexo 9](#).

Los objetivos específicos que trabajaremos serán:

- Relacionar la arquitectura con contenidos matemáticas.
- Profundizar en la comprensión de contenidos matemáticos.

- Fomentar la expresión personal del alumnado.
- Estimular la imaginación del alumnado.
- Trabajar todas las competencias clave.

Para la realización de esta actividad el docente explicará en qué consiste hacer una ruta matemática y pondrá como ejemplo alguna(s) de las rutas que están disponibles en la aplicación MathCityMap. El docente supervisará todo el proceso pero será cada grupo de alumnos el que diseñe la ruta con sus respectivas tareas. Para facilitar el diseño de cada tarea se les guiará primero en papel con la ficha que se proporciona en el [anexo 10](#).

Se les encomendará pues a hacer una ruta matemática a partir de los contenidos del libro de texto del que dispongan. Debemos recordarles que cuanto más elaboradas, que no más difíciles, sean las tareas que componen la ruta mejor. Se pedirá que decidan un nombre para cada grupo, ya que este será el nombre de la ruta, y entre toda la clase se acordará, dentro de un rango, un día para salir en la hora de matemáticas y tomar las medidas oportunas. Dejando varios días entre medias, así los alumnos pueden tomar medidas que falten por su cuenta y macerar las tareas que piensan plantear, se dedicará una sesión a que redacten las tareas. En torno al final de la actividad, la clase dispondrá de varias rutas (una por grupo).

Una vez corregidas mínimamente por el docente, mínimamente ya que ha supervisado todo el proceso, se instará a cada grupo a introducir las rutas en la aplicación de MathCityMap en una sesión de clase mientras son guiados por el profesor.

Con esta variedad de rutas, haremos un reparto entre los diferentes grupos sin que a ningún grupo le toque la suya y las realizarán en otra sesión.

Esta actividad ha sido planteada dentro del bloque de geometría pero verdaderamente no tiene un bloque específico de contenido ya que se puede realizar en cualquiera. Es tarea del docente decidir que bloque o tema es más adecuado para trabajar dependiendo de la clase y los perfiles de los alumnos, o si lo quiere o no restringir a un solo bloque o tema. Ya que bien podría dejar libertad total al estudiante en lo que a elección de contenido de la ruta se refiere. Sin embargo, lo más recomendable parece ser realizar esta actividad en un momento cercano a la impartición del bloque de geometría debido a que aparenta ser el más fácil de relacionar con la arquitectura urbana.

Al igual que esta actividad no tiene por que realizarse en un bloque de contenidos delimitado, tampoco presenta ninguna preferencia en lo que a curso en la que implementarla se refiere. Recomiendo los niveles de la ESO ya que tienen mayor libertad que los de bachillerato pero dentro de la ESO debemos tener en cuenta el grupo-clase principalmente y no tanto el nivel. Aunque un nivel de 3º de la ESO como el que se ha planteado aquí seguramente sería óptimo debido a la madurez del alumnado puede funcionar en otros niveles.

Con esta actividad se trabajará la competencia matemática de forma evidente; la competencia digital ya que deberán realizar la ruta en una aplicación móvil; la competencias sociales y cívicas ya que trabajarán en grupo dentro y fuera del centro; la competencia lingüística ya que deberán exponer sus ideas a los compañeros, ponerse de acuerdo y redactar las tareas; el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor ya que la ruta será de autoría propia con todo lo que conlleva; la competencia de aprender a aprender ya que deberán ser conscientes de las herramientas necesarias para plantear problemas a la hora de diseñar las tareas de su ruta; y la competencia de conciencia y expresiones culturales ya que estarán expuestos al diseño y cultura de la zona en la que esté el centro y a la idiosincrasia propia de cada integrante de cada grupo a la hora de consensuar y redactar conjuntamente.

Actividad “Museo geométrico”

Nivel educativo: 3º de la ESO Académicas

Bloque/s de contenidos: Geometría (Ver [anexo 11](#))

Esta actividad consta de una salida a un museo de la elección del docente, aunque debe considerar museos que tengan obras susceptibles de tener simetrías, giros, poliedros, figuras geométricas, polígonos, prismas, pirámides, cilindros, conos, esferas, etc. En caso de no disponer de un museo con estas características siempre se puede adaptar para que el alumnado tome los ejemplos directamente de internet, o que los diseñen ellos, en cuyo caso sería la actividad inversa.

Los objetivos que trata esta actividad son:

- Exponer al alumnado a arte expuesto en museos.

- Ver arte bajo una perspectiva matemática
- Trabajar figuras geométricas y simetrías.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia social y cívica, la competencia digital, la competencia de conciencia y expresiones culturales y la competencia de aprender a aprender.

El museo que he elegido para ejemplificar esta actividad es el *Museo de escultura al aire libre* de Madrid, de entrada gratuita y con gran variedad de obras susceptibles de estar compuestas de conceptos geométricos correspondientes a 3º de la ESO. Una vez en el museo en cuestión, se comunicará al alumnado la tarea que deberán llevar a cabo. El alumno fotografiará, desde las perspectivas que considere, varias obras teniendo en mente que tendrá que trabajarlas basándose en los conceptos geométricos que se han impartido en clase, encontrar dos obras con simetría axial, una con simetría central y otra con un giro de 90 grados, por ejemplo. A continuación muestro dos ejemplos referentes al *Museo de escultura al aire libre* de Madrid.

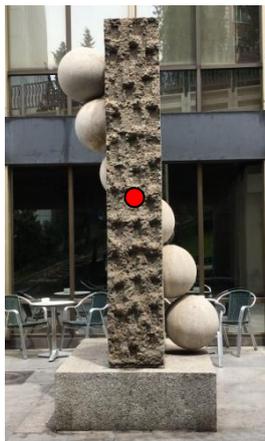


Figura 7. Simetría respecto del punto rojo como centro en escultura. Fuente: www.pinterest.es

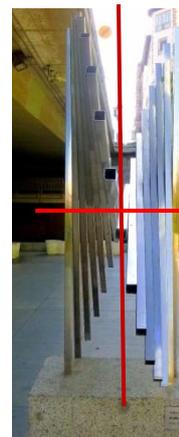


Figura 8. Simetría respecto de cualquiera de los dos ejes en escultura. Fuente: www.wikimedia.org

Este tratamiento que he mencionado lo llevarán a cabo con GeoGebra, cargando la foto en GeoGebra, describiendo las figuras geométricas que componen la obra y trabajándola. Para ello realizarán las diferentes simetrías en el propio archivo para demostrarlas y entregarán el proyecto en formato de GeoGebra con una breve explicación señalando las figuras que aparecen y aquello que el docente crea de interés dependiendo del museo y el tipo de obra artística.

Actividad “Omblicos divinos”

Nivel educativo: 3º y 4º de la ESO Académicas y Aplicadas (Adaptable a niveles superiores)

Bloque/s de contenidos: Probabilidad y estadística (Ver [anexo 12](#))

En esta actividad el alumnado se asistirá así mismo para llevar a cabo un estudio estadístico basado en la divina proporción, la constante de la arquitectura de la naturaleza. Está orientado para 3º de la ESO y 4º de la ESO pero se podría enfocar a otros niveles trabajando más o menos los y ampliando más o menos la muestra.

Los objetivos específicos de esta actividad son:

- Fomentar el trabajo colaborativo.
- Trabajar contenidos estadísticos a partir de una muestra propia.
- Fomentar la curiosidad por la proporción áurea.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia lingüística, la competencia de aprender a aprender y el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

Esta actividad, al estar orientada al bloque de probabilidad y estadística, es recomendable que se plantee cuando se esté impartiendo el temario relativo a este bloque. En primer lugar el docente y el grupo clase deben de disponer de una forma para compartir los datos que obtengan cada uno de la muestra, el corcho de clase, un Google Drive común, un espacio en el aula virtual, etc. Esto es debido a que el docente pedirá al alumnado que midan y compartan con la clase su altura, la altura de su omblico y la división de la primera entre la segunda.

Tras haber formado una base de datos con la información que nos ha proporcionado el alumnado, dividiremos la clase en grupos de cuatro y pediremos a cada grupo que traten los datos. Este tratamiento de datos consistirá en distinguir el tipo de variable, organizarlos mediante programas si es necesario, en tablas, histogramas adecuados, calcular frecuencias de interés además de medias, medianas, desviación típica, etc. y plasmar todo esto y las conclusiones de su estudio en una memoria que expondrán en versión *Pitch* (exposiciones de 3 minutos).

La proporción que está detrás de todo esto es la proporción de oro, ya que al dividir la altura de una persona por la altura de su ombligo debería de aproximarse al número de oro, aproximación que mejoraremos con la media de nuestro estudio estadístico. Conociendo esto lo que podemos hacer ahora es repasar algún contenido del bloque de números y álgebra como por ejemplo el error absoluto y relativo si el docente lo considera oportuno.

Actividades con literatura

Las siguientes actividades adoptan de manera intrínseca la literatura, tanto prosa como poesía. Ambas vertientes son muy útiles para reforzar conceptos matemáticos y dotarlos de significado propio para el alumnado. Sin embargo, la poesía me parece que es la que más fondo y utilidad puede tener. A pesar de que ninguna de las dos es fácil de incluir dentro de los contenidos curriculares, fuera de ellos suponen, especialmente la poesía, de gran beneficio para el docente y para el alumno. Fuera de las actividades planteadas, plantear contenidos matemáticos con una narrativa adecuada, una historia interesante o forma curiosa puede ser la diferencia entre un alumnado que no consigue retener conceptos y un que ansia su siguiente clase de matemáticas. Las actividades que he diseñado para mostrar la viabilidad de integrar pintura y Matemáticas son las siguientes:

Actividad “Historia matemática”

Nivel educativo: Abierto

Bloque/s de contenidos: Abierto

Esta actividad sigue la premisa de que al igual que los artistas dan significado a sus obras, los alumnos darán significado a los conceptos matemáticos. Se les pedirá que redacten una pequeña historia donde determinados contenidos matemáticos vistos hasta ahora sean intrínsecos a la historia, es decir, si se situase la historia fuera del contexto de esos contenidos o esos contenidos no apareciesen, esta ya no tendría del todo sentido. La extensión de la historia es libre debido a la complejidad de la actividad y para

permitir al alumno margen para disfrutar, algo hasta cierto punto incompatible si el autor y el contenido están sujetos a la forma.

Los objetivos en los que se centra esta actividad son:

- Conseguir que el alumno dote de significado a conceptos matemáticos.
- Profundizar en la comprensión de contenidos matemáticos.
- Fomentar la creatividad y la imaginación.
- Fomentar la expresión personal del alumnado.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia lingüística, la competencia de aprender a aprender y la competencia de conciencia y expresiones culturales.

Es recomendable que el alumnado reciba algún ejemplo guía de interés. Una opción podría ser que leyesen literatura de corte matemático, por ejemplo *La venganza del profesor de matemáticas* de Jordi Sierra para el primer ciclo de la ESO, *La Ciudad Rosa y Roja* de Carlo Frabetti para el segundo ciclo de la ESO o *La fórmula preferida del profesor* de Yoki Ogawa para Bachillerato.

Al igual que en otras actividades es una actividad que puede plantearse en diferentes niveles y el contenido del que pueden redactar la historia es abierto pero seguramente a los alumnos les sea más fácil trabajar con el bloque de geometría y fructifique en redacciones más interesantes.

Lo más importante de esta actividad es transmitir a los alumnos que deben intentar que los conceptos matemáticos sean intrínsecos a la historia, de forma que sean importantes para el desarrollo de esta de algún u otro modo. Y por supuesto que la historia tenga un cierto atractivo tanto para el lector como en sí misma, algo que no debe ser demasiado problemático debido a la libertad con la que cuentan.

Actividad "Poema matemático"

Nivel educativo: Abierto

Bloque/s de contenidos: Ampliación de contenidos

La actividad que se plantea ahora puede trabajar contenidos curriculares además de poder orientarse como ampliación o repaso, dependiendo por tanto del enfoque con el que quiera dotarle el docente. La actividad en sí es un pequeño ejercicio para que el alumno envuelva con significado propio, al igual que hacen los artistas, a conceptos matemáticos concretos. Consiste pues en que los alumnos escriban un poema sobre algún concepto matemático, trabajándolo como consideren más oportuno, buscando información o rememorando la explicación en clase entre otras posibilidades. Los objetivos que trabaja son:

- Conocer el nivel de madurez y de abstracción del alumnado.
- Conseguir que el alumnado dote de significado propio conceptos matemáticos
- Relacionar conceptos matemáticos con otros elementos de mayor interés para el alumnado.
- Facilitar al alumnado el recordatorio de dichos conceptos matemáticos en el futuro.
- Fomentar la competencia matemática, la competencia lingüística, la competencia de aprender a aprender.

El docente puede elegir el concepto o rango de conceptos, por ejemplo, un concepto que el docente podría elegir sería las identidades notables y un rango de conceptos podrían ser los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones de primer grado. La rigidez en las normas de poesía depende del docente y del departamento de lengua, si quiere trabajar interdisciplinariamente esta actividad. Personalmente creo que debido a la exigencia que puede suponer para algunos alumnos esta actividad el docente no debería ser demasiado rígido con los poemas y así también mantener la sencillez de la actividad. Hay que tener en cuenta que independientemente de que el alumnado haga poemas más prácticos, para recordar algoritmos, o poemas más metafóricos y sutiles, ambas son expresiones personales que dan mucha información sobre el perfil de cada alumno y a lo que se puede apelar en estos en su proceso de enseñanza-aprendizaje. A pesar de mi

poca habilidad aquí presento dos poemas propios, cada uno correspondiente a uno de los ejemplos de los que el docente podría proponer al alumnado que mencioné anteriormente.

Identidad Notable

Multiplicación de suma.
Adición al cuadrado
Por pirámide tartagliana
O si gozas de buena dicción
Por triángulo de Pascal
O Binomio Newtoniano.
Llegas sin duda
A la suma de cuadrados
Y el producto duplicado.

Sustitución

Listo e inteligente debes de ser
Para elegir el método de resolución,
Pero mi favorito es el de sustitución.
De dos ecuaciones te centras en una.
Hallas en ella dos variables,
Dos variables como Sancho y Quijote.
Como buen escudero Sancho se presta,
Y Quijote se apresura y se despeja.
Valiéndose del nombre del método
Quijote acomete contra la otra ecuación
y proclama de Sancho el valor.
Quien devuelve el favor
Calculando la variable quiijotil
Donde antes se prestó.

Uno es más sencillo y otro se centra en un método para resolver sistemas de ecuaciones de primer grado. Ambos siguen métrica y rima libre con ocasionales rimas consonantes.

Además, en la realización de esta actividad se puede instar al alumnado a buscar información sobre los conceptos elegidos para fomentar el interés por las matemáticas y facilitar y conseguir poemas más interesantes. Por ejemplo, en mi primer poema, en el cuarto verso escribí una pequeña broma puesto que Niccolo Fontana descubridor de la pirámide de tartaglia era tartamudo y precisamente por eso se apodó como tartaglia, y por tanto “...si gozas de buena dicción...” usas los otros métodos. Sin duda es un dato sin gran importancia pero que enriquece la enseñanza y el aprendizaje de matemáticas.

Esta actividad no parece poseer gran trascendencia, sin embargo me parece muy interesante y útil para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Útil ya que permite al docente conocer el nivel de madurez, de abstracción del alumnado además de su

sensibilidad, capacidad de comprensión y objetivo en el proceso educativo. Y útil para el alumnado ya que le permite dotar de significado a conceptos matemáticos, plantearlos mentalmente en contextos propios y posibilitar su relación con otros elementos de mayor interés para ellos. Facilitando además su recordatorio en momentos posteriores de sus vidas ya que ahora no dispondrán de solo el concepto matemático a la hora de acordarse, también dispondrán de otros elementos que han relacionado con el susodicho.

Actividades con música

En este apartado se proponen varias actividades interrelacionadas con la música. Estas propuestas tienen un sonido propio y armonía cautivadora para el alumnado y para el docente. Bajo la repetición, la frecuencia y la onda asociada a cada nota se componen actividades muy ricas que tratan contenidos matemáticos dentro del currículo. Son actividades que funcionan, como todas las incluidas en este trabajo, por si solas, pero siempre es positivo mantener una línea consistente a lo largo de toda la docencia con el grupo-clase. Por eso es recomendable, fuera de las actividades como tal, que el docente relacione matemáticas y música como se plantea en la fundamentación teórica. Las actividades que he producido para mostrar la viabilidad de integrar música y Matemáticas son las que se exponen a continuación:

Actividad “Guitarra matemática”

Nivel educativo: 1º o 2º de la ESO (Adaptable a otros niveles)

Bloque/s de contenidos: Número y álgebra (Ver [anexo 13](#))

Esta actividad se basa en la afinación pitagórica para que el alumnado construya y afine un cordófono o guitarra de una sola cuerda, creando una cuerda tonal como hizo Aristóteles. Para esta actividad es conveniente que el docente posea ciertos conocimientos de solfeo, principalmente para poder reconocer el sonido de las diferentes notas tocadas de forma ordenada en la escala básica. Además de que la actividad será más rica si el alumnado tiene mínimos conocimientos de solfeo, aunque no son necesarios para el desarrollo inicial de la actividad. El objetivo principal de esta

actividad es que el alumnado relacione matemáticas y música de forma práctica con un instrumento independientemente del contexto socioeconómico en el que se encuentren.

Los objetivos específicos de esta actividad son:

- Facilitar al alumnado un instrumento de cuerda
- Trabajar contenidos de fracciones relacionándolos directamente con notas musicales.
- Fomentar el trabajo colaborativo.
- Trabajar la representación de fracciones en un contexto musical y práctico.
- Despertar la curiosidad del alumnado por las matemáticas, la música y la relación entre ambas.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia de aprender a aprender, el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor, la competencia de conciencia y expresiones culturales y la competencia lingüística.

Para llevar a cabo esta actividad el docente deberá haber impartido el contenido referente al bloque número y álgebra que se muestra en el [anexo 13](#) y requerirá que el alumnado traiga al aula el día de implementación:

- Una caja de 30cm x 9cm x 20cm (más o menos).
- Un rotulador grueso.
- Un cuarto de hoja de papel.
- Tres gomas elástica que quede tensa al ponerla alrededor de la caja.
- Una cartulina

La goma tendrá el privilegio de ser nuestra cuerda, la caja simulará la caja de nuestra guitarra y amplificará el sonido, el rotulador grueso servirá como puente de nuestra guitarra y así elevar la goma, el cuarto de hoja de papel, enrollado, será el alma de nuestra guitarra y ayudará en la elevación de la goma. Formando una guitarra de una sola cuerda como se ve en la figura 9.

El orden de las siguientes dos partes de la actividad es intercambiable pero creo que es mejor organizarlo como menciono a continuación para lograr una mayor atención por parte del alumnado.

El docente organizará al grupo-clase en equipos heterogéneos de cuatro componentes y explicará cómo construir el cordófono siguiendo estos sencillos pasos:

- Hacer un rollito con el cuarto de folio (con un folio también conseguiríamos nuestro objetivo pero así nos aseguramos de que no sea muy grueso).
- Ponemos la cartulina en la cara más grande de nuestra caja, la pegamos al lado estrecho de nuestra cara y recortamos la cartulina para que no sobresalga por los lados en caso de que lo haga.
- Ponemos dos gomas de forma transversal para que sujeten la cartulina a la caja.
- Ponemos la goma que nos queda alrededor de la caja perpendicularmente a las otras gomas por encima de estas y de la cartulina, haciendo de cuerda.
- Situamos el rollito de papel en el lado al que hemos pegado la cartulina entre la goma y la caja, haciendo de alma y levantando mínimamente la cuerda.
- Ponemos el rotulador en el otro lado al lado de la goma transversal entre la goma y la caja haciendo de puente y levantando la cuerda.
- El Do de la primera escala quedará al pisar la cuerda al lado del alma y el Do de la siguiente escala al pisar en el medio de la sección que queda entre el alma y el puente.

Obteniendo al final de estas instrucciones la disposición que se muestra a continuación.

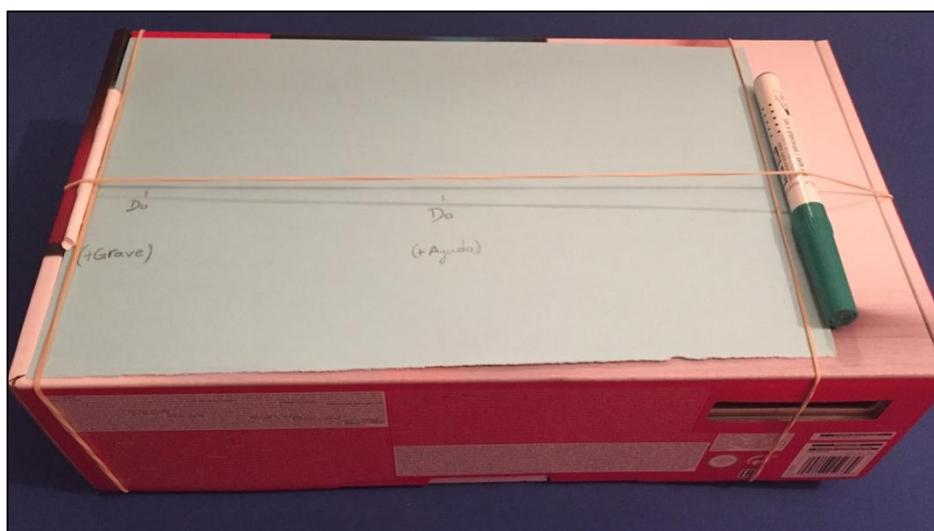


Figura 9. Cordófono al inicio de la actividad. Fuente: Elaboración propia.

Es conveniente que durante el desarrollo de esta siguiente parte el docente revise los cordófonos y se asegure, en la medida de lo posible, que en la zona donde está puesta la cartulina la caja no esté combada hacia fuera de esta, ya que si no la cuerda trastearía y

no sonaría del todo bien.

Teniendo nuestro cordófono se explicará al alumnado como suena una nota grave y otra más aguda además de como se toca de manera básica el instrumento. El músico solo tiene que presionar la cuerda con un dedo en la mitad que está más cerca del alma, delimitando con el puente y su dedo una parte de la cuerda, y con otro dedo toca/tira de esta parte delimitada. Sabiendo esto el alumnado puede tocar pero, ¿donde están las notas?, efectivamente, ahora solo queda afinarlo. Para ello el docente repartirá cuatro problemas referentes a cuatro de las notas musicales de la escala, Re, Fa, Sol y La uno a cada uno de los componentes, tales problemas se pueden encontrar en el [anexo 14](#). Cuando todos los miembros de un grupo hayan terminado se les otorgará dos problemas más que les darán a conocer las notas musicales que les faltan, Si y Mi, tales problemas se pueden encontrar en el [anexo 15](#). Para estos dos últimos problemas cada equipo deberá poner en común las soluciones anteriores y resolver entre todos estos dos últimos. Al finalizar además de decorar la guitarra a su gusto se les pedirá que la completen escribiendo en la cartulina la posición y nombre de cada nota, quedando algo como lo que se ve en la figura 10.

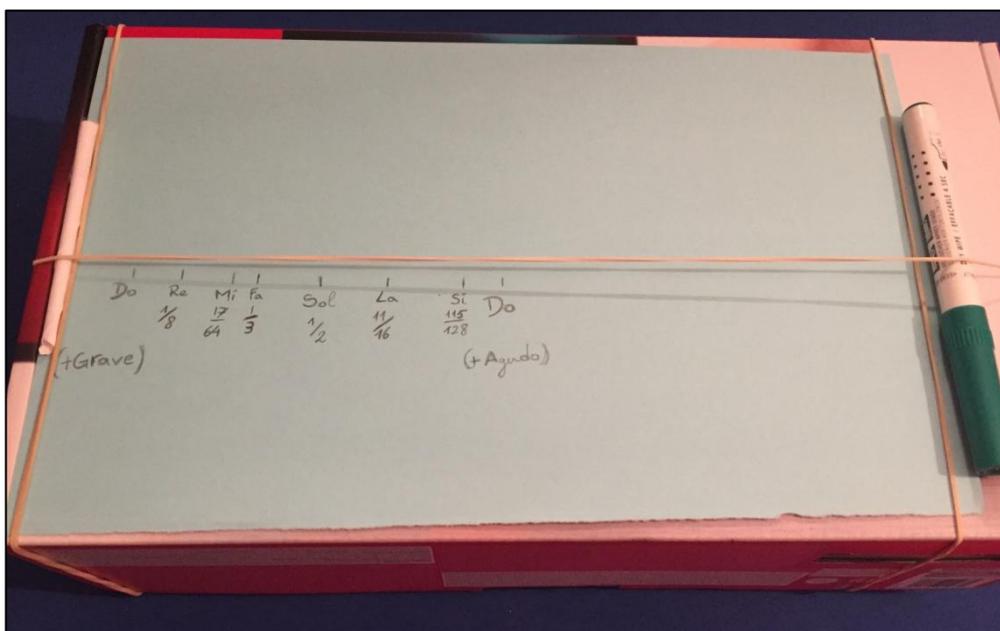


Figura 10. Cordófono al final de la actividad. Fuente: Elaboración propia.

Como deberes el docente puede mandar la ficha que se muestra en el [anexo 16](#) para relacionar aún más las fracciones y las notas musicales. Además se puede pedir que investiguen más sobre la relación de las matemáticas y la música, o proponer que aprendan a tocar una canción sencilla si lo desean.

Esta actividad puede resultar muy interesante para el alumnado ya que llega a mostrar la relación numérica que existe en la música de forma práctica y dota al alumno de un instrumento fácil de montar y desmontar. Aunque puede suponer un reto en el apartado de control de aula dependiendo del grupo-clase, creo que vale la pena y el alumno agradecerá una actividad tan interesante. Es de destacar que normalmente la posición de las notas musicales está entre el uno y el dos, la traslación de dichas posiciones restando a los valores uno ha sido con el fin de simplificar la actividad, pero también se podría realizar en el intervalo mencionado. La idea de la actividad es adaptable a otros niveles e incluso se podría relacionar con la asignatura de física para trabajar frecuencias y vibraciones. Y de la misma forma no parece mala idea trabajar la idea con el departamento de música para tener su apoyo y trabajar algún contenido de interés como aquellos comprendidos en el bloque de escucha.

Actividad “Notas musicales recurrentes”

Nivel educativo: 3º de la ESO Académicas y Aplicadas

Bloque/s de contenidos: Probabilidad y estadística (Ver [anexo 17](#))

Esta actividad musical busca que el alumnado estudie la frecuencia con la que las notas aparecen en sus canciones favoritas. No es una actividad sencilla, el alumnado puede que requiera de una pequeña introducción a solfeo para poder conocer la posición de las notas en una partitura, aunque puede que haya grupos-clases que ya dispongan de esta formación.

Los objetivos específicos que trabaja esta actividad son:

- Trabajar contenidos musicales desde una perspectiva estadística.
- Fomentar la expresión personal.
- Trabajar elementos cotidianos del alumnado desde la estadística.
- Mejorar el respeto y la tolerancia en el grupo-clase.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia social y cívica, la competencia lingüística, el sentido de iniciativa y sentido emprendedor, la competencia de conciencia y de expresiones culturales y la competencia de aprender a aprender.

La puesta en práctica de esta actividad sigue el guión que se expone en el [anexo 18](#) y consiste en varias partes, la primera es formar grupos heterogéneos de 4 componentes y cada uno de estos grupos elegirá dos canciones de manera consensuada. De estas dos canciones tendrán que encontrar las respectivas partituras de nivel muy básico para facilitar los pasos próximos. El siguiente paso será contar cuántas veces aparece cada nota, para ello es importante recordarles que no necesitan contar toda la canción ya que suele haber repeticiones de partes que siempre tienen las mismas notas (y se puede ser laxo en este aspecto) o si les resulta muy complicado pueden centrarse solo en una parte de la canción.

Tras haber realizado el conteo deberán tratar los datos y responder a las preguntas que aparecen en el guión mencionado anteriormente. Y finalmente deberán exponer de forma breve las canciones que han escogido al resto de la clase y la información que han obtenido. Toda la actividad se puede realizar en dos sesiones o tres, también se puede trabajar fuera del aula como deberes o combinar ambas, permitiendo cierta flexibilidad dentro de su posible complejidad.

Actividades con danza

En este apartado se relacionan contenidos matemáticos con la danza a través de un par de propuestas de actividades. Esta parte ha sido la más complicada de trabajar en un contexto realista dentro de los contenidos curriculares de matemáticas sin recurrir al famoso baile de funciones. La dificultad principal ha sido debida a lo poco que se trabaja y se espera que se trabaje la expresión corporal, algo bastante falto tanto en el alumnado como en la mayoría del cuerpo docente. Es importante además de trabajar con actividades que conecten baile y matemáticas, el explicar conceptos matemáticos mediante la danza, con símiles simples y con interpretaciones de conceptos o de algoritmos matemáticos como muestro en este [video](#). Estas actividades que menciono y que trabajan matemáticas a través de la danza son las que se exponen a continuación.

Actividad “Elementos matemáticos en el baile”

Nivel educativo: 3º de la ESO

Bloque/s de contenidos: Ampliación de contenidos

Esta actividad busca servir como ampliación de contenidos matemáticos además de relacionarlos con una disciplina artística en 3º de la ESO.

En esta actividad pediremos a los estudiantes que escojan un baile, investiguen su relación con las matemáticas y expongan su trabajo en forma de presentación. El objetivo de esta actividad es que el alumnado encuentre las matemáticas en un baile de su elección. Los objetivos específicos que trabaja son:

- Fomentar la capacidad de abstracción.
- Relacionar contenidos matemáticos con elementos de la danza.
- Fomentar la autonomía del alumnado en la búsqueda de información.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia social y cívica, la competencia de conciencia y de expresiones culturales, la competencia lingüística.

Para ello dividiremos la clase en grupos heterogéneos de 4 componentes, les comunicaremos la tarea tras haber impartido el bloque de geometría y parte del de funciones. Esto es debido a que así podrán trabajar simetrías, giros, polígonos, representación de funciones, combinatoria y otros contenidos matemáticos como se expone en la fundamentación teórica. Es recomendable, al explicar geometría y funciones relacionar algunos conceptos con distintas danzas si se piensa implementar esta actividad con el objetivo de facilitar al alumnado el futuro trabajo. Además centraremos su atención en cómo se realiza dicho baile y sus diferentes versiones. Para ello les proporcionaremos el siguiente guión:

- Elige un baile con tu grupo, busca información y los aspectos de este que pueden ser expresados en términos matemáticos.
 - Busca información general (cuándo surgió, donde, como, etc.)
 - Averigua como se baila.
 - Averigua si hay otras versiones o modificaciones.

- Traduce, dentro de lo posible, la descripción del baile que habéis elegido a términos matemáticos. Por ejemplo: la danza del vientre se baila de forma individual pero también de forma colectiva en configuraciones triangulares.
- Aporta imágenes si es posible.

Esta actividad puede plantearse como trabajo fuera del aula en su totalidad excepto por la sesión de exposición. Sin embargo no es mala idea dedicar una sesión a encaminar el trabajo con el alumnado debido al nivel de abstracción que requiere la tarea y a las diferencias entre grupos-clases. Es labor del docente decidir si esta actividad es de interés para trabajar con su alumnado o no, dependiendo del grado de madurez, forma de trabajar, comprensión de contenidos y capacidad de abstracción.

Actividad “Coreografía matemática”

Nivel educativo: Abierto

Bloque/s de contenidos: Abierto

Esta actividad busca servir de repaso tras todo un curso de matemáticas. Los alumnos diseñarán una coreografía con total libertad para mostrar algunos de los contenidos que han visto a lo largo del curso. Aunque se podría orientar hacia contenidos específicos, pero me parece más interesante dejar libertad al alumnado para decidir que incluir y que no en la coreografía. El principal motivo es porque seguramente incluyan aquello que recuerdan o han entendido mejor por lo que puede servir al docente como método de autoevaluación de su docencia y del atractivo y comprensibilidad de los contenidos impartidos.

Los objetivos de esta actividad son:

- Repasar los contenidos matemáticos impartidos durante el curso.
- Evaluar el atractivo y la dificultad de comprensión de los contenidos matemáticos impartidos.
- Autoevaluar la docencia de profesor.
- Fomentar la imaginación y la creatividad.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia lingüística, la

competencia social y cívica y el sentido de la iniciativa y espíritu emprendedor.

Si el docente ha introducido la danza en sus explicaciones, por ejemplo con un baile para recordar algoritmos como el que muestro en este [vídeo](#) o con el ya famoso baile de funciones ayudaría en gran medida a sus alumnos. El uso de videos explicativos y demostrativos pueden ser muy útiles para dar ideas a los alumnos en caso de necesitarlas, por ejemplo con este [vídeo](#) o este [otro](#). También me parece importante recordarles en todo momento que tienen libertad para elegir la música, la perspectiva, la edición, etc.

El siguiente paso será que los alumnos por grupos heterogéneos de 4 o 5 alumnos/as diseñen una coreografía que tendrán que grabar en video. La coreografía podrá durar de un minuto a dos minutos, y en ella deben estar presentes contenidos de al menos el 75% de los temas que han cursado.

Y por último, el alumnado expondrá su coreografía explicando brevemente los conceptos que aparecen con ayuda del video y comentando como y donde aparecen en la coreografía.

Actividades con varias disciplinas artísticas

Estas últimas actividades que se proponen son aquellas que a la hora de realizarlas de forma orgánica fueron añadiendo disciplinas artísticas resultando en una mezcla muy curiosa para llevar al aula. Las actividades que plantea este apartado se exponen a continuación.

Actividad “Arte no convencional por estadística”

Nivel educativo: 1º o 2º de la ESO

Bloque/s de contenidos: Probabilidad y estadística (Ver [anexo 19](#))

En esta sencilla actividad introductoria la probabilidad se pide a los alumnos que apliquen la tercera definición de Arte expuesta en la fundamentación teórica de forma estadística. Llevarán a cabo por grupos heterogéneos de 4 o cinco personas un estudio estadístico sobre obras/cosas que ellos consideren arte pero no se encuentren dentro de

las formas artísticas convencionales. La actividad está orientada a primero y segundo de la ESO trabajando los contenidos curriculares que se presentan en el [anexo 19](#).

Las obras artísticas serán elegidas por cada grupo, esta elección se puede delegar en cada grupo pero me parece interesante que cada miembro del grupo elija una obra distinta. Así fomentaremos la expresión personal y la responsabilidad de cada uno de los miembros ya que el trabajo necesitará del aporte de todos. Además deberán realizar una presentación donde expongan las obras elegidas, por qué las consideran arte, información de interés respectiva a la obra y los resultados estadísticos.

Los objetivos de esta actividad y los motivos por los que me parece interesante son:

- Fomentar el respeto por la diversidad en el aula.
- Favorecer las interrelaciones de los alumnos del grupo-clase.
- Fomentar expresiones personales en el aula.
- Trabajar con definiciones ajenas y propias.
- Trabajar contenidos de porcentajes.
- Trabajar dentro de paradigmas artísticos no convencionales.
- Introducir el concepto de tamaño muestral significativo.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia social y cívica, la competencia de conciencia y de expresiones culturales y el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

Tras haber planteado la actividad en clase se dedicará una sesión próxima a trabajo en grupo. En esta elegirán, si no han elegido ya, la obra que aportarán a su grupo y buscarán información sobre cada una en conjunto. Es importante recordarles que deben considerar obras/cosas que ellos consideren arte pero no se encuentren normalmente reconocidas como arte, puede ser cualquier cosa, pero deben explicar esa dualidad en la exposición.

En la siguiente sesión saldrán a la calle para preguntar a distintas personas si consideran tales obras como arte, y en caso de necesitarlo podrán ampliar el tamaño de la muestra preguntando fuera del horario lectivo.

En la penúltima sesión trabajarán los datos estadísticos estableciendo el porcentaje de la muestra que considera arte cada obra/cosa, diseñando una gráfica para su representación

y resolviendo una serie de cuestiones dentro de cada grupo y luego entre toda la clase.

Las cuestiones a resolver dentro de cada grupo serán:

- ¿Qué obra ha alcanzado el mayor porcentaje de aceptación en la muestra? ¿Por qué crees? Escribe dicho porcentaje en una fracción irreducible.
- ¿Qué probabilidad hay de preguntar a una de las personas del estudio y que considere como Arte la obra mencionada anteriormente?
- ¿Qué obra ha alcanzado el menor porcentaje de aceptación en la muestra? ¿Por qué crees? Escribe dicho porcentaje en una fracción irreducible.
- ¿Qué probabilidad hay de preguntar a una de las personas del estudio y que considere como Arte la obra mencionada anteriormente?
- ¿Qué porcentaje de gente califica las dos obras anteriores como Arte?
- ¿Qué obra(s) es considerada como Arte por al menos el 50%?
- ¿Se podría considerar alguna de estas obras arte basándonos en este estudio? ¿Por qué? Si has respondido que sí, ¿cuál?

Para terminar esta sesión se planteará la última pregunta a modo de debate para introducir el concepto de tamaño muestral significativo en caso de que no se haya llegado a esa conclusión en todos los grupo y en caso de que sí, para reforzarla. Y relacionaremos además con las preguntas comentadas anteriormente porcentajes, fracciones y probabilidad.

Finalmente en la última sesión de esta actividad se realizará una exposición por grupo para poner en común los resultados, dar a conocer las obras que se han considerado, por qué y por tanto ahondar en las interrelaciones de los alumnos del grupo-clase, permitiendo expresiones personales en el aula y fomentando el respeto por la diversidad bajo la guía del docente.

Esta actividad me parece interesante debido a que trata bastantes aspectos de interés como la expresión personal, el respeto en el aula, contenidos matemáticos y el trabajo con definiciones ajenas y propias. Este uso de definiciones propias y ajenas es algo bastante cercano a las Matemáticas si tenemos en cuenta que los matemáticos trabajamos en gran medida a partir de definiciones, definiciones ajenas que hacen propias o inventan personalmente. Es de destacar también la posibilidad de modificar la actividad a diferentes contextos y tiempos, por ejemplo las dos últimas sesiones podría

entremezclarse dependiendo del ritmo de la clase.

Actividad “La misteriosa proporción”

Nivel educativo: 3º de la ESO Académicas y Aplicadas

Bloque/s de contenidos: Números y álgebra, Geometría (Ver [anexo 20](#))

En esta actividad guiaremos al alumno como si de un truco de magia se tratase en su descubrimiento de la proporción áurea. El objetivo de esta actividad es que el alumno aprenda mediante la sorpresa y el descubrimiento propio. Aunque es una actividad pensada para un nivel de 3º de la ESO también podría ser llevada a cabo en otros niveles.

Los objetivos específicos de esta actividad son:

- Fomentar la cultura.
- Trabajar contenidos de proporcionalidad.
- Repasar y trabajar contenidos de sucesiones.
- Fomentar la curiosidad del alumnado.
- Crear el hábito de investigar y buscar información.
- Fomentar la creatividad y la imaginación.
- Desarrollar la competencia matemática, la competencia de conciencia de expresiones culturales, la competencia de aprender a aprender y el sentido de iniciativa y espíritu emprendedor.

Para esta actividad el docente repartirá la ficha que se encuentra en el [anexo 21](#) y la ficha que del [anexo 22](#). Es recomendable que el docente no las reparta todas a la vez, para no desvelar más información de la que debería, aunque sí que siga el orden en el que están dispuestas en los anexos. La ficha del [anexo 21](#) es la primera que se entregaría al alumnado y se haría cuando se halla impartido el bloque de números y álgebra y se esté impartiendo el de geometría, en especial la parte de proporcionalidad geométrica. Es conveniente que esta ficha se lleve a cabo en el aula en una sesión y media para no sobrecargar al alumno y guiarlo en caso de necesidad aunque podría mandarse como deberes. La ficha del [anexo 22](#) se entregará al finalizar la anterior y se realizará como deberes a entregar. Y en la siguiente sesión se explicará el último trabajo que tendrán

que hacer el alumnado con respecto a esta actividad. Esta última parte consistirá, tras haberles introducido al concepto de proporción aurea, en que investiguen acerca de la presencia de esta proporción en la pintura y la naturaleza. Además si el docente lo considera viable puede pedir al alumnado que creen una obra en la que aparezca de algún modo la proporción áurea.

Esta actividad es una introducción bastante amplia a la proporción áurea, pero si se desea el docente puede ampliar la actividad o enlazarla con algunas que se plantean en este apartado y que involucran también la proporción áurea. Además es viable en otros niveles con ligeras adaptaciones para trabajar los contenidos de interés en estos.

Conclusiones

Para finalizar este Trabajo de Fin de Máster me gustaría destacar que la enseñanza de Matemáticas a través del Arte es, como prueba este documento, viable, atractiva y beneficiosa. Así, el alumnado y el docente se ven beneficiados de esta tanto en el aspecto académico como en el emocional y psicológico. En el aspecto académico ya que esta integración enriquece la docencia de matemáticas y ofrece al alumnado más elementos desde los que conectar con la asignatura y trabajarla desde perspectivas nuevas que le ayudan a conseguir un aprendizaje más sólido. Y en el aspecto emocional y psicológico se ve nutrido por las disciplinas artísticas y los espacios que estas generan al incorporarlas a matemáticas, haciendo que el alumno exprese y por tanto genere una relación emocional positiva con las Matemáticas.

El impacto de estas actividades y de trabajar Arte y Matemáticas es demostrado pero, no debería ser algo ocasional ni que sobrecargase al alumno, debería ser una implementación continua y medida para conseguir el mayor efecto de esta metodología. Un efecto que se puede potenciar mediante mayor teatralidad en las explicaciones y narrativa llamativa como la que proporcionan estas disciplinas artísticas.

Otro de los puntos importantes que debo comentar es la susceptibilidad que tienen las actividades planteadas a recibir cambios. Todas las actividades contienen las directrices para ser llevadas a cabo, sin embargo también permiten modificaciones, ampliaciones y

pequeños ajustes en función del contexto en el que se vayan a implementar. Pueden así adaptarse a distintos entornos, mostrando su aplicabilidad en el aula de Matemáticas dentro de diferentes realidades. Aunque recordando que debido a ciertas limitaciones no se han llevado al aula de forma práctica y significativa por lo que tendrán posibilidades de mejora solo observables al ponerlas en práctica.

Estas actividades también plantean una serie de interesantes reflexiones, la primera de ellas es la necesidad de formar al cuerpo docente en ámbitos más allá de su especialidad. Arte por ejemplo, pero también psicología y demás campos que fortalecen la enseñanza del docente. Siguiendo el ejemplo, parece que el principal obstáculo que encuentra el profesor para incluir Arte en sus clases es él mismo, como he podido comprobar personalmente en este trabajo ya que la mayor dificultad que he encontrado ha sido en ramas específicas del Arte que desconocía. Así, debería fomentarse en mayor medida el diseño de talleres o programas formativos similares a los impartidos en Estados Unidos o Reino Unido en relación, al menos, con el tema que acaece a este TFM. Este fomento de formación en el profesorado no se basa en motivos vacíos, se debe a la presente dificultad que existe al diseñar actividades, programaciones o metodologías que combinen especialidades intrínsecamente y de manera orgánica.

Otra reflexión que surgió al crear algunas de las actividades es cuán parecidas son las formas que tienen el Arte y las Matemáticas de dar significado y la diferencia en estas. El artista da significado a los elementos que le rodean a partir de definiciones propias y ajenas, y el matemático hace lo mismo, trabajando en gran medida a partir de definiciones ajenas que hace propias o inventan personalmente. No obstante el artista tiene mayor libertad que el matemático sin duda, pero no son procesos excluyentes ni mucho menos, pudiendo usar uno para reforzar, mejorar e influenciar al otro.

Por último me gustaría recalcar que enseñar Matemáticas a través del Arte oxigena la docencia de matemáticas pero no es infalible ni permite al docente seguir guías completamente preestablecidas. El principal motivo de esto es porque se trabaja con disciplinas artísticas que, aunque son estrictas, son también muy permisivas y abiertas teniendo que llegar a un entendimiento de estas previo a trabajarlas como docente. Pero esta permisividad de las disciplinas artísticas complementa de forma perfecta la docencia de una asignatura en ocasiones tan rígida como matemáticas.

Bibliografía

- [1]. Asale, R. (s. f.). *arte* / *Diccionario de la lengua española*. «Diccionario de la lengua española» - Edición del Tricentenario. Recuperado 27 de mayo de 2021, de <https://dle.rae.es/arte>
- [2]. (2019, 13 octubre). *La matemática de la danza* | *Centro de Danza y Arte de Madrid*. Centro de Danza y Arte de Madrid |. <https://centrodedanzayartedemadrid.com/sin-categoria/la-matematica-de-la-danza/>
- [3]. Alcalde, I. (2009, septiembre). “*LA GEOMETRÍA CONVERTIDA EN ARTE EN LA ESO*”. CSIF. https://archivos.csif.es/archivos/andalucia/ensenanza/revistas/csicsif/revista/pdf/Numero_22/IRENE_ALCALDE_PINTENO.pdf
- [4]. *Anunciación (1344) Ambrogio Lorenzetti*. (s. f.). EPDLP. Recuperado 31 de mayo de 2021, de <https://www.epdlp.com/cuadro.php?id=6900>
- [5]. Archivell, E. (s. f.). *Museo de escultura al aire libre Madrid*. Pinterest. Recuperado 14 de junio de 2021, de <https://www.pinterest.es/crismanpe/museo-de-escultura-al-aire-libre-madrid/>
- [6]. *Arts Education in Secondary Schools: Effects and Effectiveness*. | *ArtsEdSearch*. (s. f.). ArtsEdSearch. Recuperado 31 de mayo de 2021, de <https://www.artsedsearch.org/study/arts-education-in-secondary-schools-effects-and-effectiveness/>
- [7]. Bertos, M. (s. f.). *Música y Matemáticas*. www.ugr.es. Recuperado 30 de mayo de 2021, de <https://www.ugr.es/~jmcontreras/thales/1/MesaRedondaPDF/BertosMesaRedonda.pdf>
- [8]. Brezovnik, A. (2015). *The Benefits of Fine Art Integration into Mathematics in Primary School*. CEPS Journal. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1128967.pdf>

- [9].bukku qui. (2015, 19 agosto). *¿Son arte los videojuegos?* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=MFU2_9dQm7A&t=190s&ab_channel=bukkuqui
- [10].(s. f.-a). *Tendencias tv Blog · Este es el blog de Tendencias tv | Yoga, Tendencias, Playa*. Pinterest. Recuperado 31 de mayo de 2021, de <https://www.pinterest.es/pin/53691420533986782/>
- [11].Cid, E. (2018, 9 abril). *El Partenón de Atenas | EgreCIA*. Blog de Viajes a Grecia. <https://www.egrecia.es/blog/el-partenon-de-atenas/>
- [12].colaboradores de Wikipedia. (2021a, mayo 15). *Arte*. Wikipedia, la enciclopedia libre. <https://es.wikipedia.org/wiki/Arte>
- [13].colaboradores de Wikipedia. (2021b, junio 7). *Hombre de Vitruvio*. Wikipedia, la enciclopedia libre. https://es.wikipedia.org/wiki/Hombre_de_Vitruvio#/media/Archivo:Vitruvian_Man_by_Leonardo_da_Vinci.jpg
- [14].D., M. (2021, 11 mayo). *Baile para resolver ecuaciones de primer grado* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=MgVoMG_U7zw&feature=youtu.be
- [15].Flores, N. (s. f.). *Aplicaciones de la matemática en la danza*. Prezi.Com. Recuperado 27 de mayo de 2021, de <https://prezi.com/qbhydng-ijos/aplicaciones-de-la-matematica-en-la-danza/>
- [16].*GeoGebra Clásico - GeoGebra*. (s. f.). GeoGebra. Recuperado 27 de mayo de 2021, de <https://www.geogebra.org/classic?lang=es>
- [17].Harland, J. (2000). *Arts Education in Secondary Schools*. National Foundation for Educational Research.
- [18].Harland, J., Kinder, K., Lord, P., Stott, A., Schagen, I., Haynes, J., Cusworth, L., White, R., & Paola, R. (2000). *Arts Education in Secondary Schools: Effects and Effectiveness*. National Foundation for Educational Research. <https://www.nfer.ac.uk/media/1681/eaj01.pdf>

- [19].Jough. (s. f.). *Mondrian, Piet Composición II en rojo, azul y amarillo. Neoplasticismo 1930. | Piet mondrian, Mondrian, Clases de historia del arte.* Pinterest. Recuperado 14 de junio de 2021, de <https://www.pinterest.es/pin/843721311411212367/>
- [20].Lopez, J. (2013). *La matemática tiene quien la baile.* IES Marchetti. https://iesmarchetti-tuc.infod.edu.ar/sitio/upload/danza_y_matematica-Lopez_J.pdf
- [21].M. (s. f.-b). *barcos de vela de Paul Klee Como impresión artística.* MeisterDrucke. Recuperado 7 de junio de 2021, de <https://www.meisterdrucke.es/impresion-art%C3%ADstica/Paul-Klee/680167/barcos-de-vela.html>
- [22].M. (s. f.-c). *Soft Hard (Soft Hard) 1927 de Wassily Kandinsky.* MeisterDrucke. Recuperado 7 de junio de 2021, de [https://www.meisterdrucke.es/impresion-art%C3%ADstica/Wassily-Kandinsky/39363/Soft-Hard-\(Soft-Hard\)-1927.html](https://www.meisterdrucke.es/impresion-art%C3%ADstica/Wassily-Kandinsky/39363/Soft-Hard-(Soft-Hard)-1927.html)
- [23].M. (2013, 27 octubre). *Ohio State Marching Band Hollywood Blockbusters Halftime Show 10 26 2013 OSU vs Penn State* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=7_ToAF46GPQ&feature=youtu.be
- [24].Madrid - Museo de Escultura al aire libre de La Castellana_14. (s. f.). [Fotografía]. Wikimedia. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Madrid_-_Museo_de_Escultura_al_aire_libre_de_La_Castellana_14.JPG
- [25].Movement, B. (2019, 21 septiembre). *Geometric Dance* [Vídeo]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=U26jnb3kd_Y&feature=youtu.be
- [26].Peralta, J. (s. f.). *Las matemáticas en el arte, la música y la literatura.* Documat universidad de la Rioja. Recuperado 27 de mayo de 2021, de <https://documat.unirioja.es/descarga/articulo/287556.pdf>
- [27].Pietro Perugino, «Entrega de las llaves a San Pedro». Fresco, 1482. (2016, 2 septiembre). Departamento de Educación. <https://educacion.ufm.edu/pietro-perugino-entrega-de-las-llaves-a-san-pedro-fresco-1482/>

- [28].Real Decreto 1105/2014, de 26 de Diciembre, por el que se establece para el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Boletín Oficial del Estado. 3 de Enero de 2015.
- [29].Richart, V. F. (s. f.). *11.numero de oro*. SlideShare. Recuperado 31 de mayo de 2021, de <https://es.slideshare.net/vfernandezrichart/11numero-de-oro>
- [30].Riley, S. (2020a, septiembre 25). *15 Ways to Integrate Art and Math in an Elementary Classroom*. The Institute for Arts Integration and STEAM. <https://artsintegration.com/2012/05/15/ways-to-integrate-art-and-math-in-an-elementary-classroom/>
- [31].Riley, S. (2020b, septiembre 25). *15 Ways to Integrate Art and Math in an Elementary Classroom*. The Institute for Arts Integration and STEAM. <https://artsintegration.com/2012/05/15/ways-to-integrate-art-and-math-in-an-elementary-classroom/>
- [32].Sardón, C. (2017, 7 diciembre). *Las formas matemáticas de la danza*. EL PAÍS. https://elpais.com/elpais/2017/11/27/ciencia/1511798957_277080.html
- [33].Team, I. (2019, 30 septiembre). *The Art of Math*. Ideation. <https://idi.thelearningexchange.ca/2019/02/the-art-of-math/>
- [34].ユーフラテス E. (2017, 30 mayo). *ballet rotoscope | バレエ・ロトスコープ*
[Vídeo]. YouTube.
<https://www.youtube.com/watch?v=yzJk6ww3LD0&feature=youtu.be>

Anexo 1: Contenidos “Clasifica el Arte abstracto”

Los contenidos de esta actividad están orientados a los niveles de 1º y 2º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas, además de los contenidos que se exponen a continuación:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
Planificación del proceso de resolución de problemas. Estrategias y procedimientos puestos en práctica: uso del lenguaje apropiado (gráfico, numérico, algebraico, etc.), reformulación del problema, resolver subproblemas, recuento exhaustivo, empezar por casos particulares sencillos, buscar regularidades y leyes, etc. Reflexión sobre los resultados: revisión de las operaciones utilizadas, asignación de unidades a los resultados, comprobación e	1. Expresar verbalmente, de forma razonada el proceso seguido en la resolución de un problema. 2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. 3. Describir y analizar situaciones de cambio, para encontrar patrones, regularidades y leyes matemáticas, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos,	1.1. Expresa verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema, con el rigor y la precisión adecuada. 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema). 2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. 2.3. Realiza estimaciones y elabora conjeturas sobre los resultados de los problemas a resolver, valorando su

<p>interpretación de las soluciones en el contexto de la situación, búsqueda de otras formas de resolución, etc. Planteamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos de la realidad y en contextos matemáticos. Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico. Utilización de medios tecnológicos en el proceso de aprendizaje para:</p> <p>a). la recogida ordenada y la organización de datos; b). la elaboración y creación de representaciones gráficas de datos numéricos, funcionales o estadísticos; c). facilitar la comprensión de propiedades geométricas o funcionales y la realización de cálculos de tipo numérico, algebraico o estadístico; d). el diseño de simulaciones y la elaboración de predicciones sobre situaciones matemáticas</p>	<p>valorando su utilidad para hacer predicciones. 4. Profundizar en problemas resueltos planteando pequeñas variaciones en los datos, otras preguntas, otros contextos, etc. 5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. 6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad. 7. Valorar la modelización matemática como un recurso para resolver problemas de la realidad cotidiana, evaluando la eficacia y limitaciones de los modelos utilizados o construidos. 8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático. 9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas. 10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para</p>	<p>utilidad y eficacia. 2.4. Utiliza estrategias heurísticas y procesos de razonamiento en la resolución de problemas, reflexionando sobre el proceso de resolución de problemas. 3.1. Identifica patrones, regularidades y leyes matemáticas en situaciones de cambio, en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos y probabilísticos. 3.2. Utiliza las leyes matemáticas encontradas para realizar simulaciones y predicciones sobre los resultados esperables, valorando su eficacia e idoneidad. 4.1. Profundiza en los problemas una vez resueltos: revisando el proceso de resolución y los pasos e ideas importantes, analizando la coherencia de la solución o buscando otras formas de resolución. 4.2. Se plantea nuevos problemas, a partir de uno resuelto: variando los datos, proponiendo nuevas preguntas, resolviendo otros problemas parecidos, planteando casos particulares o más generales de interés, estableciendo conexiones</p>
---	--	---

<p>diversas; e). la elaboración de informes y documentos sobre los procesos llevados a cabo y los resultados y conclusiones obtenidos; f). comunicar y compartir, en entornos apropiados, la información y las ideas matemáticas.</p>	<p>situaciones similares futuras. 11. Emplear las herramientas tecnológicas adecuadas, de forma autónoma, realizando cálculos numéricos, algebraicos o estadísticos, haciendo representaciones gráficas, recreando situaciones matemáticas mediante simulaciones o analizando con sentido crítico situaciones diversas que ayuden a la comprensión de conceptos matemáticos o a la resolución de problemas. 12. Utilizar las tecnologías de la información y la comunicación de modo habitual en el proceso de aprendizaje, buscando, analizando y seleccionando información relevante en Internet o en otras fuentes, elaborando documentos propios, haciendo exposiciones y argumentaciones de los mismos y compartiendo éstos en entornos apropiados para facilitar la interacción.</p>	<p>entre el problema y la realidad. 5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas, utilizando distintos lenguajes: algebraico, gráfico, geométrico y estadístico-probabilístico. 6.1. Identifica situaciones problemáticas de la realidad, susceptibles de contener problemas de interés. 6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático: identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios. 6.3. Usa, elabora o construye modelos matemáticos sencillos que permitan la resolución de un problema o problemas dentro del campo de las matemáticas. 6.4. Interpreta la solución matemática del problema en el contexto de la realidad. 6.5. Realiza simulaciones y predicciones, en el contexto real, para valorar la adecuación y las limitaciones de los modelos, proponiendo mejoras que aumenten su eficacia. 7.1. Reflexiona sobre el proceso y obtiene</p>
---	--	---

		<p>conclusiones sobre él y sus resultados. 8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada. 8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación. 8.3. Distingue entre problemas y ejercicios y adopta la actitud adecuada para cada caso. 8.4. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de problemas. 9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas, de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad. 10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas claves, aprendiendo para situaciones</p>
--	--	--

		futuras similares. 11.1. Selecciona herramientas tecnológicas adecuadas y las utiliza para la realización de cálculos numéricos, algebraicos o
--	--	---

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
Construcciones geométricas sencillas: mediatriz, bisectriz. Propiedades. Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones.	1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida cotidiana.	1.2. Define los elementos característicos de los triángulos, trazando los mismos y conociendo la propiedad común a cada uno de ellos, y los clasifica atendiendo tanto a sus lados como a sus ángulos. 1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.

Anexo 2: Ficha “Clasifica el arte abstracto”

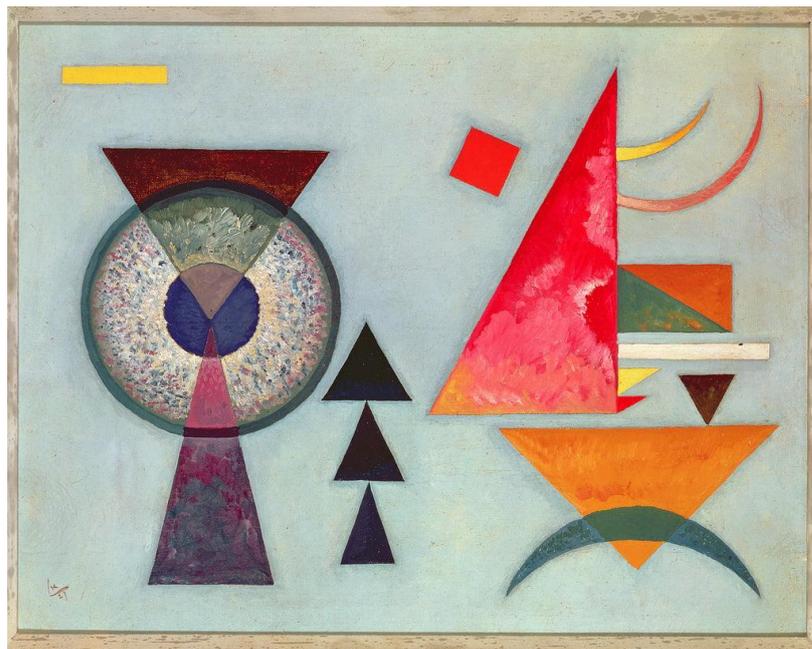
Nombre:

Fecha:

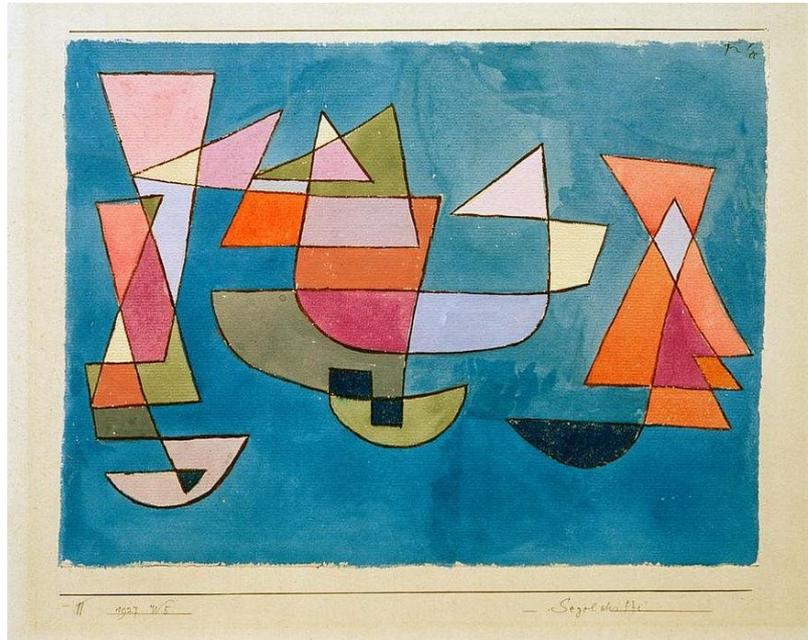
Clasifica el arte abstracto

1.-

- a. Clasifica razonadamente las figuras de tres lados que aparecen en la obra *Soft Hard* de Wassili Kandinski.



- b. Clasifica razonadamente los cuadriláteros presentes en el cuadro *barcos de vela* (*Segelschiffe*) de Paul Klee.



- c. Qué otras figuras planas aparecen en estas obras

2.- Con al menos cinco de las figuras que aparecen en las obras estudiadas en los

apartados anteriores, diseña una obra personal y propia en un DIN A5. Además incluye en tu obra dos mediatrices y dos bisectrices.

Anexo 3: Contenidos “Proporcionalidad con Mondrian”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados a los niveles de 1º y 2º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas, además de los contenidos que se exponen a continuación:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Números y álgebra		
Números negativos. Significado y utilización en contextos reales. Números enteros. Representación, ordenación en la recta numérica y operaciones. Operaciones con calculadora. Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones. Números decimales. Representación, ordenación y operaciones. Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones. Cuadrados perfectos. Raíces cuadradas. Estimación y	1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria 3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental. 4. Elegir la forma de cálculo	1.1. Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa. 3.1. Realiza operaciones combinadas entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones. 4.1. Desarrolla estrategias de

<p>obtención de raíces aproximadas. Jerarquía de las operaciones. Cálculos con porcentajes (mental, manual, calculadora). Aumentos y disminuciones porcentuales. Razón y proporción. Magnitudes directa e inversamente proporcionales. Constante de proporcionalidad. Resolución de problemas en los que intervenga la proporcionalidad directa o inversa o variaciones porcentuales. Repartos directa e inversamente proporcionales. Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos.</p>	<p>apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.</p> <p>5. Utilizar diferentes estrategias (empleo de tablas, obtención y uso de la constante de proporcionalidad, reducción a la unidad, etc.) para obtener elementos desconocidos en un problema a partir de otros conocidos en situaciones de la vida real en las que existan variaciones porcentuales y magnitudes directa o inversamente proporcionales.</p>	<p>cálculo mental para realizar cálculos exactos o aproximados valorando la precisión exigida en la operación o en el problema.</p> <p>4.2. Realiza cálculos con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales decidiendo la forma más adecuada (mental, escrita o con calculadora), coherente y precisa.</p> <p>5.1. Identifica y discrimina relaciones de proporcionalidad numérica (como el factor de conversión o cálculo de porcentajes) y las emplea para resolver problemas en situaciones cotidianas.</p> <p>5.2. Analiza situaciones sencillas y reconoce que intervienen magnitudes que no son directa ni inversamente proporcionales</p>
--	---	---

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
<p>Bloque 3. Geometría</p>		
<p>Figuras planas elementales: triángulo, cuadrado, figuras poligonales. Clasificación de triángulos y cuadriláteros. Propiedades y relaciones. Cálculo de áreas y perímetros de figuras planas. Cálculo de</p>	<p>1. Reconocer y describir figuras planas, sus elementos y propiedades características para clasificarlas, identificar situaciones, describir el contexto físico, y abordar problemas de la vida</p>	<p>1.3. Clasifica los cuadriláteros y paralelogramos atendiendo al paralelismo entre sus lados opuestos y conociendo sus propiedades referentes a ángulos, lados y diagonales.</p>

<p>áreas por descomposición en figuras simples.</p> <p>Circunferencia, círculo, arcos y sectores circulares.</p> <p>Triángulos rectángulos. El teorema de Pitágoras.</p> <p>Justificación geométrica y aplicaciones. Semejanza: figuras semejantes. Criterios de semejanza. Razón de semejanza y escala. Razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.</p>	<p>cotidiana. 2. Utilizar estrategias, herramientas tecnológicas y técnicas simples de la geometría analítica plana para la resolución de problemas de perímetros, áreas y ángulos de figuras planas, utilizando el lenguaje matemático adecuado expresar el procedimiento seguido en la resolución. 3. Reconocer el significado aritmético del Teorema de Pitágoras (cuadrados de números, ternas pitagóricas) y el significado geométrico (áreas de cuadrados construidos sobre los lados) y emplearlo para resolver problemas geométricos. 4. Analizar e identificar figuras semejantes, calculando la escala o razón de semejanza y la razón entre longitudes, áreas y volúmenes de cuerpos semejantes.</p>	<p>2.1. Resuelve problemas relacionados con distancias, perímetros, superficies y ángulos de figuras planas, en contextos de la vida real, utilizando las herramientas tecnológicas y las técnicas geométricas más apropiadas.</p> <p>2.2. Calcula la longitud de la circunferencia, el área del círculo, la longitud de un arco y el área de un sector circular, y las aplica para resolver problemas geométricos. 3.1. Comprende los significados aritmético y geométrico del Teorema de Pitágoras y los utiliza para la búsqueda de ternas pitagóricas o la comprobación del teorema construyendo otros polígonos sobre los lados del triángulo rectángulo. 3.2. Aplica el teorema de Pitágoras para calcular longitudes desconocidas en la resolución de triángulos y áreas de polígonos regulares, en contextos geométricos o en contextos reales 4.1. Reconoce figuras semejantes y calcula la razón de semejanza y la razón de superficies y volúmenes de figuras semejantes. 4.2. Utiliza la escala para resolver</p>
---	---	---

		problemas de la vida cotidiana sobre planos, mapas y otros contextos de semejanza
--	--	---

Anexo 4: Ficha “Proporcionalidad con Mondrian”

Proporcionalidad con Mondrian

En un estudio de creación de copias de cuadros tiene algunos problemillas. Representa con Goma Eva el cuadro de Mondrian conocido como *Composición II en rojo, azul y amarillo* en caso de necesitarlo y responde a las siguientes preguntas

1. ¿Qué porcentaje de color rojo hay en todo el cuadro? Expresa el resultado en fracción irreducible además de en porcentaje.
2. ¿De qué color hay menos color? ¿Qué porcentaje? Expresa el resultado en fracción irreducible además de en porcentaje
3. ¿Qué porcentaje de diferencia hay entre el color amarillo y el color rojo? Expresa el resultado en fracción irreducible además de en porcentaje.
4. Un estudio tiene que hacer 30 copias del cuadro de Mondrian *Composición de rojo, amarillo, azul y negro*, al hacer la decimotercera copia se quedan sin pintura. Sabiendo que para pintar una copia el total de litros de pintura que se necesitan son 5L, ¿cuántos litros de pintura roja se necesitan para pintar una copia? ¿Cuántos litros de pintura azul se necesitan para pintar los cuadros que faltan?
5. ¿Qué cuadriláteros aparecen en el cuadro? Razona tu respuesta.
6. ¿Qué área ocupa el cuadrado rojo en la copia que habéis creado? ¿Qué área ocupa el color blanco?
7. ¿Cuál sería la longitud de la mayor circunferencia que estuviese dentro del cuadrado rojo que habéis creado? ¿Y el área de dicho círculo?

8. Investiga acerca de las dimensiones del cuadro y averigua a que escala has representado el cuadro.
9. Calcula el área que ocuparía el rectángulo azul en la versión real.

Anexo 5: Contenidos “Movimientos con logos”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados a las enseñanzas académicas del nivel de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas además de los contenidos que se exponen a continuación:

Contenido	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. La esfera. Intersecciones de planos y esferas. Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. 5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.	4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario. 5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales. 5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.

Anexo 6: Contenidos “Pintar con inecuaciones”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados tanto a las enseñanzas académicas como a las enseñanzas aplicadas del nivel de 4º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas común a todas. Los contenidos que se exponen a continuación son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 4º de la ESO:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Números y álgebra		
Representación de números en la recta real. Intervalos. Logaritmos. Definición y propiedades. Manipulación de expresiones algebraicas. Utilización de igualdades notables. Introducción al estudio de polinomios. Raíces y factorización. Ecuaciones de grado superior a dos. Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones. Inecuaciones de primer y segundo grado. Interpretación gráfica.	2. Utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades, para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico. 3. Construir e interpretar expresiones algebraicas, utilizando con destreza el lenguaje algebraico, sus operaciones y propiedades. 4. Representar y analizar situaciones y relaciones matemáticas utilizando inecuaciones, ecuaciones y sistemas para resolver problemas matemáticos y de contextos reales.	2.2. Realiza estimaciones correctamente y juzga si los resultados obtenidos son razonables 2.6. Compara, ordena, clasifica y representa distintos tipos de números sobre la recta numérica utilizando diferentes escalas. 3.1. Se expresa de manera eficaz haciendo uso del lenguaje algebraico. 3.3. Realiza operaciones con polinomios, igualdades notables y fracciones algebraicas sencillas. 4.2. Formula algebraicamente las restricciones indicadas en una situación de la vida real, lo estudia y resuelve, mediante inecuaciones, ecuaciones o sistemas, e interpreta los resultados obtenidos.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
Aplicaciones informáticas de geometría dinámica que facilite la comprensión de conceptos y propiedades geométricas.	3. Conocer y utilizar los conceptos y procedimientos básicos de la geometría analítica plana para representar, describir y analizar formas y	3.1. Establece correspondencias analíticas entre las coordenadas de puntos y vectores. 3.2. Calcula la distancia entre dos puntos y el módulo de un

	configuraciones geométricas sencillas.	vector. 3.3. Conoce el significado de pendiente de una recta y diferentes formas de calcularla. 3.4. Calcula la ecuación de una recta de varias formas, en función de los datos conocidos. 3.5. Reconoce distintas expresiones de la ecuación de una recta y las utiliza en el estudio analítico de las condiciones de incidencia, paralelismo y perpendicularidad. 3.6. Utiliza recursos tecnológicos interactivos para crear figuras geométricas y observar sus propiedades y características.
--	--	--

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 4. Funciones		
Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Análisis de resultados.	<p>1. Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p> <p>2. Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales.</p>	<p>1.3. Identifica, estima o calcula parámetros característicos de funciones elementales.</p> <p>1.4. Expresa razonadamente conclusiones sobre un fenómeno a partir del comportamiento de una gráfica o de los valores de una tabla.</p> <p>1.5. Analiza el crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media calculada a partir de la expresión algebraica, una tabla de valores o de la propia gráfica.</p> <p>2.3. Describe las características más importantes que se extraen de una gráfica señalando los valores puntuales o intervalos de la variable que las determinan utilizando tanto lápiz y papel como medios tecnológicos.</p> <p>2.4. Relaciona distintas tablas de valores y sus gráficas</p>

		correspondientes.
--	--	-------------------

Y los que se exponen aquí son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Números y álgebra		
<p>Interpretación y utilización de los números reales y las operaciones en diferentes contextos, eligiendo la notación y precisión más adecuadas en cada caso. Utilización de la calculadora para realizar operaciones con cualquier tipo de expresión numérica. Cálculos aproximados. Intervalos. Significado y diferentes formas de expresión. Polinomios: raíces y factorización. Utilización de identidades notables. Resolución de ecuaciones y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.</p>	<p>1. Conocer y utilizar los distintos tipos de números y operaciones, junto con sus propiedades y aproximaciones, para resolver problemas relacionados con la vida diaria y otras materias del ámbito académico recogiendo, transformando e intercambiando información.</p> <p>2. Utilizar con destreza el lenguaje algebraico, sus operaciones y propiedades.</p> <p>3. Representar y analizar situaciones y estructuras matemáticas utilizando ecuaciones de distintos tipos para resolver problemas.</p>	<p>1.5. Compara, ordena, clasifica y representa los distintos tipos de números reales, intervalos y semirrectas, sobre la recta numérica.</p> <p>2.1. Se expresa de manera eficaz haciendo uso del lenguaje algebraico.</p> <p>3.1. Formula algebraicamente una situación de la vida real mediante ecuaciones de primer y segundo grado y sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas, las resuelve e interpreta el resultado obtenido.</p>

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 4. Funciones		
<p>Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Estudio de otros modelos funcionales y descripción de sus características, usando el lenguaje matemático apropiado.</p>	<p>1. Identificar relaciones cuantitativas en una situación, determinar el tipo de función que puede representarlas, y aproximar e interpretar la tasa de variación media a partir de una gráfica, de datos numéricos o mediante el estudio de los coeficientes de la expresión algebraica.</p>	<p>1.3. Identifica, estima o calcula elementos característicos de estas funciones (cortes con los ejes, intervalos de crecimiento y decrecimiento, máximos y mínimos, continuidad, simetrías y periodicidad).</p> <p>1.4. Expresa razonadamente conclusiones sobre un fenómeno, a partir del análisis de la gráfica que lo describe o de una tabla de valores.</p> <p>1.5. Analiza el crecimiento o decrecimiento de una función mediante la tasa de variación media, calculada a partir de la expresión algebraica, una</p>

	<p>2. Analizar información proporcionada a partir de tablas y gráficas que representen relaciones funcionales asociadas a situaciones reales, obteniendo información sobre su comportamiento, evolución y posibles resultados finales.</p>	<p>tabla de valores o de la propia gráfica. 2.2. Representa datos mediante tablas y gráficos utilizando ejes y unidades adecuadas. 2.3. Describe las características más importantes que se extraen de una gráfica, señalando los valores puntuales o intervalos de la variable que las determinan utilizando tanto lápiz y papel como medios informáticos. 2.4. Relaciona distintas tablas de valores y sus gráficas correspondientes en casos sencillos, justificando la decisión. 2.5. Utiliza con destreza elementos tecnológicos específicos para dibujar gráficas.</p>
--	--	--

Anexo 7: Contenidos “Arquitectos geométricos”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados las enseñanzas académicas del nivel de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas, además de los contenidos que se exponen a continuación:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Número y álgebra		
Potencias de base 10. Aplicación para la expresión de números muy pequeños. Operaciones con números expresados en notación científica. Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones. Jerarquía de operaciones. Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz. Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo.	1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana, y presentando los resultados con la precisión requerida.	1.4. Expresa números muy grandes y muy pequeños en notación científica, y opera con ellos, con y sin calculadora, y los utiliza en problemas contextualizados. 1.5. Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados. 1.6. Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos. 1.7. Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso

		<p>para determinar el procedimiento más adecuado.</p> <p>1.8. Expresa el resultado de un problema, utilizando la unidad de medida adecuada, en forma de número decimal, redondeándolo si es necesario con el margen de error o precisión requeridos, de acuerdo con la naturaleza de los datos</p> <p>1.9. Calcula el valor de expresiones numéricas de números enteros, decimales y fraccionarios mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente entero aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.</p> <p>1.10. Emplea números racionales para resolver problemas de la vida cotidiana y analiza la coherencia de la solución.</p>
--	--	--

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
<p>Aplicación a la resolución de problemas.</p> <p>Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros.</p> <p>La esfera. Intersecciones de</p>	<p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de</p>	<p>2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas</p>

<p>planos y esferas.</p>	<p>longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <p>3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p>	<p>adecuadas.</p> <p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p> <p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales. 5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados. 5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>
--------------------------	--	---

Anexo 8: Ficha “Arquitectos geométricos”

Arquitectos geométricos

1.- En un estudio de arquitectura les ha llegado un pedido rarísimo y como están hasta arriba te lo han encargado a ti. El misterioso cliente quiere una maqueta a escala 1:88 de una casa con aspecto de figura geométrica pero con dos condiciones, que el área que ocupe la planta de la casa en la realidad se aproxime lo máximo posible a $122,4 \text{ m}^2$ y el volumen a $489,3 \text{ m}^3$.

Recuerda: es una casa así que tiene que tener puerta, alguna ventana, decoración, etc.

2.- Tras hacer la maqueta, realiza una memoria calculando el perímetro, el área de las paredes y del techo y expón que esta cumple las condiciones de no ser por un error relativo minúsculo como se puede comprobar con el error absoluto, adjuntando los dos errores y el procedimiento para hallarlos.

Anexo 9: Contenidos “Ruta matemática”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados tanto a enseñanzas académicas como a enseñanzas aplicadas de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas común a ambas. Los contenidos que se exponen a continuación son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
Geometría del plano. Lugar geométrico. Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. La esfera. Intersecciones de planos y esferas.	1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas. 2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la	1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos. 1.2. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos. 2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas. 2.2. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados y establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos

	<p>resolución de problemas geométricos.</p> <p>3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo la escala.</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p>	<p>polígonos semejantes.</p> <p>2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p> <p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes y de superficies en situaciones de semejanza: planos, mapas, fotos aéreas, etc.</p> <p>5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales.</p> <p>5.2. Calcula áreas y volúmenes de poliedros, cilindros, conos y esferas, y los aplica para resolver problemas contextualizados.</p>
--	--	--

Y los que se exponen aquí son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
Mediatriz, bisectriz, ángulos y sus relaciones, perímetro y área. Propiedades. Teorema	1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras	1.1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la

<p>de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Geometría del espacio: áreas y volúmenes</p>	<p>planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.</p> <p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener medidas de longitudes, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <p>3. Calcular (ampliación o reducción) las dimensiones reales de figuras dadas en mapas o planos, conociendo</p>	<p>bisectriz de un ángulo.</p> <p>1.2. Utiliza las propiedades de la mediatriz y la bisectriz para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>1.3. Maneja las relaciones entre ángulos definidos por rectas que se cortan o por paralelas cortadas por una secante y resuelve problemas geométricos sencillos en los que intervienen ángulos.</p> <p>1.4. Calcula el perímetro de polígonos, la longitud de circunferencias, el área de polígonos y de figuras circulares, en problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.</p> <p>2.1. Divide un segmento en partes proporcionales a otros dados. Establece relaciones de proporcionalidad entre los elementos homólogos de dos polígonos semejantes.</p> <p>2.2. Reconoce triángulos semejantes, y en situaciones de semejanza utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes.</p> <p>3.1. Calcula dimensiones reales de medidas de longitudes en situaciones de semejanza: planos, mapas,</p>
---	---	---

	<p>la escala.</p> <p>4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza</p>	<p>fotos aéreas, etc.</p> <p>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</p>
--	--	--

Anexo 11: Contenidos “Museo geométrico”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados a las enseñanzas académicas del nivel de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas además de los contenidos que se exponen a continuación:

Contenido	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
Traslaciones, giros y simetrías en el plano. Geometría del espacio. Planos de simetría en los poliedros. La esfera. Intersecciones de planos y esferas. Uso de herramientas tecnológicas para estudiar formas, configuraciones y relaciones geométricas.	4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza. 5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.	4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte. 5.1. Identifica los principales poliedros y cuerpos de revolución, utilizando el lenguaje con propiedad para referirse a los elementos principales. 5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.

Anexo 12: Contenidos “Omblicos divinos”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados tanto a las enseñanzas académicas como a las enseñanzas aplicadas del nivel de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas común a todas. Los contenidos que se exponen a continuación son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º de la ESO:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Probabilidad y estadística		
Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. Gráficas estadísticas. Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades. Parámetros de dispersión. Diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.</p> <p>2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.</p> <p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.</p>	<p>1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.</p>

		<p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.</p>
--	--	---

Los contenidos que se exponen aquí son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas de 3º de la ESO:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Probabilidad y estadística		
<p>Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. Gráficas estadísticas. Parámetros de posición: media, moda, mediana y cuartiles. Cálculo, interpretación y propiedades. Parámetros de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación. Diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</p>	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.</p> <p>2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.</p> <p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad</p>	<p>1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística en los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para</p>

		organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión. 3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística que haya analizado
--	--	--

Los contenidos que se exponen aquí son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas de 4º de la ESO:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Probabilidad y estadística		
Utilización del vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar y la estadística. Identificación de las fases y tareas de un estudio estadístico. Gráficas estadísticas: Distintos tipos de gráficas. Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Detección de falacias. Medidas de centralización y dispersión: interpretación, análisis y utilización. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión. Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación	1. Resolver diferentes situaciones y problemas de la vida cotidiana aplicando los conceptos del cálculo de probabilidades y técnicas de recuento adecuadas. 4. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales y bidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador), y valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.	1.4. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones. 1.5. Utiliza un vocabulario adecuado para describir y cuantificar situaciones relacionadas con el azar. 1.6. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno. 4.1. Interpreta críticamente datos de tablas y gráficos estadísticos. 4.2. Representa datos mediante tablas y gráficos estadísticos utilizando los medios tecnológicos más adecuados. 4.3. Calcula e interpreta los parámetros estadísticos de una distribución de datos utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora u ordenador). 4.4. Selecciona una muestra aleatoria y valora la representatividad de la misma en muestras muy pequeñas. 4.5. Representa diagramas de dispersión e interpreta la relación existente entre las variables.

Y los que se exponen aquí son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas de 4º de la ESO:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Probabilidad y estadística		
<p>Análisis crítico de tablas y gráficas estadísticas en los medios de comunicación. Interpretación, análisis y utilidad de las medidas de centralización y dispersión. Comparación de distribuciones mediante el uso conjunto de medidas de posición y dispersión. Construcción e interpretación de diagramas de dispersión. Introducción a la correlación. Azar y probabilidad. Frecuencia de un suceso aleatorio.</p>	<p>1. Utilizar el vocabulario adecuado para la descripción de situaciones relacionadas con el azar y la estadística, analizando e interpretando informaciones que aparecen en los medios de comunicación.</p> <p>2. Elaborar e interpretar tablas y gráficos estadísticos, así como los parámetros estadísticos más usuales, en distribuciones unidimensionales, utilizando los medios más adecuados (lápiz y papel, calculadora, hoja de cálculo), valorando cualitativamente la representatividad de las muestras utilizadas.</p>	<p>1.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir situaciones relacionadas con el azar y la estadística. 1.2. Formula y comprueba conjeturas sobre los resultados de experimentos aleatorios y simulaciones. 1.3. Emplea el vocabulario adecuado para interpretar y comentar tablas de datos, gráficos estadísticos y parámetros estadísticos. 1.4. Interpreta un estudio estadístico a partir de situaciones concretas cercanas al alumno.</p> <p>2.1. Discrimina si los datos recogidos en un estudio estadístico corresponden a una variable discreta o continua. 2.2. Elaboraba tablas de frecuencias a partir de los datos de un estudio estadístico, con variables discretas y continuas. 2.3. Calcula los parámetros estadísticos (media aritmética, recorrido, desviación típica, cuartiles,...), en variables discretas y continuas, con la ayuda de la calculadora o de una hoja de cálculo. 2.4. Representa gráficamente datos estadísticos recogidos en tablas de frecuencias, mediante diagramas de barras e histogramas.</p>

Anexo 13: Contenidos “Guitarra matemática”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados a las enseñanzas académicas del nivel de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas además de los contenidos que se exponen a continuación:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Números y álgebra		
<p>Números primos y compuestos. Descomposición de un número en factores primos. Múltiplos y divisores comunes a varios números. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos o más números naturales. Números negativos. Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones. Números decimales. Representación, ordenación y operaciones. Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones. Potencias de números enteros y fraccionarios con exponente natural. Operaciones. Cuadrados perfectos. Jerarquía de las operaciones. Elaboración y utilización de estrategias para el cálculo mental, para el cálculo aproximado y para el cálculo con calculadora u otros medios tecnológicos. Iniciación al lenguaje algebraico. Valor numérico de una expresión algebraica. Operaciones con expresiones algebraicas sencillas. Transformación y equivalencias.</p>	<p>1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.</p> <p>2. Conocer y utilizar propiedades y nuevos significados de los números en contextos de paridad, divisibilidad y operaciones elementales, mejorando así la comprensión del concepto y de los tipos de números.</p>	<p>1.1. Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa.</p> <p>1.2. Calcula el valor de expresiones numéricas de distintos tipos de números mediante las operaciones elementales y las potencias de exponente natural aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones.</p> <p>2.1. Reconoce nuevos significados y propiedades de los números en contextos de resolución de problemas sobre paridad, divisibilidad y operaciones elementales.</p> <p>2.2. Aplica los criterios de divisibilidad por 2, 3, 5, 9 y 11 para descomponer en factores primos números naturales y los emplea en ejercicios, actividades y problemas contextualizados.</p> <p>2.3. Identifica y calcula el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de dos o más números naturales mediante el algoritmo adecuado y lo aplica problemas contextualizados</p> <p>2.4. Realiza cálculos en los que intervienen potencias de exponente natural y aplica las</p>

	<p>3. Desarrollar, en casos sencillos, la competencia en el uso de operaciones combinadas como síntesis de la secuencia de operaciones aritméticas, aplicando correctamente la jerarquía de las operaciones o estrategias de cálculo mental.</p> <p>4. Elegir la forma de cálculo apropiada (mental, escrita o con calculadora), usando diferentes estrategias que permitan simplificar las operaciones con números enteros, fracciones, decimales y porcentajes y estimando la coherencia y precisión de los resultados obtenidos.</p>	<p>reglas básicas de las operaciones con potencias. 2.7. Realiza operaciones de conversión entre números decimales y fraccionarios, halla fracciones equivalentes y simplifica fracciones, para aplicarlo en la resolución de problemas. 3.1. Realiza operaciones combinadas entre números enteros, decimales y fraccionarios, con eficacia, bien mediante el cálculo mental, algoritmos de lápiz y papel, calculadora o medios tecnológicos utilizando la notación más adecuada y respetando la jerarquía de las operaciones. 4.2. Realiza cálculos con números naturales, enteros, fraccionarios y decimales decidiendo la forma más adecuada (mental, escrita o con calculadora), coherente y precisa. 6.3. Utiliza las identidades algebraicas notables y las propiedades de las operaciones para transformar expresiones algebraicas.</p>
--	---	--

Anexo 14: Ficha 1 “Guitarra matemática”

El aclamado Wolfgang Amadeus Mozart os ha regalado una guitarra de una sola cuerda (un cordófono), y aunque no os ha señalado las notas directamente, dice poseer unos cuantos problemas para poder afinar la extraña guitarra. (Recordad que el Do más grave se encuentra al lado del alma y el Do más agudo se encuentra a la mitad de camino entre el alma y el puente.)

Re.- Al dividir la cuerda comprendida entre los dos Do y situándola lo más cerca del alma posible hallarás segunda nota de la escala. La fracción de cuerda es, sorprendentemente, la misma que la parte de herencia que le tocó al morir su padre. Si tenía 2 hermanos que recibieron $1/40$ cada uno y una hermana recibió $5/80$; ¿Qué fracción recibió él? Sitúala en tu guitarra

Fa.- Al dividir la cuerda comprendida entre los dos Do y situándola lo más cerca del alma posible hallarás cuarta nota de la escala. Esta fracción de cuerda no es ni más ni menos que la proporción de rulos rubios respecto del total que llevaba Wolfgang los miércoles. Sabiendo que siempre lleva 2 rulos rubios, empezaba la semana con 1 castaño y que de un día para otro multiplicaba por dos la cantidad de rulos castaños que tenía el día anterior. ¿Cuánto es esta fracción de rulos rubio respecto del total de rulos que lleva Wolfgang los miércoles? Sitúala en tu guitarra.

Sol.- Al dividir la cuerda comprendida entre los dos Do hallarás quinta nota de la escala. Esta fracción de cuerda coincide con lo que quedo de tarta en el último cumpleaños de Wolfgang. Sabiendo que su padre se comió $1/4$, su madre $1/6$, su hermana $1/18$ y él la mitad que su hermana porque no le gusta la tarta, ¿cuánto es esta fracción? Sitúala en tu guitarra.

La.- Al dividir la cuerda comprendida entre los dos Do hallarás sexta nota de la escala situándola lo más cerca del puente posible. Esta fracción de cuerda es la mitad de la mitad de la cantidad de operas si se reparten entre sus hijos y 2 de sus amigos. Sabiendo que Wolfgang compuso 22 operas y tuvo 6 hijos, ¿qué fracción es? Sitúala en tu guitarra.

Anexo 15: Ficha 2 “Guitarra matemática”

La posición de las últimas notas requiere de trabajo de todos los componentes del grupo, ya que Wolfgang ha dejado estas expresiones tan raras como pista. Calculad la posición de las notas que faltan.

$$Si = \frac{(1+La)^2}{(1+Sol)} - 1$$

$$Mi = \frac{(Fa^2)^2}{(Re)} - 1$$

Anexo 16: Ficha 3 “Guitarra matemática”

Nombre:

Fecha:

Guitarra matemática

- 1.- Ordena las fracciones de tu guitarra matemática de mayor a menor.
- 2.- ¿Qué nota de las que has hallado la fracción es más grave? ¿Y cuál es más aguda?
¿En cuál vibra más cantidad de cuerda?
- 3.- Ordena las notas musicales de tu guitarra de más grave a más aguda. Ordena las notas musicales de más cantidad de cuerda que vibra a menos.
- 4.- ¿Cuánto suman las fracciones de todas las notas que has hallado?

Extra: Investiga sobre los sistemas de afinación y la relación de las matemáticas y la música.

Anexo 17: Contenidos “Notas musicales recurrentes”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados tanto a las enseñanzas académicas como a las enseñanzas aplicadas del nivel de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas común a todas. Los contenidos que se exponen a continuación son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas de 3º de la ESO:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Probabilidad y estadística		
Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. Gráficas estadísticas. Parámetros de posición. Cálculo, interpretación y propiedades. Parámetros de dispersión. Diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.</p> <p>2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.</p> <p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad.</p>	<p>1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición (media, moda, mediana y cuartiles) de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión (rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación) de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística de los medios de comunicación.</p>

		<p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística analizada.</p>
--	--	---

Y los que se exponen aquí son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Probabilidad y estadística		
<p>Fases y tareas de un estudio estadístico. Población, muestra. Variables estadísticas: cualitativas, discretas y continuas. Métodos de selección de una muestra estadística. Representatividad de una muestra. Frecuencias absolutas, relativas y acumuladas. Agrupación de datos en intervalos. Gráficas estadísticas. Parámetros de posición: media, moda, mediana y cuartiles. Cálculo, interpretación y propiedades. Parámetros de dispersión: rango, recorrido intercuartílico y desviación típica. Cálculo e interpretación. Diagrama de caja y bigotes. Interpretación conjunta de la media y la desviación típica.</p>	<p>1. Elaborar informaciones estadísticas para describir un conjunto de datos mediante tablas y gráficas adecuadas a la situación analizada, justificando si las conclusiones son representativas para la población estudiada.</p> <p>2. Calcular e interpretar los parámetros de posición y de dispersión de una variable estadística para resumir los datos y comparar distribuciones estadísticas.</p> <p>3. Analizar e interpretar la información estadística que aparece en los medios de comunicación, valorando su representatividad y fiabilidad</p>	<p>1.4. Elabora tablas de frecuencias, relaciona los distintos tipos de frecuencias y obtiene información de la tabla elaborada.</p> <p>1.5. Construye, con la ayuda de herramientas tecnológicas si fuese necesario, gráficos estadísticos adecuados a distintas situaciones relacionadas con variables asociadas a problemas sociales, económicos y de la vida cotidiana.</p> <p>2.1. Calcula e interpreta las medidas de posición de una variable estadística para proporcionar un resumen de los datos.</p> <p>2.2. Calcula los parámetros de dispersión de una variable estadística (con calculadora y con hoja de cálculo) para comparar la representatividad de la media y describir los datos.</p> <p>3.1. Utiliza un vocabulario adecuado para describir, analizar e interpretar información estadística en los medios de comunicación.</p> <p>3.2. Emplea la calculadora y medios tecnológicos para</p>

		<p>organizar los datos, generar gráficos estadísticos y calcular parámetros de tendencia central y dispersión.</p> <p>3.3. Emplea medios tecnológicos para comunicar información resumida y relevante sobre una variable estadística que haya analizado</p>
--	--	---

Anexo 18: Ficha “Notas musicales recurrentes”

Notas musicales recurrentes

1.- Elige con tu grupo dos canciones. Busca partituras de nivel básico en internet para vuestras elecciones.

2.- Escuchad las canciones y estudiadlas de forma general, sus patrones y repeticiones.

3.- Calcular la proporción de cada nota musical. Es decir, cuenta las veces que aparece cada nota y rellena esta tabla.

Canción 1:

	Nº de veces que aparece	Proporción con la que aparece
Do		
Re		
Mi		
Fa		
Sol		
La		
Si		
Todas las notas		

Canción 2:

	Nº de veces que aparece	Proporción con la que aparece
Do		
Re		
Mi		
Fa		
Sol		
La		
Si		
Todas las notas		

4.- Realizad una representación gráfica de los datos y calculad frecuencias de interés, media, mediana, etc.

5.- Comparad los resultados de ambas canciones.

6.- ¿Tienen valores parecidos o muy distintos?

7.- ¿Qué nota se escucha más en cada canción?

Anexo 19: Contenidos “Arte no convencional por estadística”

Los contenidos de esta actividad están orientados a los niveles de 1º y 2º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas, además de los contenidos que se exponen a continuación:

Contenido	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluable
Bloque 2. Números y álgebra		
Fracciones en entornos cotidianos. Fracciones equivalentes. Comparación de fracciones. Representación, ordenación y operaciones. Números decimales. Representación, ordenación y operaciones. Relación entre fracciones y decimales. Conversión y operaciones.	1. Utilizar números naturales, enteros, fraccionarios, decimales y porcentajes sencillos, sus operaciones y propiedades para recoger, transformar e intercambiar información y resolver problemas relacionados con la vida diaria.	1.1. Identifica los distintos tipos de números (naturales, enteros, fraccionarios y decimales) y los utiliza para representar, ordenar e interpretar adecuadamente la información cuantitativa. Realiza operaciones de redondeo y truncamiento de números decimales conociendo el grado de aproximación y lo aplica a casos concretos. 2.7. Realiza operaciones de conversión entre números decimales y fraccionarios, halla fracciones equivalentes y simplifica fracciones, para aplicarlo en la resolución de problemas.

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 5. Estadística y probabilidad		
<p>Población e individuo. Muestra. Variables estadísticas. Variables cualitativas y cuantitativas. Organización en tablas de datos recogidos en una experiencia. Diagramas de barras, y de sectores. Formulación de conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseño de experiencias para su comprobación. Cálculo de probabilidades mediante la regla de Laplace en experimentos sencillos.</p>	<p>1. Formular preguntas adecuadas para conocer las características de interés de una población y recoger, organizar y presentar datos relevantes para responderlas, utilizando los métodos estadísticos apropiados y las herramientas adecuadas, organizando los datos en tablas y construyendo gráficas, calculando los parámetros relevantes y obteniendo conclusiones razonables a partir de los resultados obtenidos. Diferenciar los fenómenos deterministas de los aleatorios, valorando la posibilidad que ofrecen las matemáticas para analizar y hacer predicciones razonables acerca del comportamiento de los aleatorios a partir de las regularidades obtenidas al repetir un número significativo de veces la experiencia aleatoria, o el cálculo de su probabilidad. 4. Inducir la noción de probabilidad a partir del concepto de frecuencia relativa y como medida de incertidumbre asociada a los fenómenos aleatorios, sea o no posible la experimentación.</p>	<p>1.1. Define población, muestra e individuo desde el punto de vista de la estadística, y los aplica a casos concretos. 1.2. Reconoce y propone ejemplos de distintos tipos de variables estadísticas, tanto cualitativas como cuantitativas. 1.3. Organiza datos, obtenidos de una población, de variables cualitativas o cuantitativas en tablas, calcula sus frecuencias absolutas y relativas, y los representa gráficamente. 3.3 Realiza predicciones sobre un fenómeno aleatorio a partir del cálculo exacto de su probabilidad o la aproximación de la misma mediante la experimentación. 4.1. Describe experimentos aleatorios sencillos y enumera todos los resultados posibles, apoyándose en tablas, recuentos o diagramas en árbol sencillos. Calcula la probabilidad de sucesos asociados a experimentos sencillos mediante la regla de Laplace, y la expresa en forma de fracción y como porcentaje.</p>

Anexo 20: Contenidos “La misteriosa proporción”

Los contenidos matemáticos de esta actividad están orientados tanto a las enseñanzas académicas como a las enseñanzas aplicadas del nivel de 3º de la ESO e incluyen el *Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes* en matemáticas común a ambas. Los contenidos que se exponen a continuación son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Número y álgebra		
Raíces cuadradas. Raíces no exactas. Expresión decimal. Expresiones radicales: transformación y operaciones. Jerarquía de operaciones. Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y periódicos. Fracción generatriz. Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Cifras significativas. Error absoluto y relativo. Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes Progresiones aritméticas y geométricas. Ecuaciones de segundo grado con una incógnita. Resolución (método algebraico y gráfico).	1. Utilizar las propiedades de los números racionales para operarlos, utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para resolver problemas de la vida cotidiana, y presentando los resultados con la precisión requerida. 2. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas, observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos.	1.5. Factoriza expresiones numéricas sencillas que contengan raíces, opera con ellas simplificando los resultados. 1.6. Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas contextualizados, justificando sus procedimientos. 1.7. Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado 2.1. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores. 2.2. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios. 2.3. Identifica progresiones aritméticas y geométricas, expresa su término general, calcula la suma de los “n”

		<p>primeros términos, y las emplea para resolver problemas.</p> <p>2.4. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.</p>
--	--	---

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
<p>Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano</p>	<p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <p>4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</p> <p>5. Identificar centros, ejes y planos de simetría de figuras planas y poliedros.</p>	<p>2.3. Reconoce triángulos semejantes y, en situaciones de semejanza, utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes en contextos diversos.</p> <p>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</p> <p>4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</p> <p>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, en el arte y construcciones humanas.</p>

Y los que se exponen aquí son los referentes a matemáticas orientadas a las enseñanzas aplicadas:

Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 2. Números y álgebra		
<p>Números decimales y racionales. Transformación de fracciones en decimales y viceversa. Números decimales exactos y</p>	<p>1. Utilizar las propiedades de los números racionales y decimales para operarlos utilizando la forma de cálculo y notación adecuada, para</p>	<p>1.4. Distingue y emplea técnicas adecuadas para realizar aproximaciones por defecto y por exceso de un número en problemas</p>

<p>periódicos. Operaciones con fracciones y decimales. Cálculo aproximado y redondeo. Error cometido. Investigación de regularidades, relaciones y propiedades que aparecen en conjuntos de números. Expresión usando lenguaje algebraico. Sucesiones numéricas. Sucesiones recurrentes. Progresiones aritméticas y geométricas.</p>	<p>resolver problemas, y presentando los resultados con la precisión requerida. 2. Obtener y manipular expresiones simbólicas que describan sucesiones numéricas observando regularidades en casos sencillos que incluyan patrones recursivos.</p>	<p>contextualizados y justifica sus procedimientos. 1.5. Aplica adecuadamente técnicas de truncamiento y redondeo en problemas contextualizados, reconociendo los errores de aproximación en cada caso para determinar el procedimiento más adecuado. Calcula términos de una sucesión numérica recurrente usando la ley de formación a partir de términos anteriores. 2.2. Obtiene una ley de formación o fórmula para el término general de una sucesión sencilla de números enteros o fraccionarios. 2.3. Valora e identifica la presencia recurrente de las sucesiones en la naturaleza y resuelve problemas asociados a las mismas.</p>
--	--	--

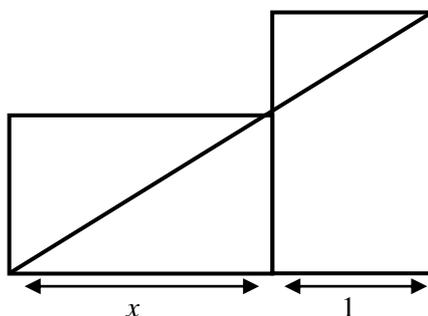
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 3. Geometría		
<p>Teorema de Tales. División de un segmento en partes proporcionales. Aplicación a la resolución de problemas. Traslaciones, giros y simetrías en el plano.</p>	<p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y para obtener medidas de longitudes, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos. 4. Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimiento en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</p>	<p>2.2. Reconoce triángulos semejantes, y en situaciones de semejanza utiliza el teorema de Tales para el cálculo indirecto de longitudes. 4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</p>

Anexo 21: Ficha 1 “La misteriosa proporción”

La misteriosa proporción

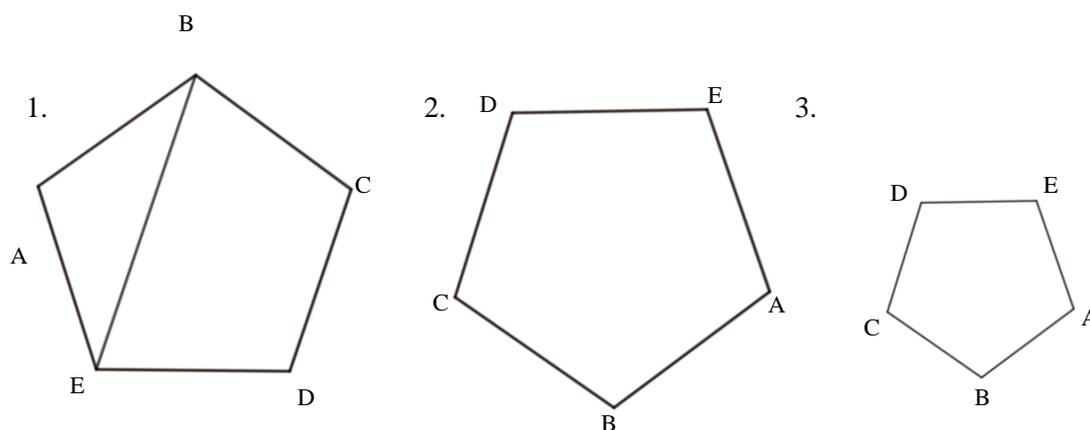
Resuelve las siguientes cuestiones en tu cuaderno:

1.- Teniendo en cuenta que los dos rectángulos son iguales, resuelve el siguiente problema geométrico mediante semejanza de triángulos o el teorema de Thales?



2.- a) ¿Cuántos ejes de simetría tiene un pentágono regular como los que se muestran debajo?

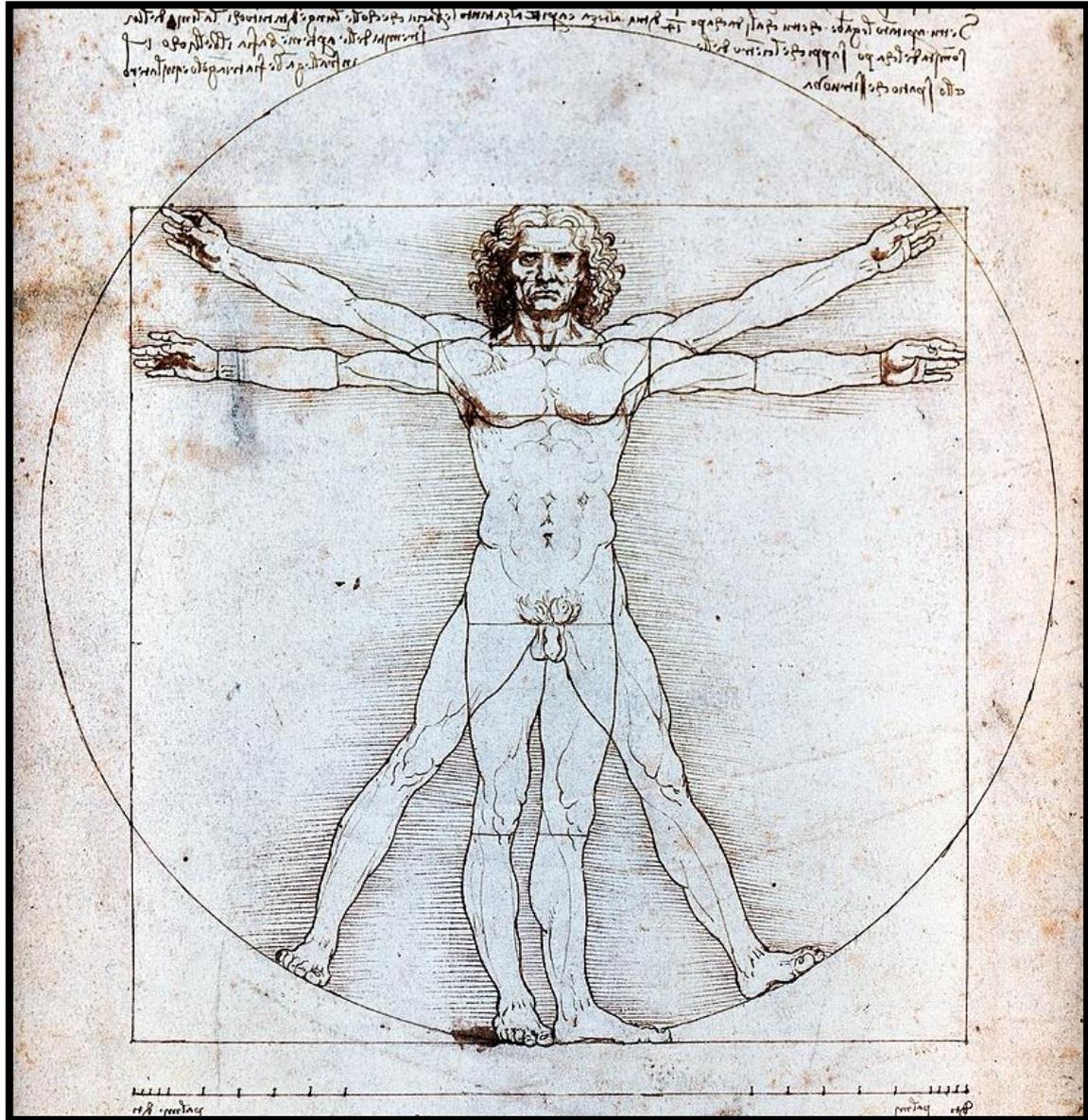
b) ¿Qué movimientos (giros, traslaciones, simetrías, etc.) se deben hacer para pasar del pentágono 1 al 2? ¿Del 2 al 3? ¿Y del 1 al 3?



c) Halla la proporción entre una diagonal y un lado de cada uno de estos tres pentágonos, y pinta todas las diagonales en uno de ellos. (Observa que el primero ya tiene una diagonal pintada)

3.- Halla la proporción que se obtiene al dividir tu altura entre la altura de tu ombligo.

4.- A continuación se expone el *Hombre de Vitruvio* de Leonardo Da Vinci, responde las siguientes preguntas relacionadas con esta obra.



a) Halla la proporción que se obtiene al dividir la altura del hombre representado en el *Hombre de Vitruvio* entre la altura de su ombligo.

b) ¿Puedes superponer un pentágono sobre *El hombre de Vitruvio*? Si puedes, dibújalo encima.

c) Encuentra y anota tres formas de llegar a esa proporción tomando medidas del hombre representado en el *Hombre de Vitruvio*.

Anexo 22: Ficha 2 “La misteriosa proporción”

Nombre:

Fecha:

La no tan misteriosa proporción

1.- a) Completa la siguiente tabla:

n	a_n	a_{n+1}	a_n / a_{n+1}	a_{n+1} / a_n
1	1	1	1	1
2	1	2	0,5	0,5
3	2	3	0,666...	1,5
4	3		0,6	
5	5			
6				
7				
8				
k				

b) ¿Qué nombre recibe esta sucesión?

c) ¿Dónde la podemos encontrar?

2.- Lee el siguiente poema y averigua a que se refiere su autor Rafael Alberti.

A ti, maravillosa disciplina,
Media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acata la clausura
viva en la malla de tu ley divina.
A ti, cárcel feliz de la retina,
áurea sección, celeste cuadratura.
Misteriosa fontana de medida
Que el Universo armónico origina.
A ti, mar de los sueños angulares,
Flor de las cinco formas regulares,
Dodecaedro azul, arco sonoro.
Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente
A ti, divina proporción de oro.

2.- Escoge alguna de las metáforas e investiga. Continúa el poema con tres versos más.

3.- ¿Qué nombres recibe esta proporción? ¿Qué propiedades interesantes posee?
¿Dónde la podemos encontrar?

