

ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD PARA UN MODELO DE SIMULACIÓN DE CRECIMIENTO URBANO. PROPUESTA METODOLÓGICA EXPLÍCITAMENTE ESPACIAL

W. PLATA ROCHA¹, M. GÓMEZ DELGADO², J. BOSQUE SENDRA², J. M. AGUILAR VILLEGAS¹

¹Facultad de Ciencias de la Tierra y el Espacio, Universidad Autónoma de Sinaloa
Av. de Las Américas y Blvd. Universitarios. CP. 80 000. Culiacán, Sinaloa, México.

wenses@uas.edu.mx

a_villegas@uas.edu.mx

²Departamento de Geografía y Geología. Universidad de Alcalá.
C/ Colegios, 2, 28801 Alcalá de Henares, Madrid (SPAIN)

montserrat.gomez@uah.es

joaquin.bosque@uah.es

RESUMEN

El Análisis de Sensibilidad (AS) es fundamental para dar robustez y credibilidad a cualquier modelo. En este trabajo se presenta una propuesta de AS espacial utilizando las herramientas disponibles en un Sistema de Información Geográfica (SIG) y aplicado en la simulación del crecimiento urbano futuro (residencial, comercial e industrial) en la Comunidad de Madrid (España), basado en técnicas de Evaluación Multicriterio (EMC) y el método *One Factor at a Time* (OAT). Dicho trabajo es implementado mediante la variación en un $\pm 25\%$ del valor de aptitud, a nivel de píxel, de los 16 factores y pesos utilizados en el modelo. Para verificar su robustez se aplicaron tres técnicas, las cuales arrojaron los factores más influyentes y las parcelas más estables y robustas, sobre las que se podría actuar, realizando, eso sí, un análisis detallado de las mismas para planificar adecuadamente unas zonas que parecen estar abocadas a ser urbanizadas.

Palabras clave: Análisis de sensibilidad; simulación espacial de crecimiento urbano; SIG; EMC; Comunidad de Madrid.

SENSITIVITY ANALYSIS TO A SIMULATION MODEL OF URBAN GROWTH. AN EXPLICITLY SPATIAL METHODOLOGICAL PROPOSAL

ABSTRACT

The Sensitivity Analysis (SA) is fundamental to give robustness and credibility in any model. In this paper is presented a proposal of spatial SA using the tools available in a Geographic Information System (GIS) and applied in the simulation of the future urban growth (residential, commercial and industrial) in the community of Madrid (Spain), based on Multi-Criteria Evaluation

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, nº13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

(MCE) techniques and the One Factor at a Time (OAT) method. This research is implemented through the variation in a $\pm 25\%$ of the aptitude value, at pixel level, to the 16 factors and weight used in the model. To verify its robustness, were applied three techniques, which threw the most influents factors and the more stables and robust plots, on which it could act, performing, a detailed analysis thereof for planning adequately some zones that seems doomed to be urbanized.

Keys Words: Sensitivity analysis, spatial simulation of urban growth, GIS, EMC, Madrid Community

1. Introducción

El diseño y puesta en marcha de propuestas de planificación del territorio tiende a realizarse desde hace ya unos años dentro de un marco más participativo, integrando para ello a los distintos agentes implicados en el proceso, con miras a construir modelos territoriales consensuados y sostenibles a mediano o largo plazo. Por otro lado, para la elaboración de estas propuestas es cada vez más frecuente el uso de nuevas metodologías que permiten simular espacialmente una serie de posibles alternativas territoriales de futuro, útiles para tomar decisiones de planificación más informadas. Con dichas metodologías es posible combinar, en un contexto espacial, diferentes criterios económicos, sociales, ambientales, territoriales, etc., ponderados según el nivel de importancia que asignen los grupos de expertos, tomadores de decisiones, agentes sociales, etc.

Una de las metodologías ampliamente utilizadas para la simulación de diferentes procesos de planificación son las basadas en técnicas de Evaluación Multicriterio (EMC), las cuales se emplean en un entorno normativo, es decir, se utilizan para modelar situaciones deseables u óptimas, utilizando una serie de factores ponderados según el planteamiento conceptual del modelo desarrollado y el objetivo que se desea alcanzar.

Para la simulación de este tipo de modelos se parte de un año base y, considerando una serie de criterios ponderados según su nivel de importancia y una regla de decisión, se realiza la simulación hacia un horizonte futuro. En este sentido, el resultado de estas simulaciones de futuro debe ser tratado con mucha cautela, ya que no es posible determinar, por métodos cuantitativos o espaciales tradicionales, el grado de confiabilidad de los resultados obtenidos debido a que se desconoce el uso futuro de nuestro territorio (Barredo Cano y Gómez Delgado, 2008).

Una alternativa para valorar el grado de confiabilidad en modelos de simulación espaciales es el Análisis de Sensibilidad (AS), principalmente, porque con éste se puede determinar, en cierta medida, el grado en que los resultados son afectados por pequeños cambios en los parámetros del modelo. Es decir, éste se basa en investigar si pequeñas variaciones en los parámetros de los modelos influyen significativamente en el resultado del mismo. Además, puede ayudar a simplificar la dimensión de los modelos, reducir la demanda computacional y optimizar los recursos (Saltelli *et al.*, 2000; Gómez Delgado y Barredo Cano, 2005; Saltelli *et al.*, 2008).

El AS se ha venido aplicando en modelos espaciales a través de dos vías. Una, utilizando métodos numéricos o estadísticos (regresiones, ANOVA, varianza, etc.) y, otra, implícitamente en Sistemas de Información Geográfica (SIG).

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Los primeros se fundamentan, básicamente, en la definición de una función de densidad de probabilidad (*Probability Density Function*-PDF) para cada variable de entrada del modelo, de la cual se extrae una muestra y se ejecuta el modelo un número significativo de veces, por lo general, aplicando una simulación de Monte Carlo (Saltelli *et al.*, 2000). Sin embargo, este procedimiento se hace computacionalmente más difícil, o intratable, cuando se consideran como insumos de entrada variables espaciales o temporales (Lilburne y Tarantola, 2009).

Aun así, estos métodos han sido utilizados de forma más o menos satisfactoria para la simulación de modelos hidrológicos y ambientales (Crosetto *et al.*, 2000; Crosetto y Tarantola, 2001; Wagener y Kollat, 2007; Tang *et al.*, 2007); simulación de parámetros de suelo y agricultura, y contaminación de mantos acuíferos (Lilburne y Tarantola, 2009; Varella *et al.*, 2010); en la localización óptima de depósitos de residuos peligrosos (Gómez Delgado y Tarantola, 2006). No obstante, su aplicación es limitada, pues en estos estudios no se contempla la variabilidad espacial de las variables y parámetros implicados en el modelo.

Por otro lado, el AS se ha venido aplicando, hasta cierto punto, sobre los resultados de estudios basados en la aplicación conjunta de técnicas de EMC y SIG. Hay que destacar que el uso del AS en modelos de EMC es imprescindible, puesto que dichas técnicas han sido duramente criticadas por tener un alto grado de subjetividad. Sin embargo, no hay que olvidar que, recientemente, se han venido impulsando procesos de planificación participativa, en los cuales inevitablemente se debe integrar una mezcla de información objetiva (estimaciones cuantitativas, encuestas, etc.) y subjetiva (opiniones, preferencias, juicios, etc.). De tal manera que, cuando se desarrollan modelos de simulación aplicando técnicas de EMC, se hace un gran esfuerzo por introducir tanta objetividad como sea posible en un proceso que es altamente subjetivo (Lamelas Gracia, 2009).

Por ello, la aplicación de AS en modelos desarrollados a partir de técnicas de EMC surge como una alternativa para dar un grado de confiabilidad a los resultados espaciales obtenidos de la integración de dicha información. No obstante, su aplicación hasta hoy día, al menos en modelos de asignación/simulación de usos del suelo, ha sido muy escasa y limitada, tal y como ponen de manifiesto las revisiones bibliográficas llevadas a cabo por Qureshi *et al.*, (1999) y Gómez Delgado y Bosque Sendra (2004a).

Podemos decir que, en los pocos casos en los que se ha implementado, ha sido bajo un proceso de simulación *What if*, es decir, examinando los efectos que un pequeño cambio en los parámetros del modelo tiene en los resultados del mismo (Gómez Delgado y Tarantola, 2006; Gómez Delgado y Bosque Sendra, 2004a). En estos casos, los investigadores realizan cambios en el orden de preferencias asignado a cada criterio u objetivo para verificar si estas variaciones influyen en los resultados de los modelos (Qureshi *et al.*, 1999; Pettit, 2002; Chang *et al.*, 2008); otros introducen variaciones en los valores dados a los parámetros de los modelos (pesos, métrica de distancia, etc.) (Jankowski, 1995; Baja *et al.*, 2007); o aplican diferentes métodos de agregación para convertir los mapas de aptitud (píxel) en mapas de zonificación ambiental (grupo de píxeles) (Geneletti y van Duren, 2008).

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente espacial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Sin embargo, se encuentran ciertas limitaciones en los AS numéricos o estadísticos aplicados a modelos espaciales. Por un lado, es muy común cuando se aplican métodos numéricos de AS que solo se introduzcan variaciones a las PDF de los pesos, dejando los factores al margen del análisis. Por otro lado, cuando el AS se realiza sobre modelos basados en técnicas de EMC lo habitual es que sólo se varíe el orden de los criterios u objetivos, los valores de sus pesos o se obtenga el modelo final por diferentes métodos.

En este contexto, Lilburne y Tarantola (2009) realizan una revisión de técnicas AS numéricas aplicadas a modelos espaciales, encontrando una serie de deficiencias en dichas aplicaciones y destacando dentro de éstas la importancia de no fundamentar el AS sólo en la variación de la distribución de los pesos, sino también introducir variaciones a la distribución de las variables (factores) de entrada. Así, dichos autores en su trabajo implementan un AS para evaluar un modelo de contaminación de los mantos acuíferos producida por la actividad agrícola en una región de Nueva Zelanda. En éste aplican una adaptación de la técnica Sobol' para determinar cuáles son las variables más significativas o influyentes en dicho modelo. Estos cuentan con seis variables de carácter espacial (mapa de tipos de suelo y usos de suelo, recarga de ríos, etc.) a las cuales asignan una distribución uniforme. Para salvar la limitación que ellos detectan en los demás trabajos de AS, introducen variaciones a las variables por medio de simulaciones de Monte Carlo, opinión de expertos, etc. y, con éstas, realizan el AS.

No obstante, dichos autores representan los diferentes mapas simulados en PDF y a partir de éstas realizan el AS, lo cual hace que éste no sea explícitamente espacial. Además, este AS solo permite determinar cuáles son las variables más importantes en función de la variabilidad que se refleja en la variación de los resultados del modelo, pero sigue adoleciendo de una representación cartográfica que permita visualizar, cuantificar y evaluar espacialmente los sitios donde el impacto de dichas variables es mayor o menor. Otro aspecto del que carece este tipo de análisis aplicados a modelos de asignación de usos del suelo es el hecho de que no se considera, por ejemplo, la demanda de superficie de los usos modelados.

Ante este panorama, buscamos como objetivo principal de este trabajo desarrollar una metodología de AS explícitamente espacial, pero también que resulte fácil e intuitiva de aplicar utilizando las herramientas disponibles en un SIG convencional. Esta metodología pretende reproducir, en la medida de lo posible, el procedimiento *One-Factor-at-a-Time* (OAT). Así, se pretende obtener el impacto local de los factores en el modelo, observando el efecto que produce en los resultados la variación de cada factor de entrada y sus pesos, mientras los demás permanecen invariables.

Dichas metodologías se aplicarán a un modelo de simulación del crecimiento urbano futuro en la Comunidad de Madrid. En éste se consideran como variables de entrada hasta 16 factores espaciales (tabla 1). Para la simulación se utilizó como técnica de EMC la Sumatoria Lineal Ponderada. Con el AS se pretende determinar la estabilidad/robustez de los resultados del modelo. En el apartado 2 se realiza una breve descripción del área de estudio y del modelo empleado para simular el crecimiento urbano. A continuación (apartado 3) se presenta la metodología seguida para la aplicación del AS explícitamente espacial y los procedimientos que serán utilizados para evaluar los resultados; en el apartado 4 se presentan los resultados obtenidos del análisis generados por tres

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

técnicas. Finalmente, en el apartado 5 se presentan las conclusiones metodológicas y de aplicación obtenidas.

2. Área de estudio, modelo de crecimiento urbano y datos

La región de Madrid ha vivido durante los últimos 10-15 años un proceso de rápida urbanización (zonas en gris de la figura 1) que se ha traducido, principalmente, en una ocupación del territorio basada en urbanizaciones residenciales con patrones difusos (EEA, 2006). Dicho proceso se confirma con el hecho de que aproximadamente 50.000 ha se han convertido en superficies artificiales entre 1990 y 2000, es decir, casi un 50% más de la superficie existente en 1990 (Aldana, 2005; OSE, 2006; Plata Rocha *et al.*, 2009).

En este apartado se presenta un resumen del modelo de crecimiento urbano y los principales resultados obtenidos. En Plata *et al.* (2010) es posible encontrar una descripción completa del escenario analizado aquí. Asimismo, se puede encontrar una descripción detallada de este escenario de crecimiento urbano futuro (innovación y sostenibilidad) y dos escenarios más desarrollados para el 2020 (tendencia y crisis) en Plata *et al.* (2011).

Para la implementación del modelo se tomó de base la situación de ocupación del suelo del año 2000 y se realizó una asignación óptima de suelo residencial, industrial y comercial para el año 2020 (Figura 1) en la que intervinieron hasta 16 factores relacionados con aspectos ambientales, económicos y sociales, ponderados (vía matriz de comparación por pares y método de jerarquías analíticas, Saaty, 1995) según su nivel de importancia para este fin (tabla 1). Para la integración de los factores y sus pesos correspondientes se utilizó la sumatoria lineal ponderada (*Weight Lineal Combination*, WLC) (ecuación 1), con la cual se obtuvieron los mapas de aptitud (residencial, comercial e industrial).

$$M_{APTITUD} = (w_1 \cdot X_1 + w_2 \cdot X_2 + \dots + w_n \cdot X_n) \cdot M_R$$

1

donde: $M_{APTITUD}$ es el mapa que representa el nivel de aptitud de cada píxel para ser urbanizado; w_i es el peso aplicado a cada factor X_i .

Asimismo, fue necesario establecer una demanda de superficie para cada uso para el año 2020. Dicha demanda se obtuvo de manera externa utilizando un modelo de Dinámica de Sistemas, empleando para tal propósito el programa *Vensim PLE* (<http://www.venisim.com>). Para ello se diseñó y ajustó un modelo que relaciona diferentes variables socioeconómicas y demográficas entre sí, interactuando además con el crecimiento de la superficie residencial y productiva (Aguilera Benavente *et al.*, 2009). Para calibrar el modelo se utilizó la información de población, inmigración, número de viviendas, número de hogares, ingresos, y áreas residenciales y productivas para los años 1990-2000. Una vez ajustado el modelo, se ajustaron o modificaron algunas de las tasas (aumento, reducción o mantenimiento), de acuerdo con la hipótesis propuesta para cada uso. Al final se obtuvo la demanda de suelo residencial (17.618 ha) y productivo (comercial 5.418 ha e industrial 5.418 ha.) al año 2020.

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

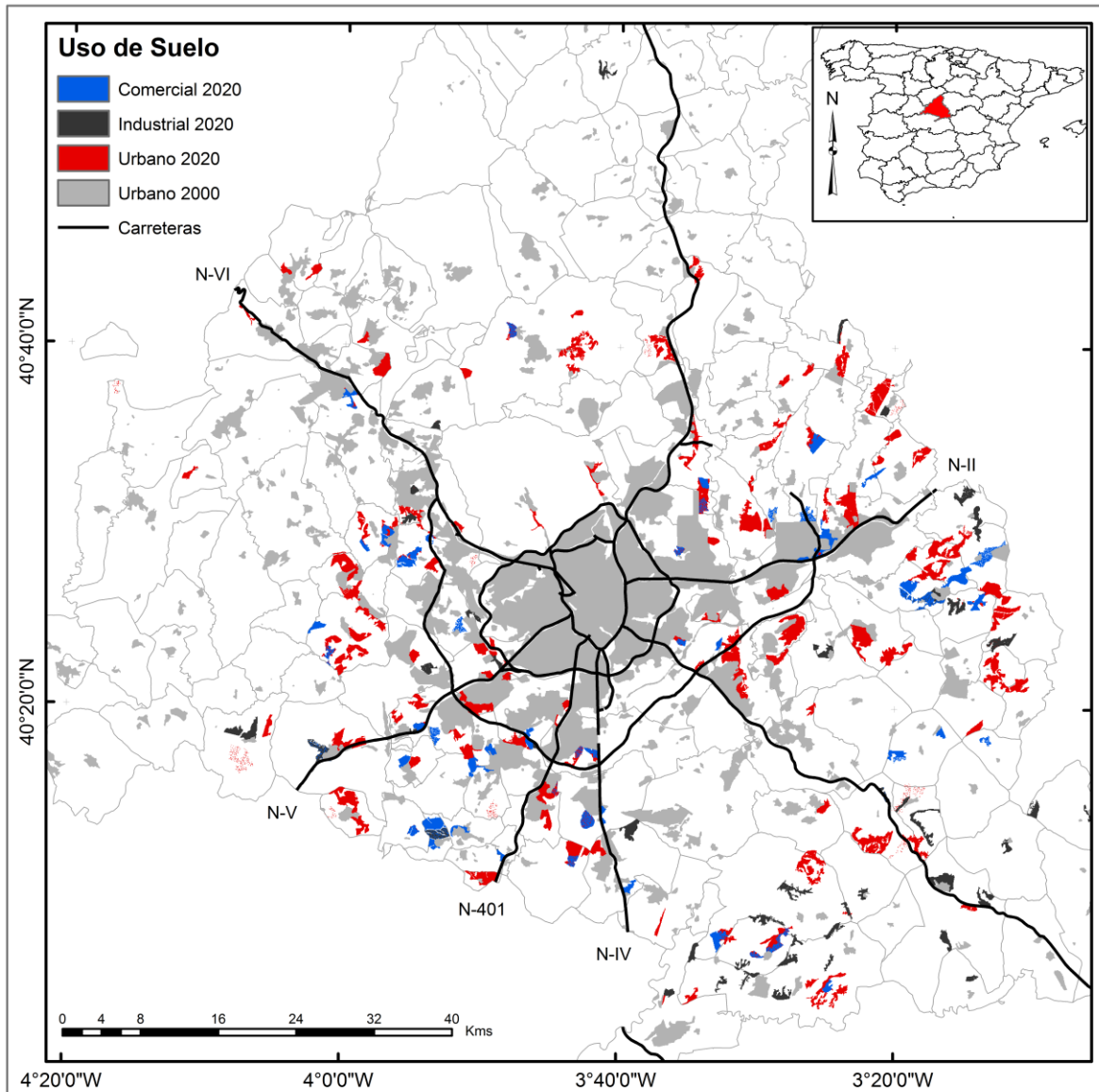


Figura 1. Modelo de simulación del crecimiento urbano del año 2000 al 2020 en la Comunidad Autónoma de Madrid

Fuente. Elaboración propia a partir del CLC2000. Instituto Geográfico Nacional, España

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Tabla 1. Factores utilizados en el modelo de crecimiento urbano para el año 2020 en la Comunidad de Madrid (Plata *et al.*, 2010). Pesos y tipo de distribución de cada factor.

Criterio	No.	Factores	Pesos (distribución uniforme)			Distribución
			Residencial	Comercial	Industrial	
Ambiental	1	Usos del suelo (CLC1990). En este factor se les da menores valores de adecuación a los usos con cierto valor ambiental y productivo (agrícolas, pastizales, bosques, entre otros).	0,14	0,12	0,21	D
	2	Lejanía a hidrografía. En este factor poseen una menor adecuación los sitios más próximos a la red hidrográfica.	0,07	0,06	0,10	E
	3	Vulnerabilidad a la contaminación de los mantos acuíferos. En este factor la mayor adecuación se asigna a formaciones con la menor permeabilidad.	0,03	0,02	0,04	D
	4	Lejanía a espacios naturales. Con este factor se considera una mayor adecuación a las zonas más alejadas de los espacios naturales existentes.	0,05	0,04	0,08	G
	5	Protección de suelos de mayor productividad. Las mayores adecuaciones corresponden a suelos de peor calidad y menos desarrollados.	0,07	0,06	0,10	D
Económico	6	Pendiente. Los sitios con pendientes más suaves tienen las mayores adecuaciones.	0,02	0,02	0,02	U
	7	Accesibilidad a carreteras. Los lugares más próximos a las carreteras poseen la mayor adecuación.	0,12	0,17	0,11	B
	8	Accesibilidad a zonas urbanas. Las mayores adecuaciones son asignadas a los lugares más próximos a las ciudades medias e intermedias.	0,16	0,14	0,08	B

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

	9	Accesibilidad a comercios. Para el modelo de zonas residenciales se asigna la mayor adecuación a las zonas más próximas a las zonas comerciales, mientras que para el modelo de zonas comerciales se da mayor adecuación a las áreas localizadas entre 2 y 10 kilómetros de un centro comercial preexistente.	0,09	0,11	----	B
	10	Accesibilidad a industrias. En este factor tienen mayor adecuación las zonas más próximas a las industrias.	----	----	0,05	B
	11	Geotecnia. La menor adecuación se otorga a las zonas donde exista riesgo de fallas activas, riesgo sísmico o sitios de baja estabilidad geomorfológica.	0,06	0,05	0,05	D
Social	12	Lejanía a instalaciones no deseables. Los mayores valores de adecuación se otorgan a los sitios más alejados de dichas instalaciones.	0,02	0,06	0,05	E
	13	Accesibilidad a hospitales. Este factor valora con mayor adecuación a los lugares más cercanos a los centros sanitarios.	0,10	0,05	0,03	T
	14	Distancia (ponderada) a la población. Para las zonas comerciales se da mayor adecuación a los sectores urbanos que tienen más población con poder adquisitivo y para las zonas industriales se asigna menos adecuación a los sectores urbanos con población más vulnerable.	----	0,07	0,08	T
	15	Cuencas Visuales. En este factor se asignan mayores valores de adecuación a los lugares ubicados más próximos a espacios naturales protegidos, humedales y bosques.	0,02	0,02	----	D
	16	Orientación del terreno. Los terrenos con una orientación Sur-Sureste serían los más adecuados desde el punto de vista de la confortabilidad climática.	0,05	0,01	----	U
Restricciones		Restricciones utilizadas. Superficies artificiales del año 2000 (zonas urbanas, carreteras, etc.), hidrografía y las zonas no urbanizables establecidas en la zonificación legal vigente.				
Distribuciones: D – Discreta; E – Exponencial; G – Gamma; U – Uniforme; B – Beta; T – Triangular						

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente espacial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Finalmente, con los mapas de parcelas adecuadas para los usos residencial, comercial e industrial, se aplicó una asignación multiobjetivo (módulo MOLA del programa *Idrisi*), para resolver posibles conflictos de asignación entre los 3 usos (Eastman *et al.*, 1993). Para optimizar el tiempo en la simulación del modelo se utilizó la herramienta *BuildSceneries* (www.geogra.uah.es/simurban1/publicaciones.php), la cual fue diseñada específicamente para la asignación de usos de suelo (Rodríguez Álvarez *et al.*, 2009). Como resultado se obtiene un modelo de asignación de crecimiento urbano para el año 2020 (Plata *et al.*, 2010) (figura 1).

3. Metodología de AS explícitamente espacial

Como ya se comentó, este trabajo propone un AS explícitamente espacial para un modelo de simulación del crecimiento urbano, utilizando las herramientas disponibles en un SIG ráster convencional (concretamente *Idrisi*), e intentando reproducir, en la medida de lo posible, el procedimiento OAT (figura 2).

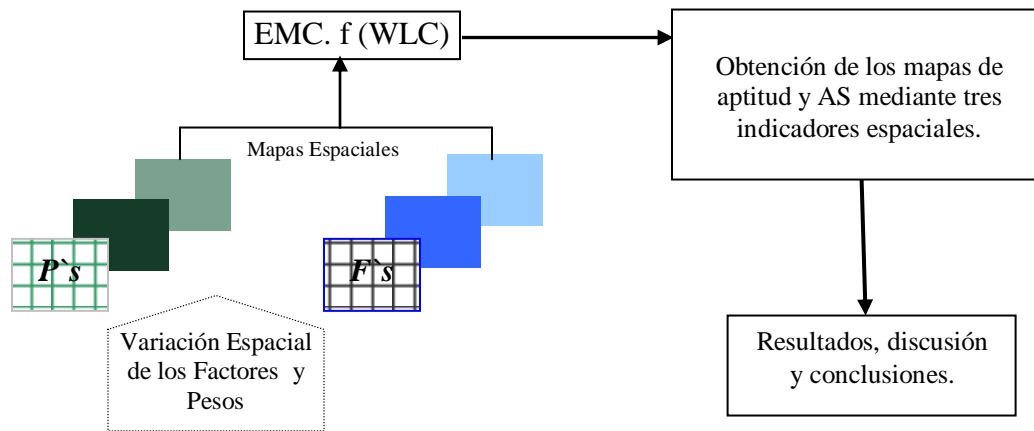


Figura 2. Esquema metodológico para llevar a cabo el AS explícitamente espacial.

Esta propuesta metodológica se basa en la introducción de un cierto porcentaje de variación ($\pm 25\%$, para este caso) de forma aleatoria en los valores de adecuación de los factores espaciales y en los pesos rasterizados a nivel de píxel (originalmente un valor nominal, con el mismo valor para todos los píxeles). Para llevar a cabo este proceso se siguieron los pasos representados en la figura 3.

En dicho esquema, el procedimiento seguido para obtener los factores con variación espacial (izquierda) es el siguiente: primero se generó una muestra aleatoria entre $-0,25$ y $+0,25$ (1. *Random* y *Stretch*) (mapa ráster); posteriormente se multiplica (2. *Multiply*) este mapa por el factor que deseamos modificar, obteniendo un segundo mapa ráster con la variación aleatoria entre $\pm 0,25$ del valor de adecuación del factor; y, por último, dicho mapa se suma (3. *Add*) al factor original, obteniéndose el factor con una variación entre $\pm 25\%$ de su valor de adecuación original a nivel de

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

píxel. Por su parte, el proceso seguido para la rasterización de los pesos (derecha) se hizo de la siguiente forma: primero se generó una imagen aleatoria entre 0 y 1 (1. *Random*) y, posteriormente, dicha imagen se contrae entre $\pm 25\%$ del valor del peso correspondiente (2. *Stretch*). Por ejemplo, para un peso de 0,14, los píxeles de la imagen tomarían valores entre 0,105 y 0,175.

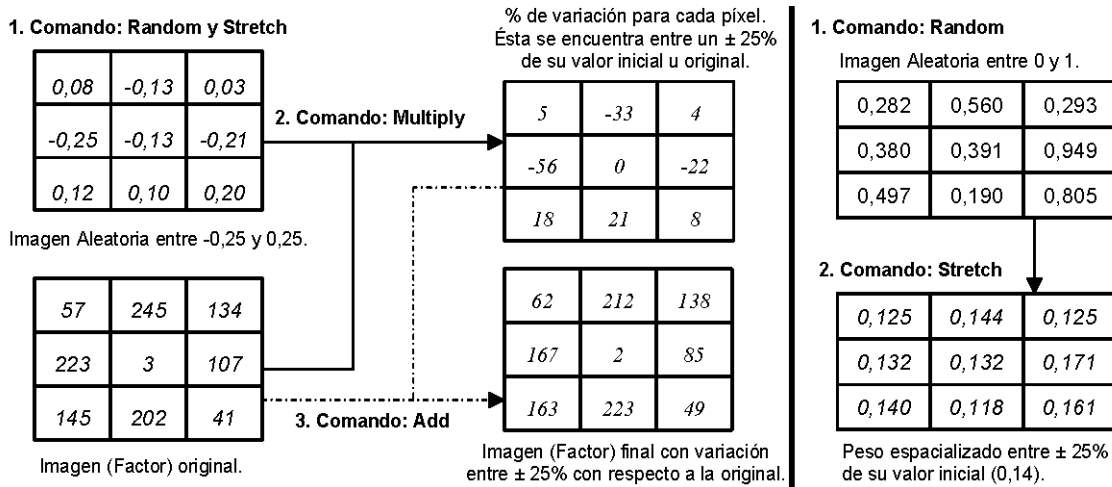


Figura 3. Proceso para obtener la variación espacial en los factores (izqda.) y pesos (dcha.)

Una vez obtenidos todos los factores y pesos con variación espacial, se utilizaron como insumo para generar una serie de mapas de aptitud para uso residencial, comercial e industrial, aplicando una sumatoria lineal ponderada (ecuación 1). Para ello se utilizó un procedimiento del tipo OAT, es decir, se ejecutaron los modelos introduciendo cada vez un factor y su correspondiente peso modificados (variación espacial de $\pm 25\%$) y manteniendo los demás en su estado original. Para la simulación de cada modelo se consideraron los mismos parámetros introducidos en el modelo original. De este modo, se obtuvieron tantos mapas de aptitud como factores tenía cada modelo (14 para residencial; 15 para comercial; 13 para industrial).

A partir de dichos mapas de aptitud se hicieron tres análisis diferentes, con la finalidad de obtener la mayor información posible sobre el impacto de los factores y pesos modificados en los resultados del modelo, así como para determinar el grado de robustez del modelo planteado.

A) Cuantificación del impacto local de cada factor en el modelo para cada uso individual.

Para llevar a cabo este análisis fue necesario reclasificar los mapas de aptitud (continuos) en mapas binarios, considerando que el total de píxeles reclasificados es igual a la demanda de superficie requerida en cada uso. Posteriormente, se utilizó el estadístico *Kappa* para establecer el nivel de acuerdo o desacuerdo entre dichos mapas binarios y el obtenido con los factores y pesos originales.

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

De esta forma, a partir de los valores del estadístico K_R , y considerando la clasificación propuesta por Landis y Koch (1977), se determina el grado de influencia de cada factor y su correspondiente peso en los modelos ejecutados (tabla 2).

Tabla 2. Escala de valoración del índice K_R

Clasificación K_R	Acuerdo	Desacuerdo AS
1-0,81	Casi perfecto	No significativo
0,80-0,61	Sustancial	Mediano (Menor)
0,60-0,41	Moderado	Moderado
0,40-0,21	Mediano	Sustancial
0,20-0	Insignificante	Casi Total

Fuente: Landis y Koch (1977).

B) Cartografía del número de veces que los píxeles son reiteradamente seleccionados en los modelos ejecutados.

Para este fin se ejecutaron 16 modelos de asignación óptima multiobjetivo, partiendo de los mapas de aptitud para los usos residencial, comercial e industrial obtenidos con los factores y pesos modificados y aplicando los mismos criterios establecidos en el modelo original (tabla 2). A partir de estos modelos se elaboró la cartografía de píxeles más veces seleccionados en las 16 ejecuciones (suma de todos los modelos) y se extrajo el porcentaje de coincidencias que presentaba con el modelo original (ilustrado en la figura 1). La aplicación de este análisis es ampliamente utilizado para determinar el grado de robustez de modelos espaciales (Lodwick, 1989; Brunson *et al.*, 1990; Lowry *et al.*, 1995; Canters *et al.*, 2002; Gómez Delgado y Bosque Sendra, 2004b; Gómez Delgado y Bosque Sendra, 2009).

C) Diferencia media cuadrática entre el modelo original y los modelos ejecutados con los factores y pesos modificados.

Dicho análisis consistió en determinar la diferencia existente entre los mapas de aptitud ejecutados con los factores y pesos modificados respecto a los originales, aplicando la expresión habitualmente utilizada para el cálculo del error medio cuadrático (Gómez Delgado y Bosque Sendra, 2004b; Gómez Delgado y Bosque Sendra, 2009):

$$M_J = \sqrt{\frac{\sum_i (X_{it} - X_i)^2}{n-1}}$$

Donde: X_i es el mapa de aptitud obtenido en cada uno de los modelos ejecutados con los factores y pesos modificados, X_{it} es el mapa de aptitud obtenido en el modelo original, n es el número de modelos ejecutados y M_J es el mapa que muestra el error medio cuadrático por píxel para el uso J (en nuestro caso 3 mapas, uno para cada uso).

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente espacial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Como resultado se obtendrá un mapa para cada uso de suelo simulado, que mostrará espacialmente los sitios donde el efecto de variación de los factores y pesos es mayor o menor. Asimismo, se podrán determinar algunos estadísticos básicos sobre este resultado (media, desviación estándar, mínimo y máximo, etc.).

4. Resultados

Para la aplicación de la metodología de AS explícitamente espacial se lleva a cabo una variación independiente para cada factor y peso. Obviamente el cálculo de la adecuación para cada píxel se hace de manera conjunta, con lo que cada factor estará influido por el peso que se le otorga. No obstante, la esencia del AS es comprobar que pequeñas modificaciones a los factores y pesos no alteran significativamente los resultados, o ver qué factores son más sensibles a dichas modificaciones. De este modo, se pretende obtener la robustez mediante la aplicación del método OAT.

En este sentido, los resultados obtenidos de la aplicación de dicha metodología mostró que hasta 18 modelos (de los 42 ejecutados), donde se introducen factores y pesos con variaciones espaciales, presentan niveles de acuerdo inferiores a 0,81 con respecto al modelo ejecutado con los factores y pesos iniciales (sin variación) (tabla 3).

Así, podemos señalar que el factor uso del suelo, accesibilidad a carreteras y accesibilidad a zonas urbanas influyen en los tres modelos, mientras que la accesibilidad a comercios y hospitales son factores significativos para los modelos generados para las zonas residenciales y comerciales. Asimismo, el factor distancia ponderada a la población se puede decir que es significativo para los modelos de zonas comerciales e industriales. Por último, señalar a los suelos de mayor productividad y la accesibilidad a industrias como factores que, de alguna manera, son significativos en el modelo de zonas industriales y a la geotecnia como un factor que incide, en cierta medida, en la simulación de las zonas comerciales. En todos los demás casos podríamos decir que los factores no influyen de manera significativa en los resultados del modelo (K_R entre 1 y 0,81).

Con el análisis anterior se determinaron los factores más influyentes en los resultados de la simulación del crecimiento urbano, así como la robustez del modelo. Adicionalmente, el resultado de la cartografía de píxeles más veces seleccionados nos corroborará la estabilidad del modelo y proporcionará una información complementaria sobre su robustez a nivel cartográfico.

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente espacial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Tabla 3. Resultado del AS explícitamente espacial con variaciones de $\pm 25\%$ en los factores y pesos a nivel de píxel.

Nombre de los Factores	Factores y sus pesos	Residencial	Comercial	Industrial
		K_R	K_R	K_R
1. Uso del suelo (CLC1990)	F1	0,65	0,45	0,34
2. Lejanía a hidrografía	F2	0,95	0,90	0,88
3. Vulnerabilidad a la contaminación de los mantos acuíferos	F3	0,95	0,94	0,88
4. Lejanía a espacios naturales	F4	0,95	0,89	0,84
5. Protección de suelos de mayor productividad	F5	0,90	0,81	0,69
6. Pendiente	F6	0,95	0,89	0,92
7. Accesibilidad a carreteras	F7	0,70	0,35	0,56
8. Accesibilidad a zonas urbanas	F8	0,64	0,43	0,70
9. Accesibilidad a comercios	F9	0,78	0,48	--
10. Accesibilidad a industrias	F10	--	--	0,80
11. Geotecnia	F11	0,88	0,77	0,85
12. Lejanía a instalaciones no deseables	F12	0,97	0,93	0,97
13. Accesibilidad a hospitales	F13	0,76	0,75	0,88
14. Distancia (ponderada) población	F14	--	0,79	0,74
15. Cuencas Visuales	F15	0,97	0,94	--
16. Orientación del terreno	F16	0,91	0,95	--

De este modo, en la tabla 4 se recogen los porcentajes de coincidencia entre el modelo original (parcelas de áreas residenciales, comerciales e industriales) y los 16 modelos ejecutados (con variaciones en los factores y pesos), en los cuales se obtienen las parcelas para los mismos usos. Así, se puede observar que el modelo residencial coincide en un 38,4%, el modelo comercial en un 11,7% y el modelo industrial en un 47,1% con los 16 modelos ejecutados. Ahora bien, se puede decir que estos valores son relativamente bajos, especialmente en el caso del modelo comercial. No obstante, si se consideran las coincidencias del modelo original en más de 9 ocasiones (más de la mitad de veces posibles) estos porcentajes aumentan significativamente (94,6% para el modelo residencial, 75,4% para el modelo comercial y 94,9% para el modelo industrial).

Tabla 4. Porcentaje de coincidencias entre el modelo original y los 16 modelos ejecutados con los factores y pesos modificados.

No. de veces Seleccionado	% Residencial	% Comercial	% Industrial
0	0,03	0,11	0,01
1	0,04	0,60	0,05
2	0,07	1,02	0,14
3	0,08	1,81	0,20
4	0,17	2,63	0,27
5	0,31	4,30	0,49
6	0,61	3,86	1,15
7	1,11	5,37	1,30
8	1,93	4,91	1,52
9	3,71	5,70	2,58
10	6,26	6,49	5,24
11	6,23	7,98	4,88
12	7,53	10,57	4,56
13	8,49	10,65	4,29
14	9,70	11,91	5,01
15	15,34	10,40	21,21
16	38,39	11,68	47,10
$\Sigma = \text{Total}$	100,00	100,00	100,00
$\Sigma \text{ de } 9 - 16$	94,6	75,4	94,9

Asimismo, en las figuras 4, 5 y 6 se puede apreciar espacialmente las coincidencias entre el modelo original y los 16 modelos ejecutados con variaciones en los factores y pesos para los usos residenciales, comerciales e industriales, respectivamente. Como se observó en el caso del modelo para zonas residenciales e industriales, las parcelas obtenidas en el modelo original coinciden prácticamente en un 100% en más de 9 ocasiones con los modelos ejecutados. No obstante, en el modelo para zonas comerciales, a ese mismo nivel, sólo coinciden un 75% de las parcelas originales. Así, se puede apreciar de forma cartográfica (figura 5, ventana 1) que hay un porcentaje considerable ($\approx 19\%$) de parcelas del modelo original que solo coinciden entre 5 y 8 veces con los modelos ejecutados, mientras que, a ese mismo nivel, los porcentajes para el modelo de zonas residenciales (figura 4) e industriales (figura 6) es menor al 5%. Esto puede deberse a que en el modelo para zonas comerciales los factores influyen individualmente de forma más significativa que en los otros dos modelos (tabla 3).

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

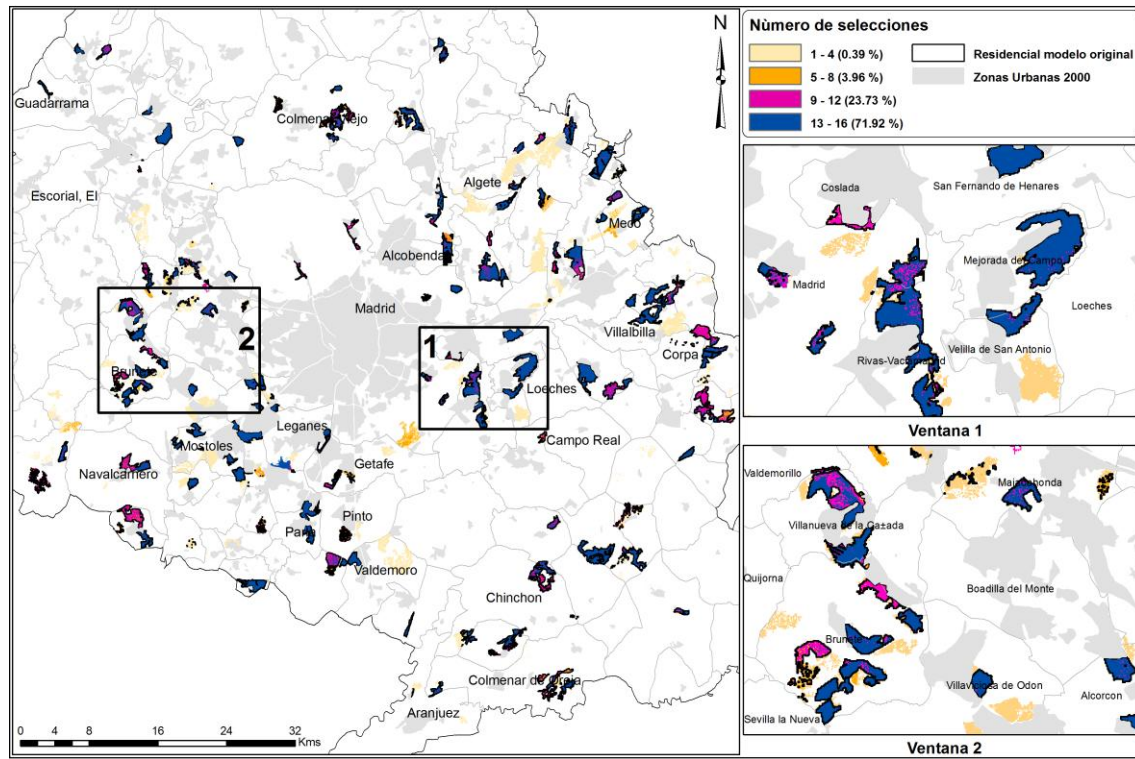


Figura 4. Cartografía de píxeles más veces seleccionados en la ejecución de los 16 modelos para el uso residencial con variación en los factores y pesos

Por otro lado, si consideramos como indicador de robustez del modelo la diferencia media cuadrática, observamos que ésta no sobrepasa en ningún píxel las 10 unidades de aptitud para los tres usos, y que el valor medio de dicha diferencia no es mayor a 3,1 unidades. Asimismo, se observó que los mayores porcentajes de no coincidencia se encuentran en un intervalo igual a la media \pm una desviación estándar (figura 7). Si consideramos que la media de los valores de aptitud de los mapas para los tres usos oscila entre 196 y 215 unidades, se corrobora que las variaciones en los factores y pesos no afectan significativamente los resultados de los mapas de aptitud (tabla 5).

Tabla 5. Estadísticos básicos extraídos de los mapas de la diferencia media cuadrática para cada uso.

Parámetros	Residencial	Comercial	Industrial
Mínimo	0,24	0,19	0,24
Máximo	8,44	8,32	9,40
Total	3.278.091	3.308.005	3.016.358
Media	3,05	3,08	2,81
SD	1,01	1,09	1,20
Rango	8,21	8,13	9,16
Aptitud Media	215.04	201.69	196.83

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente espacial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

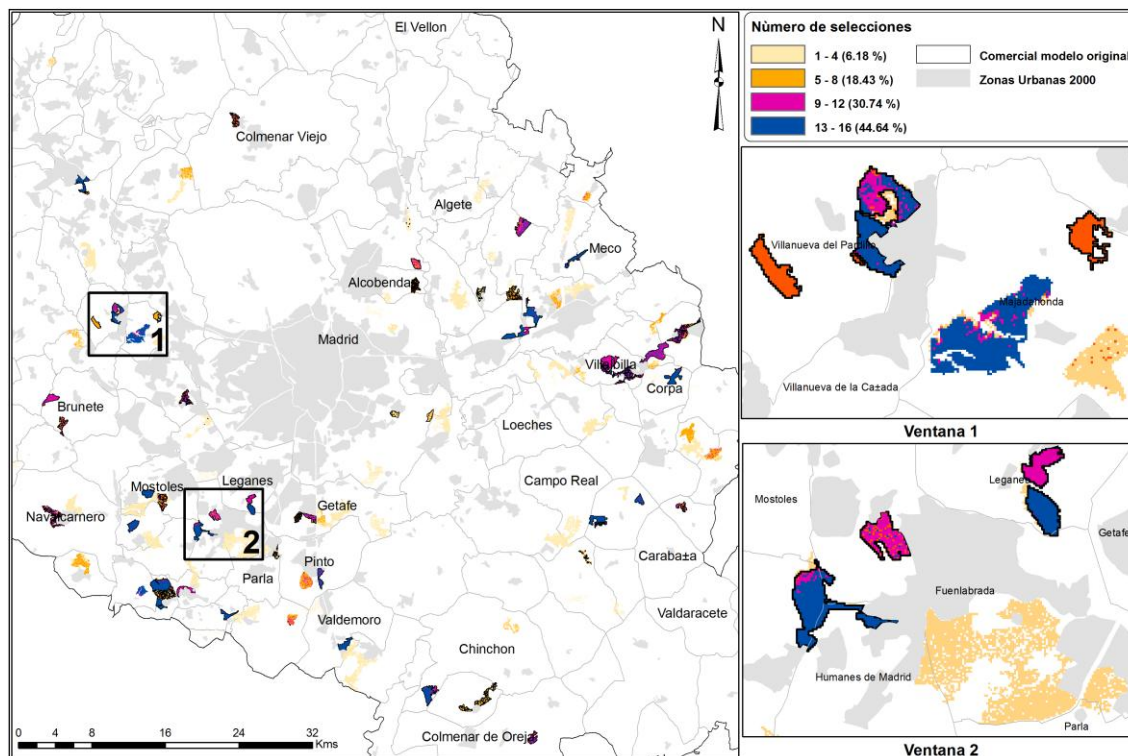


Figura 5. Cartografía de píxeles más veces seleccionados en la ejecución de los 16 modelos para el uso comercial con variación en los factores y pesos

5. Conclusiones

La propuesta metodológica desarrollada viene a solventar algunas de las deficiencias presentadas en los AS aplicados a modelos espaciales. Dicha metodología, implementada con las herramientas disponibles en el SIG *Idrisi*, permitió obtener los factores más influyentes en los resultados del modelo a nivel local, utilizando un AS del tipo OAT. Además, se obtuvo el impacto de dichos factores a nivel espacial por medio de la cartografía de píxeles más veces seleccionados y el error medio cuadrático entre el modelo original y los modelos simulados.

Por su parte, el desarrollo de un esquema metodológico para poder incluir en el modelo la variación espacial a nivel de píxel puede considerarse una aportación importante para ejecutar un AS explícitamente espacial ya que, comúnmente, esta variación se realiza sobre la distribución de frecuencias de las variables o incluyendo variaciones en los valores nominales de los pesos.

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

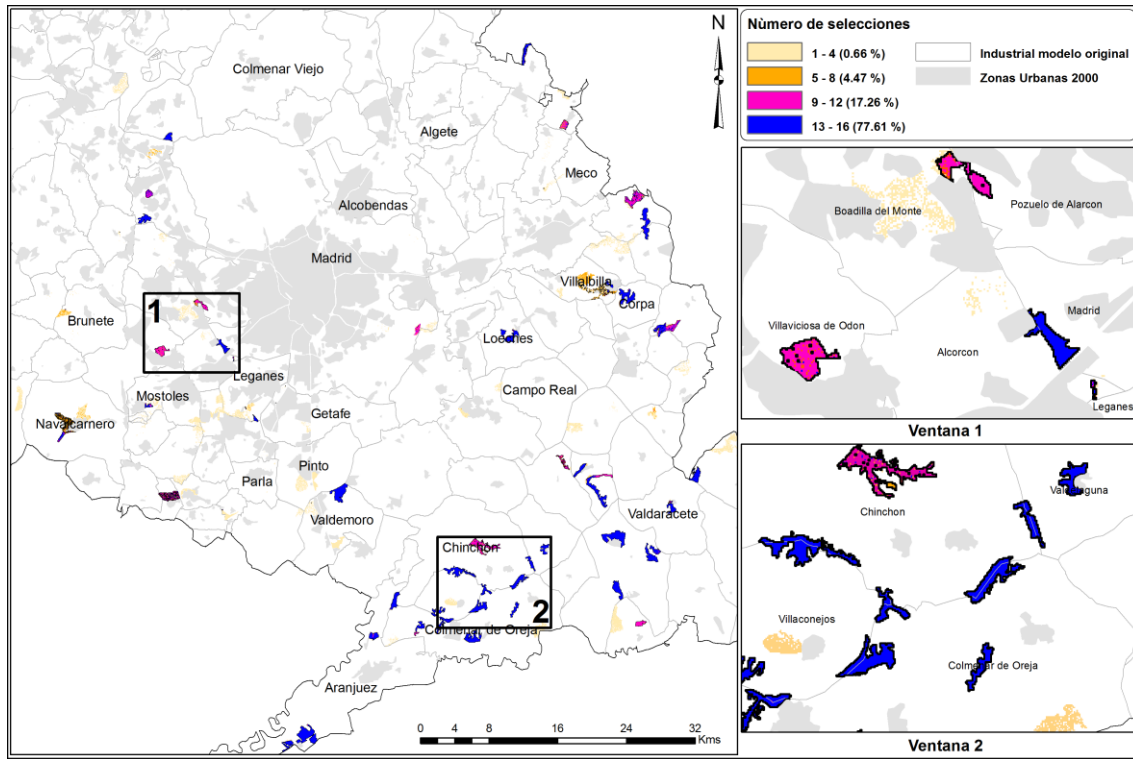


Figura 6. Cartografía de píxeles más veces seleccionados en la ejecución de los 16 modelos para el uso industrial con variación en los factores y pesos.

Este AS, por otro lado, puede ser aplicado de manera muy sencilla, sin que ello suponga pérdida de rigor científico, utilizando las herramientas disponibles en cualquier SIG ráster convencional, no teniendo que recurrir a la programación de módulos específicos u otros programas o herramientas adicionales que pueden convertirse en elementos disuasorios para realizar este tipo de validación de los resultados. Esta validación, por otro lado, resulta de especial interés en modelos cuyos resultados no pueden ser contrastados con datos reales, pues se trata de propuestas posibles o deseables de futuro y no la proyección de lo ocurrido en el pasado hacia un futuro a medio o largo plazo.

Las herramientas empleadas para evaluar los resultados (estadísticos cuantitativos y cartográficos básicos) permiten poder analizarlos de manera sencilla y explícitamente espacial, lo que permitirá, sin duda, poder aportar una información muy valiosa a los responsables de las políticas de planeamiento y desarrollo territorial y realizar tomas de decisiones más informadas y fiables. Toda esta información generada debería ser utilizada para comprender mejor el problema estudiado, prerequisite en cualquier toma de decisiones. Hemos de tener en cuenta que es posible identificar las zonas de menor "confianza" y que deberían ser sometidas a un estudio de mayor detalle.

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

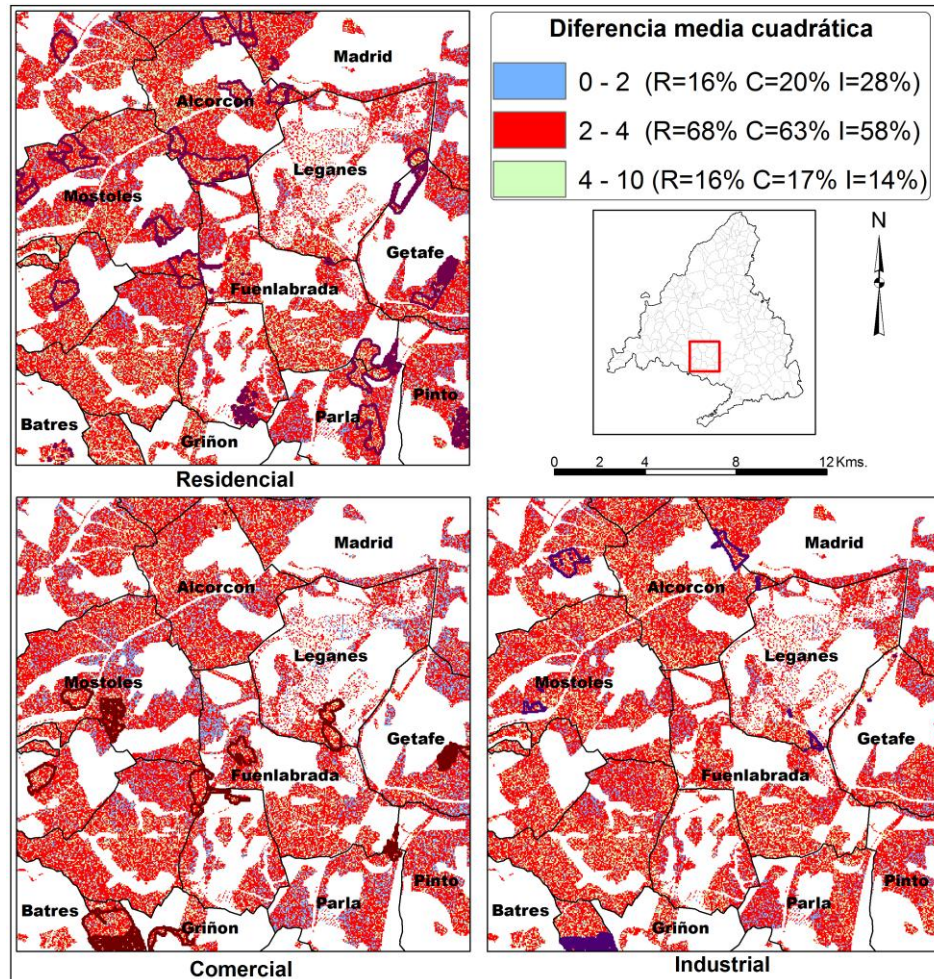


Figura 7. Diferencia media cuadrática a nivel de píxel.

Finalmente hemos de incidir en que los resultados de este AS han demostrado que los resultados iniciales del modelo son bastante robustos. Aún así, la cartografía de los píxeles más veces seleccionados o la cartografía de la diferencia media cuadrática pueden indicarnos qué parcelas serían las soluciones más estables y robustas y sobre las que se podría actuar, realizando, eso sí, un análisis detallado de las mismas para planificar adecuadamente unas zonas que parecen estar abocadas a ser urbanizadas.

Agradecimientos

Este artículo se ha realizado dentro de las actividades del proyecto de investigación "SIMURBAN: Análisis y simulación prospectiva mediante Tecnologías de la Información Geográfica (TIG) del crecimiento urbano actual. Evaluación de su sostenibilidad", financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia (MEC España) a través de la convocatoria 2006 de proyectos del

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, n°13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Plan nacional de Investigación Científica, Desarrollo e Innovación 2004-2007, Programa nacional de Ciencias Sociales, Económicas y Jurídicas (referencia SEJ2007-66608-C04- 00/ GEOG).

Referencias

Aguilera Benavente, F.; Plata Rocha, W.; Bosque Sendra, J. y Gómez Delgado, M. (2009): "Diseño y simulación de escenarios de demanda de suelo urbano en ámbitos metropolitanos", *Revista Internacional de Sostenibilidad, Tecnología y Humanismo*, 4, pp. 57-80.

Aldana, A. T. (2005): "Cartografía de los cambios en las cubiertas artificiales de la Comunidad de Madrid-España", *Revista forestal latinoamericana*, 35, pp. 59-86.

Baja, S.; Chapman, D. M. y Dragovich, D. (2007): "Spatial based compromise programming for multiple criteria decision making in land use planning", *Environmental Model & Assessment*, 12, pp. 171-184.

Gómez Delgado, M. y Barredo Cano, J. I. (2005). *Sistemas de Información Geografía y Evaluación Multicriterio en la ordenación del territorio*, Madrid, Ed. Ra-Ma.

Barredo Cano, J. I. y Gómez Delgado, M. (2008): "Towards a set of IPCC SRES urban land-use scenarios: modelling urban land-use in the Madrid region", en: Paegelow, M. and Camacho Olmedo, M. T. (Ed.): *Modelling Environmental Dynamics, Advances in Geomatic Solutions*. Springer, pp. 363- 385.

Brunsdon, C.; Carver, S.; Charlton, M. y Openshaw, S. (1990): "A review of methods for handling error propagation in GIS", *Proceedings of the European Conference on GIS*, pp. 106-116.

Canters, F.; Genst, W. De. y Dufourmont, H. (2002): "Assessing effects of input uncertainty in structural landscape classification", *International Journal of Geographical Information Science*, 16 (2), pp. 129-149.

Chang, N. B.; Parvathinathan, G. y Breeden, J. B. (2008): "Combining GIS with fuzzy multicriteria decision-making for landfill siting in a fast-growing urban region", *Journal of Environmental Management*, 87, pp. 139-153.

Crosetto, M.; Tarantola, S. y Saltelli, A. (2000): "Sensitivity and uncertainty analysis in spatial modelling based on GIS", *Agriculture, Ecosystems and Environment*, 81, pp. 71-79.

Crosetto, M. y Tarantola, S. (2001): "Uncertainty and sensitivity analysis: tools for GIS-based model implementation", *International Journal of Geographical Information Science*, 15 (5), pp. 415-437.

EEA-European Environment Agency (2006): *Urban sprawl in Europe, the ignored challenge*. EEA Report 10.

Eastman, J. R.; Toledano, J.; Jin, W. y Kyem, P.A.K. (1993): "Participatory multi-objective decision-making in GIS", *Proceedings of the 11th International Symposium on Computer-Assisted Cartography*.

Geneletti, D. y van Duren, I. (2008): "Protected area zoning for conservation and use: A combination of spatial multicriteria and multiobjective evaluation", *Landscape and Urban Planning*, 85, pp. 97-110.

Gómez Delgado, M. y Bosque Sendra, J. (2004a): "Sensitivity analysis in multicriteria spatial decision-making: a review", *Human and Ecological Risk Assessment*, 10, pp. 1173-1187.

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, nº13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Gómez Delgado, M. y Bosque Sendra, J. (2004b): "Aplicación de análisis de incertidumbre como método de validación y control del riesgo en la toma de decisiones", *Geofocus*, 4, pp. 179-208.

Gómez Delgado, M. y Bosque Sendra, J. (2009): "Validation of GIS-Performed analysis", en: Joshi, P. K., Pani, P., Mohapatra, S. N., Singh, T. P. (Ed.): *Geoinformatics for Natural Resource Management*, Nova Science Publishers, pp. 559-571.

Gómez Delgado, M. y Tarantola, S. (2006): "Global sensitivity analysis, GIS and multi-criteria evaluation for a sustainable planning of hazardous waste disposal site in Spain", *International Journal of Geographical Information Science*, 20, pp. 449-466.

Jankowski, P. (1995): "Integrating geographic information systems and multiple criteria decision making methods", *International Journal of Geographical Information Systems*, 9, pp. 251-273.

Lamelas Gracia, M. T. (2009): "Esquema metodológico para la toma de decisiones sobre el uso sostenible del suelo: Aplicación a la localización de suelo industrial", *Geofocus*, 9, pp. 28-66.

Landis, J. R. y Koch, G. G. (1977): "The measurement of observer agreement for categorical data", *Biometrics*, 33, pp. 159-174.

Lilburne, L. y Tarantola, S. (2009): "Sensitivity analysis of spatial models", *International Journal of Geographical Information Science*, 23 (2), pp. 151-168.

Lodwick, W. (1989): "Developing confidence limits on errors of suitability analysis in GIS", en Goodchild, M.F. y Gopal, S. (Eds.): *The accuracy of spatial databases*. London, Taylor & Francis, pp. 69-78.

Lowry, J. H.; Miller, H. J. y Hepner, G. F. (1995): "A GIS-based sensitivity analysis of community vulnerability to hazardous contaminants on the Mexico/US border", *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 61 (11), pp. 1347-1359.

OSE-Observatorio de la Sostenibilidad en España (2006): *Cambios de ocupación del suelo en España. Implicaciones para la sostenibilidad*. Alcalá de Henares, España, OSE.

Pettit, C. J. (2002): *Land use planning scenarios for urban growth: a case study approach*, Phd Thesis. University of Queensland.

Plata Rocha, W.; Gómez Delgado, M. y Bosque Sendra, J. (2009): "Cambios de usos del suelo y expansión urbana en la comunidad de Madrid (1990-2000)", *Scripta-Nova*, volumen XIII, 293. Disponible en: <http://www.ub.es/geocrit/sn/sn-293.htm>.

Plata Rocha, W.; Gómez Delgado, M. y Bosque Sendra, J. (2010): "Desarrollo de modelos de crecimiento urbano óptimo para la Comunidad de Madrid aplicando Métodos de Evaluación Multicriterio y Sistemas de Información Geográfica", *GeoFocus*, 10, pp. 103-134.

Plata Rocha, W.; Gómez Delgado, M. y Bosque Sendra, J. (2011). "Simulating urban growth scenarios using GIS and Multicriteria Evaluation techniques. Case study: Madrid Region, Spain", *Environment and Planning B: Planning and Design*, 38 (6), PP. 1012-1031

Qureshi, M. E.; Harrison, S. R. y Wegener, M. K. (1999): "Validation of multicriteria analysis models", *Agricultural Systems*, 62, pp. 105-116.

Rodríguez Álvarez. Y.; Plata Rocha, W.; Salado García, M. J.; Gómez Delgado, M. y Bosque Sendra, J. (2009). "Herramienta para la asignación óptima de usos del suelo", *II Congreso*

Plata Rocha, W., Gómez Delgado, M., Bosque Sendra, J., Aguilar, J.M. (2013): "Análisis de sensibilidad para un modelo de simulación de crecimiento urbano. Propuesta metodológica explícitamente especial" *GeoFocus (Artículos)*, nº13-2, p. 158-178. ISSN: 1578-5157

Internacional de Medida y Modelización de la Sostenibilidad, Terrasa, España. Disponible en: http://www.geogra.uah.es/simurban1/docs_publicaciones/herr_asig_BuildSceneries.pdf.

Saaty, T. L. (1995): *Decision making for leaders. The analytic hierarchy process for decisions in a complex world*. Pittsburgh, RWS Publications.

Saltelli, A.; Chan, K. y Scott, E. M. (2000): *Sensitivity Analysis*, Chichester, UK: Wiley, LTD.

Saltelli, A.; Ratto, M.; Andres, T.; Campolongo, F.; Cariboni, J.; Gatelli, D.; Saisana, M. y Tarantola, S. (2008): *Global Sensitivity Analysis: The Primer*, UK: Wiley, LTD.

Tang, Y.; Reed, P.; Wagener, T. y van Werkhoven, K. (2007): "Comparing sensitivity analysis methods to advance lumped watershed model identification and evaluation", *Hydrology and Earth system Sciences*, 11, pp. 793-817.

Varela, H.; Guèrif, M. y Buis, S. (2010): "Global sensitivity analysis measures the quality of parameter estimation: The case of soil parameters and a crop model", *Environmental Modelling & Software*, 25, pp. 310-319.

Wagener, T. y Kollat, J. (2007): "Numerical and visual evaluation of hydrological and environmental models using the Monte Carlo analysis toolbox", *Environmental Modelling & Software*, 22, pp. 1021-1033.