TEXTOS UNIVERSITARIOS
ARQUITECTURA

La Geometría: Matemáticas y Dibujo

Experiencias del Taller de Dibujo 2 en Arquitectura

Manuel de Miguel
Alberto Lastra
Enrique Castaño

UAH

La Geometría: Matemáticas y Dibujo

Experiencias del Taller de Dibujo 2 en Arquitectura

UAH TEXTOS UNIVERSITARIOS
ARQUITECTURA

La Geometría: Matemáticas y Dibujo

Experiencias del Taller de Dibujo 2 en Arquitectura

Manuel de Miguel
Alberto Lastra
Enrique Castaño

Universidad de Alcalá
SERVICIO DE PUBLICACIONES

Servicio de Publicaciones
Plaza de San Diego, s/n
28801 Alcalá de Henares
www.uah.es

Editores: Enrique Castaño Perea, Manuel de Miguel Sánchez, Alberto Lastra Sedano.

Coordinación: Manuel de Miguel Sánchez, Alberto Lastra Sedano, Enrique Castaño Perea.

Textos: Laura Arenal González, Enrique Castaño Perea, Laura Cuesta Fragueiro, Andrea Cuevas Calvo, Marta Fernández García, Carolina García Doncel, Victoria García García, Julia García Lozano, Alba Hernández Martín, Alberto Lastra Sedano, Cristina López-Cortijo Martín, Manuel de Miguel Sánchez, Cristina Pérez Cámara.

I.S.B.N.: 978-84-15834-43-4
Depósito legal: M-00000-2013

Composición: Solana e Hijos, A. G., S.A.U.
Impresión y encuadernación: Solana e Hijos, A.G., S.A.U.
Impreso en España

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

Con la implantación del grado en la Escuela de Arquitectura se plantea el realizar una nueva experiencia de coordinación docente dentro de la asignatura de Taller de Dibujo II. Esta asignatura, que se imparte en segundo curso del grado en fundamentos de arquitectura, asume muchos de los contenidos que tradicionalmente se habían impartido en geometría descriptiva avanzada y en dibujo arquitectónico. Es decir, contenidos las superficies regladas y de revolución, la representación de volúmenes, sombras, desarrollos, transformación de piezas, etc. Además esta asignatura debía asumir la utilización de una manera natural de los ordenadores como una de las herramientas de dibujo. Durante el primer año las asignaturas de dibujo se habían centrado en el conocimiento del espacio y de las herramientas tradicionales de lápiz, papel, carboncillo, etc. Ahora era preciso el que el alumno introdujera las herramientas digitales como parte de su bagaje comunicador.

Por otra parte se consideró pertinente interactuar con la asignatura de Matemáticas que se estaba reestructurando dentro del nuevo grado, y por tanto se asumió la creación de una nueva asignatura híbrida entre Dibujo y Matemáticas, que debería sustentarse en los siguientes conceptos:

- Metodologías activas
- ABP (aprendizaje basado en proyectos)
- Trabajo en equipo
- Coordinación de asignaturas
- CAD-CAM, (diseño y fabricación asistidos por ordenador)
- Coordinación de profesorado
- Presentaciones.
- Maqueta. Físicas y virtuales.

En esta publicación recogemos una selección de trabajos realizados por alumnos durante el curso 2011-12. Es una muestra de los ejercicios finales más significativos del trabajo realizado. La estructura de esta monografía, se complementa con unos textos de tres de los profesores que han impartido la asignatura, Manuel de Miguel (arquitecto), Enrique Castaño, (arquitecto) y Alberto Lastra (matemático) , desde tres perspectivas diferentes: metodología docente, el dibujo y las matemáticas. También nos acompañó durante el curso el profesor Juan Mena.

Los trabajos de los alumnos se han estructurado con un texto explicativo redactado por ellos, y unas imágenes organizados en dos categorías; las de contextualización de la cuestión y las imágenes correspondientes a la aportación de cada alumno.

2. Contexto/docencia

Enrique Castaño

La asignatura «Taller de Dibujo II», como asignatura compartida por las áreas de Matemáticas y Expresión Gráfica Arquitectónica, debió ajustar sus objetivos de forma que fueran comunes a ambas, dirigiendo la asignatura hacia una unidad en cuanto a contenidos y a objetivos a alcanzar. Por otro lado, la asignatura debía suplir las posibles carencias provocadas por la implantación del nuevo Grado en Arquitectura en la Universidad de Alcalá, en la que se hace un ajuste de las horas presenciales del alumno.

La asignatura se ha organizado desde las nuevas premisas del nuevo Espacio Europeo de Educación Superior, estableciendo unos objetivos desarrollados a partir de competencias y la coordinación del profesorado. Bajo estas premisas los objetivos marcados fueron los siguientes:

- Capacidad para manipular los objetos geométricos a favor de formas arquitectónicas.
- Obtener un conocimiento teórico fundamentado de los conceptos matemáticos que soportan las ideas gráficas.
- Conocimiento de los objetos geométricos básicos.
- Dominio de las técnicas gráficas informáticas, así como la incorporación de nuevas herramientas para la creación arquitectónica (como software matemático *MAPLE*, *Rhino*, *Grashoper*) de forma coordinada a las metodologías utilizadas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura.
- Capacidad de extrapolación de los conocimientos matemáticos adquiridos a la realidad arquitectónica, incluso de diseñar nuevas creaciones a partir de éstos.

Cabe destacar además la aparición de ciertas competencias genéricas a desarrollar, como son aquellas ligadas a las habilidades gráficas asociadas a técnicas informáticas, a partir de un fundamento matemático intrínseco, las habilidades de investigación que cada uno de los alumnos desarrolló en torno a un tema relacionado con los contenidos del curso, el trabajo en equipo, presentación oral y escrita, búsqueda bibliográfica, etc…

La temporalización de la asignatura se organizó de tal manera que se empezó impartiendo los contenidos de Matemáticas, con idea de que los alumnos aprendan los contenidos teóricos de naturaleza matemática que servirán para el desarrollo posterior de la asignatura. Estos primeros contenidos matemáticos versaban sobre temas de geometría diferencial: estudio de curvas planas y alabeadas, estudio de superficies regulares y aplicación en cónicas y cuádricas. Para la parte de dibujo, desarrollada posteriormente, estos conocimientos se ponen en práctica en las entregas realizadas periódicamente por los alumnos.

El bloque principal de contenidos generales de la asignatura se dedicó a la representación de la arquitectura y la ciudad mediante técnicas informáticas:

- Representación de líneas y superficies parametrizables.
- Análisis y modelado de geometrías complejas.
- Modelado y simulación 3D: maquetas virtuales. Representación de la arquitectura y la ciudad mediante técnicas informáticas.
- Renderizado: luz, color y materiales. Animaciones.

En cuanto a la parte de Dibujo de la asignatura, los contenidos se centran en el estudio de:

1. Superficies. Cono, cilindro y esfera. Bóvedas. Operaciones booleanas.
2. Recordatorio de poliedros. Sombras e iluminación. Proporciones.
3. Geodas. Estructuras de barras de grandes luces.
4. Superficies cuádricas. Paraboloides e hiperboloides.
5. Superficies regladas. Helicoides. Capialzados. Conoides.
6. Empaquetamientos.
7. Aplicación de materiales.
8. Renderizado y animación.

Las clases de prácticas presenciales de la asignatura se concibieron de forma que los conocimientos matemáticos y arquitectónicos convergieran.

Para la parte de matemáticas, las clases de prácticas se enfocaron en torno al conocimiento del software matemático Maple. Su elección se hizo en base a la capacidad de este programa de interactuar con programas de uso frecuente en la parte de dibujo de la asignatura, como *AutoCAD*. De esta forma, los alumnos fueron capaces de realizar el dibujo de curvas y superficies a partir de sus parametrizaciones con *Maple*, para posteriormente manipularlos desde el software específicos de dibujo. En ciertos casos, el paso por los programas matemáticos para terminar en AutoCAD no puede ser obviado, y es necesario, ya que ciertas curvas y superficies no pueden ser generadas con programas de dibujo de forma sencilla, pero sí a partir de sus ecuaciones matemáticas, como es el caso de una curva cicloide, presente en obras arquitectónicas como el Kimbell Art Museum, ubicado en Texas, cuyas bóvedas están compuestas por este tipo de curva geométrica.

El curso finalizó con un trabajo en el que los alumnos debían hacer una investigación sobre un tema de entre más de 100 propuestos por los profesores. Todos los temas, buscaban la conexión entre las matemáticas y el dibujo, se plantearon trabajos sobre obras concretas como el estudio de mercado de abastos de Algeciras, la catedral de Brasilia, el palacete del deporte de Pier Luigi Nervi, etc… También trabajos sobre autores como Le Ricolais, Escher o Gaudí; o trabajos dedicados a técnicas concretas como el estudio de los fractales o las estructuras de tensegridad. Los objetos matemáticos aparecen de una u otra manera en numerosas obras arquitectónicas, destacando las cúpulas geodésicas de Pérez Piñero o de Buckmister Fuller, los hiperboloides de Antonio Gaudí o Eduardo Torroja, los paraboloides de Félix Candela o Miguel Fisac y otras estructuras de geometrías complejas como sería el caso de obras concebidas por Saarinen, Freyssinet, Pier Luigi Nervi, Javier Manterola, Jorn Utzon o Frei Otto. También se propuso trabajar sobre teorías geométricas innovadoras, como las de Robert Le Ricolais y tan actuales como las obras de Cecil Balmond, Marc Fornes o Marcos Novak.

Los alumnos debían desarrollar el tema elegido desde tres perspectivas: una investigación del tema propuesto, un estudio matemático-geométrico relacionado con el tema y una innovación al respeto.

La fase final de cada ejercicio consistió en el análisis de los contenidos y la elaboración de conclusiones. Todo ello se recogía en un documento gráfico que permite una evaluación unitaria y que parte de ella es lo que se recoge en esta publicación.

3. Forma e innovación

Manuel de Miguel

El ejercicio de la arquitectura y también el de la ingeniería deben enfrentar el problema de la forma de manera inevitable. Las ideas se transforman en objetos y éstos, tarde o temprano, adquieren una configuración concreta. Se puede entender éste problema como una necesidad pero a la vez como una oportunidad. Hay muchas maneras de aproximarse a él. Aquí hemos considerado interesante concentrar la atención sobre un aspecto particular del problema general de la forma. Éste es el que contempla la relación entre la influencia de la tradición y la voluntad de innovación, o entre lo que caracteriza una forma como herencia cultural y aquello que emerge, nuevo y original, entre sus posibles desarrollos (Llorente 2011).

La forma es una de las características esenciales de los objetos observados, nos habla del objeto y la masa, del cuerpo tridimensional, la superficie bidimensional y finalmente del elemento unidimensional como la línea. Arnheim (2002) advierte, sin embargo, que la forma de un objeto no consiste solamente en su contorno, «…la forma de un objeto no viene dada sólo por sus límites: el esqueleto de fuerzas visuales creado por los límites puede influir, a su vez, en el modo en que estos sean vistos», «la verdadera forma de un objeto está constituida de su esencial configuración espacial». Se puede distinguir por tanto entre configuración y forma. Este enfoque del filósofo alemán se acerca al de la configuración arquitectónica y es muy útil en el análisis que nos ocupa. Pues se aproxima por el camino de la experiencia personal del individuo (creador) en el que se une pasado y presente formando lo que denomina el «esqueleto estructural» del objeto.

Las palabras anglosajonas «shape» y «form» son a menudo usadas como si significasen lo mismo. Existe una diferencia importante entre estos dos términos. Form es la forma visible del contenido. Shape es la configuración que relaciona la forma concreta con una serie de formas asociadas y un sinfín de referencias que la acompañan. «Ningún esquema visual es solamente ello mismo, él representa siempre otras cosas más allá de su propia existencia individual»(Arnheim 2002)

Para un análisis formal partimos de modelos conocidos, basados en figuras sencillas, formas planas, poliedros, superficies, etc. A continuación profundizamos en muchos otros temas que la forma nos ofrece; referencias, relaciones internas, proporciones, series, tipos, pliegues… Para terminar, centramos nuestra mirada en alguna de esas propiedades que permite una transformación inesperada.

No nos interesa quedarnos en aquello que simplemente salta a la vista, de la forma de un objeto. Tratamos de analizar cada objeto según lo que se llama el esqueleto estructural de la forma (Arnheim 2002). Este tipo de análisis sobre la estructura interna está directamente relacionado con la geometría. El modelo que permite pasar del esquema formal-geométrico al esqueleto estructural de la forma es un proceso que resultará muy útil al diseñador si aprende a vincular cada forma y su significado geométrico, independizándolo temporalmente de asociaciones culturales o artísticas. De esta manera el trabajo formal se realiza a un nivel más profundo y libre, abriendo nuevas posibilidades de configuración.

Este artículo se ocupa de referir un grupo de autores, arquitectos e ingenieros, que tienen en común la búsqueda expresa de la forma en la creación de sus objetos, y que para llevarlos a cabo no dudan en convertirse en empresarios o desarrollar métodos propios de construcción y comprobación. Son técnicos cuyas aportaciones han tenido un carácter innovador y han provocado la imaginación de muchos artistas y científicos en todo el mundo. Nuestra principal hipótesis es que han desarrollado buena parte de su trabajo sobre las características intrínsecas de los objetos como formas, y esto ha permitido, posteriormente, llevar al límite las posibilidades expresivas de la materia. Lo más llamativo es esto último, pero la innovación parece estar más en las labores previas. A menudo dicha búsqueda de la forma se produce siguiendo la intuición del autor, aunque una adecuada base teórica y un sólido conocimiento de la técnica y tradición constructivas parecen ser condiciones necesarias en la conclusión de resultados importantes.

En 2002 la exposición «*Gaudí. La búsqueda de la forma*» recibió más de 150.000 visitantes sólo en Barcelona. Cifra que siguió aumentando en sus instalaciones posteriores de León, Génova y Tokio (Font Comas 2004) y fue premiada con el FAD-2003 de espacios efímeros. Esta exposición contaba los trabajos de Antonio Gaudí (1852-1926), desde el punto de vista geométrico, agrupando los temas en función de sus formas. Así las superficies regladas, las formas compuestas y los funiculares y catenarias eran los apartados a tratar. Font aclaraba que el reto de la exposición era explicar los contenidos sin caer en la exclusividad de una muestra para eruditos. Se trataba de dar a conocer un aspecto interesante a la vez que complejo. No es posible salir de una exposición sabiendo geometría pero sí se puede valorar su importancia en la generación de las formas;

> …no se trataba tanto de que, a la salida, el visitante *supiera* qué era un paraboloide hiperbólico sino de que, de una forma u otra, lo hubiera *visto,* lo hubiera *percibido.* Muy probablemente, muchos visitantes no retendrían ni el nombre de aquella superficie; pero, a través del videoclip y, a partir de ahí, de todo el conjunto de objetos que lo acompañaban, la pretensión era que tomaran conciencia de su existencia, alcanzando un conocimiento de ella en un plano, sino intelectual, sí perceptivo.
> En definitiva, el conocimiento necesario para comprender el mensaje de cómo la forma del elemento mostrado respondía a aquella estructura geométrica. Se consideró, pues, que el conocimiento de la geometría de las superficies debía concretarse en mostrar su generación (particularmente, su condición de regladas), sus secciones planas más características y su cualidad de doble curvatura.

No sabemos qué habría opinado Gaudí sobre esta exposición. Pero es sabido que el arquitecto catalán reaccionaba con hostilidad cuando se le preguntaba sobre su conocimiento de la geometría. La asignatura que en su momento se denominaba Sombras y perspectiva, impartida por Rovira i Rabassa en la Escuela Provincial de Arquitectura de Barcelona, se considera equivalente a la Geometría Descriptiva actual. Gaudí criticaba el escaso conocimiento de cuestiones prácticas del corte de la piedra y el excesivo peso de la erudición y los tratados que su profesor mostraba. Parece que la aproximación del maestro a la geometría era desde la necesidad más que desde el conocimiento. También sabemos que Gaudí dibujaba poco, mucho más interesado por la maqueta, su utilización del dibujo es como herramienta operativa y no como elemento especulativo o de lucimiento. Este tomar de la geometría lo necesario y dejar a un lado los procedimientos elaborados, se podría entender como una vuelta al origen, al uso de aquella parte del conocimiento que permite poner en marcha las operaciones necesarias en la acción de construir (Nocito Marasco 2006);

> Gaudí retoma las antiguas tradiciones geométricas del pasado con espíritu enteramente nuevo. Su particular reinterpretación del gótico se basa en esa recupera-

ción de la racionalidad de los procesos constructivos mediante una geometría práctica y sencilla. El rechazo a las abstracciones impuestas por el cálculo y las proporciones numéricas le lleva a configurar una metodología gráfica que no puede existir independientemente de la propia materialidad física. Será la suya una geometría aplicada a la práctica concreta de la construcción arquitectónica mediante sencillas figuras e imaginativos procedimientos. Un código, en suma, que le permita al arquitecto tender el puente interrumpido durante tantos años entre creadores y ejecutores de la arquitectura.

La relación entre teoría y práctica, o entre ciencia y técnica, según se quiera ver, no es un dilema que obligue a elegir un único camino al individuo. Es más el cultivo de los conocimientos más teóricos, aparentemente alejados de la aplicación inmediata, se convierten a menudo en motor de los avances de la técnica. Eduardo Torroja, (1899-1961) en su discurso de ingreso en la Academia de las Ciencias, en 1944, decía(Andrade Perdrix 1999);

> «...personas como yo, que no soy ni he sido, ni pienso ser más que un ingeniero constructor, dispuesto siempre a hurtar en el campo ajeno y dadivoso de la Ciencia algo de lo poco que, con mis modestos aperos de trabajo, puede servirme para construir mejor. Porque en eso que se ha dado en llamar, y no sin fundamento, el Arte de la Construcción existe siempre un fondo esencialmente científico, y más particularmente matemático, sin el que hoy no puede vivir el técnico».

Una de las aportaciones de Torroja en el campo de las estructuras fue la introducción de dos coeficientes, uno de mayoración de cargas y otro de minoración de resistencias para los materiales. Este concepto resultó revolucionario para su tiempo y aún subyace en la normativa del hormigón de todos los códigos del mundo, según Andrade (1999). En palabras de José Eugenio Ribera, profesor que le invitó a entrar en su empresa, Hidrocivil, en 1923, nada más terminar su carrera, con motivo de una cena homenaje a Eduardo Torroja:

> «su profundo conocimiento de las teorías, su continuado aprendizaje en el campo experimental y su valentía para enfrentarse con los más difíciles problemas, le permite desenvolver sus concepciones de tal modo que, en muchos casos, la idea arquitectónica que con cualquier otro hubiera conducido a una solución forzada o falsa, con Torroja se traduce en una nueva forma estructural de tan aguda precocidad y fuerza que es imposible separarla del conjunto funcional y estético que modela el arquitecto, con el que le gusta colaborar frecuente e intensamente»

Históricamente, la construcción se ha regido mediante reglas de proporción, a través de los argumentos de autoridad. Galileo, en 1638 con la publicación de «Diálogo de dos Nuevas Ciencias» establece las bases del estudio científico de los problemas estructurales. En dicha publicación pone en cuestión estas reglas de proporción expresado con la frase de «los gigantes no pueden haber existido». No obstante lo acertado de su argumento, las proporciones han continuado sirviendo de apoyo en tanto los valores en los cuales es determinante su influencia son muy importantes. Tanto es así que la construcción sigue empleando de manera generalizada esas mismas reglas hasta finales del SXIX (Llorente 2011).

No es infrecuente por ello que algunos arquitectos e ingenieros se acerquen al comportamiento estructural a través de la realización de modelos. Un ejemplo paradigmático de ello sería el de Félix Candela (1910-1997). Tras intentar previamente extraer el conocimiento de la ciencia más abstracta, opta finalmente por mantener una posición mucho más experimental y extraer el conocimiento directamente de la disposición de modelos (Cassinello 2010).

> «Los cascarones me parecieron un reto interesantísimo y soñaba con la posibilidad de construir algunos en el futuro. Pero mi falta de experiencia y la fe juvenil en la impresionante sabiduría desplegada en las revistas técnicas, me hicieron creer que la clave de la construcción de cascarones residía en complicados cálculos matemáticos, que traté –sin mucho éxito- de comprender y dominar. No fui el único despistado y desalentado por aquella sagaz barrera matemática que dio a sus divulgadores la exclusiva, por más de veinte años, en la construcción de bóvedas cilíndricas, impidiendo durante el mismo tiempo, el desarrollo y empleo habitual de tales estructuras.»

En el año 1949, F. Candela, estaba ya convencido de que el camino más adecuado para capacitarse en el diseño y construcción de cascarones de hormigón armado, era la experimentación directa mediante la construcción de modelos, basándose en el conocimiento de las inmutables Leyes de la Naturaleza (Estática, Mecánica y Resistencia de Materiales). Consideró, además que lo más sencillo e inmediato era construir esos modelos a escala natural.

En 1961, Emilio Pérez Piñero (1935-1972) estudiaba cuarto curso de arquitectura en la Escuela de Madrid. Uno de sus profesores le animó a participar en un concurso convocado por el Congreso de la Unión Internacional de Arquitectos (Calvo López, Sanz Alarcón 2011). Con una estructura ligera, desmontable y transportable resolvió de un solo golpe los requerimientos de un proyecto de espacio escénico, y aportó soluciones concretas en un momento en que la vanguardia arquitectónica proponía imágenes de edificios móviles imposibles.

> Piñero construyó en una pensión de la calle Pérez Galdós, empleando materiales de ferretería de barrio, el prototipo de una estructura espacial, las barras se unían mediante un ingenioso nudo articulado. No se molestó en dibujarla, entendiendo que la maqueta era suficiente para definir la construcción, como haría en la práctica totalidad de sus proyectos.

En el jurado estaban Félix Candela, Ove Arup y Richard Buckminster Fuller, que manifestaron un gran interés por las soluciones del estudiante español. Tras una mención extraordinaria en aquel concurso llegaron otros reconocimientos internacionales. Calvo (2011) nos explica la importancia que la formación matemática de la época tuvo en el desarrollo de sus trabajos;

> A pesar de la precaria situación de la industria española, la preparación matemática de los estudiantes de las escuelas técnicas, derivada de la tradición politécnica francesa, era enormemente exigente. Piñero hubo de superar dos años de Ciencias Exactas antes de ingresar en la escuela de arquitectura.

Llegando incluso a afirmar que ésta exigente formación es uno de los factores que facilitaron la emergencia de una figura como Piñero;

> Precisamente este rasgo diferencia al sistema español de la Europa continental y, más aún, de los países anglosajones. Lejos de reducir la educación del arquitecto a la formación como diseñador puro, ya en el siglo XVIII. La Academia de San Fernando había adoptado la orientación de la École PoIythechnique, opuesta a la de Beaux-Arts. Este es otro de los factores que explica el éxito internacional de Piñero, como Candela, era capaz de ofrecer al mismo tiempo sensibilidad formal y competencia técnica, algo que no es frecuente en el mundo angloparlante. De ahí que recibiera al mismo tiempo el reconocimiento de las bienales artísticas y las reuniones de inventores.

La forma, como necesidad, nos enseña que los medios para alcanzar el fin perseguido surgen a menudo de la intuición y en el proceso se hace uso de cuanta herramienta teórica (casi siempre matemática) se sea capaz. Las premisas de los nuevos planes de estudios de grado nos aconsejan que fomentemos la conjunción del polinomio ciencia-técnica-docencia-empresa. Yo añadiría que todas ellas se deben apoyar a la vez en el fomento de las capacidades individuales. Es el empuje creativo del individuo el necesario motor del avance y poner a su servicio los conocimientos disponibles es la obligación de los docentes. Se debe plantear un espacio de creación de la forma, tomando conciencia de su significado por todos los medios al alcance del autor; sus propiedades, relaciones, formulación matemática, construcción, posible desarrollo, etc.

Referencias

Andrade Perdrix, C. 1999, «Centenario de Eduardo Torroja (Ciencia, tecnología y empresa)», *Informes de la Construcción,* vol. 51, no. 462, pp. 5-6, 7, 8.

Arnheim, R. 2002, *Arte y percepción visual psicología del ojo creador,* Alianza, Madrid.

Calvo López, J. & Sanz Alarcón, J.P. 2011, «Arquitectura plegable para una década prodigiosa», *Revista EGA,* vol. 17, pp. 114-115,116,117.

Cassinello, P. 2010, *Félix Candela. La conquista de la esbeltez,* Ayuntamiento de Madrid, Madrid.

Font Comas, J. 2004, «Gaudí. La búsqueda de la forma: Geometría para todos», *X Congreso EGA*Granada, 2004.

Llorente Zurdo, P. 2011, «El pretensado, la disolución de las tipologías constructivas en la arquitectura del siglo XX», *Diploma Estudios Avanzados*, UPM, Madrid.

Nocito Marasco, G. 2006, «El dibujo en la producción de arquitecturas de geometría compleja: El caso de Gaudí», *XI Congreso EGA*Sevilla, 2006, pp. 403-409.

4. Las matemáticas subyacentes

Alberto Lastra

La asignatura «Taller de Dibujo II» pretende establecer un nexo entre la arquitectura y las matemáticas. En la presente colección de trabajos aspiramos a exponer una pequeña muestra de cómo ambas disciplinas pueden convivir, dando lugar a estructuras y edificios con unas características especiales (de ligereza, robustez, con ciertas propiedades físicas o topológicas, etc… o simplemente más bellas).

Todos los trabajos reposan sobre distintas teorías y objetos matemáticos, algunos más conocidos que otros. Si bien estos conceptos son explicados en cada uno de los trabajos, en este capítulo se explicarán de forma breve aquellos que consideramos puedan resultar más desconocidos para el lector.

Con un primer vistazo al trabajo «**Schlaich Bergermann und Partner**» de **Carolina García** se puede intuir cómo las matemáticas y en particular los objetos geométricos aparecen en distintas obras arquitectónicas: desde las geometrías más cotidianas, como los casquetes esféricos de la cubierta del mercado de Algeciras y que son estudiados en profundidad por **Alba Hernández** en su trabajo «**Mercado de abastos de Algeciras**» o como en el trabajo «**Palacete del deporte. Pier Luigi Nervi»,** tratado por **Mónica Muñoz**; hiperboloides, como los que se encuentran en la cubierta del hipódromo de la Zarzuela de Madrid; y hasta helicoides como los que encontramos en la torre Killesberg en Sttutgart. Todos los objetos matemáticos enumerados hasta ahora parecen estar sujetos, en principio, a una ecuación más o menos simple: una esfera ($x^2+y^2+z^2=r^2$, para cierto $r\neq 0$), un hiperboloide de una hoja ($x^2/a^2+y^2/b^2-z^2/c^2=1$, para ciertos *a,b* y *c* y no nulos), etc...También podremos encontrar estructuras que combinen todos estos objetos geométricos. Por ejemplo, el trabajo «**Cubierta del velódromo de Anoeta**», de **Marta Fernández** trata con superficies cuádricas como son los paraboloides hiperbólicos. La cubierta está formada por una estructura reticular con familias de arcos y cuyos espacios son rellenados por los paraboloides. Una introducción a los objetos geométricos que se han enumerado puede encontrarse en cualquiera de los textos de geometría diferencial que examinen las superficies regulares en el espacio. La posibilidad de combinar los elementos geométricos es infinita. De hecho, una parte de los trabajos consistía en una aplicación personal del tema tratado y/o modificación propia de la obra estudiada. En el caso de esta cubierta, se optó por modificar la superficie elegida para recubrir la estructura.

Sin embargo, otros objetos matemáticos más complejos y posiblemente desconocidos para el lector irán apareciendo. Por ejemplo, y continuando con el primer trabajo de los alumnos que se ha mencionado, las cubiertas de mallas de cable y las cubiertas de láminas de rejilla. Éstas responden a necesidades en cuanto a la variabilidad de su forma a través del principio de la triangularización de una superficie.

Pero además, las matemáticas no sólo aparecen en los trabajos como formas geométricas aplicadas a la arquitectura, sino que también acercan al arquitecto a la figura del investigador. En el trabajo «**Le Ricolais**» de **Julia García** se puede apreciar como un arquitecto, en este caso Le Ricolais, investiga acerca de la ley de Euler de invariabilidad topológica de los poliedros. Como bien explica Julia en el trabajo, cualquier poliedro convexo verifica que

$$F - E + V = 2,$$

siendo F el número de caras del poliedro, E el número de aristas y V el de vértices. Le Ricolais modifica los poliedros regulares para la búsqueda y construcción de nuevas estructuras, las estructuras reticuladas. Así como el científico hace uso del método científico en sus investigaciones, Le Ricolais desarrolla métodos de investigación, como el Método de la Imagen.

Hemos hablado hasta ahora de casquetes esféricos e hiperboloides de una hoja como superficies más o menos conocidas y que fueron estudiados en algunos trabajos. En «**Catedral de Brasilia**» de **Andrea Cuevas,** el apartado matemático se centra en el estudio de las hipérbolas y los hiperboloides de una hoja, superficie de revolución generada por una hipérbola al girar sobre el eje de simetría de la hipérbola que no tiene cortes con ésta. Tanto en éste como en otro trabajo que mencionaremos posteriormente, se invitó al alumno a profundizar en el uso de paquetes matemáticos apropiados en cada caso. En éste, propusimos hacer uso de Geogebra, un programa informático de libre distribución, sencillo e intuitivo con el que la alumna pudiera convencerse de que la estructura podría estar constituida por hipérbolas. La elección de Geogebra, además de las razones ya indicadas, fue la adecuación a estudios geométricos simples que el programa es capaz de realizar. De hecho, una de sus herramientas permite dibujar una cónica cualquiera a partir de 5 puntos distintos pertenecientes a ésta. El ajuste de estos puntos, emplazados de forma adecuada en una fotografía real de la catedral, derivó en una hipérbola.

También, y como aplicación de lo aprendido durante el curso, se le sugirió a Andrea que intentara generar un par de hiperboloides con Maple que emularan la piel del edificio. El corte de éstos con ciertos planos conteniendo el eje de rotación permitiría recuperar la estructura final. Todo esto se puede apreciar en su trabajo. Para la parte de experimentación del trabajo, la estructura es generada por los cortes con el eje de simetría de superficies de revolución distintas, no ya originados a partir de hipérbolas, sino por otras curvas.

Muchas de las formas geométricas que finalmente adquieren algunas obras arquitectónicas se deben a los propios fenómenos físicos involucrados en su creación. Un ejemplo claro se encuentra en el trabajo «**Puente de Plougastel**», de **Cristina López-Cortijo**. El puente de Plougastel se encuadra dentro de los puentes de arco. Para su construcción se optó por utilizar la técnica del pretensado. Esta técnica fue patentada por el arquitecto del puente mencionado, Eugène Freyssinet, en 1920.

Desde el punto de vista matemático nos interesará la forma que adquieren los arcos construidos mediante hormigón pretensado.El análisis geométrico de la forma que éste adopta en uno de estos arcos es descrito como una porción de parábola (en [9], [3], por ejemplo). Es decir, en cierto sistema de referencia podría representarse con una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$ para ciertos números a,b,c. Bajo la hipótesis de que cada uno de los arcos se dibuja como una porción de parábola, el estudio geométrico de cada arco del puente de Plougastel es sencilla. Además, goza de la característica de mantener la curvatura constante en cada uno de sus puntos. Para un estudio más exhaustivo de las fuerzas causadas por el pretensado del hormigón, hacemos referencia a [7]. Sin embargo, en la práctica, no cabe esperar un estudio tan sencillo. Un puente construido a partir de la técnica del hormigón pretensado que conste de varios arcos no dispondrá de arcos definidos por parábolas solapadas, sino que el punto de unión de éstas deforma la estructura. Las curvas que aparecen son más suaves, sin cúspides abruptas en las uniones entre parábolas. Para su modelado se utilizan herramientas matemáticas como los

B-splines (una descripción de este concepto se puede encontrar en [8]) permitiendo determinar curvas suficientemente regulares, es decir, sin las cúspides antes descritas, y que pasen por determinados puntos. Para su manipulación es frecuente el uso de métodos numéricos como el método de los elementos finitos (ver [2]).

En el trabajo se decidió aproximar la solución, considerando que cada uno de los arcos del puente de Plougastel forma una parábola. Geogebra fue un recurso al que se recurrió para la realización del trabajo, y con el mismo fin que en el de la catedral de Brasilia.

Con respecto del trabajo «**Escher**», realizado por **Laura Arenal**, el estudio matemático se dirigió en torno a las obras de este autor que versan acerca de la banda de Möbius. Además de la presentación de la banda como superficie no orientable y de la determinación de sus propiedades fundamentales, se le propuso a la alumna que encontrara una parametrización de dicha superficie por medio de Maple, poniendo en práctica los conocimientos adquiridos a lo largo del curso. La aplicación personal que inicialmente nos propuso la alumna consistía en una montaña rusa. La disposición de la montaña rusa era inicialmente como la que Maple dibuja con la parametrización del trabajo. Es decir, una montaña rusa no orientable y muy sencilla. Aquellas personas que hiciesen uso de la montaña rusa-banda de Möbius en cierta posición terminarían el trayecto con los pies sobre la aparentemente «otra cara» de la montaña rusa. Decimos aparentemente porque en realidad sólo existe una cara debido a la no orientabilidad de la banda de Möbius. La complejidad de la primera propuesta fue menor que la que al final se presentó y que aparece en el trabajo. Para su perfeccionamiento, los profesores de la asignatura le propusimos a Laura que ampliara la información matemática del trabajo, investigando acerca de lo que es la topología como concepto matemático, el concepto de homeomorfismo, etc… y se le sugirió modificar el planteamiento inicial de la montaña rusa hacia otro más complejo que viniera explicado por la frase «La montaña rusa que presento es homeomorfa a una banda de Möbius». Nos remitimos a su trabajo para ver que el resultado ha sido satisfactorio.

En definitiva, el objetivo que buscábamos alcanzar en este caso fue que Laura comprendiera que, desde el punto de vista topológico, la banda de Möbius que Maple dibujaba con la parametrización que había encontrado era, en cierta manera, equivalente a la montaña rusa que finalmente se construyó. Con «desde el punto de vista topológico» queremos decir que es posible estirar, doblar, apretar como si fuera un chicle, una cinta de Möbius, conservando ciertas propiedades. En este caso, la propiedad que se pretendía ver que se conservaba es la de «no orientabilidad».

¿Cuánto mide la costa de Gran Bretaña?

Así comienza el título de un artículo de B. Mandelbrot [4]. Si uno se pone a analizar la curva que determina cierta línea de costa desde el espacio exterior, ésta aperas presentará salientes abultados y tenderá a ser más o menos suave, ajustándose a ser una curva más o menos regular. Sin embargo, a medida que vamos acercándonos, los detalles surgen de pronto y su complejidad aumenta. La complejidad de la costa aumentaría sin límites siempre y cuando nuestra capacidad de visualizar los detalles fuera infinita. Este punto de partida, un tanto insólito, se corresponde con el trabajo «**Fractales**», realizado por **Victoria García**.

En la práctica, las medidas experimentales de una curva como la trazada por la línea de costa se realizan a partir de aproximaciones que pulen las irregularidades que pudieran aparecer. Sin embargo, tal y como muestra el artículo antes mencionado en una de sus figuras y que recoge de [10], si nuestra capacidad de visualizar los detalles fuera cada vez mayor, los recovecos del paisaje provocarían que la longitud estimada fuera creciendo más y más…¡hasta el infinito!

Los datos experimentales determinaban que este fenómeno no ocurría si se estudia la longitud de una curva más regular, como lo es una circunferencia. En este caso, llegada a una cierta resolución en la aproximación, la longitud estimada apenas varía de la longitud real y, de hecho, tienden a parecerse cada vez más.

El fenómeno que se ha explicado ha sido recurrentemente utilizado para establecer, a modo intuitivo, el concepto de fractal. No pretendemos dar aquí una definición precisa de fractal, sino centrarnos en las propiedades que pueden presentar, y que luego se intentan reproducir en el ámbito de la arquitectura.

Una de las características más destacadas en algunos de los fractales es su autosemejanza (o autosimilitud), es decir, la capacidad de que una parte del fractal reproduzca geométricamente de forma semejante al total. Para ilustrar esta propiedad consideramos el llamado copo de nieve de Koch, o estrella de Koch. Su construcción se basa en la repetición iterativa del siguiente proceso:

1º.- Se toma un segmento y se divide en tres partes iguales.
2º.- Se construye un triángulo equilátero con base en el segmento central y se elimina del conjunto la base del triángulo.
3º.- Con cada uno de los cuatro segmentos resultantes se comienza por el primer paso de nuevo.

Si la orientación de los triángulos construidos en el segundo paso es la misma con respecto al segmento de partida en cualquier etapa del proceso, la curva que se obtiene es una tercera parte del copo de nieve de Koch, que resulta de unir tres construcciones como la anterior. Queda claro a simple vista que el total se reproduce al tomar una parte del conjunto.

También, la longitud de la curva es infinita. En la primera iteración del proceso partiendo de un segmento de longitud 1, obtenemos una curva de longitud 4/3, ya que está formada por 2 partes del segmento inicial, de 1/3 de longitud, y dos de los lados del triángulo equilátero de lado 1/3. Siguiendo de manera recursiva los pasos de construcción del fractal, podemos comprobar que en el paso n, la longitud total de la curva es $(4/3)^n$. Tras un número infinito de pasos, la longitud de la curva generada es

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{3}\right)^n = \infty.$$

Es decir, la longitud del copo de nieve de Koch es infinita.

La medición de la longitud de la costa se explica de la misma forma. Si establecemos una unidad de medida M, y la repetimos a lo largo de la costa para medirla, el valor de la longitud vendrá dado por el número de veces que se ha necesitado contar esta medición a lo largo de la costa. Si reducimos la unidad de medida inicial, esta longitud aumenta sin límite. El ejemplo anterior nos sirve también para ilustrar otra de las propiedades que puede presentar un fractal: su construcción iterativa. El conjunto de Mandelbrot se construye a partir de los puntos del plano que verifican una cierta propiedad que es comprobada realizando de forma iterativa una sucesión de operaciones. No entramos en detalles aunque no es complicada.

Para una mayor comprensión del trabajo de **Laura Cuesta** sobre «**Tensegridad**», se presenta a continuación una pequeña introducción a este concepto desde el punto de vista matemático. El estudio de las estructuras tensegríticas se puede hacer de una forma general y abstracta. No es necesario visualizar la estructura para comprender su funcionamiento por completo. Ni siquiera precisaremos que ésta haya sido construida. Una estructura tensegrítica se podrá estudiar como realización física de un grafo, como solución de ciertas ecuaciones, etc… Incluso, se podrá determinar si una estructura cualquiera que podamos imaginar pueda o no ser construida manteniendo un equilibrio de tensiones y dando como resultado una estructura estable.

En primer lugar, vamos a entender las tensegridades desde el concepto abstracto de grafo al que se le dará una interpretación física.

Un grafo $G = (V, A)$ estará formado por un conjunto de vértices $V = \{v_1, v_2, ..., v_n\}$ que están unidos entre sí por los elementos del conjunto de aristas $A = \{a_1, a_2, ..., a_s\}$. Supondremos que las aristas siempre unen vértices distintos, que no hay aristas distintas que unan dos mismos vértices y que no hay vértices a los que no se les haya asignado ninguna arista. Denotaremos a_{ij} a la arista que une los vértices v_i y v_j, en el caso de que esta arista pertenezca al grafo G.

Dado un grafo definido de forma abstracta como hasta ahora, siempre es posible interpretarlo de manera geométrica para su visualización de la siguiente forma: cada uno de los vértices se dibuja como un punto de un cierto espacio euclídeo y cada vértice como un segmento que une los dos vértices correspondientes.

Nuestro objetivo es dotar de una interpretación física a las componentes matemáticas hasta ahora introducidas. Para ello, adoptamos la definición dada en [1, Definición 2.4] como definición de estructura tensegrítica:

Consideramos un grafo $G = (V, A)$ y asociamos puntos a los vértices V de y segmentos a las aristas en A como antes. Para no complicar la notación, los elementos del grafo y su representación serán llamados de la misma forma y nos referimos a ellos indistintamente. También elegiremos un número w_{ij} que podrá ser positivo o negativo para a cada una de las aristas de G. Al conjunto de estos números se le conoce como conjunto de tensiones asociadas a la realización del grafo G. Si se cumple

$$\sum_{ij \ arista} w_{ij}(v_i - v_j) = 0 \text{ para cada vértice del } v_i \text{ grafo} \tag{1}$$

Entonces diremos que la estructura es auto-tensada (self-stressed).

Una estructura tensegríticaes una realización de un grafo junto con una estructura auto-tensada de tensiones asociadas a sus aristas en las que, para cada w_{ij}, su arista correspondiente se sustituye por un cable en tensión si $w_{ij} > 0$ (resp. por una barra rígida si $w_{ij} < 0$).

De la definición anterior se puede deducir, cambiando los números w_{ij} por $-w_{ij}$ que otra estructura tensegrítica se obtiene (las barras rígidas se cambian por cables en tensión y viceversa). Así, a partir de una estructura cualquiera, podemos manipular los datos de forma que se obtienen nuevas estructuras. Sin embargo, no es posible construir cualquier tensegridad que imaginemos. En [1], los autores caracterizan cuándo un grafo puede llegar a formar una tensegridad.

Otro punto de vista parte de una configuración determinada. A partir de ella, se resuelve un problema de optimización, es decir, se considera una estructura inicial y, a partir de la capacidad de las partes extensibles (cables en tensión), se intenta buscar un alcanzar un equilibrio en el que la ecuación (1) se verifique, junto con otras restricciones en forma de inecuaciones. Este proceso se puede percibir de forma muy intuitiva y visual en el siguiente enlace

http://complexity.xozzox.de/tensegrity.html

en el que a partir de una configuración inicial, las tensiones y longitudes que intervienen buscan alcanzar un equilibrio que llegue a dar lugar a una estructura tensegrítica.

Para una información detallada, hacemos referencia a [5], [6]. También han sido utilizados métodos físicos de estática para estudiar este tipo de estructuras.

Por último, queremos comentar de forma somera el contenido del trabajo «**Gaudí**», realizado por **Cristina Pérez.** Hemos emplazado la explicación de este trabajo al final de esta introducción pues con él podemos retomar el punto de partida: las geometrías clásicas y más simples en esencia, mientras no nos separamos del aprovechamiento de la física en la construcción o de la imaginación e innovación. Todas ellas se funden en el estudio de Gaudí.

Pongamos un ejemplo. La catenaria es la curva que describe una cuerda (ideal) que cuelga de sus extremos. Viene representada por el grafo de la función $y = a \cdot \cosh(x/a)$, para cierto valor de $a > 0$ prefijado. Ésta es una curva clásica con propiedades físicas importantes. De hecho, el arco construido con forma de catenaria invertida se soporta a sí mismo.

Pero además hace uso de paraboloides, hiperboloides, elipsoides, helicoides, una gran diversidad de superficies regladas, formas fractales, espirales, geometrías sinusoidales,… la lista parece no terminar nunca.

Referencias bibliográficas

[1] M. de Guzmán, D. Orden, From graphs to tensegrity structures: geometric and symbolic approaches. Publ. Mat. 50 (2006), no. 2, 279-299.

[2] A. A. Khan, K. K. Pathak and N. Dindorkan, Cable layout design of one way prestressed concrete slabs using FEM, Journal of Engineering, Science and Management education, Vol. 2, 34-41, 2010.

[3] T. Y Lin, N. H. Burns, «Design of pre-stressed concrete structures», Third edition, John Wiley and sons. Inc.New York, 1982.
[4] B. Mandelbrot, How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension.Science, New series, vol. 156, No. 3775 (May 5, 1967), pp. 636-638.
[5] M. Masic, R. E. Skelton, Optimization of Class-2 Tensegrity Towers. SPIE's 11th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, San Diego, CA, March 2004.
[6] M. Masic, R. E. Skelton, P. E. Gill, Optimization of tensegrity structures. International Journal of Solids and Structures 43 (2006), 4687–4703.
[7] J. Navrátil, Prestressed Concrete Structures, Akademické nakladatelsví CERM, 2006.
[8] H. Pottmann, A. Asperl, M. Hofer and A. Kilian, «Architectural geometry».Bentley Institute Press, 2007.
[9] N. K. Raju, «Pre-stressed concrete», tirad Edition, New Delhi, Tata McGraw Hill, 1995.
[10] L. F. Richardson, General Systems Year-Book 6, 139 (1961).
[11] La geometría fractal de la naturaleza, Tusquets, España, 1997.

5. Guía de la asignatura

A continuación presentamos un breve resumen de la ficha de la asignatura origen de esta experiencia que se denomina «Taller de Dibujo II», del Grado en fundamentos de Arquitectura de la Universidad de Alcalá. Ésta es una asignatura de carácter básico que queda entroncada en el primer cuatrimestre del segundo curso de dicho Grado. Consta de 6 créditos ECTS que se distribuyen de manera equitativa entre los departamentos de Arquitectura y de Matemáticas: 18 horas presenciales de clases teóricas de las cuales 9 horas se adjudican a Matemáticas y 9 horas a Dibujo, y 30 horas de talleres de prácticas repartidas de igual manera entre ambas áreas.

La asignatura es fruto de la colaboración entre los profesores de geometría y matemáticas. Se centra en la enseñanza de la construcción de modelos tridimensionales que permitan controlar los procesos de creación, manipulación y representación de objetos complejos con fluidez y precisión.

Sus objetivos a alcanzar son los que se enumeran a continuación:

- Capacidad para manipular conceptos geométricos en favor de formas arquitectónicas.
- Obtener un conocimiento teórico fundamentado de los conceptos matemáticos que soportan las técnicas gráficas.
- Visión espacial y control visual de formas tridimensionales.
- Conocimiento de los objetos geométricos básicos: principalmente poliedros y superficies y de las operaciones que entre ellos se pueden practicar.
- Intercambio y coordinación entre representaciones 2D-3D.
- Dominio de técnicas gráficas informáticas.
- Empleo de sistemas de cálculo simbólico y representación gráfica.
- Manejo de la luz, el color y las texturas y su relación con la configuración del espacio y la arquitectura.
- Incorporación del movimiento como un elemento fundamental en la comprensión del espacio urbano contemporáneo.

Por otro lado, las competencias, tanto generales como específicas, asociadas a la asignatura son las siguientes:

Competencias genéricas:

Capacidades:

- Habilidades gráficas: Utilizar las técnicas informáticas, para diseñar, calcular y comunicar los elementos geométricos que sustentan la ideación del proyecto. Conocer el soporte teórico matemático para abordar la representación gráfica de cualquier elemento arquitectónico.
- Habilidades de investigación: Conocimiento y profundización en teorías geométricas clásicas y contemporáneas. Profundizar en la búsqueda de aquellas estructuras matemáticas avanzadas necesarias en los nuevos desarrollos de la arquitectura.
- Análisis crítico del lenguaje gráfico.
- Habilidades de colaboración.

Comprensión de las estructuras geométricas básicas que subyacen en toda forma arquitectónica, relaciones multidimensionales entre el todo y sus partes. Los conceptos matemáticos más usuales: continuidad, curvatura, torsión, singularidades, etc. en el tratamiento teórico-práctico de los elementos matemáticos mediante los sistemas informáticos específicos.

Competencias específicas:

Aptitud para componer con libertad espacios geométricamente complejos, reconocer cuerpos o superficies conocidos y/o clasificables y hacer un tratamiento matemático completo de los entes geométricos que se utilicen, dedicando una atención especial a las técnicas de representación.

Conocimiento adecuado y aplicado a la arquitectura y el urbanismo de las técnicas informáticas 3D, los fundamentos teóricos necesarios para el tratamiento correcto de curvas, planas y espaciales, y de superficies en tres dimensiones, el manejo de sistemas informáticos para el estudio y representación de los elementos matemáticos más utilizados en la arquitectura y la construcción ideal y material de edificios de geometría compleja.

El bloque principal de contenidos generales de la asignatura se centra en la representación de la arquitectura y la ciudad mediante técnicas informáticas:

1. Representación de líneas y superficies parametrizables.
2. Análisis y modelado de geometrías complejas.
3. Modelado y simulación 3D: maquetas virtuales. Representación de la arquitectura y la ciudad mediante técnicas informáticas.
4. Renderizado: luz, color y materiales. Animaciones.

En cuanto a la parte de Dibujo de la asignatura, los contenidos se centran en el estudio de:

1. Superficies. Cono, cilindro y esfera. Bóvedas. Operaciones booleanas.
2. Recordatorio de poliedros. Sombras e iluminación. Proporciones.
3. Geodas. Estructuras de barras de grandes luces.
4. Superficies cuádricas. Paraboloides e hiperboloides.
5. Superficies regladas. Helicoides. Capialzados. Conoides.
6. Empaquetamientos.
7. Aplicación de materiales.
8. Renderizado y animación.

Los contenidos teóricos matemáticos específicos escogidos para ser tratados a lo largo del curso en aras de su aplicabilidad en favor de formas arquitectónicas se centraron en contenidos de geometría diferencial clásica, y son los siguientes:

1. Curvas planas: curvas regulares y parametrizaciones, recta tangente y normal asociadas a los puntos de una curva regular, longitud de arco, sistemas de referencia móvil, estudio de curvas históricas,… Estudio particular de las curvas cónicas: clasificación y elementos característicos de éstas.
2. Curvas alabeadas: curvas regulares en el espacio euclídeo tridimensional, recta tangente, parametrizaciones naturales, sistema de referencia móvil, planos oscilador, normal y rectificante, curvatura y torsión asociadas a una curva. Fórmulas de Frenet. Estudio de ciertas curvas históricas.
3. Superficies regulares, superficies regladas: superficies cónicas, cilíndricas y tangenciales. Estudio particular de las superficies cuádricas: clasificación y elementos característicos de las mismas.

Las prácticas de la parte de matemáticas se realizaron con Maple, y versaron en la representación a partir de ejemplos de cada uno de los puntos tratados en teoría. El intercambio y coordinación de las representaciones gráficas con la parte de Dibujo se realizó mediante la posibilidad que Maple ofrece de exportar éstos en un formato compatible con un programa de diseño gráfico de uso más frecuente por arquitectos, como es AutoCAD.

La metodología utilizada en la asignatura es esencialmente la que se sigue en una asignatura clásica: con clases teóricas comunes y grupos más reducidos para realizar las prácticas. Ambas de carácter presencial. Además de las tutorías de cada uno de los profesores de la asignatura se hizo uso de la plataforma del Aula Virtual de la Universidad de Alcalá.

Los trabajos que se presentan en esta publicación son una pequeña muestra de todos los que fueron propuestos por los profesores de la asignatura y permiten ayudar a alcanzar las competencias y objetivos enumerados anteriormente, pues no sólo se centran en el conocimiento de una obra, tendencia, autor,… sino que además el alumno necesita poner en práctica los conocimientos adquiridos en busca de una aplicación en favor de formas arquitectónicas, necesita de la realización de una investigación profunda en el tema del trabajo, de forma que se pueda relacionarlo con las matemáticas que subyacen en el tema. Como se puede comprobar en los trabajos, la comprensión y profundización en los temas, tanto desde el punto de vista arquitectónico como matemático, es indispensable.

6. Trabajos de alumnos

A continuación se recogen algunos de los mejores trabajos realizados por alumnos del curso 2011-12.

La selección se ha realizado en función de los mejores trabajos presentados durante el curso y de la disposición de las alumnas de hacerse cargo de la revisión y reelaboración de sus materiales. (Curiosamente en esta ocasión sólo mujeres respondieron a la convocatoria).

Todos los trabajos corresponden al último trabajo del curso que servía de resumen de toda las la asignatura y que se presentó en clase con un enunciado que se recoge a continuación.

A las alumnas se las pidió que seleccionaran de su trabajo las imágenes más representativas y que hicieran un texto explicativo sobre el tema seleccionado. Ellas son responsables de la selección de las imágenes con las que querían contar su tema y del texto que cada una ha escrito según su criterio. Alguna ha preferido hacer un recorrido más profundo sobre la biografía del autor o incidir más en el desarrollo matemático que justificaba la selección. Pero en cualquier caso los profesores hemos entendido que debían tener libertad y era su decisión y responsabilidad como lo seleccionaban, organizaban y montaban, teniendo los profesores un papel de coordinadores y de asesores.

De esta manera cada capítulo está organizado con un texto explicativo y dos grupos de imágenes organizados como imágenes de contexto y las imágenes de la aportación del trabajo de clase.

Enunciado de la práctica

La relación entre el desarrollo de la tecnología y la adquisición de la técnica que controla esa tecnología se ha modificado sustancialmente en los últimos veinte años. La velocidad a la que evolucionan los recursos digitales no permite desarrollar adecuadamente la técnica necesaria para manejarlos. Esta queda obsoleta antes de que el manual llegue a las aulas. Por ello se plantea la necesidad de abrir los caminos de la investigación y generar innovación a la vez que se adquieren los conocimientos.

Objetivos de la práctica:

La aplicación de conocimientos adquiridos como consecuencia de un proceso de investigación personal desarrollado sobre las pautas marcadas por los profesores del curso.

Se pide:

- Realizar un trabajo sobre un tema elegido por el alumno. El trabajo se desarrollará en tres fases diferenciadas; Investigación, representación e innovación/aplicación.
- **Investigación**: En esta primera fase se debe documentar toda la información disponible sobre el tema elegido, historia, teoría, crítica, diseño, etc., relacionar la materia elegida con su valor **arquitectónico y matemático**, analizarla y exponerla de manera clara y concisa. Las fuentes consultadas deben ser convenientemente referenciadas1.
- **Representación**: A continuación se elaborarán representaciones tridimensionales del tema elegido que permitan valorar el nivel de comprensión adquirido por el alumno. Se realizarán modelo/s tridimensional/es con un programa de CAD o similar. De aquí se obtendrán imágenes que aporten información complementaria a la aportada en la documentación y extraída de otras fuentes. 1 Sistema de Referencias de Harvard o equivalente.
- **Innovación/aplicación**: Finalmente se debe trabajar el tema desarrollando una aplicación que surja de las características geométrico-técnicas de los objetos manejados. Es importante que se compruebe la eficacia de las propuestas planteadas, por ello es aconsejable realizar maquetas. Cuyas fotografías complementaran el trabajo.

ESCHER-MOEBIUS/*Laura Arenal*

Tema: Mauris Escher y su interpretación de la geometría.

Autora: Laura Arenal González.
Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Biografía

Maurits Cornelis Escher nació en 1898 en los Países Bajos. Era hijo de un ingeniero hidráulico y parece que un pésimo estudiante. Para él la escuela era una pesadilla, excepto las clases de dibujo. Era zurdo. Su profesor F.W. van der Haagen le enseñó la técnica de los grabados en linóleo y fue una gran influencia para él.

En 1919 presionado por su padre ingresó en la Escuela de Arquitectura y Artes decorativas de Haarlem, pero nunca terminó sus estudios. El artista gráfico Jesserun de Mesquita le ofreció trabajo en su taller, y aprendió la técnica del grabado en madera o xilografía.

Hacia 1922 fue a Italia de vacaciones y terminó viviendo en Roma un tiempo. Admiraba el clima y los paisajes italianos. En 1924 conoció en uno de esos viajes a Jetta Umiker, su futura mujer y madre de sus tres hijos. Pero el ambiente político que desembocaría en la II Guerra Mundial, le agobió y le hizo trasladarse en 1935 a Suiza, desagradable y poco inspirador según él. Añora Italia y sigue frecuentándola.

También viajó a España, en 1922 y 1936, donde descubriría la Alhambra de Granada, el Generalife y la Mezquita de Córdoba, cuyas maravillas árabes estudiaría con detalle. Lo que aprendió allí tendría fuertes influencias en sus trabajos relacionados con la partición regular del plano y el uso de patrones que rellenan el espacio sin dejar ningún hueco.

Luego fue a vivir a Bélgica en 1937 y finalmente regresó a Holanda, en 1941, donde estaba obligado a quedarse, lo cual lo empujó a pensar, a crear sin inspiración de la naturaleza. Aparecieron así los motivos imposibles que lo hicieron un artista destacado.

Hasta 1951 vivió básicamente dependiendo económicamente de sus padres. A partir de entonces comenzó a vender sus grabados y obtener un buen dinero por ellos. Esto le permitió vivir sus últimos años con una economía personal excelente a base de copias de sus trabajos.

Hasta 1962 su producción fue muy constante. Entonces cayó enfermo lo que supuso un parón transitorio. En 1968 crea la Fundación Escher. En 1969 realizó su último trabajo original, que demostraba que su habilidad seguía intacta. Hacia 1970 ingresó en una residencia para artistas en Holanda, la Casa Rosa Spier de Laren, donde pudo mantener su propio taller.

Falleció en 1972, a los 74 años.

Su obra

Es uno de los artistas más referenciados en la cultura del siglo XX. Tal vez el carácter matemático de sus obras, que son un desafío a la lógica formal, es lo que ha hecho que sea uno de los artistas más populares en los entornos científicos, especialmente matemáticos e informáticos.

Como artista, resulta difícil de clasificar. La realidad es que Escher no tenía grandes pretensiones ni mensajes que transmitir, sino que básicamente plasmaba lo que le gustaba. No basa su trabajo en los sentimientos, sino simplemente en situaciones, soluciones a problemas, juegos visuales y guiños al espectador, visiones, en ocasiones, que le sobrevenían por las noches, que pasaban por su imaginación. Él mismo reconocería que no le interesaba mucho la realidad, ni la humanidad en general, las personas o la psicología, sino sólo las cosas que pasaban por su cabeza. En cierto modo era alguien introvertido, que prefería crear su propio universo.

Una de sus principales características es la dualidad y la búsqueda del equilibrio, la utilización del blanco y el negro, la simetría, el infinito frente a lo limitado, el que todo objeto representado tenga su contrapartida.

El análisis de sus obras permite clasificarlas en tres temas y diversas categorías:

Antes de 1937:

- La estructura del espacio (incluyendo paisajes, compenetración del mundo y cuerpos matemáticos).

Después de 1937:

- La estructura de la superficie (Metamorfosis, ciclos y aproximaciones al infinito).
- La proyección del espacio tridimensional en el plano (Representación pictórica tradicional, perspectiva y figuras imposibles).
  Las obras más conocidas son probablemente las figuras imposibles, los ciclos, metamorfosis y sus diversos trabajos sobre la estructura de la superficie y la partición regular del plano.

Obras principales

1951, Caja de Escalera, litografía, 47X24 cm

La idea de la relatividad expresada en la estampa arriba y abajo se sigue desarrollando aquí. Ahora entra en juego un nuevo elemento, utilizado en sus obras sobre la partición del plano: la reflexión. Casi la totalidad de la mitad superior del cuadro es la imagen invertida de la segunda mitad. La escalera superior, por la que desciende un animalillo-cachivache, de izquierda a derecha, se refleja dos veces: en el centro y en la parte inferior. Sobre la escalera en la esquina superior derecha se ha anulado la oposición entre ascenso y descenso: dos filas de animalillos avanzan una junto a la otra,

1960, Escalera arriba y Escalera abajo, litografía, 35X28,5 cm

La escalera sin fin, tiene su origen en un artículo de L. s. Penrose y L. Penrose aparecido en el British Journal of Psychology en febrero de 1958. Un patio interior es circundado por un edificio cuyo techo consiste en una escalera sin fin. ¿Estarán obligados los moradores del edificio a ejecutar el ritual de andar cada día unas horas por esta escalera? Si se cansan, probablemente se pondrán a bajar la escalera, en vez de subirla. Ambas direcciones, aunque igualmente razonables, tienen la desventaja de no ofrecer descanso. Por lo pronto, dos individuos rebeldes rehúsan a participar en el ejercicio, tiene sus propias ideas, pero tal vez terminen por reconocer su error.

1961, Cascada, litografía, 38X30 cm

Si nos fijamos atentamente en cada uno de los elementos que componen esta construcción, no descubriremos error alguno. Sin embargo, se trata de un tanto imposible, ya que súbitamente aparecen modificaciones en la interpretación de la distancia que separa al espectador del objeto. En la estampa que nos ocupa, fue utilizado este triángulo imposible tres veces. La cascada pone en movimiento una rueda de molino; el agua corre hacia abajo por un canal entre dos torres, lentamente y en zigzag, hasta llegar de nuevo al punto en que comienza la cascada. El molinero tiene que echar de vez en vez un cubo de agua para compensar la evaporación. Ambas torres tienen la misma altura, a pesar de que la torre derecha es un piso más bajo que la de la izquierda.

1961, Cinta de Möebius I, grabado en madera, copia de cuatro planchas, 24X26 cm

Una cinta sin fin ha sido cortada longitudinalmente por la mitad. Ambas partes han sido distendidas un poco de suerte que se hallan separadas por un espacio intermedio continuo. En rigor debería hablarse de dos anillas, pero la cinta está compuesta de una sola tira. Esta consiste en tres peces que se muerden la cola unos a otros. Dan dos veces la vuelta antes de alcanzar de nuevo su punto de partida.

1965, Nudos, xilografía, copia de tres planchas, 43X32 cm

Vemos aquí tres nudos cerrados es decir, tres veces se hizo un nudo en una cinta cuyos extremos se han juntado. Cada nudo ofrece una vista distinta (el corte perpendicular varía con respecto al sentido longitudinal). Si tomamos un punto de partida elegido arbitrariamente y seguimos con la mirada el curso que sigue, constatamos que hay que dar cuatro vueltas para llegar otra vez al punto de partida. Por lo tanto, la forma hueca está compuesta no de cuatro cintas independientes, sino de una sola, que describe cuatro veces el nudo. El nudo que aparece arriba a la izquierda es el principio, por lo menos, igual de interesante, pero no será discutido aquí, ya uqe su autor, espera poder representarlo de modo más detallado en una futura estampa.

La Banda de Moëbio: Principios básicos

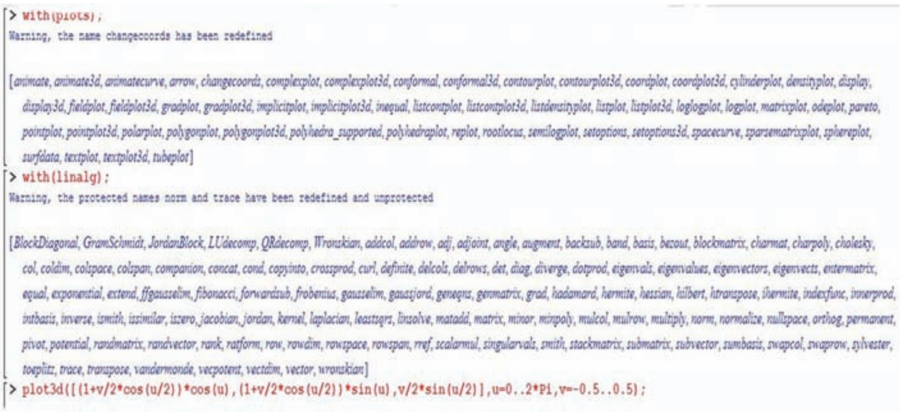
Pertenece a las geometrías no euclídeas, que trabajan en campos más abstractos que la geometría euclídea o convencional y sobre superficies y espacios matemáticos en ocasiones de más tres dimensiones.

Introducida casi simultáneamente en 1858 por dos matemáticos alemanes, August Ferdinand Möbius, famoso matemático y astrónomo que le da nombre, y Johann Benedict Listing, fundador de la topología (parte de las matemáticas que se ocupa de aquellas propiedades de los objetos geométricos que no varían cuando se les somete a transformaciones continuas), el cual descubre sus propiedades topológicas de forma independiente a éste último.

La banda de Möebius o cinta de Möebio se define como:

- Es una superficie con una sola cara y un solo borde, que tiene la propiedad matemática de ser un objeto no orientable.
- Es la superficie que se genera por una línea que se arrastra a lo largo de una circunferencia (circunferencia central) y a la vez gira sobre su punto medio Π radianes.

Presenta las siguientes particularidades:



```
> with(plots);
Warning, the name changecoords has been redefined

[animate, animate3d, animatecurve, arrow, changecoords, complexplot, complexplot3d, conformal, conformal3d, contourplot, contourplot3d, coordplot, coordplot3d, cylinderplot, densityplot, display,
  display3d, fieldplot, fieldplot3d, gradplot, gradplot3d, implicitplot, implicitplot3d, inequal, listcontplot, listcontplot3d, listdensityplot, listplot, listplot3d, loglogplot, logplot, matrixplot, odeplot, pareto,
  pointplot, pointplot3d, polarplot, polygonplot, polygonplot3d, polyhedra_supported, polyhedraplot, replot, rootlocus, semilogplot, setoptions, setoptions3d, spacecurve, sparsematrixplot, sphereplot,
  surfdata, textplot, textplot3d, tubeplot]
> with(linalg);
Warning, the protected names norm and trace have been redefined and unprotected

[BlockDiagonal, GramSchmidt, JordanBlock, LUdecomp, QRdecomp, Wronskian, addcol, addrow, adj, adjoint, angle, augment, backsub, band, basis, bezout, blockmatrix, charmat, charpoly, cholesky,
  col, coldim, colspace, colspan, companion, concat, cond, copyinto, crossprod, curl, definite, delcols, delrows, det, diag, diverge, dotprod, eigenvals, eigenvalues, eigenvectors, eigenvects, entermatrix,
  equal, exponential, extend, ffgausselim, fibonacci, forwardsub, frobenius, gausselim, gaussjord, geneqns, genmatrix, grad, hadamard, hermite, hessian, hilbert, htranspose, ihermite, indexfunc, innerprod,
  intbasis, inverse, ismith, issimilar, iszero, jacobian, jordan, kernel, laplacian, leastsqrs, linsolve, matadd, matrix, minor, minpoly, mulcol, mulrow, multiply, norm, normalize, nullspace, orthog, permanent,
  pivot, potential, randmatrix, randvector, rank, ratform, row, rowdim, rowspace, rowspan, rref, scalarmul, singularvals, smith, stackmatrix, submatrix, subvector, sumbasis, swapcol, swaprow, sylvester,
  toeplitz, trace, transpose, vandermonde, vecpotent, vectdim, vector, wronskian]
> plot3d([(1+v/2*cos(u/2))*cos(u),(1+v/2*cos(u/2))*sin(u),v/2*sin(u/2)],u=0..2*Pi,v=-0.5..0.5);
```

- Solo tiene una componente en el borde que da dos vueltas sobre la circunferencia central.
- Su propiedad más interesante en relación al arte es que no es orientable, es decir tiene una única cara.

- Si se corta la longitudinalmente por la mitad se obtiene una sola cinta el doble de grande. Si se repite el proceso y se corta de nuevo la cinta resultante longitudinalmente por la mitad se obtienen dos cintas iguales pero enlazadas. En una nueva ahora realizamos un corte longitudinal, pero a un tercio del borde derecho. Se comienza a cortar y no se pierde de vista el margen derecho hasta que se llega al punto de inicio del corte. Ahora obtenemos también dos cintas entrelazadas, pero una es de doble tamaño que la otra.

Para construir una se unen los extremos de una cinta, efectuando una torsión, es decir, dotando a uno de los extremos de un giro de 180º de tal manera que pegamos el lado exterior de un extremo de la cinta sobre el lado exterior del otro extremo.

¿EL SÍMBOLO DEL INFINITO ES UNA BANDA DE MÖEBIUS? John Wallis es el primero en usar el símbolo para representar al infinito, en 1655. Los orígenes del símbolo de infinito son inciertos. Su forma se asemeja a la curva lemniscata de Bernuilli, se ha sugerido que representa un lazo cerrado. Se ha querido ver también una Banda de Möbius en su forma, pero, dicho símbolo se usó mucho tiempo antes de que August Möbius descubriera la banda.

La Banda de Moëbio: experimentos

Para construir una se unen los extremos de una cinta, efectuando una torsión, es decir, dotando a uno de los extremos de un giro de 180º de tal manera que pegamos el lado exterior de un extremo de la cinta sobre el lado exterior del otro extremo.

Si se corta la longitudinalmente por la mitad se obtiene una sola cinta el doble de grande.

Si se repite el proceso y se corta de nuevo la cinta resultante longitudinalmente por la mitad se obtienen dos cintas iguales pero enlazadas.

En una nueva ahora realizamos un corte longitudinal, pero a un tercio del borde derecho. Se comienza a cortar y no se pierde de vista el margen derecho hasta que se llega al punto de inicio del corte. Ahora obtenemos también dos cintas entrelazadas, pero una es de doble tamaño que la otra.

La Banda de Moëbio: estudio la Banda de Moëbio y sus aplicaciones

Möebius y la literatura

Muchos son los autores que han utilizado la banda de Möbius en sus relatos: El muro de oscuridad de Arthur C. Clarke, El disco de Jorge Luis Borges, Un metropolitano llamado Moebius de Armin Joseph Deutsch… El artista e ilustrador Calpurnio hace caminar al Bueno de Cuttlas por una banda de Möbius.

16 de julio de 2007, Calpurnio, viñeta de «El bueno de Cuttlas», 20 minutos

Möebius y el cine

Basada en el cuento fantástico de A.J. Deutsch, Un metropolitano llamado Moebius, la película argentina Moebius narra la desaparición de un tren de viajeros en el metro de Buenos Aires. El protagonista es un joven matemático enviado por el despacho de arquitectos encargado de las últimas ampliaciones de la red, el cual buscando los planos de la ampliación, encontrará la pista de un antiguo profesor y una disparatada teoría matemática.

1996, G. Mosquera R.., Möebius, Argentina

Möebius y la música

Antes de que A. F. Möebius y J. B. Listing, descubrieran la cinta de Möebius. J. S. Bach compone la «Ofrenda musical»(1747), en concreto, el «Canon del cangrejo», una pieza de apenas unos compases, que acaba donde empieza y puede ser interpretada en ambas direcciones y, además, superponerse, haciéndola infinita.

Partitura, 1747, Bach, Canon del cangrejo

Nicolas Slonimsky (1894-1995), profesor y compositor. Posee una pieza para dos cantantes llamada Moebius Strip Tease, y al contrario de Bach, sabe que está haciendo una banda de Möebius.

Letra, 1965, N. Slonimsky, Moebius Strip Tease

Möebius y el diseño

Numerosos logotipos (Caixanova, Pura Lana Virgen,..), juegos en parques para niños, toboganes, muebles, mesas, estanterías, bancos (Vito Acconci , Japón 2001) escaleras (Montreal diseño de N.Stephens), originales zapatos, montañas rusas, etc… , guardan todos ellos la belleza y el misterio de la cinta sin fin.

Möebius y la escultura

Muchos artistas toman la forma o las propiedades de la banda de Möebius en sus esculturas como el artista suizo Max Bill.

Max Bill, 2005, escultura Möebius, Suiza

¿Fue la naturaleza la chispa de su descubrimiento?

Möebius y otros

En el campo tecnológico, son numerosas las patentes basadas en las propiedades de la cinta: películas de Möebius, que graban el sonido por ambas caras, cintas magnetofónicas que pueden grabar el doble de tiempo, correas pulidoras...

La molécula de Möebius no se encuentra en la naturaleza, pero se ha sintetizado en el laboratorio. Teóricamente, estas estructuras podrían ser útiles en el estudio de efectos topológicos de la mecánica cuántica.

Existen numerosos trucos de magia (Afghan Band) con la banda de Möebius.

El mundo de la pasarela ha entendido también las posibilidades de la banda de Möbius: el vestido Mobius.

My estudio, 2004, vestido Möebius

La publicidad de productos también la utiliza.

Vino Möebius, 2008, Andrés Blanco, México

¿Como nos influye a nosotros las características de Möebius en nuestra actitud consumista? ¿Tánto como el número Aüreo?

Möbius y la arquitectura

Ben Van Berkel, 1999, Casa Moebius, Ámsterdam

Expresa nuestro ciclo de vida.

Proyecto en Berlín, 1992, Peter Eisenman y proyectos en Beijing, 2008, Rem Koolhass.

Proyectos semejantes para edificios con semejantes funciones...

¿Cómo sería su transformación ortogonal?

Big arquitectos, pabellón Danés, expo Shangai 2010

Lo interior se convierte en exterior, el suelo en techo.

¿Provoca una experiencia arquitectónica más completa?

Julian Rakes, 2009, Puente de Bristol, Bristol

¿Presentará mayor seguridad?

¿Mayor dinamismo?

Un studio, 2006, Museo de Mercedes Benz, Alemania

¿Qué relaciones tienen con la arquitectura antigua?

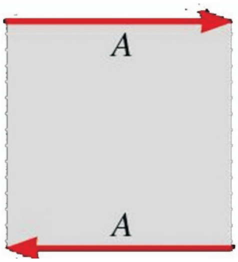
Aplicación personal: 3D

«La montaña rusa que presento es homeomorfa a una montaña rusa»

Topología

Para explicar esta teoría debemos empezar hablando de la Topología, es decir, la rama de las matemáticas dedicada al estudio de aquellas propiedades de los cuerpos geométricos que permanecen inalteradas por transformaciones continuas. se interesa por conceptos como proximidad, número de agujeros, el tipo de consistencia (o textura) que presenta un objeto, comparar objetos y clasificar, entre otros múltiples atributos donde destacan conectividad, compacidad, metricidad o metrizabilidad, etcétera. De manera formal se refiere a una cierta familia de subconjuntos de un conjunto dado, familia que cumple unas reglas sobre la unión y la intersección.

IDEA INTUITIVA



«Geometría de la página de goma (chicle)».

Dos objetos son equivalentes si tienen el mismo número de trozos, huecos, intersecciones, etc. En topología está permitido doblar, estirar, encoger, retorcer, etc., los objetos, pero siempre que se haga sin romper ni separar lo que estaba unido, ni pegar lo que estaba separado.

GEOMETRÍA Y DEMOSTRACIÓN

Una forma de representar la banda de Möbius (cerrada y con frontera) como un subconjunto de es mediante la parametrización:

$$\begin{cases} \chi(u,\upsilon) = \left[1 + \frac{\upsilon}{2}\cos\frac{u}{2}\right]\cos(u) \\ y(u,\upsilon) = \left[1 + \frac{\upsilon}{2}\cos\frac{u}{2}\right]\sin(u) \\ z(u,\upsilon) = \frac{\upsilon}{2}\sin\frac{u}{2} \end{cases}$$

donde $0 \le u < 2\pi$ y $-0.5 \le v \le 0.5$

Representa una banda de Möbius de ancho unitario, cuya circunferencia central tiene radio unitario y se encuentra en el plano coordenado x-y centrada en . El parámetro u recorre la banda longitudinalmente, mientras v se desplaza de un punto a otro del borde, cruzando transversalmente la circunferencia central.

Con la parametrización anterior podemos obtener su curvatura gaussiana la cual es:

$$\frac{64}{\left(16\upsilon^4\cos(u/2)^4+128\upsilon^3\cos(u/2)^3+384\upsilon^2\cos(u/2)^2+8\upsilon^4\cos(u/2)^2+512\upsilon\cos(u/2)+32\upsilon^3\cos(u/2)+256+32\upsilon^2+\upsilon^4\right)}$$

En coordenadas cilíndricas $(r,\theta,\approx)$, se puede representar una versión sin frontera (abierta) de la banda de Möbius mediante la ecuación:

$$\log\,(r)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)=z\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

Topológicamente, la banda de Möbius puede definirse como el cuadrado- que tiene sus aristas superior e inferior identificadas (topología cociente) por la relación $(\chi,0)\sim(1-\chi,1)$ para $0\leq\chi\leq1$

Por tanto, a banda de Möbius es una variedad bidimensional (es decir, una superficie), un ejemplo estándar de una superficie no orientable y un ejemplo elemental para ilustrar el concepto matemático de fibrado topológico.

Queda así demostrada la teoría. Siendo esta montaña rusa matemáticamente homeomorfa a la cinta de Mobius e intuitivamente totalmente convertible una en la otra.

IMÁGENES, CONTEXTO

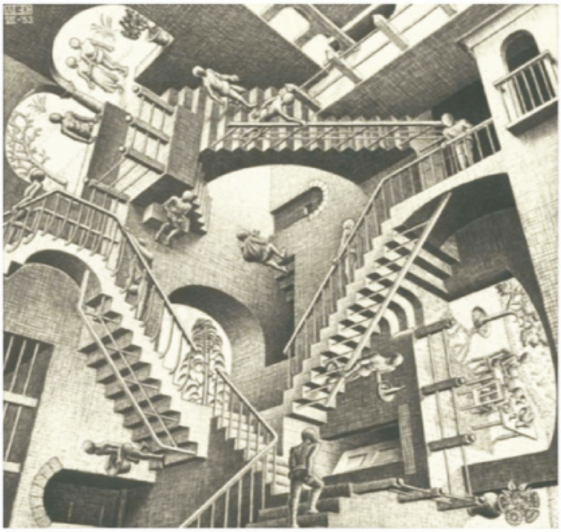


FIGURA 1. ESCALERA DE ESCHER.

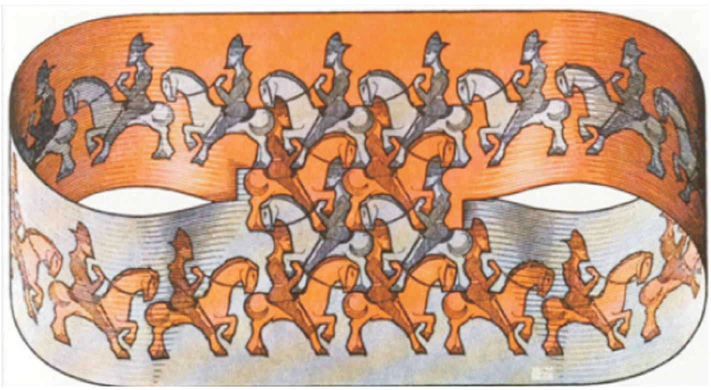


FIGURA 2. CINTAS DE MOEBIUS. ESCHER.

Imágenes del trabajo

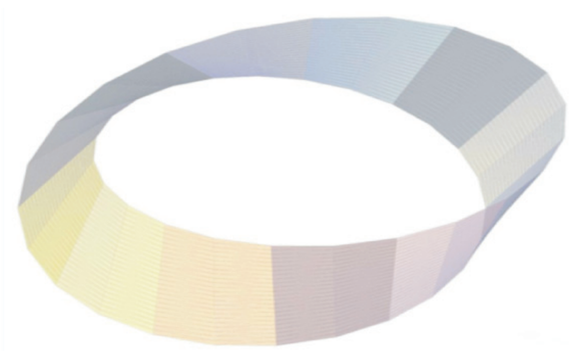


Figura 3. Cinta de Moebius Dibujo 3d.

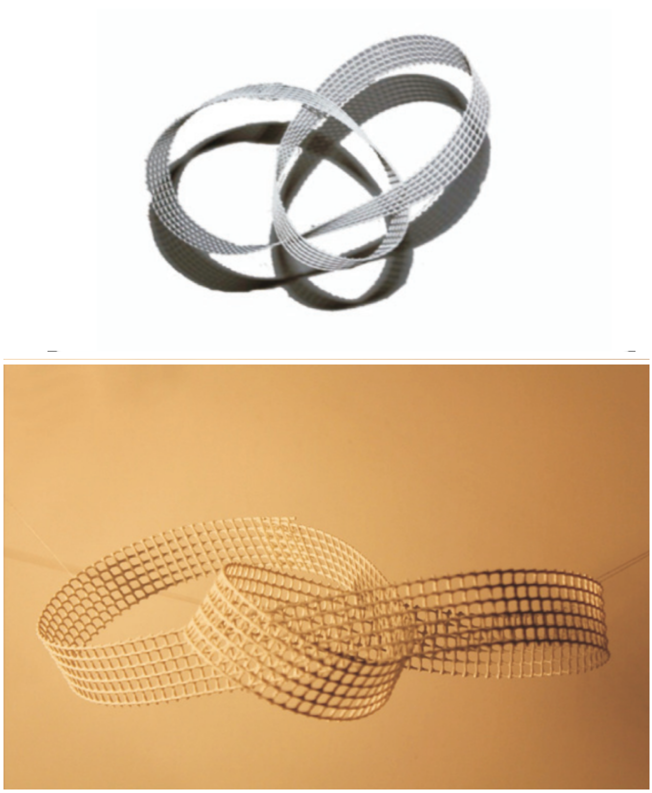


Figura 4. Cinta de Moebius maquetas de Laura Arenal.

TENSEGRIDAD/*Laura Cuesta*

Tema: La tensegridad como principio estructural y su interpretación de la geometría.

Autora: Laura Cuesta Fragueiro.
Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

INTRODUCCIÓN

La Tensegridad es un principio estructural basado en el empleo de componentes aislados comprimidos que se encuentran dentro de una red tensada continua, de tal modo que los miembros comprimidos (generalmente barras) no se tocan entre sí y están unidos únicamente por medio de componentes traccionados (habitualmente cables) que son los que delimitan espacialmente dicho sistema.

RREPRESENTACIÓN

Este apartado consta de dibujos con técnica mixta (tinta y lápiz) y de maquetas realizadas con barras de madera y gomas elásticas

APORTACIÓN

En este apartado he relacionado la tensegridad con la tejeduría, y esta a su vez con Le Ricolais, ya que este considera que a través de lo textil se pueden encontrar estructuras eficientes, como pueden ser las estructuras tensegríticas.

En cuanto a la aplicación, he decidido realizar una escultura que sirva a su vez de sistema de riego para un jardín, partiendo de una torre tensegrítica.

Definición

La Tensegridad es un principio estructural basado en el empleo de componentes aislados comprimidos que se encuentran dentro de una red tensada continua, de tal modo que los miembros comprimidos (generalmente barras) no se tocan entre sí y están unidos únicamente por medio de componentes traccionados (habitualmente cables) que son los que delimitan espacialmente dicho sistema. El término proviene del inglés Tensegrity y es un término arquitectónico acuñado por Buckminster Fuller como contracción de tensional integrity (integridad tensional).

Descubrimiento y controversia

Tres hombres han sido considerados los inventores de la Tensegridad: Richard Buckminster Fuller, David Georges Emmerich y Kenneth D. Snelson. Aunque todos ellos han clamado para sí el privilegio de ser el primer descubridor, el segundo de ellos, Emmerich (Debrecen, Hungría, 1925-1996) evidenció que el primer prototipo de sistema tensegrítico fue creado por Karl Loganson en pleno constructivismo ruso allá por 1920.

¿Quién inventó la Tensegridad? ¿O quién la descubrió? Para zanjar el asunto, se podría considerar que la invención de las tensegridades corresponde a Kenneth Snelson mientras que el descubrimiento de la Tensegridad se debió a Buckminster Fuller, profesor del anterior en el Black Mountain College.

Características

- En equilibrio y estable por sí mismo: Equilibrio estable porque el sistema puede recuperar su posición original después de que alguna acción externa lo haya alejado de ella; y por sí mismo porque dicho equilibrio es independiente de cualquier condición ajena al mismo, no depende de fuerzas externas, ni siquiera de la gravedad o de anclaje alguno, debido a su estado de pretensado inicial.
- Componentes: generalmente se trata de una barra o un cable, aunque también puede hacer referencia a una membrana, un volumen de aire, un átomo o un ensamblaje de componentes más elementales.
- Comprimidos o traccionados: la clave está en que cada componente, en su totalidad, ha de trabajar a compresión o a tracción, no a ambas a la vez o de forma mixta.

– Dentro: Motro establece que un sistema es tensegrítico cuando todos sus componentes comprimidos están dentro del propio sistema, es decir, cuando los componentes que conforman sus bordes exteriores están sometidos a tracción. Esta propiedad sirve para identificar qué se puede considerar una estructura tensegrítica y qué no, como por ejemplo la Georgia Dome en Atlanta, que al estar anclada a un anillo de compresión alrededor del entramado de cables y barras no se considera una cubierta tensegrítica.

Propiedades

– Las tensegridades destacan por su ligereza en comparación a otras estructuras de similar resistencia.
– La mayoría de los sistemas tensegríticos son enantiomórficos. Esto significa que aparecen con igual geometría pero dispuesta en sentido inverso como si de una simetría especular se tratara.
– Cuanto mayor sea el pretensado de un sistema tensegrítico, mayor será su capacidad portante o resistente.
– Son muy sensibles a las vibraciones, especialmente bajo cargas dinámicas.
– Además son flexibles y fácilmente plegables

Inconvenientes

– La compleja fabricación de estas construcciones es también una barrera para el desarrollo de las mismas. Las configuraciones esféricas y abovedadas son complicadas de ejecutar.
– Las agrupaciones tensegríticas aún han de resolver el problema de la congestión de barras. A medida que algunos diseños crecen en tamaño, sus montantes empiezan a interferirse entre ellos.

Ventajas

– Dada la capacidad de comportarse como un todo, resulta extremadamente factible el empleo de materiales de forma económica y rentable, ofreciendo altos valores resistentes para una reducida cantidad de material.

- Como apuntara Fuller, las tensegridades no sufren a torsión, y el pandeo es un fenómeno raramente presente en ellas debido a la reducida esbeltez de sus elementos comprimidos.
- El hecho de que estas estructuras vibren ostensiblemente en todo su conjunto indica que están transfiriendo fuerzas muy rápidamente, y por tanto dichos esfuerzos no aparecen localmente. Esto es muy indicado para aquellos casos en los que sea necesario absorber impactos o vibraciones sísmicas. Consecuentemente, serían muy útiles en áreas susceptibles de sufrir terremotos, movimientos de tierra, erupciones volcánicas, etc.
- Tienen una excepcional capacidad para crear sistemas más complejos mediante el ensamblaje de otros más simples, como por ejemplo las MTDC, que son estructuras que contienen dos mallas tensadas paralelas, conectadas por otra capa intermedia compuesta por elementos comprimidos y traccionados verticales y/o diagonales.
- Para estructuras a gran escala, el proceso constructivo se vería importantemente facilitado al no necesitar dichas construcciones de andamiajes adicionales. La propia estructura sirve de andamio para sí misma.

Manipulaciones de Rot-Umbela

Sirve para la generación de nuevas estructuras tensegríticas de manera geométrica.

Las Manipulaciones de Rot-Umbela, aplicadas a las capas inferior y/o superior de las mallas de doble capa convencionales o tensegríticas, consisten en la apertura de cada vértice en un cierto polígono al cual se le aplica una rotación o giro particular, consiguiendo así estas nuevas estructuras.

Aplicaciones

Las propuestas de MTDC son principalmente para la cubrición de espacios públicos, desde pequeñas marquesinas, hasta cubiertas de más luz integradas en centros de exposición, bibliotecas, museos, etc. También hay proyectos en los que estructuras tensegríticas planas se habilitan como paredes técnicas o muros de separación sin requerimientos de función portante.

Pero sin embargo, donde más posibilidades y potencial están demostrando tener, junto con otras tipologías, como por ejemplo las estructuras lineales (mástiles, torres, etc.), es en el campo aeroespacial y robótico, donde las propiedades de ligereza y desplegado son esenciales. También se están incorporando a proyectos de ingeniería civil, en pequeñas pasarelas desplegables o apuntando maneras en grandes puentes pseudotensegríticos, como el Kurilpa Bridge de Brisbane.

EN ARQUITECTURA:

– CÚPULAS: Es importante mencionar la labor de investigación de Robert W. Burkhardt, dedicado al diseño de cúpulas y esferas de compresión flotante. Entre las utilidades que podrían tener las cúpulas tensegríticas destacan las edificaciones, puentes refugios anti-sismos, refugios o tiendas de campaña plegables, confinamiento en grandes reservas de animales voladores y aves, recintos musicales, pabellones...
– TORRES: Snelson ha construido infinidad de mástiles durante los últimos 40 años, a saber: way tower(1963), Tetra Tower (1963-2001), Needle Tower (1968),E.C. Column (1969-81), Needle Tower II (1969) y Penta Tower (2001-03).Otras aplicaciones para torres tensegríticas que podrían tener cabida son la construcción de pararrayos, torres de telecomunicaciones, parques eólicos, elementos estéticos, etc.
– ARCOS: Se estudia el empleo de arcos tensegríticos que sirvan de soporte de membranas para cobertura de amplios espacios, según una idea de Adriaenssens y Barnes.
– ESTRUCTURAS PARA EL ESPACIO EXTERIOR:
Desde los comienzos de la «era tensegrítica», una de las aplicaciones más recurrentes para la compresión flotante fue la relativa a las colonias lunares, lo cual es en cierto modo comprensible dado el contexto socio-cultural y científico tecnológico de la época.

Ya en 1961 Buckminster Fuller reveló sus más novedosas invenciones: futuribles prototipos de satélites y estructuras lunares basados en la integridad tensional, plegables, extremadamente ligeras, auto estables en ausencia de gravedad, «omnitrianguladas» y pretensadas. Básicamente, serían mallas esféricas en las que islas locales de compresión actuaran sólo como rigidizadores.

BIOTENSEGRIDAD:

Donald Ingber, biólogo celular de Harvard, tenía la sospecha de que la arquitectura interna de la célula podía ser explicada por medio de sistemas de tensegridad. Efectivamente, comprobó que esto era así, y que el denominado cito esqueleto, la red estructural interna de la célula, está compuesta por tres clases de filamentos, formando una doble estructura de tensegridad, una dentro de otra y que le permite adaptarse adecuadamente a su entorno mediante la modificación de su forma.

Estos filamentos son los llamados microfilamentos, filamentos intermediarios y microtúbulos. Los microfilamentos y los microtúbulos constituyen conjuntos fibrosos más bien rígidos. Los filamentos intermediarios son de naturaleza más flexible y extensibles y actúan como tendones. Ingber describe sus observaciones en torno a las alteraciones que tienen lugar en la forma de la célula y su cito esqueleto cuando una célula se deposita sobre diferentes tipos de superficie.

Si la superficie sobre la que se deposita es plana, la célula se aplana y se expande. Si la superficie es elástica, la célula adquiere una forma más esférica. Ingber comenzó a explicarse este y otros fenómenos a través de las propiedades de las estructuras tensigríticas.

Ingber también afirma que podemos usar la tensegridad para interpretar en nuestro cuerpo, a nivel macroscópico en tanto y en cuanto, nuestros huesos (elementos de compresión) se mantienen erectos en contra de la gravedad gracias a la tensión de músculos y tendones (elementos de tensión).

OTRAS APLICACIONES:

Mobiliario, como sillas, mesas, lámparas... También juguetes, esculturas, como las de Kenneth Snelson.

¿Qué es más interesante?

Lo más interesante a mi juicio es, por un lado, la formación física de estos sistemas, la forma de construirlos para conseguir estas tracciones y compresiones y que la estructura no se nos venga abajo, esa «magia» de que se mantenga en equilibrio y estable sin estar sujeto a nada concreto, si no unos elementos a otros.

Por otro lado también creo que cabe destacar las posibles aplicaciones que estas estructuras tensegríticas pueden tener, tanto en la arquitectura (arcos, cúpulas, torres, marquesinas...) como en otros campos que quizás resulten más sorprendentes como es el caso de la biotensegridad (relacionado con la estructura interna celular), o del mobiliario que se realiza teniendo en cuenta estas formas.

CONOCIMIENTO MATEMÁTICO

– Grafo abstracto: G= (V, E) con vértices V y aristas E

K4=({1,2,3,4},{12,13,14,23,24,34})

– Armazón: inmersión G (P) de un grafo G sobre un conjunto P, con aristas rectas.
– Auto-tensión: asignación de tensiones Wij a las aristas ij, de forma que cada vértice está en equilibrio. Para cada vértice, la resultante de las tensiones es nula.

Si en un armazón con una auto tensión reemplazamos:

– Aristas ij con Wij > O -> Muelles intensores
– Aristas ij con Wij < O -> Muelles extensores

Obtenemos así una tensegridad (eliminando las de Wij=0)

Ejemplos en R2

– Un grafo 3-regular con 6 vértices
– Grafos 3-regulares con 8 vértices

Ejemplos en R3

– Grafo del prisma triangular oblicuo

Los seis vértices están en un hiperboloide reglado que contiene las aristas de uno de los tres ciclos de longitud cuatro del grafo.

Aportación

Relación entre la tejeduría y la tensegridad

La tejeduría y la tensegridad tienen en común que ambos parten del mismo principio, el sistema de entrelazado.

En estas células básicas de tejido, los filamentos pasan a ser barras, transformándose estas células en series de dos, tres, cuatro miembros de la compresión, que conservan su forma original y el entrelazado.

Las líneas de tensión, que son las cuerdas o cables, están unidos a los extremos de las barras, de tal manera que cada conjunto conste de un sistema cerrado de tensión y compresión de las piezas. Cada cable se conecta de forma individual a los extremos de dos barras, no como el hilo a través de los collares de cuentas. Los cables se tensan al unirse a las barras. Las fuerzas introducidas se «almacenan» permanentemente en la estructura, en un estado conocido como pretensado. En las estructuras de tensegridad la triangulación completa en la red de tensión es muy importante para determinar si la estructura es firme o flácida. Sólo el módulo en cruz con sus dos barras (y cuatro cables) y el prisma triangular entre estas «células» básicas se triangulan completamente. El cuadrado, el pentágono y el hexágono no. Se pueden estabilizar con cables adicionales, pero estos se tienen que colocar necesariamente de manera que distorsionan la forma.

Estas «células» transformadas se han convertido en una estructura endoesquelética, parecida a la de los mamíferos en la que los músculos son externos a los huesos. Únicamente en la tensegridad, las barras están separadas unas de otras. La excepción es el módulo en cruz de dos barras que carece de fuerzas en el eje Z, necesario para separar las dos barras. Esta forma simple es la clave por excelencia de todas las estructuras de tensegridad extendida.

Se puede considerar que Le Ricolais está muy relacionado con la tejeduría y por lo tanto con la tensegridad, ya que los tejidos se convierten para él en un modelo muy relacionado con la idea topológica de disposición, de organización espacial de elementos, muy importante en la tensegridad. Le Ricolais pensaba que cuantas más cadenas se introducen en una estructura, mayor es su capacidad resistente y rigidez, llegaba a entender el proceso de hacer una estructura eficaz con un símil muy próximo a lo textil, a la trabazón de fibras: todo se reduce a «hacer una adecuada distribución del máximo número de agujeros, y conectarlos entonces lo más rígidamente posible con cadenas que los rodeen». Es decir, que se puede interpretar perfectamente que Le Ricolais se estuviera refiriendo sin saberlo a las estructuras tensegríticas, que siguen este principio de trabazón de fibras, de entrelazado, de conectar agujeros de forma rígida, mediante tensiones (cables en el caso de la tensegridad). Las estructuras tensegríticas pueden ser estas estructuras próximas a lo textil que Le Ricolais andaba buscando.

En relación con esta investigación, a Le Ricolais le interesaba enormemente el concepto de cuerda, entendido como un sólido formado al enroscar juntas tiras de hilo o de cable; que a su vez está formada por fibras, sucesiones lineales de granos de materia fuertemente conectados entre sí. La cuerda es una estructura de gran eficacia estructural cuya clave se encuentra en su proceso de fabricación: al enroscar unas fibras junto a otras, se refuerzan mutuamente en su capacidad de resistir tensión (son tejidas). Una idea casi obsesiva en el pensamiento de Le Ricolais era la de «meterse dentro de una cuerda», encontrar el modo de construir una cuerda hueca, dándole así rigidez: «¿Quién conoce una estructura mejor que una cuerda? Si tu puedes hacer una cuerda a mayor escala sin nada dentro, trabajaría como si fuera una lámina extremadamente delgada, y no pandearía, pues está tensionada». Estas cuerdas son las que luego funcionan como ya dice Le Ricolais a tensión en la tensegridad, y al no pandear (como ya se ha mencionado anteriormente), se consiguen estas estructuras tensegríticas que a pesar de su aspecto frágil, son resistentes, y que aunque se les aplique una fuerza externa, vuelven a su forma original., y todo esto gracias a su sistema de tensiones y compresiones. De esta forma Le Ricolais confirma la idea de que la tejeduría y la tensegridad están íntimamente relacionadas.

Además, Le Ricolais investigó mediante microfotografías la textura de los huesos, que como se puede apreciar tiene una gran relación con un tejido, y por lo tanto, con la tensegridad.

Aplicación

Pensando en sí el sistema de riego de los campos se consideraría tensegridad o no, y trás llegar a la conclusión de que no era así, decidí crear con una torre tensegrítica una escultura para jardín que sirva a su vez de riego, de forma que las barras sean tuberías por las que circule el agua y esta salga al exterior por sus extremos y a través de sucesivos orificios en estas barras, mientras que los cables, desempeñan la función tuberias secundarias que distribuyan el agua de unas barras a otras.

CONCEPTO TEÓRICO (Alberto Lastra)

El estudio de las estructuras tensegríticas desde el punto de vista matemático se puede hacer de una forma general y abstracta. No es necesario visualizar la estructura para comprender su funcionamiento por completo. Ni siquiera precisaremos de que ésta haya sido construida. Una estructura tensegrítica se podrá estudiar como realización física de un grafo, como solución de ciertas ecuaciones, etc… Incluso, se podrá determinar si una estructura cualquiera que podamos imaginar pueda o no ser construida manteniendo un equilibrio de tensiones y dando como resultado una estructura estable.

En primer lugar, vamos a entender las tensegridades desde el concepto abstracto de grafo al que se le dará una interpretación física.

Un grafo estará formado por un conjunto de vértices que están unidos entre sí por los elementos del conjunto de aristas. Supondremos que las aristas siempre unen vértices distintos, que no hay aristas distintas que unan dos mismos vértices y que no hay vértices a los que no se les haya asignado ninguna arista. Denotaremos a la arista que une los vértices y en el caso de que esta arista pertenezca al grafo.

Dado un grafo definido de forma abstracta como hasta ahora, siempre es posible interpretarlo de manera geométrica para su visualización de la siguiente forma: cada uno de los vértices se dibuja como un punto de un cierto espacio euclídeo y cada vértice como un segmento que une los dos vértices correspondientes.

Nuestro objetivo es dotar de una interpretación física a las componentes matemáticas hasta ahora introducidas. Para ello, adoptamos la definición dada en [1, Definición 2.4] como definición de estructura tensegrítica:

Consideramos un grafo y asociamos puntos a los vértices y segmentos a las aristas como antes. Para no complicar la notación, los elementos del grafo y su representación serán llamados de la misma forma y nos referimos a ellos indistintamente. También elegiremos un número que podrá ser positivo o negativo para cada una de las aristas. Al conjunto de estos números se le conoce como conjunto de tensiones asociadas a la realización del grafo. Si se cumple para cada vértice del grafo(1)

Entonces diremos que la estructura es auto-tensada (self-stressed).

Una estructura tensegrítica es una realización de un grafo junto con una estructura auto-tensada de tensiones asociadas a sus aristas en las que, para cada, su arista correspondiente se sustituye por un cable en tensión si (resp. por una barra rígida si).

Para mayor claridad se muestra un esquema de l grafo correspondiente al prisma triangular oblicuo y una realización.

De la definición anterior se puede deducir, cambiando los números por que otra estructura tensegrítica se obtiene (las barras rígidas se cambian por cables en tensión y viceversa). Así, a partir de una estructura cualquiera, podemos manipular los datos de forma que se obtienen nuevas estructuras. Sin embargo, no es posible construir cualquier tensegridad que imaginemos. En [1], los autores caracterizan cuándo un grafo puede llegar a formar una tensegridad.

Otro punto de vista parte de una configuración determinada. A partir de ella, se resuelve un problema de optimización, es decir, se considera una estructura inicial y, a partir de la capacidad de las partes extensibles (cables en tensión), se intenta buscar un alcanzar un equilibrio en el que la ecuación (1) se verifique, junto con otras restricciones en forma de inecuaciones. Este proceso se puede percibir de forma muy intuitiva y visual en el siguiente enlace

http://complexity.xozzox.de/tensegrity.html

en el que a partir de una configuración inicial, las tensiones y longitudes que intervienen buscan alcanzar un equilibrio que llegue a dar lugar a una estructura tensegrítica.

Para una información detallada, hacemos referencia a [2], [3]. También han sido utilizados métodos físicos de estática para estudiar este tipo de estructuras.

Referecias bibliográficas:

[1] M. de Guzmán, D. Orden, From graphs to tensegrity structures: geometric and symbolic approaches. Publ. Mat. 50 (2006), no. 2, 279-299.

[2] M. Masic, R. E. Skelton, Optimization of Class-2 Tensegrity Towers. SPIE's 11th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, San Diego, CA, March 2004.

[3] M. Masic, R. E. Skelton, P. E. Gill, Optimization of tensegrity structures. International Journal of Solids and Structures 43 (2006), 4687–4703.

IMÁGENES CONTEXTO

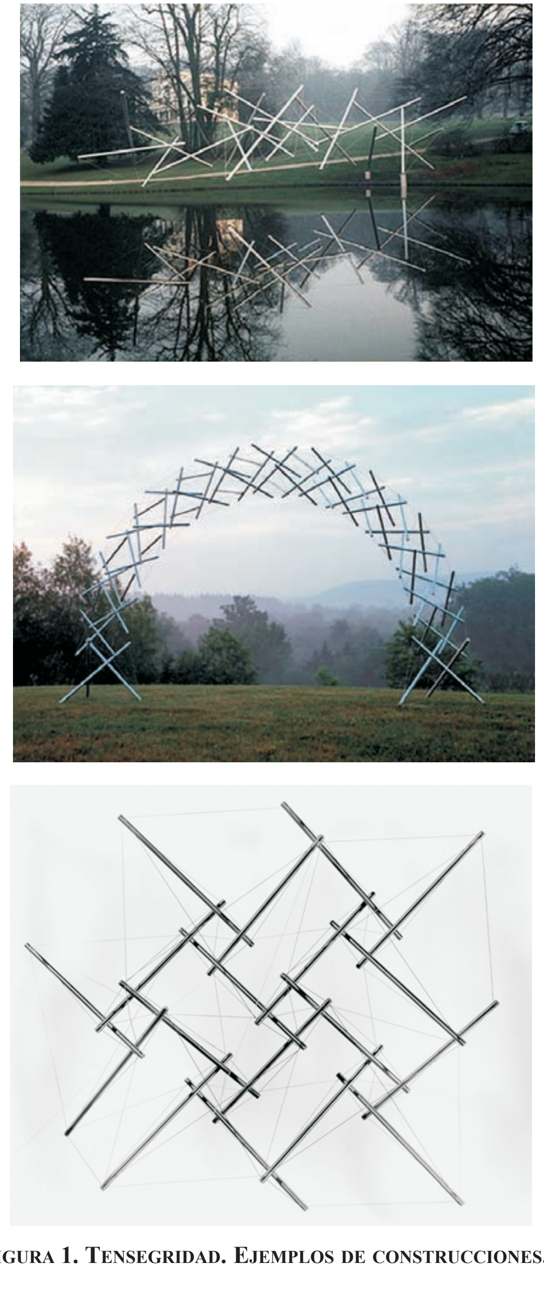


FIGURA 1. TENSEGRIDAD. EJEMPLOS DE CONSTRUCCIONES.

Imágenes del trabajo

Figura 2. Tensegridad. Ejemplos de construcciones de Laura Cuesta.

Catedral de BRASILIA/*Andrea Cuevas*

Tema: Oscar Niemeyer y Brasilia. La catedral de Brasilia como elemento geométrico complejo.

Autora: Andrea Cuevas Calvo.
Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Documentación histórica Brasilia:

Para poder entender el proyecto de la catedral es necesario en primer lugar adentrarse en la ciudad misma y el proyecto que entrama. Obra del urbanista Lucio Costa en colaboración del arquitecto Oscar Niemeyer, Brasilia aparece como una ciudad utópica en la que se querían eliminar las clases sociales.

Desarrollo histórico:

Guiado por las ideas desarrollistas de los años 50, el presidente Kubitschek quería llevar la capital a una ciudad que se convirtiera en polo de desarrollo del abandonado centro y noreste del país. Como no halló la ciudad ideal, decidió nada menos que construirla.

Para una obra de tales dimensiones fue convocado un concurso nacional, ganado por dos de los mejores arquitectos de la época: Lucio Costa y Oscar Niemeyer. El primero era uno de los urbanistas más reputados del país y el segundo un reconocido pupilo de Le Corbusier. Ambos eran, además, fervientes comunistas.

«Me importa poco que se diga que soy el arquitecto de Brasilia siempre que se diga también que Lucio Costa es su urbanista. Fue a él al que se le encomendó la tarea principal: proyectar la ciudad, las calles, las plazas, los volúmenes y los espacios libres. Mi colaboración fue más modesta y se limitó a los palacios de Gobierno.» (Cita, Oscar Niemeyer)

ESQUEMA:

Su estructuración nació del gesto primario de quien marca o toma posesión de un lugar: dos ejes se cruzan en ángulo recto, formando una cruz en sentido noroeste; dicha cruz, al finalizar el proyecto se transformaría en un avión simbólico donde cada espacio alberga una función urbana

A: Los edificios gubernamentales se encuentran ubicados en lo que sería la cabina de este gran «avión». Se destacan sus amplias avenidas, edificios públicos, y dos barrios, uno al norte y otro al sur, que se encuentran en las llamadas súper cuadras, que agrupan conjuntos de edificaciones enormes. La parte central del complejo está formada por la Plaza de los Tres Poderes (Praça dos Três Poderes), que corresponde a lo que sería la cabina de ese gran avión, donde se encuentra el Palacio de Planalto, que es el lugar de trabajo oficial del Presidente de Brasil.

B: En el área correspondiente a la parte trasera del avión imaginario están ubicados los edificios de la administración local, donde está el Palacio Buriti, que es la sede del gobierno del Distrito Federal, y en las alas están las súper cuadras, en la que se encuentran edificios de 6 pisos cada una, extendiéndose todo este conjunto de viviendas y comercios sobre un área de 13 km de longitud.

C: El gran eje transversal que definiría las «alas» del avión, recoge el área de viviendas. Se trata de 2 distritos de ciudad simétricamente colocados frente al cuerpo de la ciudad. En estos se desarrolla la vida de a pie; viviendas, comercios, servicios, etc.

OSCAR NIEMEYER:

Oscar Niemeyer nacido en Río de Janeiro, Brasil, 1907. Se graduó en la Escola Nacional de Belas Artas en Rio de Janeiro en 1934. Colaboró con Le Corbusier, en la construcción de un nuevo Ministerio de Educación y Salud de Río de Janeiro, esta experiencia le marcaría durante toda su vida. Las curvas son el emblema de este arquitecto, que con la belleza sensual de sus estructuras revolucionó la arquitectura a lo largo de casi un siglo.

La obra de Oscar Niemeyer en Brasilia se gesta desde el carácter de la ciudad inventada por Lucio Costa, que se diferencia de otras experiencias urbanas realizadas en otros países, especialmente por el hecho de que intervienen en su composición de manera destacada los factores geográficos y las culturas típicas de Brasil.

Entre los ejemplos más destacables de su obra en Brasilia, se puede observar como sigue un mismo patrón formal, curvas cónicas; diferentes diseños donde se hace destacar este elemento.

A simple vista pueden resultar similares, surgen como si se fuesen complementando entre ellos; pero siendo completamente diferentes formal y funcionalmente

PROYECTO:

Niemeyer buscó una forma complicada y limpia, un volumen único capaz de surgir con la misma pureza desde cualquier perspectiva y, a la vez, de profunda expresión religiosa.

«Realizar una catedral que no necesita cruz ni imágenes de santos para simbolizar la Casa de Dios, una escultura monumental traduciendo una idea religiosa, un momento de plegaria. Un bloque uniforme, simple y puro. Un objeto de arte.» Oscar Niemeyer

«El exterior: la estructura aérea naciendo de la tierra, un grifo de fe y de esperanza; después la galería situada en penumbra para preparar a los fieles al espectáculo religioso; en fin, los contrastes de luz y los efectos exteriores, los fieles se alejan del mundo y se proyectan entre la catedral y los espacios infinitos.» Oscar Niemeyer.

Geometría y Simbolismo:

Expansión: la forma del hiperboloide trasmite esa sensación de infinito, una ventana que se abre hacia el cielo, hacia Dios.

Ligereza: la composición libre de cerramiento de la estructura aporta esa ligereza, como si no pesara, casi flotara.

Iluminación: la piel traslucida deja paso a la luz que deslumbra al visitante como si se tratase de una visión de divinidad.

CONSTRUCCIÓN:

La obra comienza el 12 sept 1958; su estructura fue concluida el 31 de mayo de 1970 y sólo los 70 m de diámetro del área circular eran visibles.

Tiene 40 metros de altura y capacidad para 4 mil personas. La base del edificio es circular y de unos 60 m de diámetro. Esta estructura circular evita la existencia de una fachada principal, aportando una homogeneidad perceptiva. Su nave esta hundida a lo largo de 70 metros de diámetro, de manera longitudinal a pesar de la planta circular de la Catedral. El acceso es subterráneo, conservando la forma impune del hiperboloide. Ideológicamente Niemeyer tenía tendencias políticas comunistas y confiaba en que en algún futuro este régimen se instaurara en Brasil; diseño la catedral de forma que se pudiera acceder al templo restando importancia a las estatuas exteriores.

Su techo de cristal mate, decorado con vidrieras, comienza en la planta y cuenta con el apoyo de 16 columnas de sección hiperbólica de 90 toneladas de peso. La materialidad de estas es el hormigón armado, facilitando su proceso constructivo y estabilidad. A pesar de la rigidez y peso material, su percepción sigue siendo ligera.

INTERIOR:

La fachada fue pintada de blanco en 1989, se remplazaron también los vidrios por paneles coloreados, diseño de Antonia Marianne Peretti.

Los vidrios refractarios ligeramente coloreados en los vacíos de los montantes colocados en 1970, fueron construidos con placas poligonales insertadas en una fina malla metálica, conservando así la ligereza y trasparencia del conjunto. Del centro descuelgan unos ángeles simbolizando esta visión de divinidad.

Esta catedral también latinoamericana y de la misma época, describe una imagen interior con ciertas semejanzas, como es el cerramiento de vidriera (en este caso no pintada) donde se contrapone la silueta de la estructura. (En una vista exterior es de diseño completamente diferente, eso si, genera un hiperboloide central del que se desarrolla el resto de las superficies cónicas.

ESTRUCTURA:

La forma básica del edificio tiene una clara traza hiperbólica; a esta se le ha aplicado una sección sobre el eje z no simétrica.

Formulación *maple*:

```
> restart;
>with(linalg);
>whith(plots);
>a:='a': b:='b': c:='c': x^2/a^2+y^2/b^2-z^2/c^2=1; a:=5: b:=4: c:=3:
>
x^2/a^2 + y^2/b^2 - z^2/c^2 = 1
> implicitplot3d(x^2/a^2+y^2/b^2-z^2/c^2=1,x=-2*a..2*a,y=-2*b..2*b,z
=-6..3,scaliling=constrained,numpoints=3000);
>generación de imagen 3D
```

Piel:

Intersección de hiperboloides; generan la piel del edificio.

Desarrollo *maple*:

```
>restart;
>with(linalg);
>with(plots);
>a:='a': b:='b': c:='c': x^2/a^2+y^2/b^2-z^2/c^2=1; a:=5: b:=4: c:=3:
>
(x^2/a^2) + (y^2/b^2) - (z^2/c^2) = 1

> a1:=implicitplot3d(x^2/a^2+y^2/b^2-z^2/c^2=1,x=-2*a..2*a,y=-
2*b..2*b,z=-6..5,scaling=constrained,numpoints=3000):
> b1:=implicitplot3d(x^2/3^2+y^2/3^2-z^2/2^2=1,x=-2*5..2*5,y=-
2*3..2*3,z=-6..13,scaling=constrained,numpoints=3000):
>display(a1,b1);
>generación de imagen 3D
```

Generación de pilar:

Estructura formada por 16 pilares de sección hiperbólica ordenados en revolución cónica.

– Geometría ideal
– Geometría real

IMÁGENES CONTEXTO

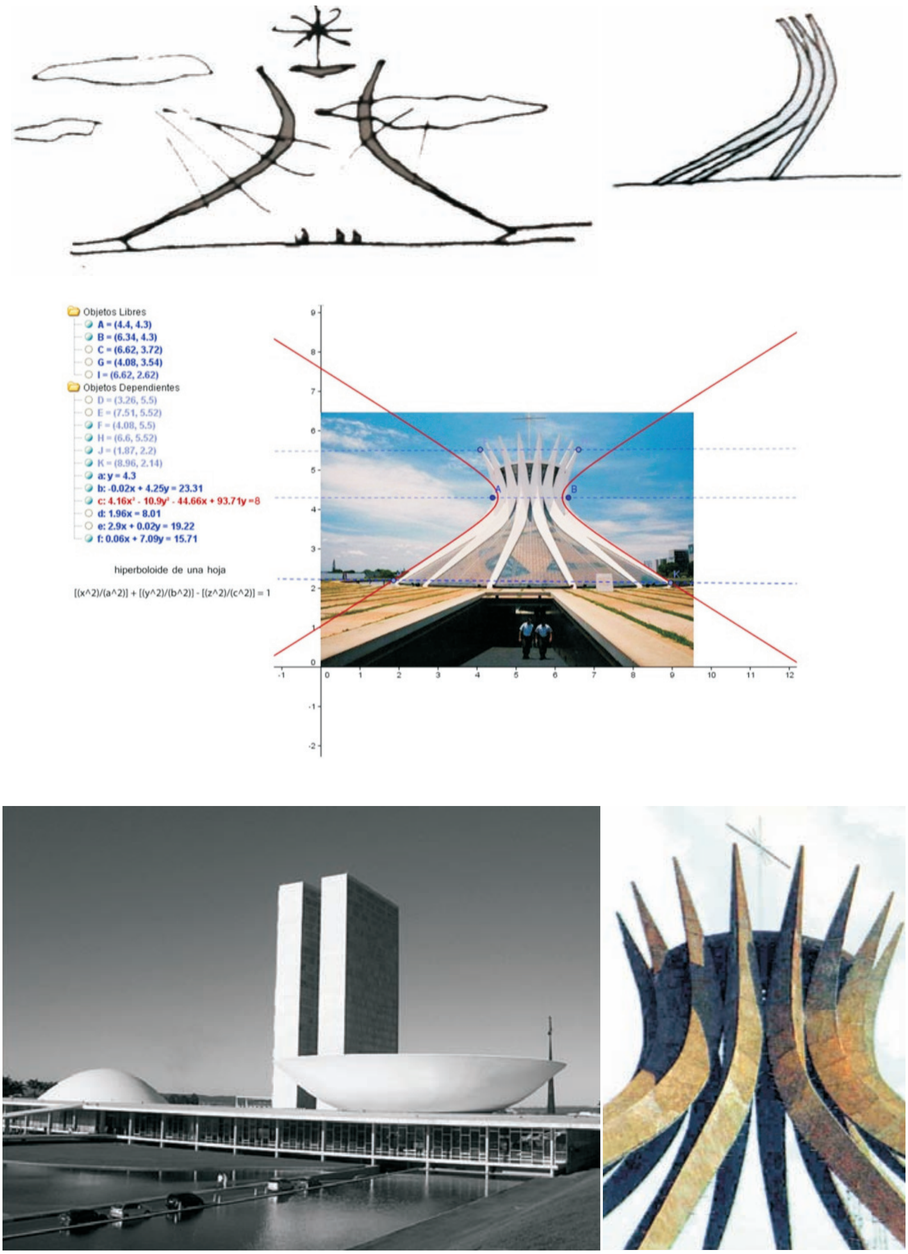


FIGURA 1. IMÁGENES DE BRASILIA Y DE LAS COSTILLAS DE LA CATEDRAL.

IMÁGENES TRABAJO DE LA ALUMNA

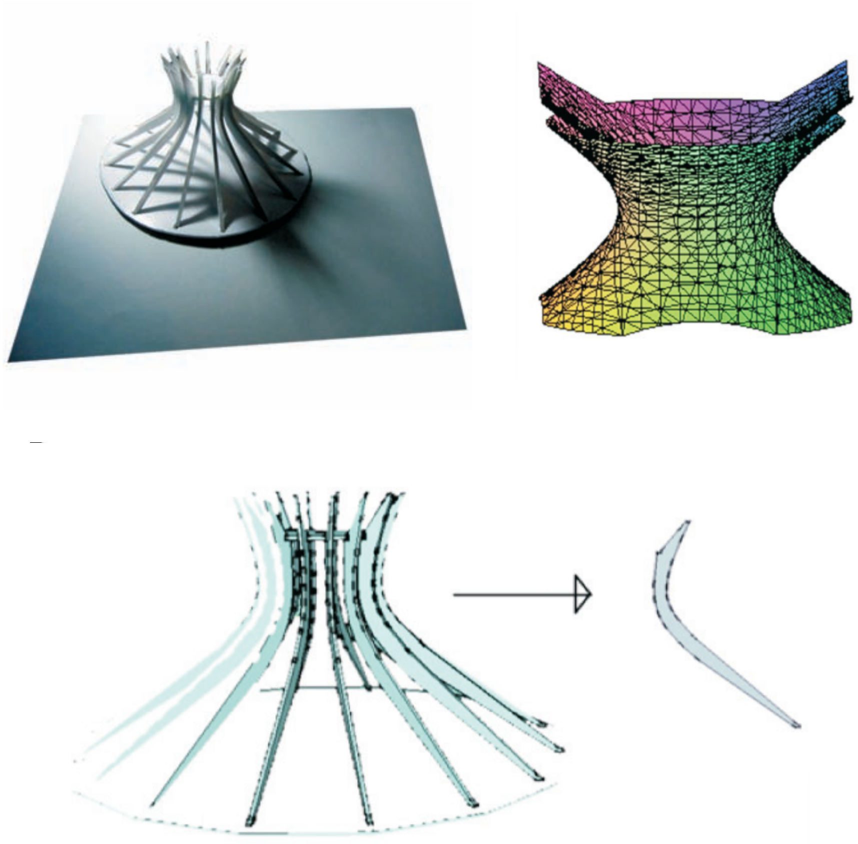


FIGURA 2. MAQUETAS VIRTUALES Y DE CARTÓN DE LA ESTRUCTURA DE LA CATEDRAL DE BRASILIA. ANDREA CUEVAS.

Velódromo de ANOETA/*Marta Fernández*

Tema: Proyecto de la cubierta del velódromo de Anoeta (proyecto de concurso), arquitectos del proyecto: Félix Candela y Emilio Pérez Piñero.

Autora: Marta Fernández García.
Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Emilio Pérez Piñero y Félix Candela

Emilio Pérez Piñero nació en Valencia donde su padre, militar de profesión, se encontraba destinado. Aunque muy pronto se trasladó con su madre a la población de Calasparra (Murcia), donde eran naturales sus padres. Allí pasó su infancia, hasta que por influencia de su padre se trasladó a Madrid para cursar los estudios de arquitectura.

En la obra de Pérez Piñero destacan sobre todo un estudio de las estructuras móviles y desplegables. Una de las pocas obras que se conservan de este arquitecto es la cúpula del Teatro-Museo Dalí en Figueras, que el propio Emilio no pudo ver finalizada pues falleció en un accidente de automóvil cuando regresaba desde Figueras a Calasparra. La obra fue terminada por su hermano y colaborador en el proyecto.

Félix Candela nació en Madrid el 27 de enero de 1910, y después de una infancia risueña y despreocupada estudió sin sosiego. Se cuenta que no sintió una vocación tan definida como la que narran haber sentido otros arquitectos o ingenieros famosos, urgidos desde pequeños por el ansia de construir. Él escogió la carrera de arquitectura más bien por casualidad, o por consejo de algún amigo, porque ni siquiera era buen dibujante. Eso sí, lo suyo eran las matemáticas y, sobre todo, la geometría.

La Guerra Civil le obligó a exiliarse a México sin tiempo para recoger su título de arquitecto –que luego le costaría años convalidar y más aún consolidar–, por lo que se encontró en un país lejano sin más armas que su propia capacidad y conocimientos reales, sin la protección administrativa que proporciona una carrera con independencia del aprovechamiento obtenido.

Candela heredó de su maestro Eduardo Torroja algunos de los fundamentos de su obra: la idea de que el ingeniero ha de ser un poeta, la convicción de que la estructura depende de la forma más que del material empleado, y la línea de investigación sobre cubiertas ligeras de hormigón armado.

Junto con estudios y proyectos para losas plegadas de hormigón, las primeras láminas con las que se experimenta son bóvedas antifuniculares, sin acero de refuerzo y con la aplicación de encofrados de tela de saco.

El primer «cascarón» que construye con su empresa Cubiertas Ala es en forma de conoide (de antecedentes franceses), con una luz de 14 m y un espesor de 3 cm.

Félix Candela es considerado el gran maestro de las cubiertas o cascarones de hormigón armado. La complejidad matemática de estas estructuras laminares contrasta con la belleza y sencillez de sus formas, su economía, gran resistencia y ligereza con pequeños espesores.

La vocación científica del arquitecto Félix Candela se puso de manifiesto en su dominio de la geometría descriptiva y el cálculo de las estructuras de acero y hormigón.

Una de los fundamentos de sus obras es, la geometría y es por ello por lo que se plantea este trabajo ya que mediante ideas sencillas se pueden construir estructuras muy eficaces con costes de construcción de reducidos.

Félix Candela y Emilio Pérez Piñero trabaron amistad al conocerse en 1961. Candela sería uno de los componentes del jurado, junto con Bucky Fuller y Ove Arup, donde participaría Emilio Pérez Piñero. El tema del concurso era un teatro desmontable, y entre todos los participantes había un proyecto realmente extraordinario, el de Pinero, al que concedieron el primer premio, siendo aun estudiante de arquitectura en la Escuela de Madrid. Ambos sentían curiosidad y atracción por la trayectoria y experiencia profesional del otro. Perdieron contacto durante varios años, aunque Candela siguió sus éxitos a través de artículos y reportajes de la revista de la Escuela de Madrid.

Su amistad siguió creciendo alimentándose por la complementariedad imaginaria que existía en sus experiencias y visiones.

Colaboran juntos en el concurso de Anoeta (San Sebastián) de 1972, donde se propuso cubrir un gran velódromo con una estructura. Félix Candela y Emilio Pérez Piñero deciden solucionar el problema de la forma general proponiendo una cúpula, resolviéndolo así de una forma pulcra y eficaz. La cubierta tiene una doble singularidad, estéticamente; por su privilegiada situación dentro del paisaje de la región y junto a las vías de acceso. Y técnicamente por sus dimensiones, forma y perímetro irregular.

Precisamente por la asimetría en su contorno, con una de las graderías casi 8 metros más alta que la de enfrente, se presenta el dilema previo de elegir una forma estructural capaz de contenerlo, sin apoyos interiores.

Pero la cubrición económica de luces de más de 100 metros tiene unas formas muy concretas. Simultáneamente, se presentaron los siguientes requisitos:

- No tocar la estructura del Velódromo.
- Llevar todos los trabajos de cimentación al exterior del actual edificio para no interrumpir su utilización.
- Prefabricación de la cubierta para lograr un montaje muy rápido.
- Mínima superficie de fachada.
- Mínima utilización de los terrenos del velódromo, evitando contrafuertes o anclajes en la zona perimetral. La proximidad de la autopista hace esta condición determinante.
- Autonomía total de la forma estructural.
- Programar unos apoyos con capacidad de modificación y una cimentación a compresión poco costosa.
- Flexibilidad en la estructura que permita readaptaciones de trabajo en cualquier modificación.
- Ir a una forma general simple en armonía con el propio paisaje, desgeometrizando en lo posible su textura.
- Buscar expresividad regional, agresiva, armoniosa y original.
- No copiar otra cubierta ya realizada.

La cimentación, la estructura, el montaje, los apoyos y el comportamiento de esta solución cumple casi de forma ideal las condiciones exigidas anteriormente.

El efecto estético exterior rompe la simetría central poliédrica para lograr una variedad de efectos y perspectivas.

Interiormente se conservan hexágonos y triángulos de la geometría básica, a modo de casetones entrelazados de un modo continuo y armonioso sin puntos singulares ni quiebros o discontinuidades que inquieten la apacible tranquilidad del conjunto.

Resuelto el problema de la asimetría dando una excentricidad de 8 metros al eje de la cúpula respecto al eje del velódromo, adaptaron la planta y la sección en la solución de una cúpula esférica, cortada como una montaña.

La solución para cubrir los huecos de la cubierta proporciona infinitos puntos de vista desde los variados enfoques que tiene el velódromo.

Los desagües están direccionados y nos proporciona la posibilidad de establecer lucernarios.

La cúpula no es semiesférica, sino que mediante unos haces que salen de un foco puntual, marcan una circunferencia tangente a ellos, definiendo así la altura del corte de la esfera.

Para aligerar el peso deciden optar por una estructura reticular de acero de gran ligereza. La solución para la retícula de la cúpula está formada por tres familias de arcos que están direccionados en tres direcciones, formando triángulos equiláteros y espacios de forma hexagonal. Un dato curioso es que mas barras que utiliza en esta estructura de arcos son todas de la misma longitud.

En los espacios hexagonales, en lugar de la triangulación para evitar que se deforme se opta por la cubrición de dichos espacios con paraboloides hiperbólicos. Son superficies generadas por el movimiento de una generatriz curva.

Estas superficies no contienen líneas rectas y por tanto no son desarrollables (dos posiciones sucesivas de la generatriz no son coplanarias). Destacan las cuádricas, las cuales son superficies generadas por la rotación de una curva cónica alrededor de uno de sus ejes.

El encofrado del paraboloide hiperbólico o hypar es más simple que el de una bóveda formada por intersección de cilindros, por tener dos sistemas de generatrices rectas. Además, al estar constituida por superficies no desarrollables, es mucho más rígida y permite construirla con espesores menores.

Cada sistema es paralelo a un plano director y ambos planos, cuya intersección define la dirección del eje Z, forman un ángulo arbitrario W. La superficie es de doble curvatura anticlástica, es decir, las dos curvaturas principales tienen su concavidad en direcciones opuestas, en oposición a las superficies sinclásticas o cupuliformes, en que las curvaturas principales van en la misma dirección. El ángulo W puede tener cualquier valor. Cuando es recto, el paraboloide se llama equilátero y los dos sistemas de parábolas principales tienen la misma curvatura. Cuando W no es recto, las parábolas contenidas en los cuadrantes agudos son más planas que las contenidas en cuadrantes obtusos. Las secciones planas paralelas al eje Z son parábolas o su degeneración en líneas rectas. Todas las demás secciones planas son hipérbolas o su degeneración en dos rectas que definen los planos tangentes (osculadores) a la superficie.

Tomando como ejes de coordenadas las dos generatrices que pasan por el centro del hypar y el eje Z, perpendicular a ellas (en lugar de los ejes reales del hypar, que son las bisectrices del ángulo W), la ecuación de la superficie, $z = K \cdot x \cdot y$, es la ecuación de segundo grado más simple posible, lo que facilita en grado sumo el cálculo de tensiones o esfuerzos de membrana. El hecho de tratarse de una superficie doblemente reglada facilita la construcción del encofrado, que requiere únicamente piezas rectas y consigue, sin embargo, una forma no desarrollable o de doble curvatura.

Dando como resultado un hibrido de las experiencias de ambos, combinando una cúpula de elementos metálicos y de rápido montaje, que recoge en los huecos que forma superficies laminares que incorporan entradas de luz por su colocación.

Candela y P. Piñero no ganan el concurso. En el mismo año de esta colaboración, en 1972, muere Emilio Pérez Piñero en accidente de tráfico y, sin él, Candela concluye el desarrollo de la cubrición del concurso, que se intenta construir en su homenaje. El proyecto fracasa porque no cabe en el solar. Luego, la maqueta y los documentos gráficos de ese concurso desaparecieron.

Se contempló otra alternativa a los paraboloides hiperbólicos, que fue cubrir los espacios hexagonales con cúpulas transparentes a modo de lucernarios.

La propuesta de cubrir la estructura con semiesferas, a la hora de llevarla a cabo, da como resultado una masa pomposa y sin dinamismo, motivo por el que creo que se descartó y se optó por los paraboloides hiperbólicos, ya que como iba a estar destinado a cubrir un velódromo, la intención es que fuese un caparazón ligero, es más, en un artículo escrito por Churtichaga, se le da el nombre de «La estructura veloz».

Para realizar la maqueta utilicé varillas metálicas, recicladas de paraguas ya sin uso práctico.

Tanto los paraboloides hiperbólicos como las semiesferas están hechas de una malla metálica. La elección de este material fue por su flexibilidad y capacidad para adquirir formas y mantenerlas.

A la hora de experimentar en este proyecto de la cubierta del velódromo de Anoeta, quise centrarme en una propuesta diferente a la resultante que se estuvo barajando durante las decisiones de proyecto.

La alternativa consistía en sustituir los paraboloides hiperbólicos por semiesferas, las cuales cubriesen el espacio, dispuestas a modo de lucernarios.

Para ello decidí elaborar una maqueta, y probar las dos opciones, y así poder ver porqué se optó por los paraboloides hiperbólicos y cómo hubiera sido en caso contrario.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

– ARQUITECTURA, (Félix Candela y Emilio Pérez Piñero: un diálogo imaginal: proyecto para el Concurso del Velódromo de Anoeta = An imaginary dialogue: competition for the Anoeta Velodrome: 1972).

– Churtichaga, José María, *LA ESTRUCTURA VELOZ* (a propósito de la obra de Emilio Pérez Piñero y Félix Candela), 2004.
– Segui, Javier, *Encuentros (5)* (SEPTIEMBRE 2003/MARZO 2004).
– Cassinello, Pepa, *FÉLIX CANDELA CENTERARIO 2010 (La conquista de la Esbeltez)*, 2010.
– FABER, Colin. *Las estructuras de Candela*, Compañía Editorial Continental, S. A., 1970.
– http://www.soloarquitectura.com/arquitectos/felix_candela.html
– http://www.imcyc.com/cyt/diciembre03/luz.htm
– http://www.revistadelauniversidad.unam.mx/6909/pdf/69cueto.pdf

IMÁGENES CONTEXTO

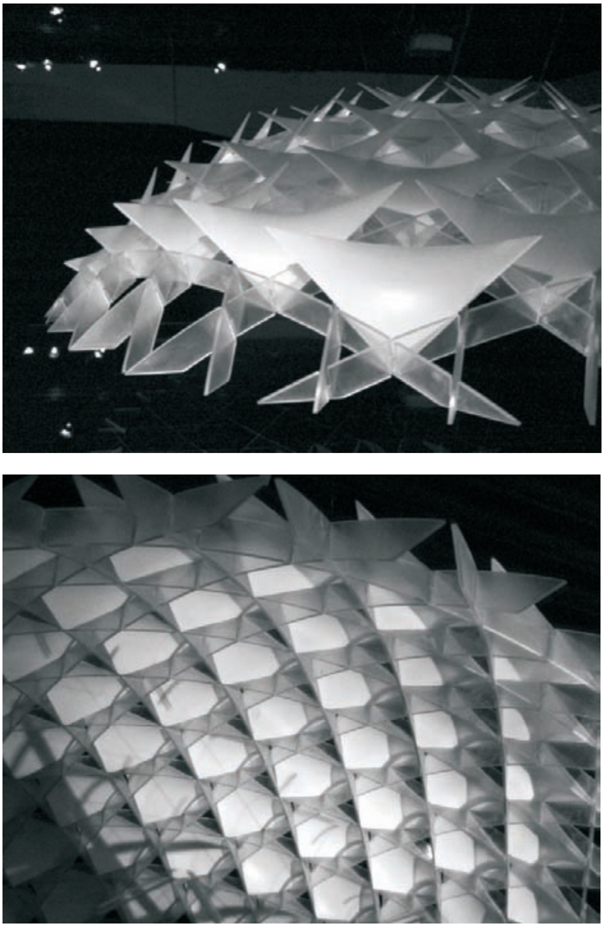


FIGURA 1. MAQUETAS DE LA ESTRUCTURA DEL VELÓDROMO DE ANOETA.

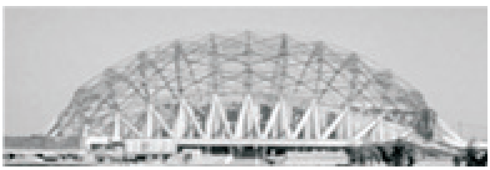


FIGURA 2 IMAGEN DEL VELÓDROMO DE ANOETA.

IMÁGENES DEL TRABAJO

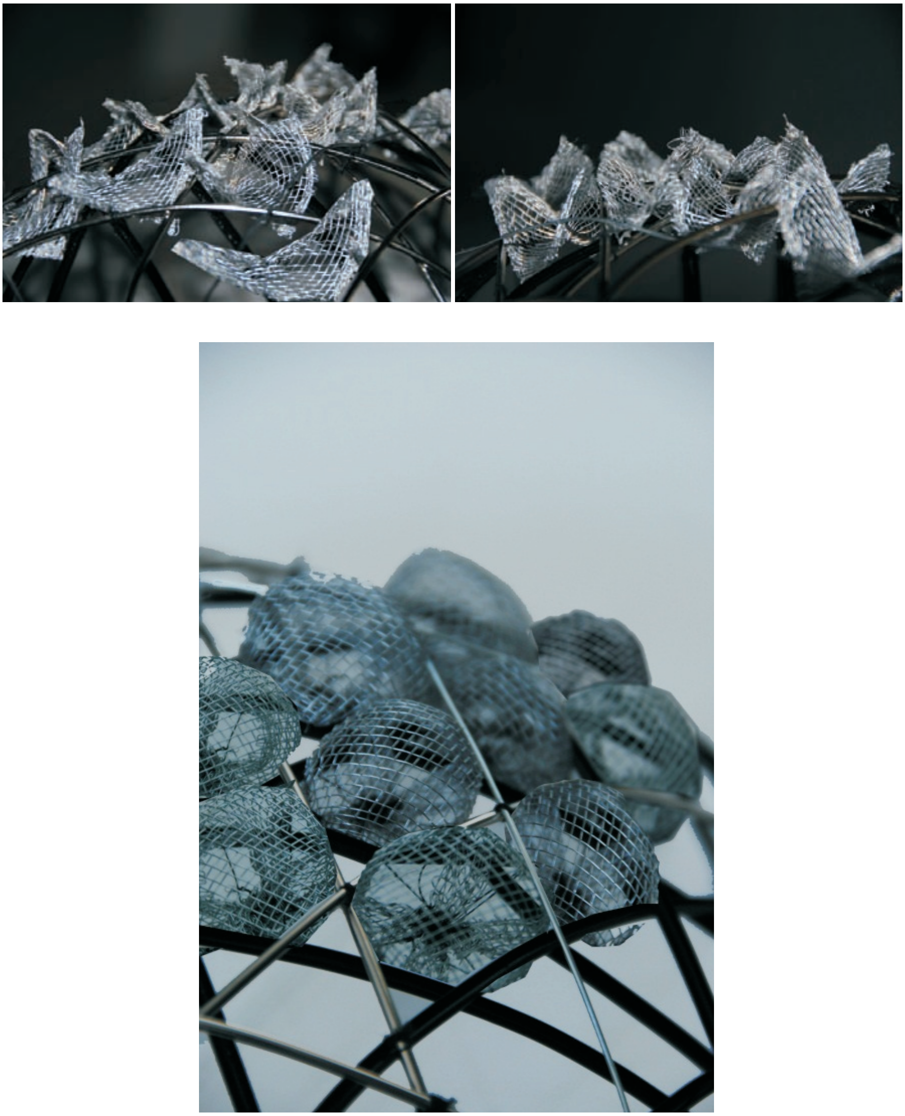


FIGURA 3. MAQUETAS DE LA CUBIERTA DEL VELÓDROMO DE ANOETA. VARIACIONES. MARTA FERNÁNDEZ.

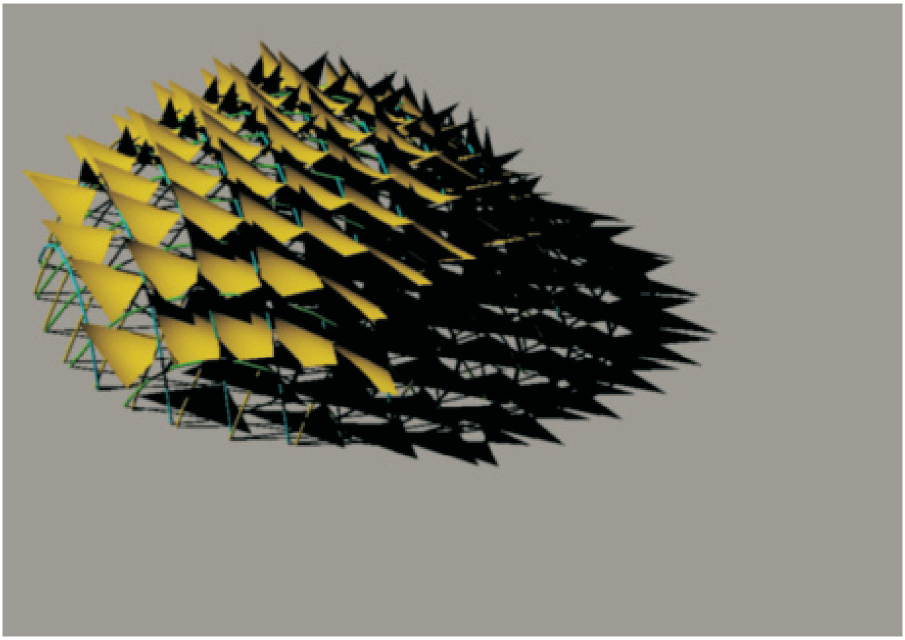


Figura 4. Maqueta virtual de la cubierta del velódromo de Anoeta. Marta Fernández.

SCHLAICH-BERGERMANN, Estructuras Ligeras/
Carolina García Doncel

Tema: ESTRUCTURAS LAMINARES DE HORMIGÓN
Autora: Carolina GARCIA DONCEL

Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

De las láminas de hormigón a las nuevas estructuras ligeras

Introducción

A través del liderazgo internacional alcanzado por el ingeniero Eduardo Torroja, durante las doradas décadas de la Modernidad, el Instituto, hoy conocido como Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja (Consejo Superior de investigaciones Científicas de España), fue uno de los máximos referentes del desarrollo de la vanguardia científico-técnica de la construcción Civil y Arquitectónica. La ciudad de Madrid se convirtió en sede internacional de difusión y debate de la innovación y desarrollo alcanzados. Este instituto fue fundado en el año 1934. En 1953, se inauguró en Madrid la nueva y actual sede, cuyas modernas instalaciones permitieron a Eduardo Torroja seguir con sus investigaciones, centradas, en gran medida, en el hormigón armado y pretensado. En el 1959, Eduardo Torroja fundó la iass «Internacional Asociation for Shell Structures» convirtiendo su Instituto de Madrid en sede internacional de intercambio de experiencias y conocimientos.

En estas décadas, se iniciaron también nuevos caminos tecnológicos basados en la utilidad de estructuras ligeras de mallas y redes de cables tensados recubiertas o integradas en membranas de nuevos materiales. En el año 1964, Frei Otto fundó el Instituto de Estructuras Ligeras de Stuttgart, Alemania.

Al inicio de la década de los años setenta, la iass decidió cambiar su nombre, y sin modificar sus siglas, en 1970 pasó a llamarse «Internacional Association for Shell and Spatial Structures».

A partir de ese momento, se ocupó de todo tipo de estructuras espaciales, no limitándose a las de hormigón, que empezaban ya a desaparecer sino abriéndose el camino a nuevas formas, materiales y tipos estructurales, que como el vidrio, las mallas y las redes de cables tensadas, protagonizan hoy la construcción Civil y Arquitectónica del siglo XXI, en la que las aportaciones de la oficina Schlaich Bergermann und Partner son uno de sus más relevantes referentes.

Estructuras laminares de hormigón

En la segunda década del siglo XX, fue cuando se inicio, lo que podemos llamar, «La Aventura Laminar de la Arquitectura Moderna». Esta aventura comenzó 70 años después de que Monier patentara el hormigón armado. Fue la empresa alemana Dyckerhoff-Widmann, quien construyó la que es considerada a nivel internacional como la primera «Thin Concrete Shells» (fina capa de hormigón), aunque anteriormente ya se habían creado algunos proyectos que trabajaban con elementos de hormigón armado. Un ejemplo, los Hangares de Orly en Paris, Francia por Eugene Freyssinet (1921-1923).

En este periodo, que duró hasta los setenta, fueron apareciendo relevantes protagonistas: Auguste Perret (1874-1954), Pier Luigi Nervi (1891-1979), Oscar Niemeyer (1907), Félix Candela (1910-1997), Jörg Schlaich (1934), entre otros más. En la década de los años 30, gran parte de los protagonistas del desarrollo del hormigón armado y/o pretensado, y de las Thin Concrete Shells, construyeron algunas de sus más importantes estructuras laminares. El italiano Giorgio Baroni, construyó algunas de las primeras estructuras laminares en las que se uso la forma geométrica del paraboloide hiperbólico, Hall de Fonderie en Milán (1934); el ingeniero Ove Nyquist Arup (1895-1988), proyectó una piscina para pingüinos en el Regent Park de Londres, en la que construyó un sistema de rampas laminares de hormigón armado; y el ingeniero italiano Pier Luigi Nervi (1891-1979) fue otro de los más destacados protagonistas, inventó el «ferrocemento» y autor de un amplio número de estructuras laminares en las que empleó sistemas mixtos de construcción, utilizando piezas prefabricadas a pie de obra. En 1935, construyó los Hangares de Orvieto, innovadoras estructuras laminares de hormigón armado de formas geodésicas nervadas, de 50m de luz, de gran ligereza y economía de construcción.

Para España la década de los años treinta, se vio mutilada por la guerra civil (1936-1939). Pero sin embargo, durante los 5 años de paz (1930-1935) el desarrollo de las estructuras laminares, así como del hormigón armado y pretensado cobraron un especial protagonismo en manos del ingeniero Eduardo Torroja (1899-1961). Durante estos 5 años Eduardo Torroja no solo construyó innovadoras estructuras laminares; en 1930, fundó la empresa «Investigaciones de la Construcción S A», ICON, que bajo su dirección se especializó en el ensayo de modelos como método de análisis del comportamiento estructural de nuevas formas resistentes. En 1934, fundó en Madrid, junto a un pequeño grupo de ingenieros y arquitectos españoles el Instituto Técnico de la Construcción y Edificación.

Durante esta etapa de la década de los años treinta, Eduardo Torroja construyó tres de las más icónicas estructuras laminares. La cubierta del Mercado de Algeciras (1934), con forma de casquete esférico de 47.62 metros de luz y 9 cm de espesor, sustentada sobre ocho apoyos perimetrales. La cubierta del Hipódromo de la Zarzuela de Madrid (1935), que es una estructura laminar formada por la sucesión de hiperboloides de eje horizontal secantes entre sí, de 5 cm de espesor en los extremos de sus voladizos de 12.80 m. Y en 1936, justo antes del inicio de la Guerra Civil, construyó la cubierta del Frontón de Recoletos de Madrid, que estaba formada por una estructura laminar generada por la intersección de dos sectores de cilindros circulares de 12.20 m y 6.40 m, salvando una luz de 55 m entre los muros testeros de cierre con un espesor de tan solo 8 cm en su clave. Lamentablemente, el Frontón de Recoletos de Madrid, se desplomo por los daños sufridos durante los bombardeos.

A nivel internacional, la década de los años 50 fue la más prolífera de todas. A finales de esta década el desarrollo de estructuras laminares había alcanzado su máximo apogeo. Sin embargo, no existía ninguna sociedad que aglutinara todas las experiencias vividas. En aquellos momentos era necesario difundir su conocimiento, reglamentar sus sistemas de cálculo y construcción, produciendo el necesario intercambio de experiencias entre los diferentes países. Con este fin, en el año 1959, Eduardo Torroja fundó, como ya hemos dicho, la iass, «International Association for Shell Structures», en el seno del Instituto de la Construcción y del Cemento, pero como asociación independiente. La sede de la IASS se ubicó en Madrid, y bajo la gran capacidad de convocatoria del insigne Eduardo Torroja se aglutinaron y ordenaron las ideas, proyectos y obras en un continuo intercambio de ciencia y tecnología a través de la realización de congresos, seminarios y comités de trabajos específicos, que eran difundidos en el Bulletin de la IASS, editado en inglés en Madrid.

Tras la fundación de la IASS, durante la década de los años 60, las estructuras laminares fueron plenamente difundidas, analizadas y normadas. Fue además en esta década cuando, de forma paralela, se iniciaron nuevos caminos tecnológicos basados en la utilidad de las estructuras ligeras de mallas y redes de cables tensados recubiertas o integradas en membranas de nuevos materiales; textiles, plásticos o vidrio. En 1964, Frei Otto fundó el Instituto de Estructuras Ligeras de Stuttgart, que sin duda representó la continuidad histórica de la «Aventura Laminar».

Este mismo año, ya se había realizado la primera cubierta laminar continua transparente ejecutada con un material de plástico, se trata de la cubierta del Pabellón realizado por Heinz Hossdorf para la Exposición Internacional de Lausanne en 1964.

Pocos años después, en 1967, Frei Otto construyó, con el arquitecto Rolf Gutbrodt y los ingenieros Leonhardt y Andrä, en la Exposición de Montreal, el más relevante referente de la nueva generación de cubiertas tensadas de mallas de cables recubierta por membranas.

En el año 1969, tras la desaparición de la Thin Concrete Shells, motivaron la decisión de la iass de ampliar su campo de actuación no limitándose a las Estructuras Laminares de hormigón armado y/o pretensado, sino a todos los tipos de estructuras espaciales ligeras. Por ello, en 1970, sin cambiar sus siglas ni su logo, la iass pasó a denominarse «International Asociation for Shell and Spatial Structures».

La nueva generación de estructras ligeras (1970-2011)

El pabellón Alemán de la exposición Universal de Montreal en 1967, fue el hito que marcó el inicio de una era de nuevas estructuras ligeras. Con esta estructura, Frei Otto demostró el potencial de los cables de acero de alta resistencia y de las nuevas membranas textiles. Sin embargo, estas cubiertas son tan ligeras que la succión del viento puede llegar incluso a levantarlas. Por ello, las mallas de cables requieren tanto de grandes tesados como de costosas y pesadas cimentaciones para rigidizar y estabilizar la estructura, transmitiendo convenientemente las cargas al terreno.

Poco después, el arquitecto Günter Behnisch en colaboración con Frei Otto y los ingenieros de Leonhardt und Andrä (con Jörg Schlaich como jefe de proyecto) se inspiraron en el pabellón de Montreal para concebir un proyecto de mayor envergadura, la cubierta del Estadio Olímpico de Múnich (1972). Esta cubierta muestra los inconvenientes de utilizar mallas de cables tensados como cubierta, pues, además de las pesadas cimentaciones, también es necesario disponer un revestimiento adicional sobre la fina malla de cables (para proteger de la lluvia al graderío) que encarece bastante la estructura.

En los años 80 surgieron dos tipologías estructurales novedosas. El desarrollo de estas tipologías procedía de combinar el uso de nuevos materiales (membranas de alta resistencia y los vidrios templados), con nuevos sistemas resistentes (ruedas de rayos y las láminas de rejilla).

1. Cubiertas de membranas autoancladas a una estructura primaria de acero (utilizadas especialmente en estadios deportivos).
2. Láminas de rejilla, formadas por barras de acero acristaladas (ofrecen una transparencia casi completa, crean unas superficies planas).

Jörg Schlaich y Rudolf Bergermann. Proyectos

La empresa: inicio y objetivos

La empresa schlaich bergermann und partner con base en la ciudad alemana de Stuttgart, se dedica tanto a la ingeniería estructural clásica como al desarrollo de proyectos singulares. Su fundación se remonta al año 1980 por Jörg Schlaich (estudió arquitectura e ingeniería civil) y Rudolf Bergermann (ingeniero especializado en ingeniería estructural). La empresa se ocupa del diseño de estructuras ligeras en la construcción de puentes, estructuras de membranas, cables y cristal; la búsqueda de soluciones adaptadas a los requisitos técnicos, económicos y medioambientales de cada proyecto, y abiertos a las innovaciones y al uso de todo tipo de materiales constructivos.

Su objetivo es el diseño y la construcción de estructuras sofisticadas, como por ejemplo cubiertas ligeras de grandes luces, multitud de puentes y torres esbeltas y centrales de energía solar. Además, sus esfuerzos se centran en lograr la eficiencia, belleza y el compromiso ecológico en cada una de ellas. En la búsqueda de soluciones óptimas en todos estos aspectos, por ese motivo, trabajan conjuntamente con arquitectos e ingenieros de otros campos, con los que contrastan sus ideas.

Hace más de 40 años, los dos ingenieros de Stuttgart revelaron su potencial creativo. La cubierta del Estadio Olímpico de Múnich (1972), marcó el comienzo de su asociación profesional. Desde la oficina de ingeniería Leonhardt y Andrá se nombró a Jörg Schlaich encargado de la planificación del proyecto que se debía desarrollar en colaboración con los arquitectos Behnisch + Partner y Frei Otto. Schlaich incorporó a su equipo a Rudolf Bergermann, con el que fue estableciendo una estrecha relación profesional debido no sólo a la fascinación y tamaño del proyecto sino también a su dificultad.

Tras la experiencia de Múnich, ambos ingenieros combinaron su experiencia anterior en el diseño y construcción de láminas de hormigón y torres de televisión con sus nuevos conocimientos en estructuras de mallas de cables. Estos conocimientos les permitieron embarcarse en una amplia variedad de actividades estructurales en las que destacaron por su exitosa combinación de la tecnología y el diseño.

ALGUNAS OBRAS

Torres esbeltas: Construcciones de grandes altitud, compuestas por mástiles rigidizados con tirantes inclinados o con una malla de cables como envolvente espacial, aseguran y garantizan el uso óptimo del material con un peso mínimo, maximizando a su vez la transparencia de la estructura.

La Torre de refrigeración para la planta de energía nuclear de Hamm-Uentrop en Schmehausen, constituye un prototipo basado en un nuevo proceso de refrigeración- en seco- y una nueva tipología estructural conocida como malla de cables. Esta torre de refrigeración trataba de ser una alternativa a las torres convencionales de hormigón, especial para la refrigeración en seco.

La torre Killesberg en Sttutgart culmina una cadena de parques con forma de U conocida como la «U verde». Esta estructura permite una vista panorámica de la zona desde cuatro miradores, situados en grandes plataformas, y desde espaciosas escaleras de caracol enfrentadas 180º: una de subida y otra de bajada.

Cubiertas Flotantes: Anchas y amplias, flotando, encerrando la luz del espacio. De manera animada y libre, obedeciendo a las leyes de la naturaleza, las membranas y las mallas de cables tensadas se deforman hasta adaptarse a la topografía natural, simbolizando una unión entre la forma y el comportamiento estructural. Existen diferentes tipos de cubiertas flotantes según sus materiales o forma.

CUBIERTAS DE CABLE:

Estadia Rey Senzangakhona, Durban, Sudáfrica, 2010.

Cubierta Olimpica de Munich: Los XX Juegos Olímpicos, celebrados en Múnich en 1972 se protegieron de los elementos atmosféricos mediante una cubierta ligera, transparente, abierta y que proporcionaba una zona de protección que abarcaba suavemente el paisaje del Parque Olímpico.

Varios espacios deportivos, como el Estadio Olímpico, y la Piscina Cubierta Olímpica, se unieron mediante una cubierta a modo de carpa. Una estructura de malla de cables tejida en superficies con forma de silla de montar y rigidizadas por cables. Estas cubiertas se sostienen mediante tirantes que parten de las cabezas de los mástiles exteriores, tirantes anclados a tierra y cables de borde. En el caso de la cubierta del Estadio, se utilizó un enorme cable de borde, que se curva alrededor del terreno de juego para proporcionar el tesado necesario.

Con el fin de conseguir una claridad en el diseño y transmitir una sensación de calma y tranquilidad se buscó un orden estructural que se materializó mediante la modulación. La producción en serie de mallas de cables de ancho uniforme garantizaba el cumplimiento de los plazos de fabricación.

Los finos cables de la malla están formados por 19 alambres. Estos cables se distribuyen formando una retícula de 75 x 75 cm. Esta separación tenía que ser tan grande como fuera posible, para minimizar el número de abrazaderas y nudos, pero lo suficiente pequeña como para materializar la geometría de la cubierta.

Cubierta de láminas de rejilla

Por otro lado, la Cubierta de Vidrio de Banco DZ en Berlín (1998), la Cubierta de Vidrio de la Feria del Comercio de Milán (2006), o la Cubierta de vidrio del Palacio de Comunicaciones de Madrid (2009) son cubiertas que siguen los principios de las láminas de rejilla, un principio que surge a partir de la triangulación como la que realizó Frei Otto para la expo del 67 en Montreal. La idea principal es crear una malla plana cuadrada de barras de acero de igual longitud y nudos giratorios, de esta manera se puede moldear la malla para que se adapte a cualquier superficie geométrica.

Cubiertas de malla de cable

Las cubiertas de mallas de cables combinan las características de las estructuras de cable y las de membrana: una estructura principal de cables entre anillos de comprensión y tracción y una membrana tensada como estructura secundaria.

Estas cubiertas suelen usar el principio de autoanclaje lo que requiere de anillos de comprensión y tracción, además de una estructura con costosas cimentaciones y estribos. Por otro lado, el auto-anclaje permite un número limitado de formas geométricas, tales como las vigas rectas para los puentes atirantados, los círculos para arenas y ruedos, la planta oval para estadios de atletismo y el rectángulo redondeado para campos de fútbol.

Algunas cubiertas de este tipo son las siguientes.

Estadio Internacional Rey Fahd.

Las tiendas de campaña de color blanco se disponen en círculo, formando una flor gigante en planta. Esta estructura brillante se alza en claro contraste con la arena roja del desierto. Sus formas hablan del poder y la belleza de las leyes físicas y son una reminiscencia de las tiendas de Beduinos. Protegen a los 64.000 espectadores del sol y del calor, y crean una plácida y acogedora atmósfera en el gigantesco estadio de atletismo y futbol proyectado mediante la colaboración de los arquitectos Ian Fraser Architecs con sede en Londres, y los ingenieros de Nueva York Geiger Berger Associates. La cubierta tiene una clara estructura primaria auto-portante formada por mástiles y cables que da soporte a la estructura secundaría: una membrana de PTFE revestida de fibra de vidrio.

Un cable interno de 134 m de longitud en forma de anillo integra las 24 idénticas tiendas de campaña que componen la cubierta a una altura de 33 m. Cada una de estas tiendas se sostiene por medio de un mástil de 58 m de altura. Los 24 mástiles se distribuyen en el perímetro de un círculo de 246 m de diámetro. Las fuerzas de desvío de los cables del anillo interior se transfieren hacia el anillo exterior por medio de cables radiales superiores e inferiores y se transmiten al terreno mediante mástiles inclinados y tirantes. Como resultado, está cubierta no es una auténtica cubierta de malla de cables, ya que únicamente el anillo interior está completamente confinado.

Puentes diversos: Cuando están correctamente diseñados, los puentes pueden llegar a ser modestos, cruzando un valla que queda prácticamente inalterado, o icónicos, dotando de un valor añadido al emplazamiento y pudiendo llegar incluso a converse en hilos estructurales que aportan orden a un ambiente urbano generalmente caótico. Es importante que la estructura transmita las fuerzas de una manera eficiente.

Energía solar: Tanto los rayos del sol concentrados mediante espejos parabólicos, como corrientes de aire en torres altas, generadas por el calor, se pueden transformar en energía eléctrica. Estas fuentes de energía son inagotables, ecológicas y seguras, los ingenieros trabajan duramente en proyectos de este estilo.

Principio de los sistemas de plato con motor «Stirling», se caracterizan por la concentración óptima de los rayos solares, a través de una precisa superficie cóncava de doble superficie.

IMÁGENES CONTEXTO

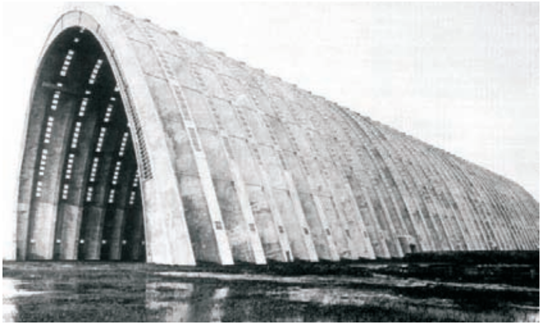


FIGURA 1. LOS HANGARES DE ORLY, EUGENE FREYSSINET, PARIS, FRANCIA, 1921-1923.

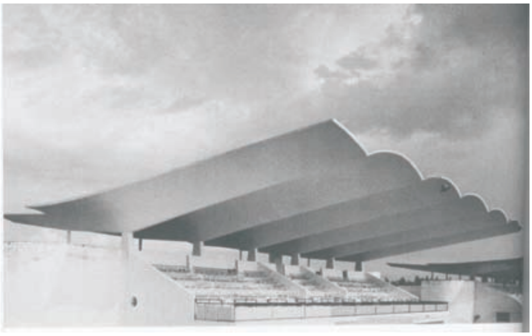
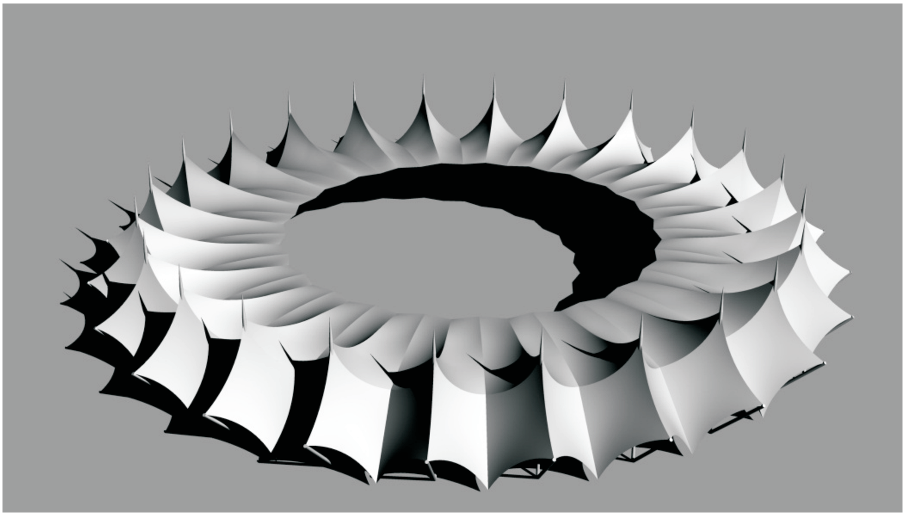


FIGURA 2. CUBIERTA DEL HIPÓDROMO DE LA ZARZUELA, EDUARDO TORROJA, MADRID, 1935.

FIGURA 3. EXPOSICIÓN DE MONTREAL, FREI OTTO, MONTREAL, 1967.

FIGURA 4. CUBIERTA ESTADIO OLÍMPICO MUNICH, GÜNTER BEHNISCH Y FREI OTTO, MÚNICH, 1972.

Imágenes del trabajo



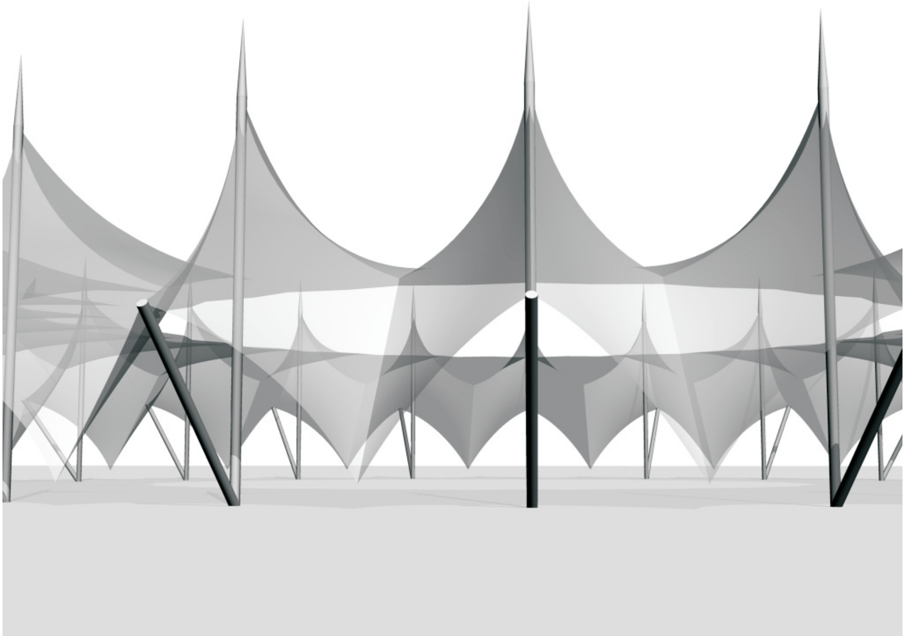


Figura 5. Maquetas virtuales realizados por Carolina García.

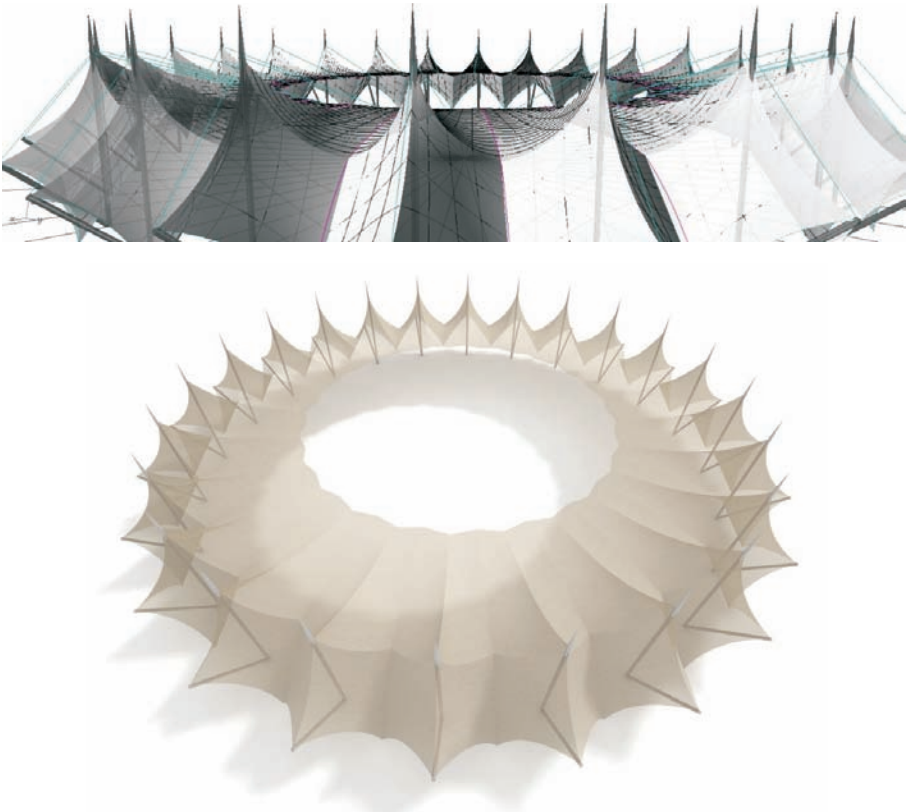


FIGURA 6. MAQUETAS VIRTUALES REALIZADOS POR CAROLINA GARCÍA..

FIGURA 7. MAQUETA REALIZADA POR CAROLINA GARCÍA.

FRACTALES/*Victoria García*

Tema: FRACTALES
Autora: Victoria García García

Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Introducción e historia

La teoría de los fractales apareció en 1975 definiéndolos como objetos matemáticos cuya creación o forma no encuentra en sus reglas más que la irregularidad o la fragmentación.

Características:

- Son autosimilares, es decir que la estructura tendrá los mismos elementos básicos,
- Son infinitos, ya sea visto como un conjunto, o analizando sus partes.
- Se desarrollan a través de iteraciones, lo que permite estudiarlos por medio de secuencias y dependen de las condiciones iniciales en que fueron creados.

Durante la historia se han encontrado circunstancias a las cuales se les ha aplicado una respuesta fractal, sin haber sido identificado como tal, siendo este término finalmente acuñado por Beniot Mandelbrot en 1975.

En 1906 Jean Perrin se había dado cuenta de un tipo comportamiento que no se podía catalogar en los modelos investigados.

En particular había llamado la atención sobre el hecho de que si uno toma un punto de la trayectoria que sigue una partícula browniana entonces, en rigor, no se puede trazar una línea tangente a ella. En su libro, expresa la idea de que; si bien las funciones derivables son las más simples, estas constituyen la excepción.

Benoit B. Mandelbrot, conocido como el fundador de la geometría fractal, autor de Les objets fractals, 1975, y The Fractal Geometry of Nature, 1982, el primero en intentar investigar cuantitativamente la idea omnipresente de la rugosidad. Él no tenía maestro formal, pero fue fuertemente influenciado por Paul Lévy, Norbert Wiener y John von Neumann. Se trata de una medida de orden en los fenómenos físicos, matemáticos o sociales que se caracterizan por la abundancia de datos, pero amplia variabilidad.

Sistemas en la naturaleza
MEDICIÓN DE COSTAS - CURVA DE KOCH

Tomando un trozo de costa marítima de una región accidentada, trataremos de medir su longitud efectiva. Es evidente que dicha longitud es mayor que la distancia en línea recta entre los extremos entre nuestro pedazo de curva, esta longitud acabara siendo tan grande que se la puede considerar infinita.

Si establecemos una unidad de medida n, y la repetimos a lo largo de la curva, el valor de n multiplicado por el número de veces que se a prolongado dicha unidad, obtendremos una longitud aproximada de la costa L(n). Al repetir la operación reduciendo la unidad de medida inicial, nos encontramos con que L(n) tiende a aumentar sin límite.

Dimensión fractal

Para poder estimar la medida total es necesario definir el concepto de dimensión fractal. Esta dimensión deriva de la dimensión euclidea. Si partimos de un segmento de longitud 1, y lo dividimos en segmentos de longitud L obtendremos N(L) partes, de manera que:

N(L)*L^1 = 1
cualquiera que sea L:

Si el objeto inicial es un cuadrado de superficie 1, y lo comparamos con unidades cuadradas, cuyo lado tenga de longitud L, el número de unidades que es necesario para recubrirlo N(L), cumple:

N(L)*L^2 = 1
cualquiera que sea L:

Lo mismo ocurre cuando el objeto es un cubo tridimensional de volumen 1.

De lo anterior se puede generalizar que la dimensión fractal de un objeto geométrico es D si

N(L).L^D = 1

donde N(L) es el número de objetos elementales, o de unidades, de tamaño L que recubren, o que completan, el objeto.

De donde deducimos, despejando D, que

D= log (N(L))/log(1/L)

De aquí podemos deducir las dimensiones de la de la curva de Koch

D = log(4)/log(3) = 1'2618...

Para obtener la curva de von Koch, el mecanismo de adición de nuevos promontorios, cada vez menores, se extiende indefinidamente. Ello es indispensable para que se verifique la propiedad de homotecia interna.

La homotecia interna se puede interpretar como un mecanismo de cascada que engendra en cada etapa detalles más pequeños, réplica de la etapa anterior.

En el caso de las costas, la suposición según la cual los promontorios se van añadiendo indefinidamente es razonable. La mejor aproximación que podemos hacer es a través de la curva de Von Koch ya que se acerca más a la dimensión log4/log3 que a una curva de dimensión 1.

MODELOS DE RELIEVE TERRESTRE - MOVIMIENTO BROWNIANO

Las superficies terrestres guardan relación con los modelos de movimiento browniano. Movimiento que lleva a cabo una partícula muy pequeña que está inmersa en un fluido. Este movimiento se caracteriza por ser continuo y muy irregular.

Dentro del ámbito del relieve terrestre, cuando D es demasiado próximo a 1, los contornos de las islas son demasiado regulares, y el relieve presenta demasiadas caras planas inclinadas, cuando D se encuentra demasiado cerca a 2, los contornos de las islas son demasiado tortuosos, el relieve tiene demasiados picos y abismos al considerarlo en detalle, y es demasiado plano en su conjunto. Cuando D tiende hacia 2, la costa tiende a llenar todo el plano.

No obstante las islas que corresponden a D<1,3y D>1,3 tienen un resultado más realista.

Cráteres de la luna - modelo de Mordiscos

El modelo de mordiscos traducido a los mordiscos del plano es en forma de disco. Para introducir esta teoría es útil describir el «conjunto de Cantor», uno de los modelos de «mordiscos virtuales» más sencillos, lo que nos permite observar su evolución. El «conjunto de Cantor» se puede sustituir por el «polvo de Lévy» que es una variante aleatoria del anterior.

Lonchas de queso- Se quitan del plano una serie de mordiscos circulares, marcados en blanco, con los centros distribuidos al azar y los radios elegidos de manera que se mantenga la homotecia. Está permitido que un mordisco pequeño intersecciones a otro mayor. Si se sigue el proceso explicado lo que se obtendrá es un área que tiende a anularse.

Empleo de fractales en el arte y la arquitectura

Marck Fornes & Theverymany

Se definen como grupo cuyos objetivos están en la investigación y la práctica como una búsqueda de «explícito y codificado», «indeterminación precisa», «La geometría progresiva» «Futuros no convencionales».

Búsqueda de la Aproximación
«Una aproximación es una representación inexacta de algo que está lo suficientemente cerca como para ser útil.»

La aproximación es generalmente vista como una simplificación - o pérdida de información. Aquí se estudia la relación entre la información y su modo de representación.

Cuando la resultante es de gran complejidad, es representado a través de una curva simple. Mientras que cuando observamos una representación más simple, estamos tras una definición matemática es mucho más compleja de lo percibido.

Estudio de la basílica de San Pedro del Vaticano

PROPUESTA DE LA BASÍLICA DE SAN PEDRO - MIGUEL ÁNGEL

Planteamiento de estudio de la repetición del elemento fractal en la planta:
El modo de crecimiento del los pilares y progresivamente de la planta, semejanza con el comportamiento de la «curva de Koch»

Características:

- La norma se da a lo largo del muro interior y exterior
- Repetición de la figura a distintas escalas.

Modelado de fractales

FRACTAL 1 - ADICIÓN DE ESFERAS

- Este es un modelo de esfera a la que se le han ido interseccionando otras esferas de radio 1/3.
- La intersección se produce en los puntos medios de la semiesfera superior y en la parte superior
- En la siguiente etapa se multiplican esas esferas reduciendo su tamaño progresivamente.

Combinación fractal

- Resultado de la combinación del elemento fractal creado, tras aplicarle transformaciones de tamaño, posición y rotación.

FRACTAL 2 - CUADRADOS ENCAJADOS

– El elemento origen es un cuadrado.
– A este cuadrado se le suma otros cuadrados de dimensión 1/4 del área.
– Se hace coincidir el centro con los vértices.

Combinación de fractal

– Sigue una estructura de corte perpendicular entre los elementos fractales.

CONCEPTOS TEÓRICOS. (ALBERTO LASTRA)

¿Cuánto mide la costa de Gran Bretaña?

Así comienza el título de un artículo de B. Mandelbrot. Si uno se pone a analizar la curva que determina cierta línea de costa desde el espacio exterior, ésta aperas presentará salientes abultados y tenderá a ser más o menos suave, ajustándose a ser una curva más o menos regular. Sin embargo, a medida que vamos acercándonos, los detalles surgen de pronto y su complejidad aumenta. La complejidad de la costa aumentaría sin límites siempre y cuando nuestra capacidad de visualizar los detalles fuera infinita.

En la práctica, las medidas experimentales de una curva como la trazada por la línea de costa se realizan a partir de aproximaciones que pulen las irregularidades que pudieran aparecer. Sin embargo, tal y como muestra el artículo antes mencionado en una de sus figuras y que recoge de [2], si nuestra capacidad de visualizar los detalles fuera cada vez mayor, los recovecos del paisaje provocarían que la longitud estimada fuera creciendo más y más…¡hasta el infinito!

Los datos experimentales determinaban que este fenómeno no ocurría si se estudia la longitud de una curva más regular, como lo es una circunferencia. En este caso, llegada a una cierta resolución en la aproximación, la longitud estimada apenas varía de la longitud real y, de hecho, tienden a parecerse cada vez más.

El fenómeno que se ha explicado ha sido recurrentemente utilizado para establecer, a modo intuitivo, el concepto de fractal. No pretendemos dar aquí una definición precisa de fractal, sino centrarnos en las propiedades que pueden presentar, y que luego se intentan reproducir en el ámbito de la arquitectura.

Una de las características más destacadas en algunos de los fractales es su autosemejanza (o autosimilitud), es decir, la capacidad de que una parte del fractal reproduzca geométricamente de forma semejante al total. Para ilustrar esta propiedad consideramos el llamado copo de nieve de Koch, o estrella de Koch. Su construcción se basa en la repetición iterativa del siguiente proceso:

1º.- Se toma un segmento y se divide en tres partes iguales.
2º.- Se construye un triángulo equilátero con base en el segmento central y se elimina del conjunto la base del triángulo.
3º.- Con cada uno de los cuatro segmentos resultantes se comienza por el primer paso de nuevo.

Si la orientación de los triángulos construidos en el segundo paso es la misma con respecto al segmento de partida en cualquier etapa del proceso, la curva que se obtiene es una tercera parte del copo de nieve de Koch, que resulta de unir tres construcciones como la anterior. Queda claro a simple vista que el total se reproduce al tomar una parte del conjunto.

También, la longitud de la curva es infinita. En la primera iteración del proceso partiendo de un segmento de longitud 1, obtenemos una curva de longitud 4/3, ya que está formada por 2 partes del segmento inicial, de 1/3 de longitud, y dos de los lados del triángulo equilátero de lado 1/3. Siguiendo de manera recursiva los pasos de construcción del fractal, podemos comprobar que en el paso n, la longitud total de la curva es $(4/3)^n$. Tras un número infinito de pasos, la longitud de la curva generada es

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{4}{3}\right)^n = \infty$$

Es decir, la longitud del copo de nieve de Koch es infinita.

La medición de la longitud de la costa se explica de la misma forma. Si establecemos una unidad de medida M, y la repetimos a lo largo de la costa para medirla, el valor de la longitud vendrá dado por el número de veces que se ha necesitado contar esta medición a lo largo de la costa. Si reducimos la unidad de medida inicial, esta longitud aumenta sin límite.

El ejemplo anterior nos sirve también para ilustrar otra de las propiedades que puede presentar un fractal: su construcción iterativa. El conjunto de Mandelbrot se construye a partir de los puntos del plano que verifican una cierta propiedad que es comprobada realizando de forma iterativa una sucesión de operaciones. No entramos en detalles aunque no es complicada.

IMÁGENES CONTEXTO

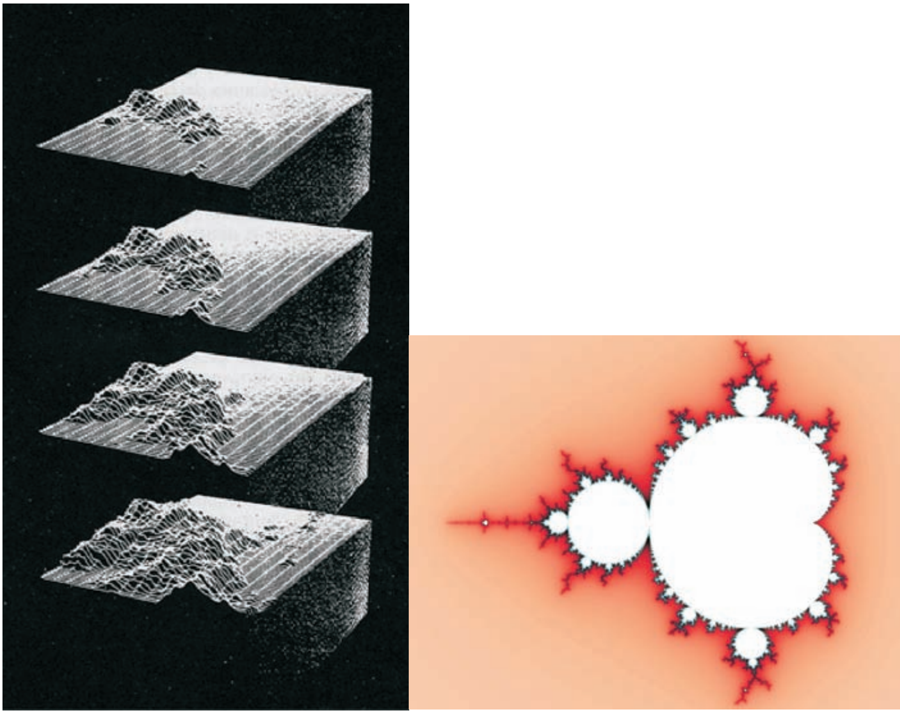


FIGURA 1. FRACTALES.

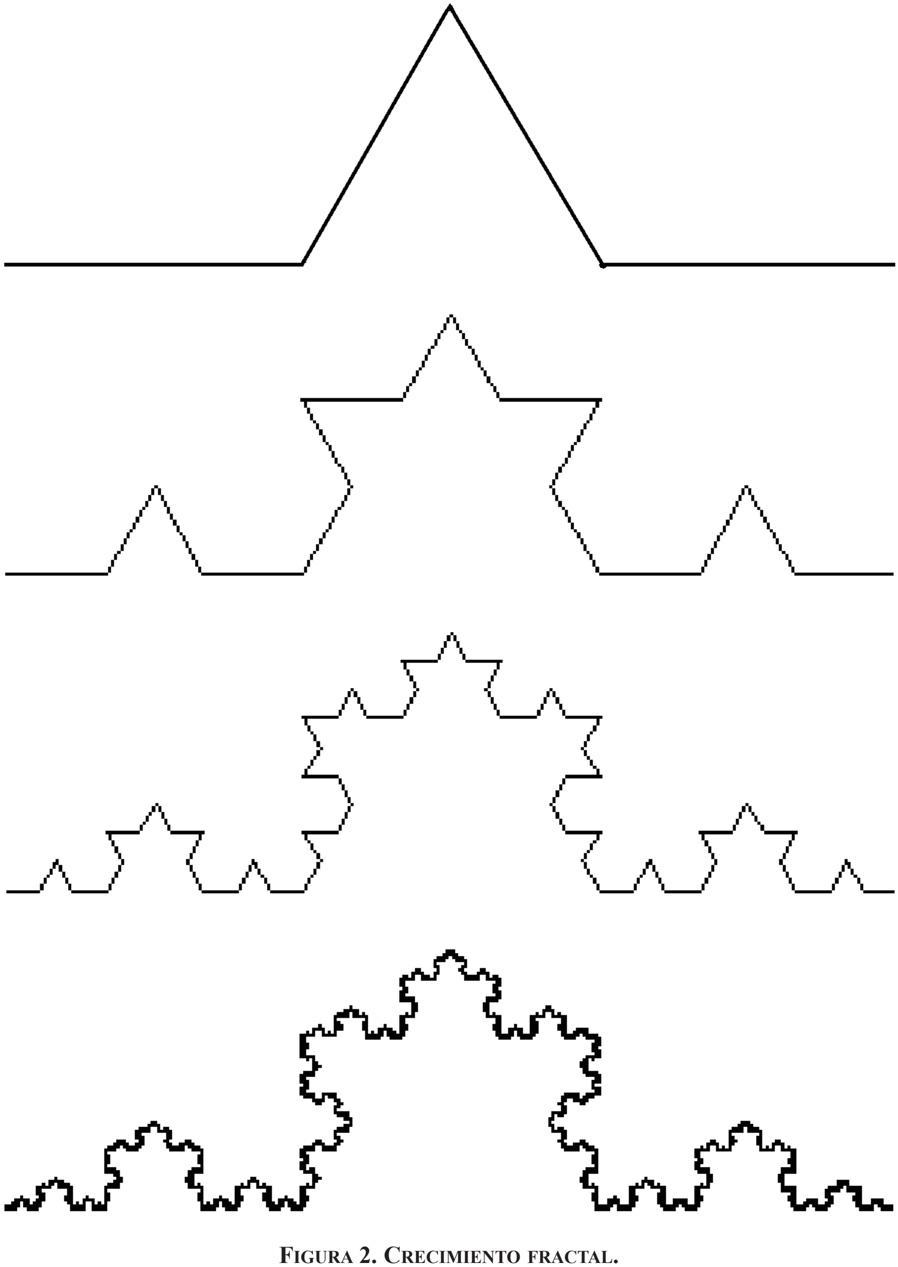


FIGURA 2. CRECIMIENTO FRACTAL.

Imágenes del trabajo

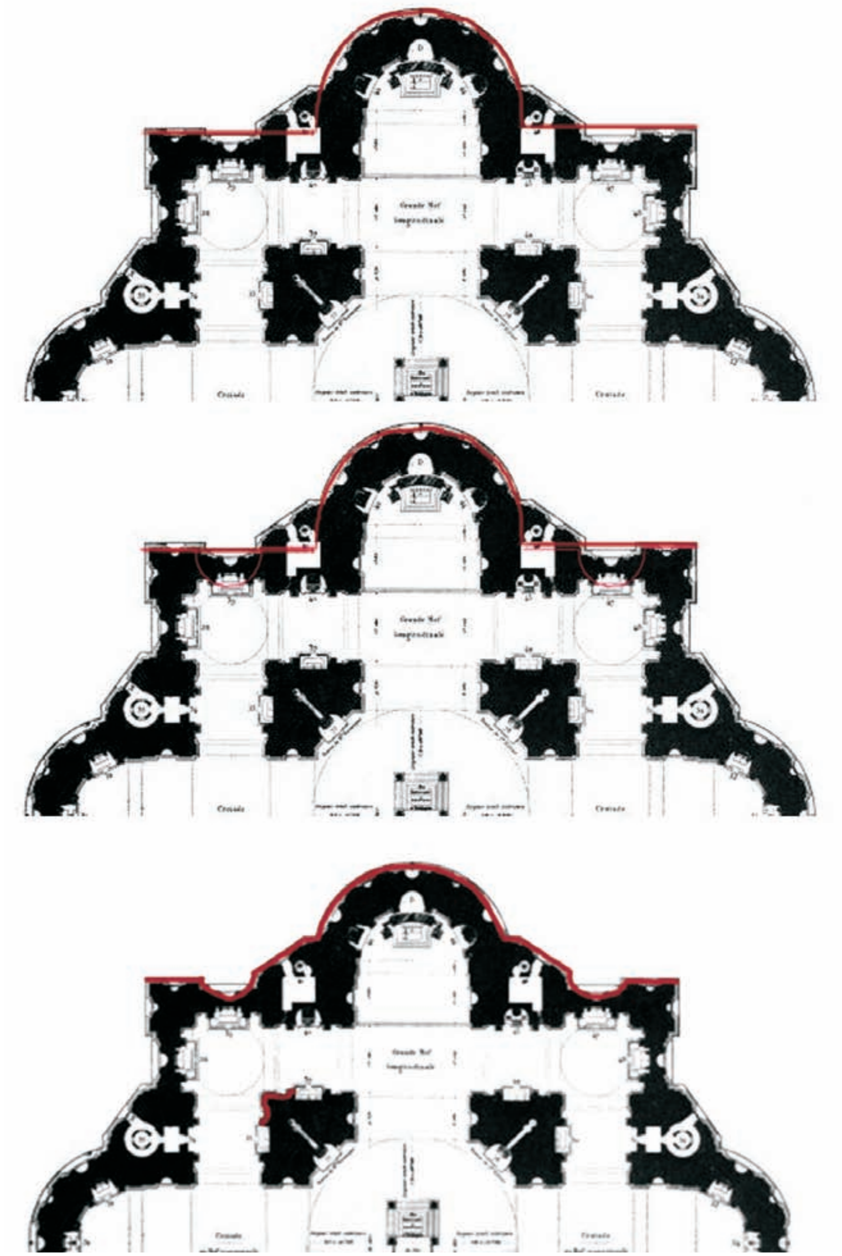


Figura 3. San Pedro del Vaticano estructura fractal. Victoria García.

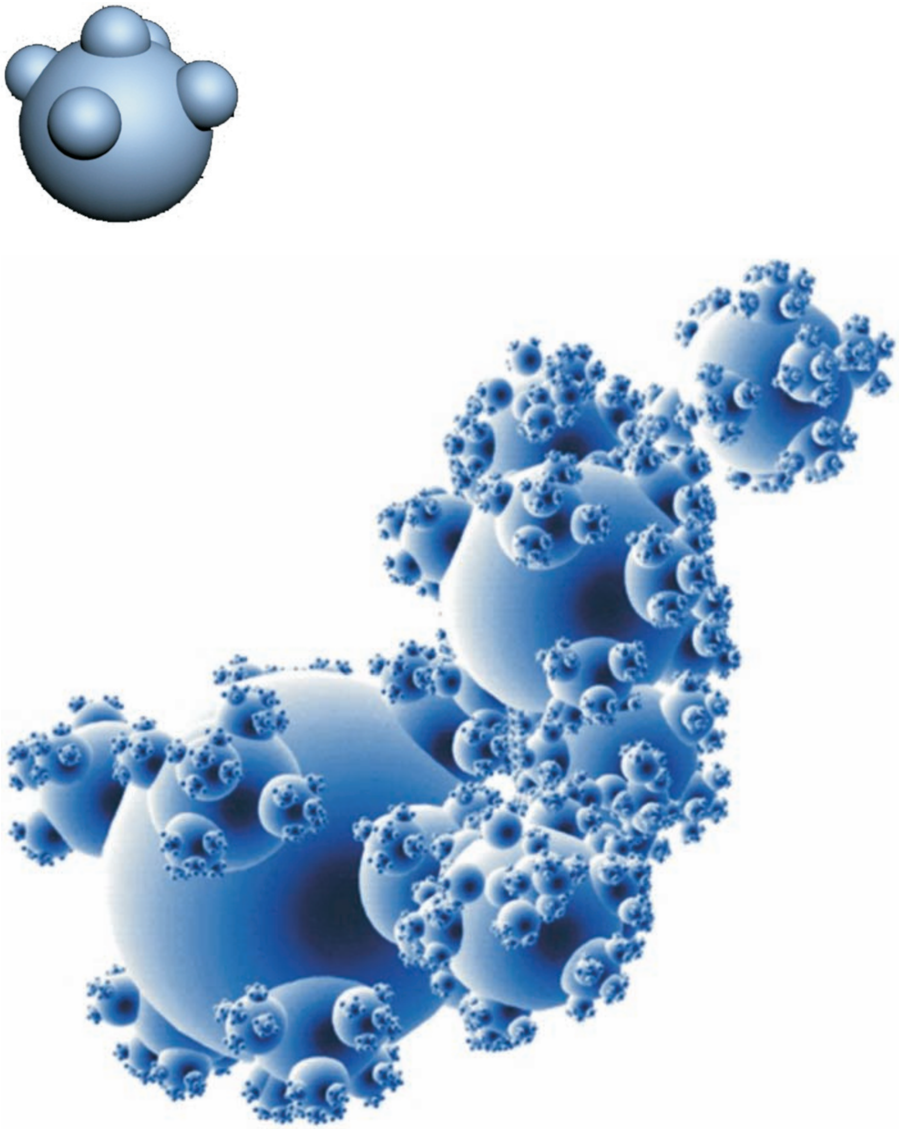


Figura 4. Celula y crecimiento fractal. Victoria García.

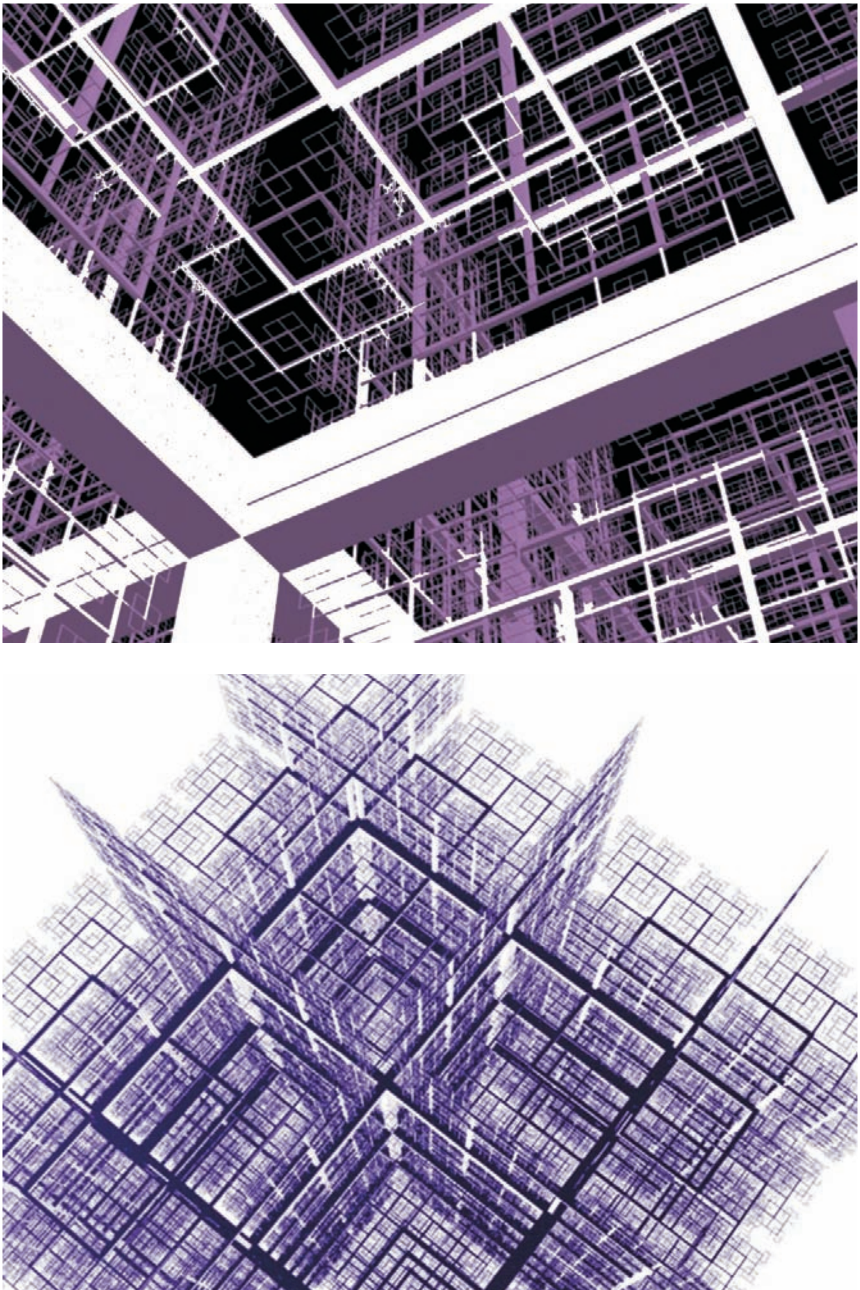


FIGURA 5. FRACTALES REALIZADOS POR LA ALUMNA. VICTORIA GARCÍA.

LE RICOLAIS/*Julia García*

Tema: George Le Ricolais. y las formas estructurales.

Autora: Julia García Lozano.
Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Biografía

George Robert Le Ricolais, nació en La Roche sur Yon, Francia en 1894, país en el que trabajó desde 1912 hasta 1951.

Sus estudios universitarios fueron interrumpidos por su participación condecorada en la Primera Guerra, impidiendo que terminase su formación en matemáticas y física. Esto no impidió que trabajase como ingeniero hidráulico desde 1918 hasta 1943, tiempo en el que empezó a interesarse en la investigación sobre estructuras. Así, vemos como estas investigaciones dieron su fruto en diversos ensayos. En 1935 «Láminas compuestas y su aplicación a estructuras metálicas ligeras» le valió el reconocimiento con la Medalla de la Sociedad Francesa de Ingenieros Civiles gracias a su aportación del concepto de capas corrugadas de tensión en la construcción. En 1949 su «Informe sobre los sistemas de redes tridimensionales» dio a conocer el concepto estructura espacial por vez primera en la arquitectura. Más tarde y debido al desarrollo de esa línea de investigación recibió el Gran Premio del Círculo de Estudios Arquitectónicos de Francia. Le Ricolais se había convertido ya en «el padre de las estructuras espaciales».

Después de la Segunda Guerra Mundial, colaboró desde 1947 hasta 1958 como ingeniero en la construcción de algunos proyectos como pabellones de exposición, viviendas experimentales, una fábrica, un mercado cubierto, un hangar, una colonia de verano, una fábrica y una iglesia. Además, Le Ricolais continuó cultivando su interés por el arte, tanto escrito, con colecciones de poemas que rara vez público, como por pinturas constructivistas con aerógrafo que se pueden ver en colecciones privadas y en el Museo de bellas artes de Nantes.

A los 57 años, en 1951, abandona Francia para continuar con sus investigaciones en los Estados Unidos, donde dirigió talleres de «estructuras experimentales» en las universidades de Illinois Urbana, Carolina del norte, Harvard, Pensilvania y Michigan. Durante esta época, el objetivo de Le Ricolais era despertar la curiosidad de sus estudiantes ya que afirmaba «el secreto es tener curiosidad». Esta labor docente fue premiada en 1973, cuando el instituto americano de arquitectos le convierte en miembro. En 1974, fue nombrado titular de la cátedra Paul Philippe Cret en arquitectura en la Universidad de Pensilvania. Dos años después se le concedió la medalla A.I.A. de investigación.

Tras su aportación con las publicaciones sobre sus estructuras experimentales y su forma de pensar reflejada en veinte años de trabajo en la Universidad de Pensilvania, Le Ricolais muere en París en 1977.

Formación e intereses

El principio fundamental sobre el que se asienta la investigación de Le Ricolais es que la forma estructural está dada por la relación entre las formas y la disposición del material en el espacio.

Relación entre las formas. Naturaleza

Para Le Ricolais «las cosas mienten al igual que sus imágenes», así pues, en su empeño de encontrar la verdadera definición de forma rechazaba que ésta fuese entendida como algo estático. Para él, como sucedía en la naturaleza, la forma estaba íntimamente relacionada con el tiempo y el tiempo con el movimiento: la forma era dinámica, la forma cambiaba con el tiempo, crecía. Él se planteaba: «Paralelo a la vida surge el problema del crecimiento, y hasta el momento el hombre no ha sido capaz de fabricar máquinas que crezcan». Encarando con una actitud de búsqueda este cambiar continuo de la naturaleza, Le Ricolais tomó dos caminos. Por un lado, intentó descubrir la relación entre la estructura de la naturaleza y la estructura de las formas que habían sido construidas por el hombre. Su interés por la arquitectura en relación a la naturaleza le llevó rápidamente al concepto de topología, ya que la topología estudiaba los problemas de circulación teniendo en cuenta para ello la economía del desplazamiento, es decir, el tiempo. Si seguía esta máxima sus estructuras obedecerían una ley natural de forma que «nuestro objetivo de futuro puede no ser en absoluto cómo estructurar los edificios, sino cómo estructurar la circulación». Para él la geometría daba una respuesta clara al modo en el que estructurar dichas circulaciones, entendiendo los caminos como estructuras y los nudos como intersecciones. Surgía para el un nuevo tipo de alfabeto.

Por otro lado, Le Ricolais se empezó a fijar en detalle en la estructura de la propia naturaleza buscando nuevos modelos estructurales. ¿Cómo se ordenaba la vida? ¿Qué leyes seguía? Su investigación empezó con el estudio de los minerales, pero rápidamente captaron su atención temas que nadie antes se había planteado como la geometría de las pompas de jabón, las arañas… Estudiaba su estructura, sus proporciones, su geometría, hacia ensayos, experimentos, investigaba y a la vez jugaba. Pero dentro de este tema, son los radiolarios, estudiados por primera vez por el biólogo Monod- Herzen, los organismos que más le entusiasmaron. Así decía: «¿Por qué es el zoólogo el único que deba interesarse en los radiolarios? Existen formas que abarcan tanto las propiedades de las capas en tensión como de las estructuras triangulares. Por supuesto podemos convertir esos elementos en estructuras para la construcción, pero hay mucho que admirar y comprender. Se puede apreciar una coherencia y pureza de diseño sorprendente y aterradora». Para Le Ricolais los radiolarios tenían todos los rasgos de una estructura válida, geometría definida, economía de material basado en estructuras trianguladas tridimensionales, e incluso separación entre tensión y compresión. En conclusión, podemos decir que la naturaleza toma para Le Ricolais la figura de un libro al alcance de todos, que da respuestas a cuestiones que nunca han sido formuladas. El único requisito para encontrar esas respuestas es saber buscar, es ser curioso.

En la figura 1 del presente capítulo se expone una visión gráfica de lo anteriormente comentado.

Obras de interés. Desarrollo de sus modelos experimentales

Método de trabajo

Según Le Ricolais para poder entender y poseer algo enteramente hemos de descubrirlo por nosotros mismos. Por lo tanto el camino para llegar a ese conocimiento es igual de importante que la conclusión a la que deseamos llegar. El único requisito es ser curioso. Para comprobar la validez de nuestras teorías Le Ricolais apostaba por un método experimental ya que según defendía: «Las deducciones y las proposiciones tienen que ser probadas y no basarse en buenas intenciones; tienen que convertirse en hechos». Para convertir en hechos dichas deducciones, necesitamos de representaciones físicas, que son fruto de la necesidad de crear un modelo para entender los conceptos. Estos modelos van perfeccionándose con el ensayo y error de tal manera que una conclusión de valor sería que «el orden de destrucción de un sistema debería seguir al orden de su construcción».

Analogías y paradojas como herramientas

Peter Mc Clearly, profesor del Dpto. de Arquitectura de la Universidad de Pensilvania, nos explica hablando sobre Le Ricolais que al igual que un arquitecto, él solía emplear la analogía, un proceso de razonamiento que parte de casos paralelos para llevar a cabo sus investigaciones. Como D'Arcy Thomson, la intuitiva observación de la naturaleza y sus leyes es lo que le llama a realizar continuas analogías entre las estructuras naturales y las construidas por el hombre. Nos revela que quizás su madre, profesora de historia natural, pudo haberle aportado la idea de analogía entendida como semejanza entre forma y función entre órganos esencialmente diferentes, mientras que su padre, abogado defensor, seguramente le instruyese en el significado de la paradoja.

Como ya hemos dicho con anterioridad, Le Ricolais creía que el dudar era el mejor método para producir pensamientos que podrían convertirse en «ideas indestructibles». De esta manera, las paradojas y las analogías le ayudaban a ilustrar cosas muy difíciles de comprender de otra manera. Por eso, al acercarnos a la obra de Le Ricolais, debemos ser conscientes de que tras una paradoja que pueda parecer absurda «el arte de la estructura consiste en cómo y dónde colocar los huecos», se encuentra una revelación, la noción de fuerza y fragilidad.

Personas que le influyeron

A lo largo de su vida Le Ricolais entró en contacto con personas que tuvieron mucho que ver en el desarrollo de su obra: las investigaciones matemáticas de Poincaré, Euler, Lord Kelvin, Ernst Haeckel y D'Arcy Thompson; su relación con la fotógrafa Henriette Grindat o su admiración hacia el biólogo Monod Herzen. Pero sin duda, el más importante de todos ellos es el arquitecto Louis I. Kahn, profesor de proyectos en la Universidad de Pensilvania en el mismo periodo de tiempo en el que él enseñaba estructuras. Así, siendo Le Ricolais un cerebro experimental, un inventor en el sentido científico del término, lo que equivale a una mezcla ponderada de reflexión, intuición anticipatoria y curiosidad, tuvo que sentir fascinación ante una persona como Kahn, cuyo pensamiento él mismo califica de «multidimensional». Para Kahn la atracción era mucho más sencilla, porque su propia formación de arquitecto del siglo XX le había llevado a admirar las obras de los ingenieros. De esta manera, desde los primeros momentos de la relación entre ambos, Le Ricolais se mostró interesado en la manera de concebir del propio Kahn, de tal modo que le proporcionó algunas de las explicaciones y armaduras científicas y teóricas que permitieron seguir avanzando y completando el difícil, y a veces oscuro, entramado de conceptos que pude entenderse como la teoría de Kahn, mientras que éste encontró en la persona de Le Ricolais una mente capaz de explicar, pero además encontrar interesante su manera de hacer.

Matemáticas como herramientas

Dice Le Ricolais: «Las matemáticas se nos han revelado como un fantástico repertorio de formas, y resulta fascinante e inquietante ser testigo de la total abstracción que los científicos han llevado a cabo a partir de la naturaleza real de las cosas». En las matemáticas y en sus símbolos vio «una enorme reserva de formas sin explotar» que permitía a la mente «escapar de una actitud antropomórfica». Para él, todas las formas podían ser expresadas en lenguaje matemático de manera que existía una relación directa entre las cosas y sus representaciones como símbolos, añadiéndose de esa manera a la forma real la precisión matemática: «la precisión es la cualidad suprema de cualquier pensamiento matemático.

$ax^2 + bx + c = 0$, la elegancia del simbolismo. El heroico trabajo de los matemáticos es la simplificación.»

Así, este interés por las matemáticas y sus símbolos lo expresaba en el uso de la Ley de Euler de la invaribilidad topológica de los poliedros:

F-E+V=2 (caras – aristas + vértices = 2)

La fórmula de Euler establece que, en un poliedro convexo, el número de caras más el números de vértices es igual al número de aristas más dos. Por ejemplo, para un tetraedro tenemos 4 - 6 + 4 = 2, para un cubo tenemos 8 - 12 + 6 = 2.

Un esquema a este respecto aparece en la Figura 2 del presente capítulo. Las consecuencias más importantes del Teorema de Euler son:

1) No puede existir un poliedro convexo con menos de seis aristas, cuatro caras y cuatro vértices.
2) Sólo existen cinco poliedros convexos cuyas caras sean polígonos de igual número de lados y cuyos ángulos poliedros tengan entre sí el mismo número de aristas y que son: tetraedro, octaedro, icosaedro, hexaedro y dodecaedro.
3) La suma de todas las caras de un poliedro convexo es igual a tantas veces cuatro rectos como el número de vértices que tiene menos dos.

Así, en 1750 Leonhard Euler publicó su Teorema de Poliedros, el cual indica la relación entre el número de caras, aristas y vértices de un poliedro convexo (sin orificios, ni entrantes) cualquiera, en el que también concluye que sólo pueden ser cinco los sólidos regulares y establece para ellos una serie de relaciones.

Así, si tenemos que

C = Número de caras
V = Número de vértices
A = Número de aristas
n = Número de lados del polígono regular
r = Número de aristas convergentes en los vértices, entonces se cumple
C + V = A + 2,
1/n = (1/A)+(1/6),
1/r = (1/A)+(1/6),

$n*C = 2A$,
$r*V = 2A$,
$(2A/r) - A + (2A/n) = 2$,
$(1/n) + (1/r) = (1/2) + (1/A)$.

En su búsqueda geométrica, Le Ricolais investigó sobre otro tipo de poliedros, definiendo estructuras como las que se presentan en la Figura 3. De manera general, todas estas estructuras añaden planos que los polígonos regulares no presentan para su formación. Dentro del trabajo de Euler, esto será de gran ayuda en la construcción de estructuras reticuladas.

Una vez que entendemos la idea principal del Teorema de Euler podemos profundizar en él para intentar entender cómo lo aplicaba Le Ricolais en sus obras.

Método de la imagen

El método de la imagen se basa en el principio de dualidad y definición de invariancia espacial postulada en la fórmula de Euler de los poliedros simples:

$$F- E+ V= 2 \text{ (caras- aristas+ vértices= 2)},$$

siendo F el numero de caras, E el número de lados y V el numero de vértices. Para una configuración bidimensional utilizamos:

$$P-E+C=1 \text{ (regiones- segmentos+ intersecciones=1)},$$

siendo P el número de regiones, E el número de segmentos y C el número de esquinas o intersecciones, y por medio de una sencilla operación topológica en la cual:

$$P= C' \text{ y } C= P'$$

(Permaneciendo invariable el número de segmentos) obtenemos su «imagen» o configuración dual; con una operación similar se puede hallar la imagen plana de una estructura tridimensional. Estas imágenes nos permiten representar gráficamente las fuerzas de los miembros una vez que se han determinado las reacciones en los límites, pero el método deja mucho en manos de la intuición. Es muy divertido considerar el poder de predicción de estas fórmulas; simplemente manipulando los números implicados, e intentando luego hallar las formas que satisfagan el puzzle, podemos descubrir cosas que nuestra mente es incapaz de prever.

Además, como ingeniero todos sus prototipos y ensayos estaban apoyados en desarrollos físicos aunque a veces Le Ricolais sabía cómo dejar a un lado el conocimiento como tal y seguir su intuición, como él mismo explica «eso es lo que llamo la belleza del fracaso, el arte de utilizar el fracaso. Si resulta huimos hacia delante.»

Matemáticas como herramientas. Aportación personal

Ahora que entendemos la forma en la que Le Ricolais empleaba el Teorema de Euler podemos investigar nuevas formas de usar estos mismos conceptos.

En la Figura 4 podemos ver el desarrollo de la investigación de Le Ricolais en el empleo del Método de la Imagen:

Utilizando las fórmulas que hemos visto él llegó a definir la estructura de la Figura 5, en apariencia sencilla, y que guarda mucha relación con las estructuras de los atrapasueños. Estos siguen una forma de crecimiento a través de nudos adaptando su forma a una estructura fija. La forma más simple de estructura fija es la de la circunferencia.

De esta forma, vemos cómo si cambiamos la forma de la estructura fija y el camino a recorrer, la forma de crecimiento nos rebela superficies distintas. Así, intentando seguir el camino de la experimentación de Le Ricolais, las maquetas nos ayudan a ver superficies que de otra manera serían muy difíciles de definir.

Vemos así como estas estructuras nos recuerdan a las FPR (polígono funicular de revolución), como nuestros atrapasueños, estas estructuras eran el resultado de entretejer cables y generar una red de tensión siguiendo una superficie mínima. Rotando cuerdas funiculares alrededor de diafragmas circulares Le Ricolais obtenía una red de tensión conectado conectada a un elemento de compresión axial, en nuestro caso es la estructura la que está sufriendo la tensión producida por la red.

Análisis de una obra. «Silla de montar de mono o Monkey Saddle»

«No hay mejor forma de aproximación al difícil concepto de forma que los experimentos con películas de jabón, donde la naturaleza despliega una fantástica colección de finas membranas denominadas superficies mínimas o superficies de economía».

Después de que el propio Le Ricolais nos haya ayudado a entender el concepto de superficie mínima podemos entender que cualquier entorno cerrado de cables sumergido en una solución de jabón y glicerina genera una película de esa superficie mínima, que curiosamente, no existe físicamente, es decir, es simplemente la mera imagen de la atracción de sus moléculas siempre en movimiento.

Es interesante ver cómo un fenómeno aparentemente sencillo no es en realidad tan simple como parece. Realmente no hay burbujas, no hay película, como ya hemos dicho, hay partículas en movimiento de tal manera que no podemos realizar esa simulación en ningún otro medio físico ni químico. Para Le Ricolais esto no es más que un reto, se encuentra cara a cara con el espejismo de la imagen. Así pues, para profundizar en este tema comenzó a realizar una serie de ensayos con sus alumnos. La primera parte de los experimentos consistía en relacionar las configuraciones con poliedros bien definidos, de manera que al perforar sistemáticamente sus caras se podía descubrir el comportamiento normal de las configuraciones obtenidas. Durante el desarrollo de estos ensayos, se sumergió un marco de urdimbre hexagonal y se obtuvo una solución de doble curvatura a la que se denominó «silla de montar o monkey sadle», una especie de tela de araña en tres dimensiones. De todos los experimentos este fue el elegido para seguir investigando porque parecía ofrecer algunas ventajas para un sistema de techado: al ser convexa y tener un hexágono como proyección horizontal estaba muy cerca de ser la mejor solución para obtener la máxima superficie para un perímetro dado.

Otra facilidad de esta superficie es que al partir de un plano hexagonal, era fácilmente convertible en una red o enrejado triangular donde «la distribución triaxial de los cables de tensión fuese más eficaz que en un sistema biaxial en el que solo dos cables se encuentran en una intersección».

Geométricamente, esta superficie tiene tres valles y tres alturas o montañas. Su centro (centro parabólico) tiene una inflexión de curvatura cero.

Intersecciona un plano horizontal cercano al plano tangencial siguiendo las hipérbolas de curvaturas crecientes. Esas hipérbolas forman una red isotrópica de curvas que también son isotrópicas. Una observación importante fue la comprobación del comportamiento elástico del sistema, que funcionaba mucho mejor, y no solo como habían pensado teniendo en cuenta la tensión. Esto parece encontrar respuesta en que los elementos pretensados pueden absorber fuerzas de compresión de acuerdo con la teoría del pretensado.

Referencias bibliográficas

La mayor parte de la documentación tanto de contenidos gráficos como teóricos ha sido encontrada en el libro:

Robert Le Ricolais, Visiones y paradojas. Fundación cultural del COAM, Madrid 1997.

La entrevista:

Le Ricolais. Things themselves are lying, so are their images. Interviews with Robert Le Ricolais, 1973.

Se han utilizado también fuentes procedentes de internet como:

Reflexiones en torno a Robert Le Ricolais. Antonio Juárez. Colombia University, New York 1996.

IMÁGENES CONTEXTO

FIGURA 1. DE IZQUIERDA A DERECHA: MICROFOTOGRAFÍA DE ESTRUCTURA ÓSEA. CRISTALES. ARAÑA. RADIOLARIO. POMPAS DE JABÓN.

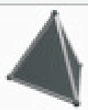
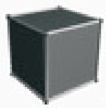
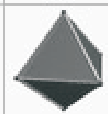
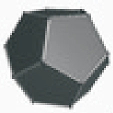
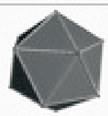
Nombre	Imagen	Vertices V	Aristas A	Caras C	Caracteristica de Euler: $V - A + C$
Tetraedro		4	6	4	2
Cubo		8	12	6	2
Octaedro		6	12	8	2
Dodecaedro		20	30	12	2
Icosaedro		12	30	20	2

FIGURA 2. LEY DE EULER DE LA INVARIBILIDAD TOPOLÓGICA DE LOS POLIEDROS.

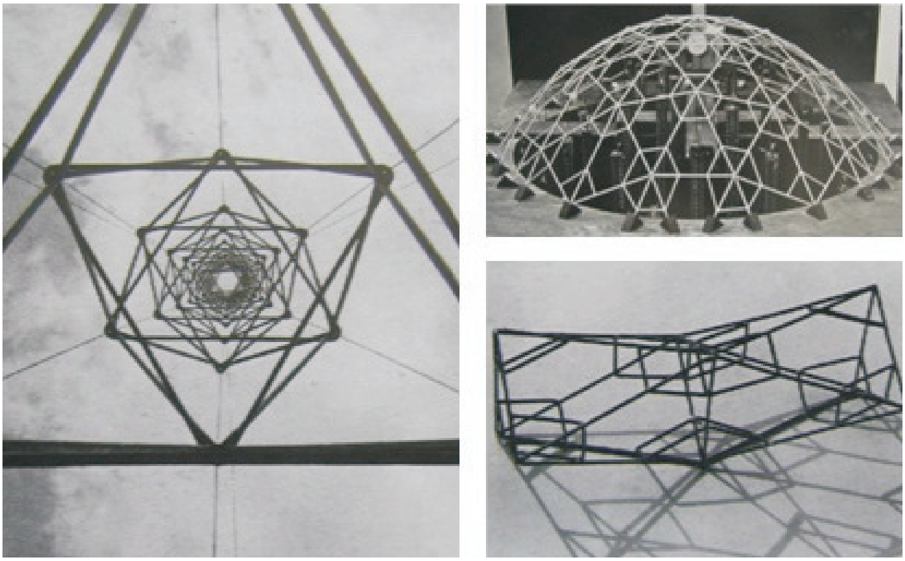


Figura 3. Varios modelos desarrollados entre 1960 y 1968. A la izquierda, elementos octaédricos estirados y bitriangulados. Arriba a la derecha, modelo de cúpula trihex de 42 pulgadas de diámetro y elevación de 12 pulgadas. Debajo, modelo de un tetragrid parabólico para el techo de un hangar.

IMÁGENES DEL TRABAJO

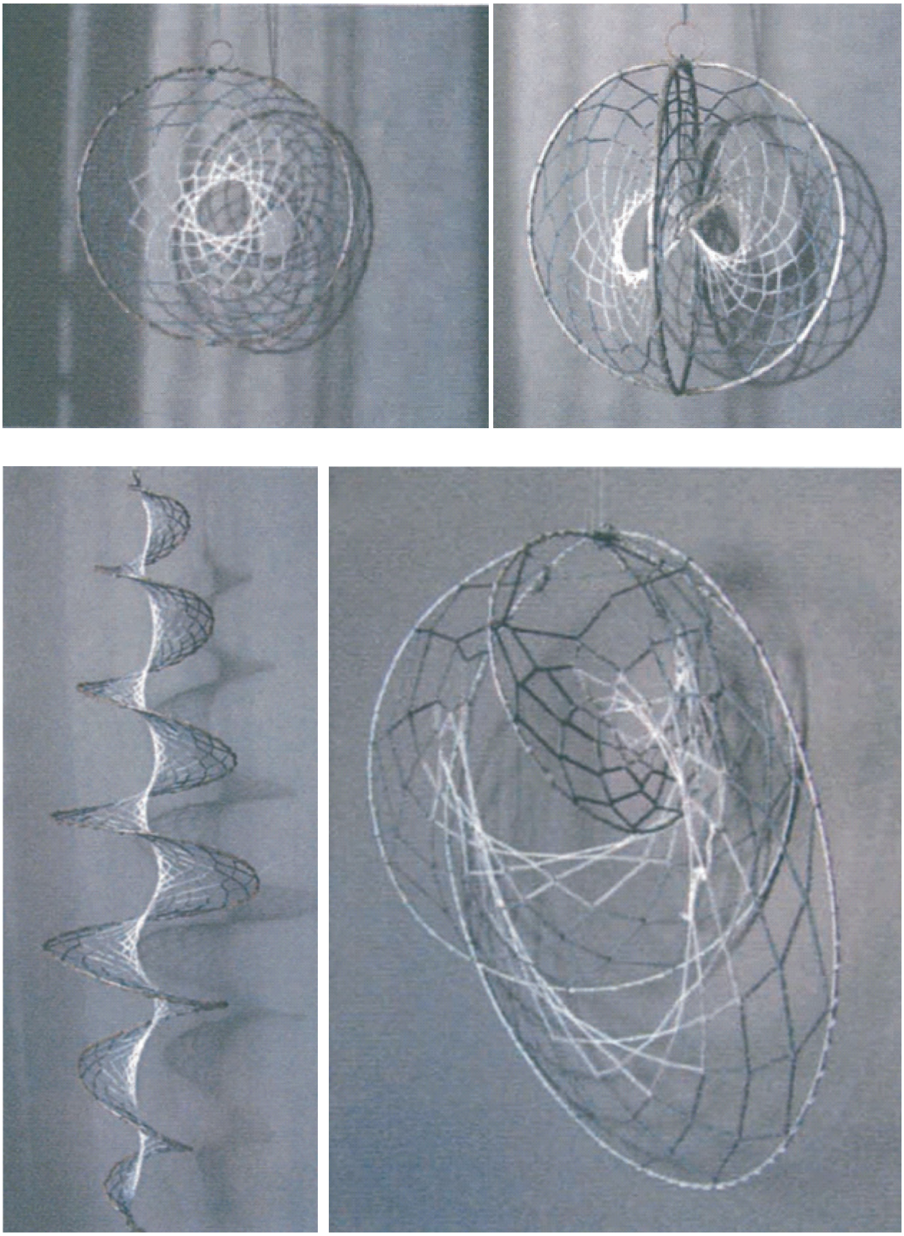


FIGURA 4-7. IMÁGENES DE «ATRAPA-SUEÑOS». JULIA GARCÍA.

TORROJA. Mercado Algeciras/*Alba Hernández*

Tema: Eduardo Torroja y el Mercado de Abastos de Algeciras

Autora: Alba Hernández Martín.
Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Investigación sobre el autor

Biografía

Eduardo Torroja Miret nació en Madrid el 27 de agosto de 1899 y falleció el 15 de junio de 1961. Primer Marqués de Torroja (titulo otorgado por Francisco Franco en reconocimiento a su extraordinaria labor en el campo de la ingeniería civil).

Torroja fue quizás el máximo especialista mundial de su tiempo en construcción en hormigón. Todas las generaciones posteriores de ingenieros de caminos estudian sus planteamientos y desarrollos. Algunos de los conceptos que desarrollo fueron continuados por uno de sus alumnos, Félix candela.

Hijo del matemático Eduardo Torroja Caballé. En 1917 ingresa en la Escuela de Ingenieros de Caminos- actualmente integrada en la Universidad Politécnica de Madrid, terminando la carrera el 22 de enero de 1923, tan brillante que enseguida pasa a trabajar en la Compañía de Construcciones Hidráulicas Civiles, dirigida por el que fuera su profesor en la Escuela de Caminos José Eugenio Ribera, y en la que pertenecería hasta 1927. Allí lleva a cabo importantes proyectos. En el que destaca la cimentación del puente de Sancti-Petri en San Fernando (Cádiz).

A continuación abre una oficina de proyectos propia en Madrid en la que continúa su labor, proyectando en 1933 la cubierta del Mercado de Abastos de Algeciras, una obra realmente excepcional para la época. Como novedad de su estudio puede citarse el empleo de modelos experimentales a tamaño reducido, que realizaría para todas las estructuras proyectadas en esta época, como el anfiteatro del Hospital Clínico en la Ciudad Universitaria, el Frontón Recoletos o las cubiertas y graderíos de Hipódromo de la Zarzuela, todos ellos en Madrid. En 1932 proyecta, junto con el arquitecto Manuel Sánchez Arcas, la central térmica de la Ciudad Universitaria de Madrid. Ambos recibieron el premio nacional de Arquitectura de 1932 por este proyecto.

Empeñado en la mejora de las técnicas de construcción crea, junto con un reputado grupo de arquitectos e ingenieros, la empresa ICON, con laboratorios de medida apropiados para la investigación y medición sobre los modelos reducidos y aplicables a todo tipo de investigación para la construcción. De esta empresa nacerían, en 1934, el Instituto Técnico de la Construcción y la Edificación, del que Torroja sería primer secretario, y la revista de Hormigón y Acero. En 1939, tras el paréntesis impuesto por la Guerra Civil, el claustro de profesores de la Escuela Especial de Caminos, Canales y Puertos le propone como profesor de las materias relacionadas con el Cálculo de Estructuras y en los años siguientes las de Resistencia de materiales y Fundamentos del Cálculo de Estructuras y en los años siguientes las de Resistencia de Materiales y Fundamentos del Cálculo y Ejecución de obras de hormigón armado y pretensado. En 1941 es propuesto para la dirección del Laboratorio Central de Ensayo de Materiales de Construcción creado en 1898 y situado en la propia Escuela de Caminos, encargándose a su vez del proyecto, dirección y construcción de un nuevo edificio para este Laboratorio. Sin abandonar sus actividades de proyectista de estructuras, participa, especialmente a parir de 1948, en las actividades de multitud de comisiones y organización científicas, tanto nacionales como internacionales, llegando a ser presidente de la Asociación Internacional de Hormigón Pretensado, así como colaborador asiduo y miembro del bureau del Comité Europeo del Hormigón.

La última parte de su vida la desarrollaría, en plena actividad científica, en el Instituto Técnico de la Construcción y el Cemento, que en su homenaje adoptaría el nombre del Instituto Eduardo Torroja de la Construcción y el Cemento. Eduardo Torroja recibió varias condecoraciones, entre ellas la Gran Cruz de Alfonso X el Sabio, la Gran Cruz del Mérito Civil y los doctorados honoris causa por las universidades de Toulouse, Buenos Aires, Chile entre otras.

Obras más características del autor

Sus obras se pueden dividir en el siguiente conjunto de bloques, de las que se han seleccionado las más importantes:

Estructuras laminares: Hipódromo de la Zarzuela, Mercado de Algeciras, Frontón de Recoletos.

Viaductos y acueductos: Viaducto del aire, Viaducto de quince ojos.

Estructuras espaciales.

Estructuras metálicas y mixtas.

Iglesias y capillas: Sancti Spirit.

HIPÓDROMO DE LA ZARZUELA: En 1935 se proyectó las cubiertas de la tribuna del hipódromo de la Zarzuela de Madrid pero no se inauguró hasta mayo de 1941. El Hipódromo es de una belleza singular destacando la construcción de las viseras de las tribunas. La principal novedad de ese proyecto fue la cubierta de la tribuna, hecha con láminas de hormigón armado en forma de hiperboloides, que con sólo 5 cm. de espesor en el extremo de los voladizos soportan todos los esfuerzos sin nervios ni refuerzos, simplemente con un anclaje posterior de tirantes, separados por cinco metros. La marquesina laminar vuela casi 13 metros. El graderío de los espectadores se sustenta en su parte superior en un soporte vertical principal y en su interior en otro soporte de gran rigidez.

MERCADO DE ALGECIRAS: Construido en 1935 en la Plaza Nuestra Señora de La Palma (Plaza Baja). Es un espléndido espacio octogonal cubierto con una atrevida cúpula laminar de 47,80 metros de diámetro, 44,10 metros de radio de curvatura y sólo 9 cm de espesor, perforada por una claraboya de 10 metros de diámetro, que descansa toda ella sobre 8 pilares periféricos ceñidos por un cinturón octogonal con dieciséis redondos de 30 milímetros.

FRONTON DE RECOLETOS: Construido en 1935 en la calle Villanueva de Madrid. Para cubrir el espacio rectangular de la cancha y graderíos, con unas dimensiones de 55 m de largo por 32,5 m de ancho, es el aspecto más innovador de este proyecto y lo que realmente lo hace singular. La solución dada a la cubierta del recinto consistió en dos bóvedas de cañón cuya sección estaba formada por dos arcos circulares asimétricos que se cortaban perpendicularmente, cubriendo la más grande la zona de juego y parte del graderío bajo y la más pequeña el graderío alto.

VIADUCTO DEL AIRE: El Viaducto del Aire es un puente sobre el barranco de Cantarranas en la Ciudad Universitaria de Madrid. Está compuesto por dos arcos gemelos de 36 metros de luz y 18 de altura, muy esbeltos y sobre los que apoya la palizada, también ligera, que sostiene el tablero. Está construido todo él de hormigón armado. Los espesores de los arcos son variables, desde 1,5 metros en los arranques a medio metro en la clave de gran rigidez.

VIADUCTO DE QUINCE OJOS: El Viaducto de los quince ojos es una obra realizada en el periodo 1929-1933. Es una estructura que se eleva sobre el arroyo cantarranas. El viaducto posee una luz de 130 metros por 35 de anchura. Se construyó como soporte del tráfico rodado por la carretera de La Coruña (Anteriormente denominada Vía de Alfonso XIII).

SANCTI SPIRIT: Construido en 1953. Situado cerca de las aguas del río San Nicolau. Es un lugar que permite cobijarse. Un refugio hemisférico, orientado a sotavento, para dejar pasar el tiempo hasta que amaine. El refugio se asienta sobre una plataforma en forma de barca. Su media cúpula se eleva como una vela hinchada por el viento. La curvatura de esta media cúpula de ladrillo armado, realizada con la misma técnica que la iglesia de Pont de Suert, se agudiza ligeramente a lo largo de la línea de simetría. Para rigidizar el borde con objeto de evitar el pandeo o la flexión, lleva algunos ligeros tirantes radiados desde dos puntos fijos del cimiento, hacia diversos puntos del propio borde.

Referencias de obras de otros autores y obras del propio autor

PIER LUIGI NERVI. PALACETE DEL DEPORTE.1957. Un edificio circular rodeado por soportes inclinados en forma de Y, y coronado por una cúpula festoneada de hormigón armado. El escenario está construido con prefabricados de crucería concreto Shell cúpula de 61 metros de diámetro, reforzado por el hormigón arbotantes. Gran parte de la estructura fue prefabricada, por lo que la cúpula fue construida en 40 días.

ATEMIO DE TRALLER E ISIDORO DE MILETO. SANTA SOFIA. 360. Cubrieron el edificio, de planta casi cuadrada, con una cúpula central sobre pechinas. Ésta reposa sobre cuatro arcos, sostenidos a su vez por cuatro columnas. La idea del edificio fue el que la gran cúpula que se iba a construir se sostuviera merced a cuatro arcos reforzados, mediante contrafuertes y semicúpulas que desviaran los empujes. La planta es un rectángulo de 77 x 71 metros. La cúpula con forma de media naranja, de 56,6 metros de altura y 31,87 de diámetro, se apoya sin tambor en cuatro pechinas y está reforzada por cuarenta nervios entre los que se practican otros tantos huecos de ventana, dando la sensación según Procopio de estar «suspendida del cielo por una cadena de oro».

FRONTÓN DE RECOLETOS. EDUARDO TORROJA. 1935. Constituido por dos bóvedas de cañón, cuya sección estaba formada por dos arcos circulares asimétricos que se cortaban perpendicularmente, cubriendo la más grande la zona de juego y parte del graderío bajo y la más pequeña el graderío alto.

INVESTIGACIÓN SOBRE EL PROYECTO

INTRODUCCIÓN

El Mercado de Abastos de Algeciras, también llamado Mercado Ingeniero Torroja es un edificio racionalista obra de Eduardo Torroja Miret y ejecutado por el arquitecto Manuel Sánchez Arcas construido en 1935 en la Plaza Nuestra Señora de La Palma (Plaza Baja).

Está compuesto por una cúpula de hormigón armado sin nervios, ni apoyos interiores, constituye un hito de las nuevas técnicas y materiales utilizados en la arquitectura de las primeras décadas del s. XX. Siendo un nuevo reflejo de la nueva vocación social de la Arquitectura Moderna. Los arquitectos de ese tiempo, encontraban en sus manos la posibilidad de hacer en cuanto deseasen con el hormigón armado, elaborando toda una nueva ciencia constructiva, una gramática de formas y volúmenes. Lo primero que se precisaba era olvidar el principio de que un edificio, para ser bello, ha de tener una hermosa fachada.

El problema matemático es que los cálculos tenían que ser deducidos casi manualmente, suponiendo un trabajo difícil y laborioso, que en caso muy concreto podrían ser resueltos.

Materiales: son básicamente el hormigón y el acero y auxiliarmente la madera y a parte el vidrio del lucernario.

ESTUDIO GEOMÉTRICO Y COMPOSICIÓN DEL PROYECTO

Planta octogonal y cubierta formada por un octógono y sustrayéndole bóvedas cilíndricas.

La estructura consta de una cúpula esférica que apoya sobre 8 soportes periféricos. El diámetro de la cúpula es de 47,80m y un radio de curvatura de 44.10m. Gracias a estas medidas podremos sacar el casquete esférico que forma la cúpula del mercado de abastos. Para encontrar la forma de la cúpula, se colocan unas superficies cilíndricas que se colocan horizontalmente en la fachada del mercado, y prolongándolo hacia el exterior nos proporciona el voladizo, dispuestas en los lados del octógono definido por los 8 soportes.

La planta está formado por un octógono que se encuentra inscrito en un circulo de diámetro = 47.80m, que a su vez puede darse un polígono de 16 lados. Encontramos el centro para poder colocar 8 cilindros verticalmente en la planta, y obtenemos la planta de cubiertas. Los soportes de poco espesor se encuentran en sentido vertical y con mayor ancho en la dirección de la fachada.

El perímetro externo del casquete esférico viene cortado en cada lado del octógono de la planta por bóvedas cilíndricas. Los muros de fachada son independientes de la estructura y su única misión es la del cerramiento.

Cuenta con un lucernario central dentro de un anillo de refuerzo. Los vidrios del cerramiento del lucernario van soportados por un sistema triangulado de elementos prefabricados de hormigón armado. Tiene forma octogonal.

Estudio de las cargas fisicas

La intersección de las superficies esféricas con las cilíndricas confiere rigidez en la cúpula. Las tensiones principales de las cúpulas se dirigen hacia los soportes. El espesor de cálculo de la lámina esférica es de 9cm. Aumenta gradualmente el espesor hasta valores de 50cm cerca de los soportes.

Cuenta con un zuncho perimetral armado que soporta las cargas horizontales en sentido radial, y gracias al zuncho se contrarresta. Se encuentra a tracción, tiende a dilatarse. La lámina se encuentra a compresión es decir a empujes horizontales. Al tender a contraerse, puede que el casquete esférico se derrumbe por el punto medio del lucernario, por lo que se coloca unos TENSORES, en el anillo perimetral que sirven para rigidizar las laminas cilíndricas y evitar pandeos, y con ello se consigue contrarrestar los esfuerzos. Al descimbrarlo hubiera dado lugar a desplazamientos radiales de las cabezas de los soportes y de los arranques de las cúpulas. Es estanca al agua.

Una vez colocados los tensores, las dilataciones y contracciones (empujes horizontales) afectan sólo a los soportes, por ello los soportes tienen una forma definida para evitar la translación conjunta y la caída libre. Figura 6.

Referencias bibliográficas

- Eduardo Torroja Miret, 1998, Razón y Ser de los tipos Estructurales, España, EBCOMP S.A.
- Pilar Chías Navarro, 2005, Eduardo Torroja obras y proyectos, Madrid, Instituto de Ciencias de la Construcción Eduardo Torroja.
- Eduardo Torroja, 2000, The structures of Eduardo Torroja: an autobiography of engineering accomplishment/by Eduardo Torroja; foreword by Mario Salvadori, Madrid, Ministerio de Fomento.
- Eduardo Torroja Miret, 1999, Las estructuras de Eduardo Torroja, Madrid, CEDEX.
- José Antonio Fernández Ordóñez, 1999, Eduardo Torroja : ingeniero = engineer, Madrid, Pronaos.

Imágenes de contexto

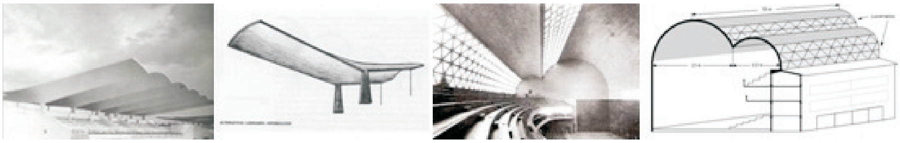


Figura 1. A la izquierda, hipódromo de la Zarzuela (2 imágenes). A la derecha, frontón de recoletos (2 imágenes).

Figura 2. A la izquierda, viaducto de quince ojos (2 imágenes). A la derecha, Sanci Spirit.

Figura 3. Mercado de abastos de Algeciras.

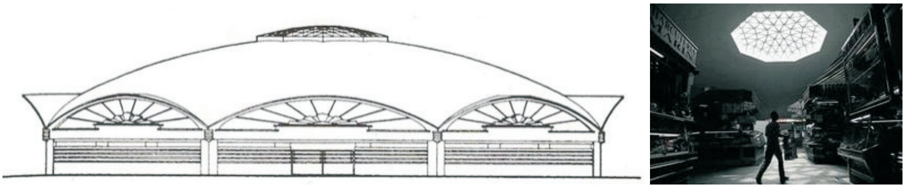


Figura 4. Cerramiento (izquierda) y lucernario (derecha) del Mercado de abastos de Algeciras.

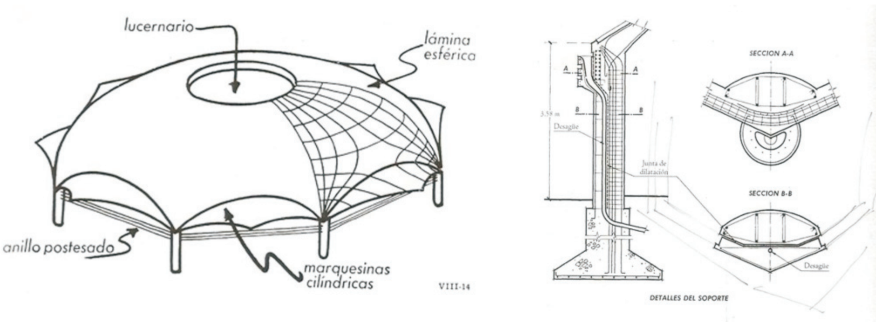


Figura 5. Cargas físicas en el Mercado de abastos de Algeciras.

IMÁGENES DEL TRABAJO

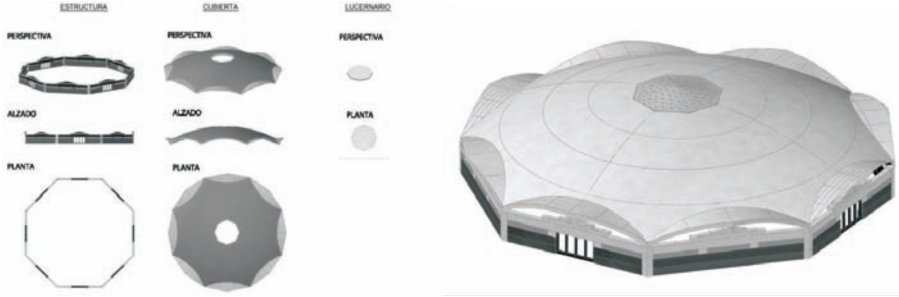


FIGURA 6. MODELADO DEL PROYECTO EN 3D REALIZADO POR ALBA HERNÁNDEZ.

FIGURA 7. FOTOGRAFÍA DE UNA MAQUETA REALIZADA POR ALBA HERNÁNDEZ.

FREYSSINET/*Cristina López-Cortijo*

Tema: ÈUGENE FREYSSINET
Autora: Cristina López-Cortijo Martín.

Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Introducción

- Investigación
- Representación
- A través de dibujos técnicos en CAD explico la construcción del Puente, sus partes y su funcionalidad.
- Aportación
  He construido una maqueta de una vigapretensada-postesada formada por 20 dovelas, explicando los materiales empleados y su funcionamiento.
- INVESTIGACIÓN

Èugene Freyssinet

Nacido en Objat, 1879 - Saint-Martin-Vésubie, 1962. Ingeniero francés. El universo de Eugène freyssinet es el hormigón. A lo largo de toda su carrera fue un constructor apasionado y empeñado en obtener la quinta esencia de un material que le seducía por su reducido coste, su facilidad de uso y su aptitud para adaptare a todas las formas de construcción que brotaban de su imaginación. La invención del pretensado, que le ha hecho pasar a la posteridad, no es más que un aspecto de la tenaz lucha que Freyssinet mantuvo para convertir el hormigón en el material de construcción que todos conocemos.

De 1905 a 1914 es ingeniero de «Ponts et Chaussées» en Moulins(Francia). Respetuoso con los cánones de la Administración Central de «Ponts et

Chaussées», debía construir obras de fábrica o metálicas. Pero él prefiere construir obras de hormigón, implicándose plenamente en su realización realizando tres grandes obras sobre el río Allier: El puente del Veurdre, El puente de Boutiron y el puente de Chatel de Neuvre.

De 1914 a 1928 es Director Técnico y Asociado de la empresa Limousin. Entre sus más destacadas realizaciones:

– Los hangares de Orly (1921-1923): Cada uno de los dos hangares tiene una longitud de 300metros, una altura de 60metros y una luz de 90metros. Se componen de una serie de arcos parabólicos de hormigón armado. Una cimbra móvil, que se desplaza paralela a sí misma, permite construir sucesivamente todos los arcos.
– Tres puentes que han sido, por la amplitud de sus vanos, récords del mundo: Villeneuve sur Lot, Saint Pierre du Vouvray y El Puente de Plougastel. Éugene adopta la técnica de la cimbra reutilizable que diseñó para los hangares. Cada uno de los tres arcos del puente está realizado mediante una cimbra única que es desplazada por flotación.

En 1928 ha llegado a comprender el comportamiento del hormigón y sabe que las deformaciones diferidas por las compresiones son limitadas, tanto en magnitud como en el tiempo. La idea de utilizar aceros de muy altas prestaciones le permite dar a luz un nuevo material, EL HORMIGÓN PRETENSADO. Describe el procedimiento de pretensado mediante pre-tensión y cables adherentes e inventa la prefabricación industrial de vigas, viguetas, losas y tubos de hormigón pretensado.

En 1934 demuestra la utilidad del pretensado para reparar y reforzar obras, al salvar la estación marítima del Havre, que se hundía en un suelo de mala calidad.

En 1936 construye conducciones de agua de Oued Fodda (Argelia), logrando su estanqueidad gracias al PRETENSADO.

Inventa en 1939 la prefabricación de elementos estructurales al construir el Puente de Luzancy sobre el río Marne con 54 m de luz. Por primera vez el tablero de un puente se compone de dovelas fabricadas en las proximidades de la futura obra, colocadas en posición con un sistema de cables, ensambladas con las dovelas previamente ya situadas mediante cables provisionales, y finalmente PRETENSADAS.

CONSTRUCCIONES DE PUENTES

– Tipos de puentes:

Puentes de viga: es el más económico y sencillo de construir. Consiste en una viga soportada en cada uno de sus extremos por un pilar. Se utiliza para salvar distancias no superiores a los 80 metros. La parte superior de la viga o losa tiende a unirse: compresión, mientras que la parte inferior tiende a separase: tracción. Los materiales idóneos para su construcción son el hormigón pretensado que absorbe los esfuerzos de compresión y barras de acero que absorben la fuerza de tracción.

Puentes de arco (Puente de Plougastel): ofrecen una gran resistencia. Son idóneos para salvar distancias de 200 metros. El peso del puente se reparte a través de la curva del arco que finaliza en sus extremos en unos soportes llamados estribos. Estos asimilan las cargas del tráfico y al mismo tiempo soportan el peso del propio puente impidiendo que los extremos se separen. Cada una de las partes del arco está bajo comprensión. Por ello los materiales utilizados en su construcción han de ser resistentes a este tipo de esfuerzos. El acero o el hormigón pretensado permite la construcción de los puentes de arco cuya longitud puede oscilar entro los 60 y los 250 metros.

Puentes colgantes: destacan por su limpieza de líneas y su resistencia. Pueden salvar una distancia de hasta 2200metros. El puente queda sujeto mediante grandes cables que descansan en altas torres y que se extienden a lo largo del puente sujetándose en sus extremos con anclajes. Gran parte del peso del puente se transmite a través de estos cables a los anclajes que están incrustados en roca solida o en rocas de hormigón macizo. Los cables están fabricados por miles de alambre de acero. Uno solo de estos alambres es de un diámetro de 2.5mm puede soportar un peso de media tonelada sin romperse. Debido a que los puentes colgantes son muy ligeros y flexibles, los vientos fuertes suponen siempre una amenaza. Por ello en su diseño es obligatorio realizar pruebas de aerodinámica.

Puentes de tirantes: pueden salvar distancias de 850metros. Tienen cierta similitud con los colgantes pero soportan la carga de manera distinta. La diferencia radica en que los cables están conectados a las torres. En este caso van anclados directamente a ellas, soportando así toda la carga. Los tirantes pueden estar sujetos a dos torres situadas a ambos lados del puente o en algunos casos a una única torre de posición central o asimétrica. Según los puntos de paso y de sujeción de los tirantes se habla de diseño radial si los cables parten de diferentes puntos del puente y convergen en la parte más elevada de la torre o de diseño paralelo o en arpa si los cables van anclados a diferentes alturas de la torre y son paralelos entre sí.

El hormigón pretensado

Freyssinet señala que en toda la historia de la construcción ha habido tres grandes progresos fundamentales:

1º descubrimiento de la columna y el arquitrabe.
2º la invención del arco.
3º PRETENSADO en 1928

El hormigón pretensado es la construcción de elementos estructurales de hormigón sometidos intencionadamente a esfuerzos de compresión previos a su puesta en servicio. Dichos esfuerzos se consiguen mediante cables de acero que son tensados y anclados al hormigón; técnica que se emplea para superar la debilidad natural del hormigón frente a esfuerzos de tracción. El esfuerzo de pretensado se puede transmitir al hormigón de dos formas:

- Mediante armaduras pretesas: utilizado en prefabricación, en el que las armaduras se tesan antes del hormigonado de las piezas y se anclan en unos «estribos» o «macizos» que transmiten temporalmente las cargas al suelo. Posteriormente, se hormigonan las piezas y cuando el hormigón ha adquirido una resistencia determinada, las armaduras se cortan y se anclan por adherencia al hormigón de las piezas. El trazado de las armaduras suele ser recto y en piezas importantes se enfundan algunas de las armaduras en zonas próximas a los extremos de las piezas para anular su adherencia con el hormigón y hacer frente de forma más eficaz a las solicitaciones producidas por las cargas exteriores.
- Mediantes armaduras postensadas o postesadas: utilizado principalmente en piezas hormigonadas «in situ» o en grandes piezas prefabricadas. Las armaduras se introducen dentro de unos conductos o vainas. Una vez hormigonada la pieza y cuando el hormigón ha adquirido cierta resistencia, se tesan las armaduras mediante gatos hidráulicos y se anclan en sus extremos contra las piezas mediante

unas placas y cuñas de anclaje. Posteriormente, se inyectan las vainas con lechada para establecer la adherencia entre las armaduras y el hormigón. El trazado de las armaduras suele ser curvo siguiendo las zonas que resultarán traccionadas bajo la acción de las cargas exteriores.

A las armaduras que no se tesan antes de la entrada en carga del elemento estructural, es decir, a las armaduras del hormigón convencional, se las denomina armaduras pasivas, para diferenciarlas de las armaduras tesadas (pretesas o postesas) que se las llama armaduras activas. Se llama tendón a la armadura, o conjunto de armaduras alojadas dentro de una vaina, que se considera en los cálculos. En el caso de las armaduras pretesas, el tendón son todas las armaduras que van alojadas dentro de cada una de las vainas que tiene la pieza pretensada. La técnica de tesar las armaduras de un elemento estructural antes de su hormigonado y su posterior entrada en carga, se aplica, esencialmente a las vigas.

CONSTRUCCIÓN DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO

- Ventajas:
  - Respecto a las armaduras, al estar traccionadas doblemente, por el tesado previo y por las cargas de la viga, deberán de ser de un acero de resistencia más elevada, lo cual no es ningún inconveniente con las técnicas de fabricación actuales, y que trabajen a tensiones más próximas a su límite elástico, estamos aprovechando al máximo el material, reduciendo diámetros, y por tanto, economizando.
  - Al estar todo el hormigón de la viga comprimido, no se fisura por tracción
    (Como lo puede hacer una viga convencional por su cara inferior en el centro del vano), por lo que la durabilidad del elemento es mucho mayor.

- Desventajas:
  - Para hacer el tesado de las armaduras se necesitan unas instalaciones especiales, costosas, lo que hace que el sistema sólo se emplee en determinadas aplicaciones industriales.

- Las armaduras empleadas, de pequeño diámetro y muy tesadas, son más sensibles a la corrosión.
- La tensión del pretensado no permanece invariable a lo largo del tiempo, sino que va disminuyendo por diversos factores: la retracción de fraguado del hormigón, la deformación lenta del mismo, la fluencia y la dilatación térmica del acero. Para compensar esto, se suele realizar un sobre- tesado preventivo, de alrededor del 10%.
- Diseño más complejo y especializado (juntas, conexiones, etc.).

CONTEXTO FINALES DEL SIGLO XIX-PRINCIPIOS DEL XX

Si el siglo XIX fue el siglo del acero, su sucesor ha sido el siglo del hormigón. Éste, inventado y perfeccionado por ingenieros y constructores, ha sido el material de las infraestructuras del siglo XX.

Un personaje que ha hecho leyenda en el siglo XIX fue François Hennebique (1842-1921). Tenía un gran dominio de las estructuras de madera pero resaltó su interés por el hormigón armado. Su sentido comercial le llevó a crear un sistema innovador, que hoy denominaríamos franquicias.

Es interesante señalar que Eugenio Ribera (1864-1936), ingeniero de caminos, introdujo el hormigón armado en España.

Suiza fue un país esencial por la importancia de las obras, públicas y privadas, que se construyeron en hormigón armado, confirmando sus cualidades estructurales y su economía.

Eran tiempos propicios para la utilización del nuevo material porque la mano de obra abundaba, la industria del cemento se consolidaba, los áridos y el agua se encontraban por doquier y, por otra parte, el ya veterano acero evidenciaba sus limitaciones: Suministros inciertos y distantes, corrosión, fatiga, intolerancia al fuego.

Es un material pacífico, no vale como arma, nacido para construir y que, en tiempos de guerra, sirve también para proteger. El acero es un material más guerrero: ya en tiempos medievales prestigiaba espadas, y en tiempos más recientes fue material indispensable en la fabricación de armamento. Por ello, la escasez de acero para usos pacíficos favoreció el uso creciente de estructuras de hormigón armado. En los pocos más de veinte años transcurridos entre la Primera y Segunda Guerra Mundial proliferaron obras muy diversas y el consumo de cemento fue creciendo rápidamente.

Tras la segunda guerra Mundial la reconstrucción de Europa vio nacer construcciones de hormigón pretensado excepcionales. Muchas de una elegancia destacada, todas de una gran eficacia. El concepto de pretensado introdujo sistemas constructivos variados que tenían por referente los métodos utilizados en el siglo XIX, para construir obras de acero. Pero vencer el condicionante del peso del hormigón y poder así utilizar sistemas creados para montar piezas metálicas ligeras, se debe al pretensado y se debe a la vocación de Freyssinet (1879-1962) y de la gran cultura de la ingeniería francesa, que enseguida se extendió por Alemania, Italia, Suiza y por España también a pesar de su retraso social y el aislamiento provocado por nuestra guerra civil.

El hormigón armado se hizo un material de todos. La arquitectura lo adoptó y lo presentó en Sociedad como pedestal. La ingeniería lo modernizó. Hacía 1914, al comienzo de la Primera Guerra Mundial, el hormigón se había universalizado. Concluida la Guerra llegaron tiempos de reconstrucción, tiempos propicios para impulsar un material moderno. En la construcción de industrias y viviendas y en la reconstrucción, renovación y desarrollo de las obras públicas, el hormigón armado fue el material más empleado y recibió un impulso extraordinario. Al mismo tiempo los ingenieros experimentaban, enseñaban, aplicaban y observaban el comportamiento de las estructuras que se iban construyendo.

– Exposiciones:

Las estructuras de hormigón armado tuvieron un destacado protagonismo en la Exposición Universal (nombre genérico de varias exposiciones de gran envergadura) de 1900. Hennebique fomentó el uso y difusión de fotografías organizando en sus obras exposiciones fotográficas itinerantes, que se podían visitar incluso mientras se realizaban espectaculares pruebas de carga, que eran parte esencial del espectáculo. Como ocurrió en Bilbao, donde se construyó la «Fábrica de Harinas Ceres» inaugurada en febrero de 1900. En la Exposición Universal de Gante, de 1913, el panel de presentación de la firma ponía de manifiesto que el hormigón armado estaba universalmente aceptado: testimonio en las fotografías de estaciones ferroviarias, almacenes, depósitos, viviendas, puentes, acueductos, obras marítimas, cajones flotantes, chimeneas, industrias y catedrales. Obras construidas en Inglaterra, Suiza, Francia, Suecia, México, Egipto, Alemania, España o el Norte de África. En quince años un nuevo, perdurable y universal material ingenieril había nacido en Europa y se había establecido sólidamente en la sociedad de su tiempo, siendo uno de los símbolos del progreso. Para ello, primero, artesanos e ingenieros tuvieron que redescubrir los cementos Naturales de la antigüedad, e inventaron la piedra artificial, el hormigón en masa, fundición de piedra que podía rellenar por su fluidez moldes de complejas geometrías antes de hacerse roca. En pocos años, también, se descubrió las ventajas del mestizaje entre el acero y el hormigón. Dos materiales de cuyo matrimonio de conveniencia nació un nuevo material ingenieril lleno de racionalidad y posibilidades: el hormigón armado, que no es sino la piedra armada.

CONTEXTO DE HITOS ESTRUCTURALES

Como contexto de hitos estructurales comparables a los alcanzados por Freyssinet se enumeran a continuación algunos casos.

Torre más alta = Torre Eiffel

Ingeniero Alexandre-Gustave Eiffel:

Se dedicó exclusivamente a los trabajos con estructuras de hierro; diseñó, sobre todo, puentes para el ferrocarril. Esta actividad resultaba especialmente importante en una época en la que la expansión de este medio de transporte determinó la necesidad de construir puentes capaces de soportar el peso cada vez mayor de unas locomotoras. Tuvieron enorme éxito sus diseños para puentes portátiles, que se vendían desmontados en piezas para todo el mundo, para ser construidos in situ. Sin embargo, las dos obras que le dieron fama fueron la estatua La Libertad y la Torre Eiffel. El 31 de Marzo de 1889, se inauguraba la Torre Eiffel, que pese a lo que había costado su construcción, tenía una fecha de caducidad, ya que estaba pensado que se desarmase la estructura metálica en 1900, cuando terminase la Exposición Universal donde sería proyectada al igual que las estructuras de hormigón armado, conmemorando el centenario de la Revolución Francesa. Como material básico se empleó hierro forjado y colado sin revestir. Eiffel concibió la torre como una estructura abierta, elemento que le proporciona una mayor ligereza. Para anclar la estructura en el suelo, Eiffel colocó cuatro pilares utilizando un sistema de prensa hidráulica que ya había experimentado en la construcción de algunos de sus puentes. La torre se sustenta sobre grandes arcos.

Cúpula más alta = Santa María de las Flores

Filippo Brunelleschi. Arquitectura renacentista italiana. 1418-1446 (Quattrocento) Florencia, Italia. Planteó la grandiosa cúpula- de casi 43 m. de diámetro- como un doble cascarón con un espacio vacío en medio: el cascarón interno era de forma semiesférica, el externo era apuntado, dividido en ocho partes triangulares divididas por nervios exteriores de mármol. Aligeran el peso en el exterior diversas semicúpulas de descarga y, desde el interior, una serie de costillas horizontales concéntricas y nervios ocultos. La cúpula se alza sobre un tambor octogonal de piedra revestido de placas de mármol (blanco, verde y rosado), con una gran ventana circular (óculo) en cada uno de sus lados. La cúpula, cuyas ocho caras están cubiertas de tejas rojas planas, tiene un aspecto esbelto gracias a su perfil apuntado, debido a la curvatura de los nervios de mármol blanco que la recorren ascendiendo hacia la cúspide.

Gran superficie cubierta y pionero sistema de industrialización de la construcción = Crystal Palace

De Joseph Paxton en Londres de 1851. Originalmente se encontraba en Hyde Park, pero en 1854 http://es.wikipedia.org/wiki/1854 fue trasladada a una zona del sur de Londres conocida como *Upper Norwood*, donde permaneció hasta su destrucción por un incendio en 1936. El concepto sobre el que se basa el proyecto está directamente influenciado por la amplia experiencia que poseía Joseph Paxton como diseñador y constructor de invernaderos. La estructura de hierro y cristal de Crystal Palace parecía flotar en el aire a ojos de los espectadores. Se trataba de una estructura gigantesca como pocas existían por aquel entonces, y toda ella parecía estar constantemente al borde del colapso debido a su esbelta estructura y paredes frágiles. Sin embargo se trabaja de un edificio de poder, la última tecnología del imperio, una garantía que nadie dudó en tomar, dando por lo menos una oportunidad a esa nueva arquitectura, que o bien resultaría un fracaso o se convertiría en pionera de una nueva época. El vidrio era un material transparente que permitía ver a través de él, sin embargo bajo la influencia de los rallos del sol uno sólo podía ver en él su propio reflejo, permaneciendo el interior un enigma. La experiencia desde el exterior era otra completamente diferente, la sensación de estar siendo visto aún a sabiendas de que muchas veces el interior permanecía invisible para los paseantes del parque. Desde el exterior el edificio se percibía como una imponente estructura de 600 metros de largo por 120 de ancho y 34 de altura. Esta enorme construcción albergaba la Gran Exposición. Desde el interior sin duda el Crystal Palace fue en su época el edificio más luminoso al que el público había podido acceder nunca, ya que tanto pareces como techos eran de vidrio, permitiendo que la luz fluyese libremente al interior, en ocasiones incluso de forma algo excesiva y descontrolada. La estructura del Crystal Palace se convirtió en revolucionaria no sólo por su dimensión y concepto, sino también por estar realizado íntegramente a base de materiales estandarizados y modulares. La estructura portante se realizó íntegramente en fundición de hierro y hierro forjado ya que en aquel entonces era el metal con el que la industria estaba más familiarizada.

Gran torre habitable y la más alta durante casi medio siglo: Empire State building

Es un rascacielos situado en la ciudad de Nueva York. Inaugurado el 1 de mayo de 1931 por el Presidente de EEUU (Hoover) convirtiendo el Empire State en el edificio de las luces. Fue diseñado por William F.Lmab. Se eleva 443 metros, incluyendo la altura del pináculo de 62 metros. Tiene una cubierta al aire libre y cubierta de observación en el piso 86. Fue el primer edificio en tener más de 100 pisos. Edificio terminado en un año y 45 días. A diferencia de la mayoría de los actuales rascacielos, el Empire State cuenta con un diseño art decó, típico de la arquitectura de pre-Segunda Guerra Mundial en Nueva York.

El edificio Empire State fue el rascacielos más alto del mundo durante 41 años, y se mantuvo como la más alta estructura hecha por el hombre durante 23 años. Fue superado como el edificio más alto por la torre norte del Worl Trade Center en 1972. Con la destrucción del World Trade Center en los atentados del 11-S, el edificio Empire State se convirtió de nuevo en el edificio más alto de la ciudad de Nueva York, y el segundo edificio más alto en los Estados Unidos.

Puente colgante con mayor luz del mundo: Golden Gate

El Golden Gate es un famoso puente situado en California, Estados Unidos, que une el norte de la península de San Francisco con el sur de del con-dado de Marin. «Golden Gate» es también el nombre del estrecho en el cual el puente está construido, y recibe su nombre del estrecho en Constantinopla, llamado también la Puerta Dorada, ya que comunicaba Europa con Asia. Su fase de construcción se situó entre 1933-1937; la longitud del vano principal es de 1280metros; 1.970 m estructura colgante; 2 737m en total ; ancho de 27 m; 6 carriles (3 por sentido) y vía peatonal y para ciclistas. El Golden Gate está suspendido sobre dos torres de 227 mts de altura sobre el nivel de las aguas. Hay luces rompenieblas en lo alto de las torres, como también balizas para alertar a las naves y aviones de la existencia del puente. Los cables están colgados sobre las dos torres. Éstos además de suspender la calle suspendida, transmiten compresión a las torres y a los amarres del puente a cada extremo de la construcción y tienen una longitud de 2332 metros. Tanto las vigas como los cables son de acero. Los anclajes de las torres son de hormigón.

El puente de Plougastel

Inaugurado el 9 de octubre de 1930 por el presidente de la República Francesa. Este puente consistía en tres vanos de 186 metros de luz cada uno. Los arcos eran de sección cajón de 9.5 metros de ancho y 4.5 metros de alto en la clave. El puente contaba con un tablero superior destinado al tránsito vial y otro inferior para uso ferroviario. Fue destruido por los alemanes en agosto de 1944 para lo que debieron utilizar 20 toneladas de dinamita con lo que lograron volar uno de los vanos. En la construcción de este puente se utilizó por primera vez la técnica de construcción por voladizos sucesivos y los pontones que sostenían las cimbras de madera fueron construidas en hormigón armado. La cuantificación de los efectos reológicos (parte de la física que estudia la relación entre el esfuerzo y la deformación en los materiales que son capaces de fluir) le permitió instrumentar la idea del hormigón pretensado patentándola en octubre de 1928. El desarrollo de los sistemas y las grandes obras fueron muy posteriores y surgieron como consecuencia de la necesidad de reconstrucción que presentó Europa luego de la Segunda Guerra Mundial.

Freyssinet entendió que los intentos anteriores de pretensar habían fracasado por los efectos reológicos (principalmente el screep) y utilizó hormigones de buena calidad y aceros de alta resistencia de modo de lograr almacenar una gran cantidad de energía (altas tensiones en el hormigón) con una pérdida proporcionalmente baja de la tensión en el acero (altas tensiones de tesado). Para él existían dos materiales: el hormigón armado y el hormigón pretensado.

Las características de esta grandiosa obra son:

1º Que los arcos son huecos.
2º Que los tableros son dobles: el de arriba para doble vía carretera, el inferior para una vía férrea de ancho normal francés.
3º Los arcos pueden dilatarse libremente, pero el tablero tiene que cortarse en ciertos puntos; se han escogido los puntos de apoyo de la cuarta viga triangulada, sobre el arco y de cada lado de éste. El apoyo del tablero sobre el arco se realiza por unas bielas con dos articulaciones, que asegura la completa libertad de la dilatación. La palizada de apoyo del tablero más próxima a la clave se articula también casi en sus extremos. La que viene después, sólo tiene una articulación en su parte alta y su base se ha zunchado con objeto de que pueda resistir las flexiones parásitas que le produzca la dilatación del tablero.
4º Genial idea de Freyssinet de ejecutar tres arcos con una sola cimbra.

El puente de Plougastel aplicado a las matemáticas

Siendo una estructura pretensada parece complicado que sea una curva «sencilla». Por medio del programa «geogebra» podemos sacar de una forma muy exacta las curvas cónicas presentes en el Puente.

Elipse

Es una curva cerrada y plana, lugar geométrico de los punto del plano cuya suma de distancias a otros dos fijos F1 y F2, llamados focos, es constante e igual a la magnitud del eje mayor (V1V2).

Propiedades

– Tiene dos ejes perpendiculares que se cortan en el punto O, centro de la curva.
– Simetría: es simétrica respecto a los dos ejes y, por lo tanto, respecto del centro O.
– Ejes: al eje mayor V1V2 se le llama eje real y vale 2a y el eje menor AB es el eje virtual y vale 2b.

- Distancia focal: la distancia focal F1F2 vale 2c. Los focos están siempre en el eje real.
- Radios vectores (1V2 y 1V1): son las rectas PF1 y PF2 que unen cada punto de la elipse con los focos, cumpliéndose PF1 + PF2 = 2a
- Circunferencia principal: es la que tiene por centro el de la elipse y diámetro 2a.
- Circunferencias focales: tienes como centro los focos y de radio 2a.
- Diámetros conjugados: se llaman así a todo par de diámetros que cumplen con la condición de que cualquier recta secante paralela a uno de ellos queda dividida en dos partes iguales por el otro.

Rectas tangentes

- Las proyecciones ortogonales de los focos sobre cualquier recta tangente a la elipse pertenecen a la circunferencia principal.
- El punto simétrico de un foco respecto de cualquier recta tangente a la elipse pertenece a la circunferencia focal cuyo centro es el otro foco.
- Todo rayo que parte de un foco rebota en el otro foco.

1. Tangente en un punto de la curva
   Dada la elipse de parámetros 2a (V1V2) y 2c (F1F2) y un punto T cualquiera de la misma, se trazan los radios vectores del punto y se prolonga uno de ellos (TF1) ; la bisectriz del ángulo exterior define la tangente (t) pedida. Su perpendicular (n) por el punto T, es la normal a la elipse en el punto considerado.

2. Tangentes desde un punto exterior
   Se traza la circunferencia focal de centro un foco (F1) y radio 2a, y con centro el punto Q y radio QF2, otro arco de circunferencia que corta al anterior en los puntos F´2 y F´´2, simétricos de F2 respecto de las tangentes a determinar.
   - Las mediatrices de los segmentos F2F´2 y F2F´´2 son las tangentes t1 y t2 buscadas.
   - Los puntos de tangencia quedan determinados al unir los puntos F´2 y F´´2 con el F1 y cortar a las tangentes en los puntos T1 y T2 respectivamente.

3. Tangentes paralelas a una dirección
   - Se traza la circunferencia focal correspondiente a uno de los focos, por ejemplo, la de centro F1.

- Desde el otro foco se traza la recta perpendicular a la dirección m, que corta a la circunferencia focal anterior en los puntos F´2 y F´´2.
- Las mediatrices de los segmentos F2F´2 y F2F´´2 son las tangentes t1 y t2 buscadas; y uniendo F1 con F´2 y F´´2 se determinan los puntos de tangencia T1 y T2 buscados.

Hipérbola

Es una curva plana, abierta, formada por dos ramas, lugar geométrico de los puntos del plano cuya diferencia de distancias a otros dos fijos F1 y F2, llamados focos, es constante e igual a la magnitud del eje real (V1V2).

Propiedades

- Tiene dos ejes perpendiculares que se cortan en el punto O, centro de la curva.
- Simetría: es simétrica respecto a los dos ejes y, por lo tanto, respecto del centro O.
- Ejes: al eje mayor V1V2 se le llama eje real y vale 2a y el eje menor, perpendicular al anterior en su punto medio O, se llama eje virtual.
- Distancia focal: la distancia focal F1F2 vale 2c. Los focos están siempre en el eje real.
- Radios vectores (1V2 y 1V1): son las rectas PF1 y PF2 que unen un punto de la curva con los dos focos, cumpliéndose que PF1 - PF2 = 2a
- Circunferencia principal: es la que tiene por centro el centro O de la hipérbola y diámetro 2a.
- Circunferencias focales: tienes como centro los focos y de radio 2a.

Rectas tangentes

- Las proyecciones ortogonales de los focos sobre cualquier recta tangente a la hipérbole pertenecen a la circunferencia principal.
- El punto simétrico de un foco respecto de cualquier recta tangente a la hipérbole pertenece a la circunferencia focal cuyo centro es el otro foco.

- Las asíntotas de la hipérbole son las rectas tangentes a la curva en los puntos del infinito. Son simétricas respecto de los ejes y pasan por el centro.
- Todo rayo que parte de un foco rebota, de manera que su prolongación pasa por el otro foco.

1. Tangente en un punto de la curva
   Dada la hipérbole de parámetros 2a (V1V2) y 2c (F1F2) y un punto T cualquiera de la misma, se trazan los radios vectores del punto, determinando la bisectriz del ángulo formado, que es la tangente (t) pedida. La perpendicular (n) a la tangente (t) en el punto T, es la normal a la curva en dicho punto.
2. Tangentes desde un punto exterior
   Se traza la circunferencia focal de centro un foco (F1) y radio 2a, y con centro el punto Q y radio QF2, un arco de circunferencia que corta al anterior en los puntos F´2 y F´´2, simétricos de F2 respecto de las tangentes a determinar.
   - Las mediatrices de los segmentos F2F´2 y F2F´´2 son las tangentes t1 y t2 buscadas.
   - La recta que une los puntos F´2 y F´´2 con el F1, corta a las tangentes anteriores (t1 y t2) en los puntos T1 y T2, que son los de contacto con la curva.
3. Tangentes paralelas a una dirección
   - Se traza la circunferencia focal correspondiente a uno de los focos, por ejemplo, la de centro F1.
   - Desde el otro foco se traza la recta perpendicular a la dirección m, que corta a la circunferencia focal anterior en los puntos F´2 y F´´2.
   - Las mediatrices de los segmentos F2F´2 y F2F´´2 son las tangentes t1 y t2 buscadas; y uniendo F1 con F´2 y F´´2 se determinan los puntos de tangencia T1 y T2 respectivamente.

SEMEJANZAS ELIPSE E HIPÉRBOLA

- Dos ejes perpendiculares que se cortan en el punto O, centro de la curva.
- Simetría: simétricas respecto a los dos ejes y , por lo tanto, respecto del centro O.

- Ejes: al eje mayor se le llama eje real y vale 2a y el eje menor, perpendicular al anterior en su punto medio O, se llama eje virtual.
- Distancia focal: las distancias focales F1F2 vale 2c. Los focos están siempre en el eje real.
- Circunferencia principal: tienen por centro el centro O y diámetro 2a.
- Circunferencias focales: tienes como centro los focos y de radio 2a.

Diferencias elipse e hipérbola

- Radios vectores: son las rectas PF1 y PF2 que unen un punto de la curva con los dos focos, cumpliéndose:
  Elipse: PF1 + PF2 = 2a
  Hipérbola: PF1 - PF2 = 2ª

Estudio del puente

El Puente de Plougastel tiene tres arcos, y cada arco mide 186 metros. La parte superior es una hipérbola y la parte inferior del arco es el borde de una elipse. La hipérbola c no intersecciona con la elipse d. Estudiando las propiedades de las curvas cónicas podemos observar que el centro del arco superior e inferior no es el mismo.

– *Representación*

El Puente Plougastel está formado por 3 arcos iguales construidos por una sola cimbra de 186 metros de luz cada uno. El tablero superior contaba con la parte de arriba para tránsito vial y la parte de abajo para el tránsito ferroviario. El tablero tiene que cortarse en ciertos puntos. Se han escogido los puntos de apoyo de la cuarta viga triangulada, sobre el arco y de cada lado de éste. El apoyo del tablero sobre el arco se realiza por unas bielas con dos articulaciones.

– *Aportación*

Se trata de una viga pretensada-postesada formada por 20 dovelas. La disposición del cable a través de la viga permite mostrar las deformaciones aplicando una carga leve cuando el cable está poco tensado, mientras que tensando el cable, se resiste una carga mucho mayor debido a que la viga adopta una posición de contraflecha. El funcionamiento de la viga consiste en soportar tracciones en el cordón inferior y compresiones en el superior, lo cual permite retirar el material que queda bajo el cable. Logrando así mayor ligereza y ahorro de material. En este modelo, prima la ligereza y la facilidad a la hora del montaje, frente a la escasez de material ya que es necesaria bastante superficie para que el esfuerzo de compresión se soporte correctamente y para conducirla a lo largo de la viga.

1. Materiales

Poliexpan

– *Dimensiones*

Las dovelas de la viga tienen dimensiones diferentes dependiendo de su posición, según el cuadro…

– *Acabado*

El corte de las dovelas da lugar a que algunas de las caras no queden uniformes, las caras en las que esto suceda serán lijadas para intentar alcanzar al mejor acabado posible teniendo en cuenta las características del material. Las dovelas estarán perforadas para permitir el paso del cable.

– *¿Qué aporta?*

Es un material que permite dotar de resistencia a las dovelas de la viga sin necesidad de que éstas sean muy pesadas, es decir, a pesar de que las dovelas son macizas, son también ligeras. Al ser macizas otra de las ventajas de éste material es que resiste al aplastamiento que podría darse en el caso de que las dovelas fuesen huecas.

– *¿Cómo funciona?*

Este material permite que la viga sea tensada y destensada pero aporta los inconvenientes de que los agujeros que lo atraviesan lleguen a cortarlo, y que las dovelas no deslicen unas sobre otras. Estos problemas quedaran solucionados con la combinación de los siguientes materiales.

MADERA DE BALSA

– DIMENSIONES

Madera de balsa de 1mm de grosor cortada de manera que cubra las dos caras de cada dovela que este en contacto con las demás.

– ACABADO

Una vez que tenemos la madera de balsa cortada según dichas caras, cada una de ellas será perforada de manera que también permita el paso del cable.

– ¿QUÉ APORTA?

La unión de la madera a las dovelas permite que éstas deslicen unas sobre otras mostrando así las deformaciones producidas por la carga en función de la tensión. Además evita el punzonamiento que podría darse por el hilo tensado.

– ¿CÓMO FUNCIONA?

La unión de la madera a las dovelas se realiza mediante clavos finos que no impiden que el choque entre sus cabezas impida el deslizamiento. Las perforaciones de las dovelas y la madera coinciden de manera que trabajan como una única pieza ayudando el hilo a mejorar la resistencia de la pieza.

TUBOS DE PLÁSTICO

– DIMENSIONES

Los tubos de plástico tienen un diámetro de 5mm y están cortados según piezas de 5cm.

– *¿Qué aporta?*

El tubo de plástico evita el problema que aparece de que las piezas puedan verse rasgadas por la tensión del hilo de nailon.

– *¿Cómo funciona?*

Es un elemento que actúa como protector y que guía al propio hilo en su paso a través del ancho de las piezas.

2. Planos de viga

La idea inicial fue la de colocar tornillos como tope para los tensores, pero una vez llevado a la práctica vi que era mucho más sencillo utilizar chapas para hacer tanto de tope como de tensor. La curva que describe el cable a través de la viga implica que cada pieza esté taladrada en distintas posiciones las cuales quedan descritas en la siguiente tabla.

Número de dovela - cm

1- 1,5	11 - 7,9
2 - 2,7	12 - 7,7
3 - 3,8	13 - 7,4
4 - 4,8	14 - 7
5 - 5,7	15 - 6,4
6 - 6,4	16 - 5,7
7 - 7	17 - 4,8
8 - 7,4	18 - 3,8
9 - 7,7	19 - 2,7
10 - 7,9	20 - 1,5

Las dovelas están numeradas de izquierda a derecha y las distancias son respecto al cordón superior.

3. Apoyos

Problemas de apoyo:

El primero de ellos fue la elección de madera ya que éste se rompía impidiendo la unión de las piezas a través de los clavos.

En cuanto al pie del pilar, éste supuso un problema ya que la superficie de contacto no era la suficiente para realizar un nudo que trabajase de manera eficiente evitando así el vuelco provocado por la carga central.

Éste primer modelo de pilar muestra las siguientes carencias:

- dificultad de taladrar el material.
- poca resistencia al vuelco.

En el segundo pilar utilicé madera de balsa y una pletina de solapado.

Por lo tanto, fabriqué una base de cartón pluma de manera que el pilar quedara atravesando la cara superior de la base quedando de esta manera producido el empotramiento. Así mismo diseñé la base asimétrica de manera que ofrezca resistencia a la flexión del pilar.

El segundo modelo responde a las necesidades que el primer modelo no solucionaba.

La viga se encuentra apoyada en dos soportes con forma de U. La altura de dichos soportes tiene que ser la necesaria para permitir las deformaciones de la viga según la aplicación de distintas tensiones y cargas y por eso no es excesivamente alta, solo 20 cm. Los nudos de la viga son articulaciones. La primera y la última dovela son las que apoyan sobre la U.

4. Deformaciones

Bi-articulación en los extremos.

Bi-articulación central.

5. Conclusiones

Sin tensado podemos ver que la viga se deforma muy fácilmente mientras que la viga tensada coge una posición de contra curva gracias al tensado de la cuerda, y soporta mayores pesos.

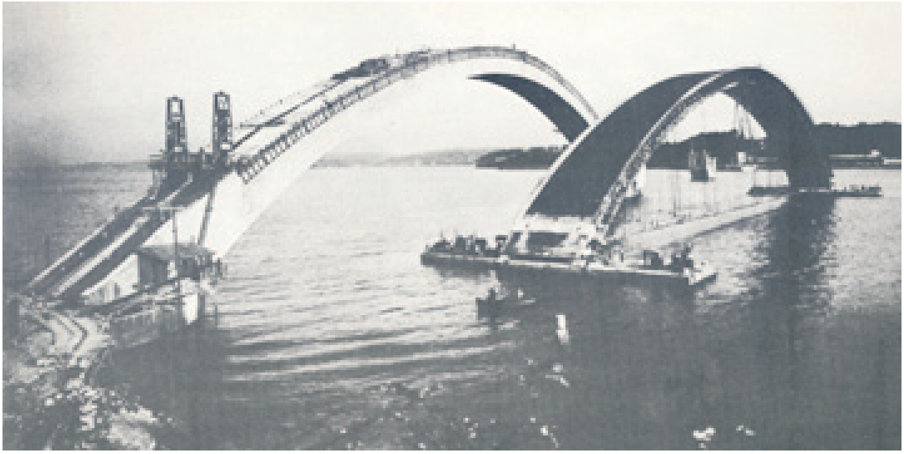
Posibles problemas y consiguientes soluciones:

- El primero de los problemas previstos, es el del aplastamiento de las dovelas. Las dovelas se ven sometidas a un esfuerzo de compresión derivado por la tensión aplicada al cable, por lo tanto de ser éstas huecas deberían presentar un alto grado de rigidez o un refuerzo interno, el cual deseché debido a la complejidad de su montaje en cada una de las dovelas. Por lo tanto, me incliné por buscar una solución maciza pero ligera, encontrándola en el poliexpan.

– De la elección del poliexpan se deriva el siguiente de los problemas, el desgarramiento interno de las dovelas. Éste se produce por la presión provocada por el hilo en las dovelas de manera vertical, derivado de la presencia de una gran carga central.
– Consideré muy oportuno el que la viga adquiera contra-flecha por diversos motivos: el primero, es que aporta una mayor resistencia a la deformación por la carga; el segundo, que permite estudiar el caso de una viga con apoyo central simplemente dándole la vuelta.

– Al tratarse de una viga postesada y ajustable, aparece mucha tensión en las dovelas de los extremos, por lo que éstas deben contar con algún tipo de refuerzo para evitar el punzonamiento. Así, decidí que las dovelas de los extremos fuesen de madera para permitir además la articulación.

IMÁGENES CONTEXTO



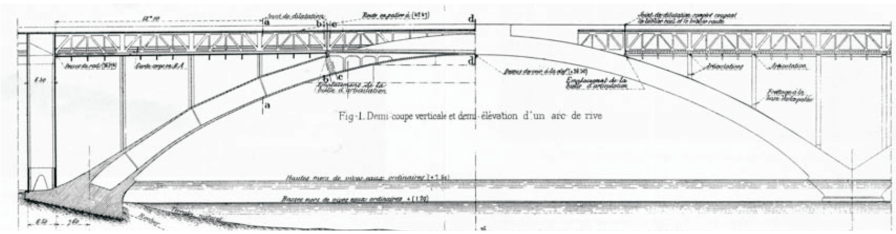


FIGURA 1 Y 2. PUENTE DE PLOUGASTEL. FREYSSINET.

IMÁGENES DEL TRABAJO

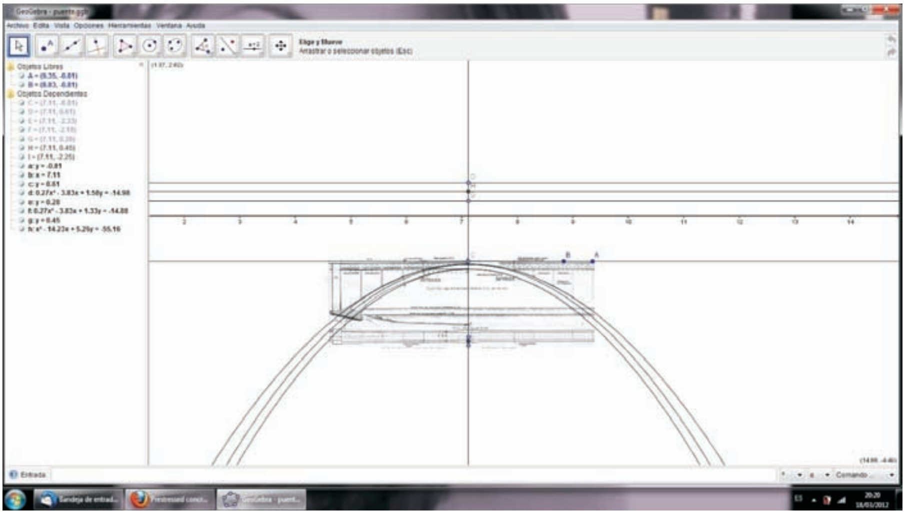


FIGURA 3. PARÁBOLA SOBRE PUENTE DE PLOUGASTEL. CRISTINA LÓPEZ-CORTIJO.

FIGURA 4, 5 Y 6. EXPERIENCIA SOBRE PRETENSADO. MAQUETA DE VIGA.
CRISTINA LÓPEZ-CORTIJO

ANTONI GAUDÍ/*Cristina Pérez*

Tema: Antonio Gaudí y la geometría *gaudiana*.

Autora: Cristina Pérez Cámara.
Curso 2011-12
Taller de dibujo II. Grado en Arquitectura UAH

Introducción

Biografía

Antoni Gaudí i Cornet, nació en Reus el 25 de junio de 1852, y proviene de una familia de calderos. Creció en el Camp de Tarragona, una zona pedregosa plantada de viñas y olivos. La observación del paisaje de su infancia le llevó a una particular concepción del mundo: entorno, con sus animales y plantas, reunía todas las leyes constructivas y estructurales que un arquitecto necesitaba para proyectar sus edificios. Tras diez años de estudios en el Colegio de los Padres Escolapios de Reus y en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona (1863-1873), inició sus estudios en la Escuela Provincial de Arquitectura de Barcelona en 1873, finalizando los mismos en el mes de enero de 1878 y obteniendo el título el 15 de marzo del mismo año. Antes de finalizar sus estudios, Gaudí colaboró en un estudio de arquitectura, cuyo titular era Josep Fontseré. Gaudí murió en 1926 a la edad de 74 años.

La arquitectura de Gaudí tiene apariencia geológica, botánica y zoológica. Esto se debe a que Gaudí buscó la inspiración práctica en la naturaleza y su forma de entender las construcciones se basaba en las mismas leyes que siguen las plantas o los animales. Para llevar la naturaleza a la arquitectura hace uso de la geometría reglada. En un primer momento, este proceso se inicia con cierta timidez, pero hacia el final de su obra encontramos ejemplos en los que el rigor en la generación, la combinación y la puesta en obra de esta particular geometría fueron llevados al extremo.

Gaudí no sólo utilizaba estas superficies. Entre las superficies no regladas, él hizo un uso singular del paraboloide de revolución (superficie engendrada por una parábola que gira alrededor de su eje y que hace extensibles al espacio tridimensional las propiedades estructurales de la parábola) en la cúpula del Palacio Güell, de los elipsoides en los nudos de las columnas de la Sagrada Familia, y de las esferas en el terreno simbólico religioso en el rosario de piedra del Parque Güell, en las chimeneas de la Casa Batlló y de la Casa Milà, etcétera.

GEOMETRÍA *GAUDIANA*

Según Claudi Alsina y Josep Gómez-Serrano, tenemos está clasificación sobre los recursos que Gaudí utilizó fundamentalmente:

- *Traslación,* consiste en repetir mediante desplazamientos, lo que crea una cenefa. Gaudí lo utilizó en Bellesguard, en los arcos del colegio de las Teresianas, en el rosario de esferas de piedra del Parc Güell, etc.
- *Simetrización,* proceso que utiliza planos de simetría para crear objetos de simetría especular. Las fachadas de las casas Calvet y Batlló, la escalinata de acceso al Parque Güell, etc.
- *Modulación*. El uso de módulos prefabricados en el Parque Güell, el sistema de medidas (módulo de 7,5 metros) y proporciones de la Sagrada Familia (1, 1/3, 1/4, 1/2, 3/4, 2/3, 1) y el reticulado de la estructura de la Casa Milà son ejemplos de ordenación el espacio a partir de la modulación.
- *Generación helicoidal*, combina una o dos rotaciones en torno a un eje y traslaciones en la dirección de éste, lo que origina un interesante movimiento vertical ligado a las hélices cilíndricas, al helicoide y a las rampas helicoidales.
- *Redondeo de formas*. Se trata en suavizar ángulos y puntas a partir de parábolas, arcos de círculo, perfiles sinusoidales, etc. Encontramos este efecto en la entrada del Parque Güell, en la fachada de la Casa Milà, etc.
- *Maclado*. Consiste en intersecar o acoplar diversas figuras geométricas. Lo vemos en los pináculos de la Sagrada Familia.
- *Vaciado*. Es obtener un cuerpo espacial por sustracción. Lo encontramos en el arco de la puerta principal del Palacio Episcopal de Astorga, en algunas figuras geométricas de la Sagrada Familia, etc.

– *Fractalidad*. Gaudí utilizó el principio natural de la fractalidad en el crecimiento de las ramas de los árboles para diseñar las columnas de la Sagrada Familia.
– *Autosemejanza*. Consiste en utilizar a la vez una misma forma de medidas diferentes, a escalas distantes. Gaudí la empleó en la Sagrada Familia: aplicó paraboloides hiperbólicos gigantescos a las bóvedas y, a un tiempo, usó modelos minúsculos de la misma superficie para decorar la carga de las columnas al suelo.

Algunos ejemplos de estas geometrías se muestran en la Figura 1.

Formas poligonales Gaudianas

Las formas poligonales planas están en la obra de Gaudí en dos ámbitos: elementos constructivos y decoración. Los más usuales son los triángulos, los cuadrados, pentágonos, hexágonos, octágonos, decágonos y dodecágonos. Algunos ejemplos son los triángulos de ladrillo de Bellesguard, las baldosas cuadradas de la Casa Vicens, etc.

Como muestra de la creatividad poligonal gaudiniana observamos el diseño de las piezas de madera utilizadas para embaldosar dependencias de la Casa Milà. Gaudí descubrió el hexágono regular como reunión de triángulos rectángulos. Así obtuvo una subdivisión del hexágono en 12 triángulos rectángulos.

En el ámbito espacial las formas poligonales tienen un triple protagonismo: como formas con cargas para estudiar los funículos; como poliedros en las cruces y los pináculos, y como generadores de las columnas de la Sagrada Familia. Ver Figura 2 para un ejemplo de forma poligonal Guadiana.

Curvas planas Gaudianas

– *Catenaria*. Es la forma de una cadena que cuelga libremente de dos extremos. Cerca de su mínimo la catenaria se aproxima a la parábola. La catenaria da lugar a uno de los arcos más perfectos: el que se aguanta a sí mismo. Encontramos arcos en la Cooperativa Obrera Mataronense, en el colegio de las Teresianas, etc.

– *Espirales*. Con hilos que se bobinan o se rebobinan en torno a cilindros o conos, podemos dibujar las espirales más bellas. En la obra de Gaudí tienen un papel decorativo importante: en las rejas del parque de la Ciutadella, en el balcón de la Casa Vicens, etc.
– *Sinusoides*. Las formas sinusoidales son propias de los movimientos serpenteantes, de las olas del mar, de las sombras de hélices espaciales, y las encontramos en el respaldo del banco del Parque Güell, en las Escuelas Provisionales de la Sagrada Familia, etc. Ver Figura 2.
– *Cónicas*. Las circunferencias, las elipses, las parábolas y las hipérboles son curvas presentes en muchas formas gaudinianas porque constituyen secciones principales de las superficies regladas. Un ejemplo es el uso de los círculos en el banco del Parc Güell.

SUPERFICIES REGLADAS GAUDIANAS

– *Cilindros*. Son superficies regladas generadas por una recta que gira paralelamente en torno a un eje. Ejemplos: las bases de las torrecillas de la Casa Vicens, las torrecillas y las cubiertas de los pabellones de la Finca Güell, etc.
– *Helicoides*. Están generados por una línea recta que gira según una espiral alrededor de un eje vertical. Encontramos escaleras de caracol en El Capricho y en la Sagrada Familia. Ver Figura 3.
– *Rampas helicoidales*. Esta superficie nace a partir de un cilindro y una hélice fijada a la superficie cilíndrica, considerando todas las rectas tangentes a la hélice. En el Palacio Güell, en la Casa Milà hay rampas helicoidales.
– *Conos*. Todas las rectas que, al pasar por un punto, se apoyan en una curva espacial dan lugar a una superficie conoidal. Cuando esa curva es una circunferencia o una elipse, tenemos los conos circulares o elípticos tradicionales. Los encontramos en el Palacio Güell, en la Casa Batlló, etc.
– *Hiperboloides de una hoja*. Están formadas por rectas que se apoyan entre dos elipses iguales y paralelas, y que unen un conjunto bien definido de puntos correspondientes entre las dos elipses. Gaudí incorporó el hiperboloide de una hoja después de descubrir que era una forma óptima como campana. La empleó en algunas columnas de la entrada del Parque Güell, en el Palacio Güell, en las cuadras de la Finca Güell, etc.

- *Paraboloides hiperbólicos*. Están formados por rectas que se apoyan en dos rectas que se cruzan en el espacio de una forma ordenada. La primera obra en la que Gaudí utilizó el paraboloide hiperbólico fue la glorieta del campo de las Higueras de la Finca Güell. También lo utiliza en los acabados de alguna chimenea del Palacio Güell, algunas zonas del techo de la cripta de la Colonia Güell, etc.
- *Superficies conoidales rectas*. Están determinadas por una recta, un plano perpendicular y una curva en el espacio, y formadas por todas las rectas que se apoyan en la dada y en los puntos correspondientes de la curva fijada, y todas esas rectas son paralelas al plano dado. Las encontramos en las Escuelas Provisionales de la Sagrada Familia.

PABELLONES FINCA GÜELL

Cliente: Eusebi Güell Bacigalupi.
Avenida Pedralbes, 7, Barcelona.
1884-1887.

INTRODUCCIÓN

Los edificios destinados a portería y a caballerizas, unidos por una gran verja que forma la gran puerta, configuran los pabellones de la finca «Can Feliu» que Joan Güell Ferrer adquirió en 1860 aproximadamente. Su hijo, Eusebi Güell Bacigalupi, encarga a Gaudí que construya unos pabellones y una cerca para delimitar la propiedad, rica en especies arbóreas con una casa de mediados del siglo XIX.

Ambos pabellones reflejan la estética exótica que está presente en las obras contemporáneas del arquitecto como en la Casa Vicens y en «El Capricho». En la finca Güell Gaudí añade la combinación de la línea recta con las curvas y la decoración con trencadís de azulejos de cerámica. Los pabellones, precisamente, serían las primeras edificaciones con trencadís cerámico, recurso estético y funcional con el que Gaudí logra acomodar la superficie plana de los azulejos a las formas curvas de los muros.

Caballerizas

Están compuestas por arcos parabólicos y por bóvedas tabicadas, asimismo se dispone de arcos parabólicos que los van uniendo. La luz entra a través de unas ventanas trapezoidales, entre arco y arco, que iluminan la sala de forma homogénea. En el extremo opuesto al acceso encontramos una sala casi cuadrada en la que el pavimento de piedra conforma unos círculos con una disposición radial que no es más que un modo de trasponer con otro lenguaje la cúpula que cubre este espacio. Esta cúpula, en su parte exterior, con los tres anillos es el soporte de un cupulín.

Nota: Se adjunta en la Figura 4 diversas representaciones realizadas por Cristina de las caballerizas.

La Sagrada Familia

Cliente: Asociación de Devotos de San José.
Plaza de la Sagrada Familia, Barcelona.
1883- en construcción.

Introducción

La catedral tiene 18 pináculos cuyo significado alude a los doce apóstoles, los cuatro evangelistas, la Virgen Maria y a Jesucristo, representado por la torre más alta. Las torres que representan a los evangelistas están acompañadas por esculturas que ilustran las siguientes alegorías: El león representa a San Marcos; el águila simboliza a San Juan; el buey personifica a San Lucas y el ángel encarna a San Mateo. Entre 1912 y 1914, Antoni Gaudí abandonó las otras obras que dirigía y se dedicó hasta su muerte, de una manera exclusiva, a la Sagrada Familia, a construir la fachada del Nacimiento y a proyectar en modelos de yeso otras partes del templo. Así, para la nave principal, dejó terminado el proyecto que él consideró definitivo, con columnas de doble giro e hiperboloides.

Las columnas

Las columnas de la Sagrada Familia, tienen una particularidad, ya que son columnas de doble giro. Éstas comienzan en la base con un polígono regular o estrellado de lados rectos o parabólicos, también puede ser una combinación de polígonos. Y a la vez que la columna se eleva, estos polígonos se transforman en diferentes secciones cada vez con más vértices, hasta conseguir el círculo en la cabeza superior. Geométricamente, la columna de doble giro es la intersección de dos columnas helicoidales con la misma base, pero con giros contrarios. Todas las columnas ramificadas son de doble giro, pero con polígonos diferentes en la base. Con este tipo de columna, Gaudí consigue la continuidad de aristas y superficies entre una columna y las que tiene situadas encima o debajo.

Por otra parte, Gaudí también incluye en el templo columnas árbol. Gaudí creaba el espacio interior de la Sagrada Familia como un gran bosque frondoso.

Gaudí, principalmente, debió incluir este tipo de columnas árbol, con ramificaciones y ramas que buscan el centro de gravedad de cada parte de las bóvedas, por razones de mecánica estructural. Pero, Gaudí aprovechó esta causa para dar forma a su arquitectura de bosque.

Estas columnas se dividen en varias ramas, y la misma ley que sirve para diseñar el tronco principal, columna de doble giro que va desde una estrella a un círculo, servirá para las ramas, para regresar del círculo a la estrella, y así las veces que sea necesario según los varios niveles de superposición de ramas que haya en cada caso. Por ejemplo, la columna que se encuentra encima del coro en la nave lateral presenta un rectángulo en la sección superior, y a medida que la columna desciende se transforma en un rombo, un cuadrado, un octágono, polígonos de 16 y 32 lados y un círculo. Las cuatro columnas superiores comienzan en un cuadrado, que se transforma, a medida que la columna se eleva, en un octágono, un polígono de 16 lados, uno de 32 y un círculo.

Nota: La Figura 5 muestra una representación realizada por Cristina de las columnas explicadas anteriormente.

Las bóvedas

En las bóvedas hay unos pequeños orificios creados a partir de hiperboloides elípticos en los cuales se instalarán unas luces artificiales para que la visión nocturna de este techo sea como la bóveda estrellada del cielo nocturno.

Arcos catenarios

Usa los arcos catenarios en las fachadas de la Sagrada Familia.

Escalera helicoidal

Según la simbología de Gaudí, el helicoide representaba el movimiento ascensional que relaciona la tierra con el cielo; el mismo que también utiliza para crear el fuste de las columnas de doble giro. Todos los campanarios de la Sagrada Familia tienen escaleras de caracol (helicoidales), pero, además, hay helicoides en las escaleras principales del ábside, las futuras escaleras de los cimborrios de los evangelistas y de Jesucristo, y alguna escalera de caracol auxiliar en otros puntos precisos del templo.

Pináculos

En los pináculos de los campanarios la Sagrada Familia, tanto en la fachada del Nacimiento como en la de la Pasión, aparecen complicadas formas que son el resultado de la concurrencia de diversos poliedros (sobre todo cubos y octaedros) con esferas surtidas de vaciados cilíndricos que crean espacios donde situar la original iluminación. En los cuatro pináculos de los campanarios de la fachada de la Gloria están presentes dodecaedros regulares.

Paraboloide hiperbólico

El paraboloide hiperbólico es una de las superficies regladas utilizadas con más frecuencia por Gaudí. Gaudí hallaba en esta superficie unas condiciones excepcionales, ya que todas las generatrices se apoyan sobre dos rectas. Para él, simbolizaba la Trinidad: si una de las rectas representaba el Padre, y el lado opuesto, el Hijo, el Espíritu Santo era la generatriz que se posaba en las dos anteriores y las unía permanentemente. Gaudí la denominaba «padre de la geometría». En la Sagrada Familia podemos encontrar el paraboloide hiperbólico por todas partes. Es la figura ideal para hacer la transición entre dos regladas, entre planos no paralelos, entre hiperboloides, etc.; pero no sólo sirve para hacer pequeñas transiciones. Las cubiertas están creadas por paraboloides: planos que enlazan ventanales y pináculos. Las sacristías que Gaudí proyectó para los dos chaflanes del lado de montaña están formadas por 12 paraboloides que se intersecan constituyendo una inmensa cúpula de varios pisos.

Palacio Güell

Cliente: Eusebi Güell Bacigalupi.
Barcelona, Calle Nou de la Rambla.
1886-1889

Gaudí en este proyecto realiza un gran esfuerzo para encontrar un nuevo lenguaje que se vaya alejando del momento historicista. No obstante, será en esta obra donde veremos mezclados todo un repertorio de soluciones estructurales, para acabar en una riqueza exquisita en detalles y acabados. Para una visualización de algunos elementos, ver la Figura 6.

Cilindros: Los podemos encontrar en los pilares del sotano, en las caballerizas.

Arcos parabólicos: Los podemos encontrar en la entrada, en el sótano, vestíbulo, etc.

Rampa helicoidal: La encontramos en el acceso hacia el sótano.

Conos: Los encontramos en los capiteles de las columnas interiores de los comedores, en el soporte del sol del panel que simboliza los rayos solares y, por descontado, en las chimeneas de la azotea.

Paraboloide de revolución: Gaudí hizo un uso singular del paraboloide de revolución en la cúpula del Palacio Güell.

Colegio Teresiano

Cliente: Congregación de Religiosas Teresianas.
Barcelona, Carrer de Ganduxer, 87.
1888-1889

Las obras iniciales las ejecutó otro arquitecto, hasta que en 1889 Gaudí asumió el proyecto. Esto supuso, que se encontrara con la planta y el primer piso del edificio ya determinados. Gaudí se adaptó al presupuesto y a las direcciones marcadas por el anterior arquitecto. Sin llegar a abandonar su singular e imaginativo estilo. Efectuó un particular ejercicio de contención y proyectó un edificio de trazos contundentes y contenidos. En él la moderación es la protagonista. Al menos en las formas, ya que en el fondo del edificio está lleno de simbolismos.

Fachada: Gaudí concibió la fachada exterior como un riguroso volumen de piedra y ladrillo, ésta rectitud y rigidez se quebranta al incluir arcos apuntados de diferentes tamaños del piso superior, usando la técnica de la auto semejanza.

Arcos catenarios: Los pasillos (simétricos entre sí) alargados de los niveles superiores están llenos de estos arcos. Estos arcos blancos, están separados por ventanas abiertas a los patios interiores. Además, podemos encontrar el arco catenario en un ventanal y en una puerta del colegio de las Teresianas, en el exterior. Además, podemos encontrar el recurso de traslación en estos arcos, tal y como aparece en la Figura 7 (representación realizada por Cristina en un programa de CAD).

Colonia Güell

Cliente: Eusebi Güell i Bacigalupi.
Santa Coloma de Cervelló, Barcelona.
1898-1917

Gaudí recibe el encargo de Eusebi Güell de construir una iglesia en la colonia textil obrera de su propiedad. Durante los diez siguientes años, Gaudí estudia y hace maquetas sobre cómo podría ser la estructura de la iglesia. Quiere llegar a una síntesis de todas las fuerzas que concurren y trabajan en un edificio. Para ello, Gaudí estudia las iglesias góticas, pero él quiere reducir las columnas y contrafuertes.

Funículos: Para ello, ingenió un nuevo y curioso método de calcular la estructura del edificio: en un cobertizo junto a las obras construyó una maqueta donde instaló un montaje confeccionado con unos cordeles de los que pendían saquitos rellenos de perdigones. En un tablero de madera fijado en el techo dibujó la planta de la iglesia, y de los puntos sustentantes del edificio colgó los cordeles con los sacos de perdigones (para las cargas), que así suspendidos daban la curva catenaria resultante, tanto en arcos como en bóvedas. De aquí sacaba una fotografía, que una vez invertida daba la estructura de columnas y arcos que Gaudí estaba buscando.

Paraboloides Hiperbólicos: Los encontramos en algunas zonas del techo de la cripta de la Colonia Güell.

Rampa Helicoidal: En la cripta de la Colonia Güell encontramos interesantes rampas helicoidales de acceso.

Parque Güell

Cliente: Eusebi Güell i Bacigalupi.
Barcelona, Carrer D'Olot.
1900-1914

El parque debe su nombre a Eusebi Güell, un rico empresario apasionado por las obras de Gaudí que actuó como su principal mecenas. Aunque la idea principal era la construcción de un conjunto residencial de lujo, con el paso de los años esta idea fue abandonada y en su lugar se construyó un parque digno del escenario de un cuento.

Este parque contiene increíbles estructuras de piedra, cerámicas impresionantes y edificios fascinantes. Un ejemplo es la Fuente Dragón de Gaudí que se encuentra en la entrada. Este dragón está adornado con preciosas cerámicas de colores que le dan un efecto mágico.

Esta obra de Gaudí estuvo muy influenciada por la formas de la naturaleza y podemos encontrar simbolismos por todo el conjunto del parque. El Parque Güell también tiene una pequeña casa en la cual Gaudí vivió en algún momento. La casa ha sido convertida en un museo y contiene un interesante mobiliario también diseñado por Gaudí.

Arcos catenarios: Este tipos de arcos podemos encontrarlos en algunos pórticos del parque.

Modulación: La plaza del mercado está modulada por cuadrados, y en las aristas de estos cuadrados podemos encontrar las columnas dóricas que forman la plaza del mercado.

Columnas helicoidales: Las usó en las columnas que sostienen los pasadizos y cobertizos del Parque Güell. Estas columnas, además mostrar movimiento helicoidal, algunas están inclinadas y parecen crecer de la tierra como si fuesen troncos de árboles. Figura 3.

Columnas dóricas: Este tipo de columnas las usa en la plaza del mercado del parque Güell.

Curvas Redondeadas: Los pabellones de entrada son del más puro estilo gaudiniano. La estructura orgánica refleja el estudio que Gaudí hizo de la naturaleza. Realizados con mampostería de piedra del lugar, destacan por sus bóvedas en forma de paraboloide hiperbólico. Estos pabellones presentan curvas redondeadas

Sinusoides: Las usa en el respaldo del banco del Parque Güell. Podemos localizar sinusoides en el banco que se encuentra en el borde de la plaza de forma oval, este banco ondula como una serpiente. En este banco está formado por una sucesión de módulos cóncavos y convexos de 1,5 m, con un diseño ergonómico adaptado al cuerpo humano.

Casa Batlló

Cliente: Josep Batlló I Casanovas.
Barcelona, Passeig de Gràcia, 43.
1904-1906

Gaudí recibió el encargo de reformar un edificio construido en 1875 por Emili Sala Cortés. Gaudí se centró en la fachada, el piso principal, el patio de luces y la azotea, y levantó un quinto piso para el personal de servicio.

Fachada: Es de piedra arenisca y tallada según las superficies regladas alabeadas. Las columnas recuerdan a los huesos de los pies, y los ventanales están creados a partir de formas circulares. Además, Gaudí crea la fachada a través de simetrías en la fachada. Y culmina en una bóveda formada por arcos catenarios y en la parte izquierda se sitúa una torre cilíndrica.

Azotea: En ella destacan las chimeneas de formas helicoidales y rematadas por sombreretes cónicos.

Piso principal: El techo del salón está creado con formas helicoidales en relieve.

Desván: El desván está formado por arcos catenarios.

Casa Milà (La Pedrera)

Cliente: Pere Milà I Camps.
Barcelona, Passeig de Gr'acia, 92.
1906-1910

La Pedrera fue la última gran obra civil que realizó Gaudí antes de dedicarse por completo a las obras de la Sagrada Família. Pere Milà había visto la casa Batlló y quedó entusiasmado por su belleza, así que encargó a Gaudí la realización de una gran casa de pisos de alquiler en su nuevo terreno.

Arco catenario: El desván está compuesto por 260 arcos catenarios, y en estos arcos usa el efecto de la traslación.

La fachada: En ella hay que resaltar el redondeo de las formas y los sinusoides (ya que la fachada recuerda a las olas del mar).

Helicoides y rampa helicoidal: Las chimeneas de la azotea siguen un movimiento helicoidal.

Formas poligonales: Podemos encontrarlas en decoración de la casa. Por ejemplo, baldosas con forma de hexágono para algunas dependencias.

Espirales: Podemos encontrar espirales como motivo de decoración.

Escuelas provisionales de la Sagrada Familia

Cliente: Asociación de Devotos de San José.
Plaza de la Sagrada Familia, Barcelona.
1909- 1910.

Gaudí las edificó en el terreno destinado a la fachada de la Gloria, que se preveía estaría libre durante bastante tiempo todavía; era un pequeño edificio destinado a escuela para los hijos de los obreros que trabajaban en la Sagrada Familia. Las Escuelas fueron inauguradas el 15 de noviembre de 1909 por el obispo de Barcelona, Joan Josep Laguarda i Fenollera. Este edificio despertó la admiración de Le Corbusier cuando visitó Barcelona.

Cubiertas: La escuela con cubiertas ondulantes, construida toda ella de bóveda tabicada de tres huecos ejecutada en forma de conoide, siguiendo la lógica geométrica y estructural de las superficies regladas, Este conoide de plano directo se levanta a partir de las generatrices rectas, que van de lado a lado del muro perimetral paralelos al lado corto del volumen y que se apoyan sobre la viga que atraviesa el edificio por su eje longitudinal.

Fachada: La arquitectura del planoide en el caso concreto de las Escuelas Provisionales de la Sagrada Familia se concreta en: muros perimetrales gestados a partir de la forma del muro y que rematan con un sinusoide que nace a partir de la elevación del plano del muro perimetral y su intersección con el conoide reglado de la cubierta. Una representación realizada por Cristina se encuentra en la Figura 8.

Referencias bibliográficas

Libros

- Lahuerta, Juan José, 1993, Antoni Gaudí, Electa, Madrid.
- Lahuerta, Juan José, 2002, Antoni Gaudí 1852-1926 Antología contemporánea, Alianza Forma, Madrid.

- Massone, Grazia, 2011, Maestros de la Arquitectura Antoni Gaudí, Salvat, Barcelona.
- Asensio Cerver, Francisco; García i Aranzueque, Raul; Cuito, Aurora y Montes, Cristina, 2002, Gaudí Arquitectura Moderna en Barcelona, H. Kliczkowski, Madrid.
- Asarta, Francisco Javier; Corredor-Matheos, José; Giralt-Miracle, Daniel; Montaner, Josep María y Permanyer, Lluís, 1998, La Pedrera Gaudí y su obra, Fundació Caixa Catalunya, Barcelona.
- Burry, Mark; Coll Grifoll, Jordi y Gómez Serrano, Josep, 2008, Sagrada Familia s.XXI Gaudí ara/ ahora/ now, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- Güell, Xavier, 1986, Antoni Gaudí, Gustavo Gili, Barcelona.
- Güell, Xavier, 1991, Guía Gaudí, Gustavo Gili, Barcelona.
- Casanelles, E.; Collins, G.R.; Cirlot, J.-E. ; Chueca Goitia, F. ; Folguera, F.; Pane, R.; Rubió i Bellver, J.; Sostres, J.M.; Tarragó, S., 1991, Antoni Gaudí, Estudios críticos, Barcelona.
- Álvarez Izquierdo, Rafael, 1999, Gaudí Arquitecto de Dios 1852-1926, Testimonios mc, Madrid.
- Bassegoda Nonell, Juan, 1971, Gaudí, Publicaciones Españolas, Madrid.
- Burry, Mark, 1992, Expiatory Church of the Sagrada Familia Antoni Gaudí (Architecture in Detail), Phaidon, Londres.
- Carandell, José María, 1998, Park Güell: utopía de Gaudí, Triangle Postals, Menorca.
- Crippa, Maria Antonietta, 2007, Antoni Gaudí, 1852-1926: de la naturaleza a la arquitectura, Taschen, Madrid.
- Zerbst, Rainer, 1988, Gaudí: 1852-1926, Taschen, Madrid.
- Zerbst, Rainer, 1985, Gaudi : Antoni Gaudi i Cornet, una vida dedicada a la arquitectura (1852-1926), Benedikt Taschen, Koln, Alemania.
- Bassegoda Nonell, Juan y García Gabarró, Gustavo, 1998, La cátedra de Antoni Gaudí estudio analítico de su obra, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- Tello, A. B., 1990, Gaudí, Vilmar, Barcelona.
- Flores, Carlos, 1982, Gaudí, Jujol y el modernismo catalán, Aguilar, Madrid.
- Giordano, Carlos y Palmisano, Nicolás, 2009, Obra completa de Antoni Gaudí uno de los grandes genios de la arquitectura de todos los tiempos, Dos de arte, Barcelona.
- Huerta, Santiago, 2004, Arcos, bóvedas y cúpulas: geometría y equilibrio en el cálculo tradicional de estructuras de fábrica, Instituto Juan de Herrera, Madrid.

ARTÍCULOS DE PERIÓDICOS:

- Prades, Javier, 23/10/2008, Esto es lo perenne lo esencial, ABC, vol. 33913 (suplemento), pág. 16 y 17.
- Gosábez, Carles, 18/04/2010, Un genio vinculado a la ciudad de Tarragona, Diari de Tarragona, vol. 8266, pág. 10.

IMÁGENES DE CONTEXTO Y DEL TRABAJO

FIGURA 1. DE IZQUIERDA A DERECHA: EJEMPLO DE USO DEL REDONDEO DE FORMAS, ACLACIÓN Y VACIADO.

FIGURA 2. UN EJEMPLO DE FORMAS POLIGONALES GAUDIANAS Y DE FORMAS SINUSOIDALES.

FIGURA 3. COLUMNAS HELICOIDALES Y HELICOIDE GENERADO CON MAPLE.

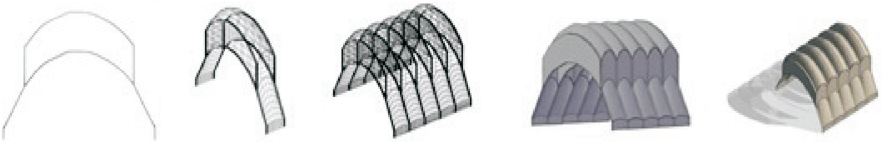


Figura 4. Representación sobre las caballerizas de la finca Güell realizada por Cristina.

Figura 5. Planta, alzado, estructura alámbrica y vista 3D de una representación de columnas en la Sagrada Familia.

Figura 6. Rampa helicoidal, conos y paraboloide de revolución en el Palacio Güell.

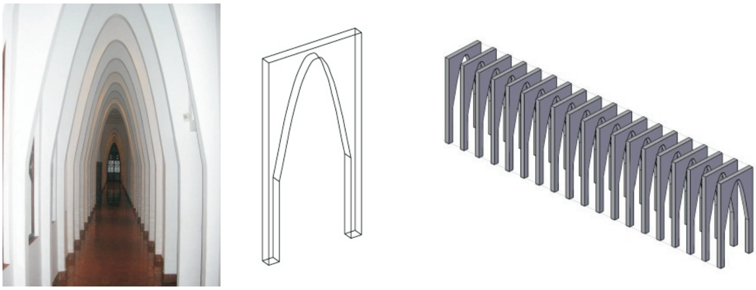


Figura 7. Arcos catenarios en el Colegio Teresiano y representación en un programa de CAD.

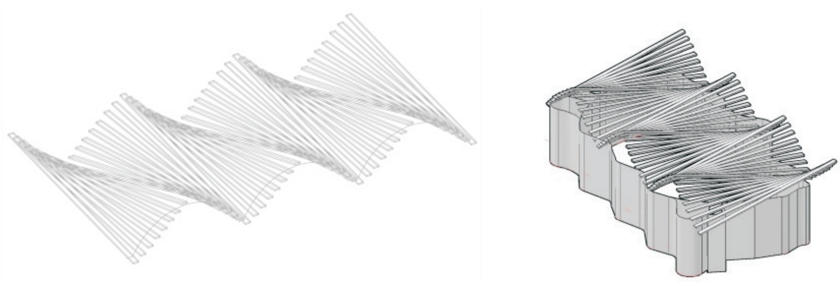


Figura 8. Representación del tejado y conjunto de las escuelas provisionales.

7. Cierre

Como conclusión de esta publicación consideramos que se ha realizado un trabajo muy interesante que entronca directamente con lo que es la nueva universidad bajo el paraguas del EEES. Se han cumplido objetivos de coordinación, de profesorado, integración de materias, desarrollo de capacidades y podríamos enunciar unas conclusiones desde el punto de vista del profesorado y desde el del alumno.

- Hemos realizado una experiencia que ha supuesto una innovación tanto para la asignatura como para la escuela de arquitectura de Alcalá donde la implantación del EEES está dando sus primeros pasos.
- La experiencia ha tenido dificultades de implantación debido a la falta de rutinas de trabajo no dirigido, tanto por parte de los alumnos como de los profesores. El alumno sigue teniendo una actitud en muchas ocasiones pasiva ante la transferencia de conocimiento, y debemos ser proactivos en cambiar esa inercia.
- Uno de las mayores dificultades con las que nos encontramos es la coordinación de los profesores, el profesor universitario necesita mayor entrenamiento para la coordinación efectiva de su docencia. La coordinación se basa fundamentalmente en la generosidad de los participantes y la empatía. Es decir ponerse tanto en la posición del otro profesor como del alumno. Y enfocar la docencia desde esa premisa. Evidentemente exige un esfuerzo mayor al profesorado pero redunda en el buen aprendizaje.
- En este aspecto de la coordinación es importante asimismo el conseguir que el alumno lo entienda como una sola asignatura, dado que su inercia le dirige a *aprobar* las matemáticas y luego el dibujo. Son los menos los alumnos que tienen una visión interdisciplinar del tema.
- De las dificultades de coordinación lo más fácil es la no-coordinación, es decir, que uno de los profesores controle la totalidad de la asignatura y sea el único que asuma el control de la asignatura. Esta circunstancia que desde la coordinación es óptima puede ser empo-

brecedor ya que no debemos olvidar que estamos en una enseñanza superior donde se debe buscar la mayor especialización del profesor para que imparta una docencia específica.

Desde el punto de vista del alumno

- La experiencia ha supuesto una nueva forma de afrontar su aprendizaje a partir del desarrollo de competencias. Ya que el aprendizaje ha sido más autónomo, e integrador, y se ha centrado en desarrollar métodos de trabajo, que serán aplicables a otras asignaturas o disciplinas.
- Los resultados obtenidos han sido satisfactorios, evidentemente mejorables debido a los desajustes de origen pero la experiencia se ha demostrado muy válida.
- Específicamente querríamos destacar el desarrollo de las competencias genéricas, como responsabilidad, trabajo en equipo, planificación, y sobre todo búsqueda de información y presentación oral y escrita.
- Debemos entender que la heterogeneidad de los temas, textos e imágenes, enriquecen el ejercicio en este primer año de implantación de la asignatura y somos conscientes de que este es un primer paso que se irá enriqueciendo en sucesivos años.

8. Bibliografía

Se ha considerado acompañar los textos que lo requiriesen con sus correspondientes referencias bibliográficas, teniendo en cuenta asimismo que parte del trabajo que debían desarrollar los alumnos era la búsqueda bibliográfica y su correcta utilización.

No obstante se han recogido aquí, algunas referencias comunes a diversos temas.

ARNHEIM, R. (1969): El pensamiento visual. Barcelona: Paidós.

BURGOS, Juan de, Álgebra Lineal y Geometría Cartesiana, Mc Graw-Hill, 2000.

DE LA VILLA CUENCA, Agustín. Geometría Diferencial. Ed. Clagsa. 1997.

DO CARMO, Manfredo. Geometría Diferencial de Curvas y Superficies, Alianza Editorial, 1995.

GHYKA, M. (1983): Estética de las proporciones en la naturaleza y en las artes. Barcelona: Poseidón.

GHYKA, M. (1978): El número de oro. Barcelona: Poseidón.

GHEORGHIU Y DRAGOMIR. La représentation des structures constructives, ed. Tehnica, Bucarest, 1968.

GOMBRICH, E.H. (1959): Arte e ilusión. Barcelona: G.Gili.

IZQUIERDO ASENSI, Fernando. *Geometría descriptiva, Madrid, Dossat, 2.000 20ª edición.

IZQUIERDO ASENSI, Fernando. *Geometría descriptiva superior y aplicada, Madrid, Paraninfo,1.999, 4ª ed.

MONEDERO ISORNA, Javier. «Aplicaciones informáticas en arquitectura». Barcelona: Edicions UPC, 1999. ISBN 84-8301-328-2.

POTMANN et Al 2007. Architectural Geometry. Bentley

ROANES, Eugenio, Cálculos Matemáticos con Ordenador con MAPLE, Ed. Rubiños, 1999.

SÁNCHEZ GALLEGO, Juan Antonio. 'Geometría descriptiva: sistemas de proyección cilíndrica'. Barcelona: Edicions UPC, 1997.ISBN 84-8301-221-9.

VILLANUEVA BARTINA, Lluis; Perspectiva lineal. Su construcción y su relación con la fotografía. UPC, Barcelona, 2.001.

TAIBO FERNÁNDEZ, Ángel, Geometría descriptiva y sus aplicaciones, Tomos I y II, Tipografía Blass, Madrid, 1943 ISBN 84-7360-040-1.

VVAA 2007, Diseño Interior, Nº 177 (PÁG: 114-126), Globus, Madrid.

WEB

http://www.geoisla.com/2008/03/20/rhinoceros-3d-geometria-informatica-arquitectonica/)

(http://www.ecaade.org). Página web correspondiente al eCAADe (Education and Research in Computer Aided Architectural Design in Europe) que contiene distintos enlaces con información general del organismo, datos correspondientes a las conferencias anuales organizadas, así como con otros temas referentes a la educación, investigación y organismos paralelos.

http://www.microsiervos.com/archivo/arte-y-diseno/biografia-mc-escher.html

http://es.wikipedia.org/wiki/Maurits_Cornelis_Escher

http://aixa.ugr.es/escher/table.html

http://actituds.wordpress.com/2008/05/30/precision-de-observacion/

http://www.sabercurioso.es/2007/08/18/cinta-moebius/

http://revistasacitametam.blogspot.com/2010/05/banda-de-moebius.html

http://www.flickr.com/photos/giacomobecks/

http://zirkel.sourceforge.net/

http://www.youtube.com/watch?NR=1&v=ujEq7bDJnvU&feature=endscreen

http://www.pleatfarm.com/2010/10/07/design-principles-risd-gabriel-feld/

http://www.youtube.com/watch?v=ZCcQbyS-7Aw&feature=related

http://flavinfoarquitectura.blogspot.com.es/2011_01_01_archive.html

Papiroflexia

https://www.llnl.gov/str/March03/Hyde.html

Texto pendiente

9 788415 834434

Universidad de Alcalá