

Productividad y rentabilidad de las infraestructuras regionales a partir de estimaciones por máxima entropía *

Jorge Rodríguez-Vález**

RESUMEN: El método de estimación por máxima entropía permite estimar modelos con pocas observaciones para el número de parámetros o con problemas de multicolinealidad. Estos son problemas habituales en la estimación de funciones de producción regionales. Por ello, el método resulta de utilidad para analizar dos aspectos de la elasticidad *output* de las infraestructuras poco estudiados en la literatura: invariabilidad temporal y heterogeneidad regional. Para calcular la productividad marginal y rentabilidad social de las infraestructuras esta heterogeneidad se ha tratado estimando una elasticidad *output* propia de cada región. Los resultados muestran un descenso paulatino en la productividad y rentabilidad, así como la existencia de importantes diferencias regionales en cuanto a los efectos que sus infraestructuras tienen sobre la producción.

Clasificación JEL: C13, C51, H54, O47, R11.

Palabras clave: Infraestructuras, productividad, rentabilidad social, máxima entropía.

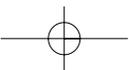
Productivity and returns to infrastructure using maximum entropy estimation

ABSTRACT: Maximum entropy econometrics is well suited to estimate models with very few observations or to deal with multicollinearity. These are common problems in the estimation of a regional production function. In this paper, maximum entropy is used to analyze two issues that, so far, have not been fully addressed in the litera-

* Agradezco los comentarios y sugerencias recibidos de Antonio Pulido, Antonio Álvarez, Carlos Arias y Esteban Fernández, así como de uno de los evaluadores anónimos. Cualquier error es responsabilidad del autor.

** Departamento de Economía–Universidad de León e Instituto Lawrence R. Klein–Universidad Autónoma de Madrid. Correspondencia: Facultad de Ciencias Económicas, Campus de Vegazana, 24071-León. E-mail: jorge.rodriguez@unileon.es

Recibido: 7 de noviembre de 2005 / Aceptado: 17 de febrero de 2006.



ture: the temporal stability of output elasticity of infrastructure and the change on its values across regions. We estimate the elasticity for each region to calculate the productivity and the social returns of infrastructure. The results show a decrease over time and the existence of important regional differences in both productivity and social returns of infrastructure. Hence, the effects of infrastructures on production can be very different across regions.

JEL classification: C13, C51, H54, O47, R11.

Key words: Infrastructure, productivity, social returns, maximum entropy.

1. Introducción

Desde el trabajo de Aschauer (1989) ha surgido una amplia literatura que analiza los efectos que las infraestructuras o capital público tienen sobre la producción. Gran parte del trabajo empírico realizado analiza el papel que juegan en el ámbito regional. Así ha sido tanto para los Estados de EE.UU. [Munnell (1990), García-Milà y McGuire (1992) y Holtz-Eakin (1994)], como para las regiones españolas [Mas *et al.* (1994 y 1996), García-Fontes y Serra (1994), Moreno *et al.* (1997), Delgado y Álvarez (2000)].¹

En algunos trabajos el análisis se ha extendido al cálculo de la productividad marginal de las infraestructuras [Freire y Alonso (2002) y Álvarez, Orea y Fernández (2003) entre otros]. Los resultados han mostrado una elevada disparidad regional y una clara tendencia al descenso en el grado de productividad de las infraestructuras. Para su cálculo, la práctica habitual en la literatura consiste en estimar un modelo con efectos específicos regionales, pero elasticidades *output* comunes para todas las regiones e invariantes en el tiempo, y multiplicar la elasticidad *output* estimada con respecto a las infraestructuras por el producto medio de las infraestructuras de cada región. Aunque el producto medio de las infraestructuras dependa de la región y el momento del tiempo, la elasticidad *output* constante para todas las regiones puede ser una condición restrictiva, ya que podría estar ocultando parte de la heterogeneidad regional cuando la elasticidad *output* de las infraestructuras también sea específica de las regiones. Por otro lado, el análisis de la productividad necesitaría analizar la invariabilidad temporal de la elasticidad *output* o, en caso contrario, incorporar una elasticidad dependiente del momento del tiempo.

Desafortunadamente, las muestras de datos regionales con que se cuenta no permiten tratar estos aspectos con métodos econométricos tradicionales, tanto por el limitado número de observaciones con relación al número de parámetros a estimar, como por la elevada correlación existente entre las variables explicativas y el consiguiente problema de multicolinealidad. Por ello, en este trabajo utilizamos el método

¹ Revisiones de la literatura pueden encontrarse en Gramlich (1994), Draper y Herce (1994), Gil (2001) y de la Fuente (2002).

de estimación por máxima entropía (ME) para abordar ambas cuestiones y obtener evidencia empírica adicional sobre la productividad y rentabilidad de las infraestructuras regionales. La metodología ME resulta de especial utilidad para la estimación de modelos caracterizados por estas circunstancias y permite obtener alguna evidencia empírica sobre fenómenos económicos con estos rasgos. En primer lugar, se analizará la estabilidad a lo largo del período muestral de la estimación obtenida para la elasticidad *output* con respecto a la dotación de infraestructuras mediante la estimación, en cada uno de los años que componen la muestra, de una función de producción con efectos específicos regionales. En segundo lugar, se estiman funciones de producción para cada una de las regiones, lo cual permite determinar la existencia de diferencias regionales en la elasticidad *output* con respecto a los *inputs*. De esta forma, en el cálculo de la productividad y de la rentabilidad social de las infraestructuras se puede incorporar una elasticidad propia de cada región. La existencia de estas diferencias regionales es un elemento a tener en cuenta a la hora de diseñar una política de infraestructuras y su utilización como instrumento de política regional.

El resto del trabajo se organiza de la siguiente forma: en la sección segunda se describe el procedimiento planteado para calcular la productividad marginal y se especifican los modelos propuestos para su cálculo; en la sección tercera se presentan los fundamentos de la estimación por máxima entropía y cómo esta metodología proporciona la oportunidad de estimar las funciones de producción especificadas; en la cuarta sección se describen los datos utilizados y se presentan los resultados obtenidos. Cierran el trabajo las principales conclusiones alcanzadas.

2. La función de producción y el cálculo de la productividad marginal

Tal y como se señalaba anteriormente, el punto de partida para analizar la productividad regional de las infraestructuras es la estimación de una función de producción con efectos regionales que incluya la dotación de capital público como un factor de producción más junto a los *inputs* privados habituales, trabajo y capital. Suponiendo que la tecnología se puede representar mediante una forma funcional Cobb-Douglas, la función de producción para un panel de regiones con las variables expresadas en logaritmos neperianos toma la forma:

$$\ln Y_{it} = \theta_i + \theta_t + \theta_{\tau} t^2 + \theta_K \ln K_{it} + \theta_L \ln L_{it} + \theta_G \ln G_{it} + e_{it} \quad [1]$$

donde los sub-índices *i* y *t* indican la región y el momento del tiempo respectivamente, mientras que *Y* es la producción, *K* el stock de capital privado, *L* el nivel de empleo, *G* el stock de capital público y *e* es la perturbación aleatoria del modelo. El primer aspecto de interés de este modelo es el análisis del valor del parámetro θ_G , es decir, la elasticidad *output* de las infraestructuras. Si tal parámetro es positivo y significativamente distinto de cero se puede considerar como evidencia empírica sobre la contribución positiva de la dotación de infraestructuras a la producción de las regiones.

Estimada la elasticidad, que en una función de producción Cobb-Douglas sería común para todas las regiones y para todos los años, la productividad marginal de las infraestructuras ($PMgG$) se obtiene como el producto entre la elasticidad y el producto medio de las infraestructuras de cada región en cada momento del tiempo:

$$PMgG_{it} = \theta_G \frac{Y_{it}}{G_{it}} \quad [2]$$

Imponer una elasticidad invariante temporal y espacialmente puede ser una condición restrictiva. Por ello parece de interés analizar si la elasticidad *output* de las infraestructuras es independiente del momento del tiempo o si, por el contrario, cambia en algunos años, por ejemplo por presentar una tendencia a la disminución tal y como señalan autores como Mas *et al.* (1996) y Ezcurra *et al.* (2005)². De igual forma, se puede analizar si la elasticidad *output* de las infraestructuras es la misma para todas las regiones o si existen diferencias entre ellas en cuanto a su valor. Si estas diferencias existen, el cálculo de la productividad marginal con una elasticidad común podría estar sesgado por la heterogeneidad regional.

Para analizar la invariabilidad temporal de la elasticidad se propone la estimación de una función de producción como:

$$\ln Y_i = \theta_i + \theta_K \ln K_i + \theta_L \ln L_i + \theta_G \ln G_i + e_i \quad [3]$$

estimada a partir de un corte transversal de regiones en cada uno de los 19 años que van de 1980 a 1998. Es necesario señalar que la ecuación [3] contiene 20 parámetros θ (17 efectos individuales y 3 elasticidades *output*), que deberían ser estimados con 17 observaciones (regiones).

Para analizar las posibles diferencias regionales en el valor de la elasticidad *output* se propone la estimación, para cada una de las regiones i , del modelo:

$$\ln Y_i = \theta_0 + \theta_{\tau}t + \theta_{\tau\tau}t^2 + \theta_K \ln K_i + \theta_L \ln L_i + \theta_G \ln G_i + e_i \quad [4]$$

Aunque este modelo cuenta con un número positivo de grados de libertad, la fuerte correlación entre las variables explicativas, especialmente entre el capital público y privado, provoca problemas de multicolinealidad en la estimación de las 17 funciones de producción regionales. La multicolinealidad es un problema bien documentado en el campo de la productividad de las infraestructuras [Ai y Cassou (1997) y Vijverberg, Vijverberg y Gamble (1997)], con consecuencias conocidas: elevada sensibilidad de los parámetros de un modelo a su especificación, bajos niveles de significatividad y estimaciones poco razonables en signo o magnitud [Greene (2000), p. 256].

Precisamente la fuerte multicolinealidad existente impide habitualmente la utilización de funciones de producción más flexibles que la Cobb-Douglas, como la

² Estos autores muestran evidencia en este sentido estimando la elasticidad *output* para distintos sub-períodos sucesivos.

translog, en la que las elasticidades de los *inputs* pueden ser diferentes entre regiones y cambiar a lo largo del tiempo con el uso de los *inputs*. Por ello, se ha venido asumiendo en el cálculo de la productividad que los parámetros de la elasticidad son comunes para todas las regiones y años y que tan solo el término independiente es específico a la región. Aunque los modelos [3] y [4] permitirían analizar el carácter restrictivo o no del supuesto, los problemas comentados de escasez de observaciones frente al número de parámetros a estimar y de multicolinealidad impiden su estimación por métodos econométricos tradicionales y hacen interesante explorar su estimación por máxima entropía.

3. Estimación por máxima entropía de la función de producción

La estimación por máxima entropía permite obtener evidencia empírica de los datos disponibles cuando el número de observaciones en una muestra, o la variabilidad de los regresores de un modelo, no es suficiente para aplicar una metodología convencional. El punto de partida de este procedimiento de estimación es la definición de una función de entropía que mide la incertidumbre (la falta de información) asociada a un fenómeno representado por una variable aleatoria. Sea x una variable aleatoria que puede tomar M posibles realizaciones x_1, x_2, \dots, x_M con probabilidades $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_M]$ tales que $\sum_{m=1}^M p_m = 1$, la función de entropía propuesta por Shannon (1948) se formula como:

$$EF(\mathbf{p}) = - \sum_{m=1}^M p_m \ln p_m \quad [5]$$

Al maximizar sin restricciones la función de entropía $EF(\mathbf{p})$ se obtiene que \mathbf{p} es una distribución uniforme discreta ($p_m = \frac{1}{M}$, $\forall m = 1, \dots, M$). Resulta intuitivo que cuando el desconocimiento sobre un fenómeno aleatorio sea máximo (máxima entropía), se atribuya a cada una de las posibles realizaciones la misma probabilidad. Por otra parte la función $EF(\mathbf{p})$ tiende a cero (ausencia de entropía o de desconocimiento sobre el fenómeno) cuando la probabilidad de una de las posibles realizaciones tiende a uno y, en consecuencia, las probabilidades del resto de realizaciones tienden a cero.

La función de entropía puede ser utilizada para obtener una estimación de la distribución de probabilidad de la variable cuando se dispone de alguna información muestral sobre la misma. La información sobre el fenómeno de interés puede ser la observación de T momentos muestrales $\{y_1, y_2, \dots, y_T\}$. Cada momento se puede escribir como:

$$\sum_{m=1}^M p_m f_t(x_m) = y_t, \quad 1 \leq t \leq T \quad [6]$$

siendo $\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_T(x)\}$ un conjunto de funciones conocidas de la variable aleatoria. En este caso, la estimación por máxima entropía de la distribución de probabi-

lidad se obtiene maximizando la función de entropía sujeto a la información muestral disponible, es decir, mediante la resolución del siguiente programa de optimización:

$$\underset{\mathbf{p}}{\text{Max}} EF(\mathbf{p}) = - \sum_{m=1}^M p_m \ln p_m \quad [7a]$$

Sujeto a:

$$\sum_{m=1}^M p_m f_t(x_m) = y_t, \forall t = 1, \dots, T \quad [7b]$$

$$\sum_{m=1}^M p_m = 1 \quad [7c]$$

El grupo de restricciones [7b] garantizan que la distribución de probabilidad estimada se ajuste a las T observaciones disponibles, mientras que la ecuación [7c] normaliza las probabilidades estimadas haciendo que sumen uno. El resultado del programa de optimización es una distribución de probabilidad estimada para la variable aleatoria compatible con la información de que se dispone en forma de momentos muestrales.

Esta metodología puede generalizarse para la estimación de los parámetros de un modelo lineal donde una variable y depende de un conjunto de H variables explicativas x y una perturbación aleatoria:³

$$y_t = \theta_1 x_{1t} + \theta_2 x_{2t} + \dots + \theta_H x_{Ht} + e_t \quad [8]$$

donde θ son parámetros a estimar y t hace referencia a la observación. Para la estimación de los parámetros θ_H se necesita información conocida *a priori* sobre el rango de posibles valores que el parámetro puede tomar. En el método ME la introducción de información a priori es el modo de superar las limitaciones de la muestra. Ese rango de información a priori se recoge, para cada parámetro, en un vector llamado de soporte, compuesto por un número M de valores contenidos en tal rango: $\mathbf{b}_h = (b_{h1}, b_{h2}, \dots, b_{hM})$ donde $M \geq 2$. Cada uno de esos valores tiene una probabilidad desconocida de ser el verdadero valor del parámetro. Estas probabilidades se recogen en un vector $\mathbf{p}'_h = (p_{h1}, p_{h2}, \dots, p_{hM})$ ⁴. De esta forma, el parámetro desconocido θ_h a estimar se modeliza como:

$$\theta_h = \mathbf{b}_h \mathbf{p}'_h = \sum_{m=1}^M b_{hm} p_{hm} \quad [9]$$

³ En este trabajo se sigue la «generalización» del método de máxima entropía para la estimación de un modelo econométrico convencional debida a Golan, Judge y Miller (1996). Su propuesta recibe el nombre de máxima entropía generalizada (MEG). Algunas aplicaciones del estimador MEG pueden encontrarse en París y Howitt (1998), Fraser (2000), Golan, Perloff y Shen (2001) o Gardebroeck y Oude Lansink (2004).

⁴ La elección de los vectores \mathbf{b}_h se basa en el conocimiento a priori que se tenga sobre los posibles valores que puede tomar el parámetro. Cuando el verdadero valor del parámetro queda fuera del rango considerado, no será posible encontrar una solución al problema de optimización. En general, cuando el conocimiento a priori del parámetro es limitado, pueden considerarse mayores amplitudes para estos vectores sin consecuencias importantes sobre las características del estimador [Golan, Judge y Miller (1996), p. 138].

El mismo procedimiento se lleva a cabo para el término de error aleatorio \mathbf{e} . Se utiliza para cada uno de los elementos e_t un vector de soporte con valores $J \geq 2$ valores $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_J)$, cada uno de los cuales con una probabilidad recogida en un vector como $\mathbf{w}'_t = (w_{t1}, w_{t2}, \dots, w_{tj})$. De esta forma, el valor de la perturbación aleatoria para una observación concreta t será:

$$e_t = \mathbf{v}\mathbf{w}_t = \sum_{j=1}^J v_j w_{tj} \quad [10]$$

Con todo ello, el modelo [8] puede reparametrizarse como:

$$y_t = \sum_{m=1}^M b_{1m} p_{1m} x_{1t} + \dots + \sum_{m=1}^M b_{Hm} p_{Hm} x_{Ht} + \sum_{j=1}^J v_j w_{tj} = \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M b_{hm} p_{hm} x_{ht} + \sum_{j=1}^J v_j w_{tj} \quad [11]$$

De esta forma, si se estiman las probabilidades p y w , puede recuperarse una estimación de los parámetros θ de la forma:

$$\hat{\theta}_h = \sum_{m=1}^M \hat{p}_{hm} b_{hm}, \forall h = 1, \dots, H \quad [12]$$

Para ello, se plantea el siguiente programa de maximización restringida:

$$\text{Max}_{\mathbf{p}, \mathbf{w}} EF(\mathbf{p}, \mathbf{w}) = - \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M p_{hm} \ln p_{hm} - \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^J w_{tj} \ln w_{tj} \quad [13a]$$

Sujeto a:

$$y_t = \sum_{h=1}^H \sum_{m=1}^M b_{hm} p_{hm} x_{ht} + \sum_{j=1}^J v_j w_{tj}, \forall t = 1, \dots, T \quad [13b]$$

$$\sum_{m=1}^M p_{hm} = 1, \forall h = 1, \dots, H \quad [13c]$$

$$\sum_{j=1}^J w_{tj} = 1, \forall t = 1, \dots, T \quad [13d]$$

La función objetivo [13a] no es más que la función de entropía [5] adaptada para la estimación de las $H + T$ distribuciones de probabilidad del problema, es decir, las probabilidades de los valores establecidos en los vectores de soporte. En la ecuación [13b] se recoge la información muestral del modelo tal y como fue reparametrizado en [11]. Por último, las restricciones [13c] y [13d] se imponen para que las probabilidades estimadas de cada vector de soporte sumen uno.

Para la estimación de la función de producción [3] es necesario estimar 17 efectos individuales y 3 elasticidades *output*. Para la ecuación [4] junto a las elasticidades y el término independiente se estiman los parámetros del cambio técnico. Para cada uno de los vectores de soporte \mathbf{b} de esos parámetros tomaremos 3 valores, es decir,

130 Rodríguez-Vález, J.

$M = 3$. Concretamente, los vectores de soporte para la estimación de la ecuación [3] se establecen como:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_i &= (-1,0; 0,0; 1,0) \quad \forall i = 1, 2, \dots, 17 \\ \mathbf{b}_K &= (0,3; 0,4; 0,5) \\ \mathbf{b}_L &= (0,4; 0,5; 0,6) \\ \mathbf{b}_G &= (0,0; 0,15; 0,3) \end{aligned} \quad [14]$$

Por su parte, los vectores de la ecuación [4] son:

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_0 &= (-1,0; 0,0; 1,0) \\ \mathbf{b}_\tau &= (0,0; 0,05; 0,1) \\ \mathbf{b}_{\tau\tau} &= (-0,05; 0,0; 0,05) \\ \mathbf{b}_K &= (0,3; 0,4; 0,5) \\ \mathbf{b}_L &= (0,4; 0,5; 0,6) \\ \mathbf{b}_G &= (0,0; 0,15; 0,3) \end{aligned} \quad [15]$$

Estos vectores de soporte se eligen usando información previa sobre los posibles valores del parámetro respectivo. En primer lugar, los valores dados a los soportes de las elasticidades *output* del capital privado y del empleo y de los parámetros del cambio técnico se han tomado de un rango de las estimaciones habitualmente encontradas en la literatura empírica previa [ver al respecto de la Fuente (2002)]. Sin embargo, y al contrario que para el capital privado y el empleo, no existe unanimidad en la literatura empírica sobre el grado de influencia de las infraestructuras en la producción. Por ello se ha fijado el límite inferior del vector en 0 (la infraestructura no tiene influencia en la producción privada)⁵ y el superior en 0,3, que es el límite inferior en el vector del capital privado (la infraestructura puede influir en la producción en forma similar a como lo hace el capital privado, pero no mayor)⁶. Para los efectos individuales de la ecuación [3] y el término independiente de [4] no se cuenta con estimaciones previas recogidas en la literatura. Por ello, se han tomado vectores que, aparentemente, son lo suficientemente amplios como para incluir una estimación de esos parámetros. De hecho, en ninguna de las estimaciones ME mostradas en la sección siguiente se alcanzan los límites del vector de soporte otorgado, lo cual indica que los extremos del vector de soporte son suficientemente amplios como para permitir soluciones factibles en el programa de optimización ME [Gardebroek y Oude Lansink (2004)].

Para el vector de errores de la expresión [10] adoptamos también 3 valores, $J = 3$, centrados en cero como es habitual en este tipo de trabajos empíricos. Siguiendo la práctica común en la literatura [Golan, Judge y Miller (1996), p. 88], en cada estimación los extremos del intervalo se obtienen como ± 3 veces la desviación típica muestral de la variable dependiente correspondiente.

⁵ Se supone que la elasticidad no puede ser negativa.

⁶ El resultado contrario, obtenido por Aschauer (1989), dio origen a multitud de trabajos que cuestionaron su estimación. Véanse los *surveys* anteriormente citados: Gramlich (1994), Gil (2001) y de la Fuente (2002).



Con todo ello, para la estimación de la ecuación [3] en cada uno de los años que van de 1980 a 1998 el programa [13] se convierte en la maximización de la siguiente función de entropía:

$$EF(p, w) = - \sum_{i=1}^{17} \sum_{m=1}^3 p_{im} \ln p_{im} - \sum_{m=1}^3 p_{Km} \ln p_{Km} - \sum_{m=1}^3 p_{Lm} \ln p_{Lm} - [16a]$$

$$- \sum_{m=1}^3 p_{Gm} \ln p_{Gm} - \sum_{i=1}^{17} \sum_{m=1}^3 w_{im} \ln w_{im}$$

Sujeto a:

- 17 restricciones correspondientes a la información muestral derivada de la expresión [3]:

$$\ln Y_i = \sum_{m=1}^3 b_{im} p_{im} + \sum_{m=1}^3 b_{Km} p_{Km} \ln K_i + \sum_{m=1}^3 b_{Lm} p_{Lm} \ln L_i + [16b]$$

$$+ \sum_{m=1}^3 b_{Gm} p_{Gm} \ln G_i + \sum_{m=1}^3 v_m w_{im}$$

- 20 restricciones de unicidad de las probabilidades de los valores del vector de soporte de cada parámetro:

$$\sum_{m=1}^3 p_{im} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, 17$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{Km} = 1$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{Lm} = 1$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{Gm} = 1$$
[16c]

- 17 restricciones de unicidad de las probabilidades de los valores del vector de soporte del error:

$$\sum_{m=1}^3 w_{im} = 1 \quad \forall i$$
[16d]

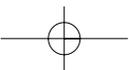
- Una restricción que garantice que la suma de los errores sea cero, es decir:

$$\sum_{i=1}^{17} \sum_{m=1}^3 v_m w_{im} = 0$$
[16e]

Por su parte, el programa de optimización para la estimación de las 17 funciones de producción, ecuación [4], es:

$$\text{Max}_{p, w} EF(p, w) = - \sum_{m=1}^3 p_{0m} \ln p_{0m} - \sum_{m=1}^3 p_{\tau m} \ln p_{\tau m} - \sum_{m=1}^3 p_{\tau\tau m} \ln p_{\tau\tau m} - [17a]$$

$$- \sum_{m=1}^3 p_{Km} \ln p_{Km} - \sum_{m=1}^3 p_{Lm} \ln p_{Lm} - \sum_{m=1}^3 p_{Gm} \ln p_{Gm} - \sum_{i=1}^{19} \sum_{m=1}^3 w_{im} \ln w_{im}$$



Sujeto a:

$$\begin{aligned} \ln Y_t = & \sum_{m=1}^3 b_{0m} p_{0m} + \sum_{m=1}^3 b_{\tau m} p_{\tau m} t + \sum_{m=1}^3 b_{\tau\tau m} p_{\tau\tau m} t^2 + \sum_{m=1}^3 b_{Km} p_{Km} \ln K_t + \\ & + \sum_{m=1}^3 b_{Lm} p_{Lm} \ln L_t + \sum_{m=1}^3 b_{Gm} p_{Gm} \ln G_t + \sum_{m=1}^3 v_m w_{tm} \end{aligned} \quad [17b]$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{0m} = 1$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{\tau m} = 1 \quad [17c]$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{\tau\tau m} = 1$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{Km} = 1$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{Lm} = 1$$

$$\sum_{m=1}^3 p_{Gm} = 1$$

$$\sum_{m=1}^3 w_{tm} = 1 \quad \forall t \quad [17d]$$

$$\sum_{t=1}^{19} \sum_{m=1}^3 v_m w_{tm} = 0 \quad [17e]$$

4. Datos y resultados

Los programas de optimización [16] y [17] se aplican, como se señaló anteriormente, a una muestra de las 17 Comunidades Autónomas españolas observadas durante 19 años (1980-1998). La producción (Y) se ha tomado del VAB del sector privado (descontando del VAB total de la economía el VAB del sector servicios no destinados a la venta) recogido en la Contabilidad Regional de España [INE (2003)] enlazado con los datos previos recogidos en Cordero y Gayoso (1997). Los datos del capital privado (K) e infraestructuras (G) proceden del trabajo del IVIE publicado en Fundación BBVA (2003). En la dotación de capital privado sólo se recoge su componente productivo. Por ello del total de la dotación de capital privado se descuenta la partida de alquiler de inmuebles y capital residencial, como es habitual en los trabajos empíricos. De igual forma, en la dotación de infraestructuras o capital público no se incluye el llamado capital público social (educación y sanidad). Por último, el nivel de empleo (L) es el número de ocupados en el sector privado (total ocupados menos ocupados en el sector servicios no destinados a la venta), recogido en Mas *et al.* (2000).

En el cuadro 1 se recogen los valores estimados por ME⁷ de la ecuación [3]. Como se observa, las elasticidades estimadas varían muy poco en todo el período muestral. Para las tres elasticidades las diferencias aparecen a partir del tercer decimal. Por ello, podemos concluir que de producirse caída en la productividad marginal de las infraestructuras, como se ha apuntado en la literatura, esta será como consecuencia de la disminución del producto medio y no de la elasticidad *output* de las mismas.

Cuadro 1. Evolución temporal de la elasticidad *output*

<i>Año</i>	θ_K	θ_L	θ_G
1980	0,446	0,517	0,238
1981	0,446	0,517	0,239
1982	0,446	0,517	0,239
1983	0,446	0,517	0,239
1984	0,447	0,517	0,240
1985	0,447	0,517	0,241
1986	0,447	0,517	0,241
1987	0,447	0,517	0,241
1988	0,447	0,517	0,241
1989	0,447	0,517	0,240
1990	0,446	0,517	0,239
1991	0,446	0,517	0,239
1992	0,446	0,516	0,239
1993	0,445	0,516	0,238
1994	0,446	0,516	0,239
1995	0,445	0,516	0,239
1996	0,445	0,516	0,239
1997	0,445	0,516	0,239
1998	0,445	0,516	0,238

Por su parte, en el cuadro 2 se recogen los resultados de estimar las 17 funciones de producción definidas en la ecuación [4]. Se pueden observar diferencias entre unas y otras regiones en cuanto a la elasticidad estimada con respecto a las infraestructuras: mientras que la elasticidad correspondiente a Extremadura es de 0,210, la de La Rioja es de 0,241. Estas diferencias son sustanciales y deberían tenerse en cuenta si se quiere evitar sesgos en el cálculo de la productividad marginal.

Partiendo de estos dos resultados sobre las elasticidades, invariabilidad temporal y variabilidad entre regiones, calculamos la productividad marginal de las regiones españolas a partir de la expresión:

$$PMgG_{it} = \theta_{Gi} \frac{Y_{it}}{G_{it}} \quad [18]$$

⁷ Las estimaciones se han realizado con el programa GAMS, utilizando el algoritmo CONOPT2 para problemas de optimización no lineal.

Cuadro 2. Diferencias regionales en la elasticidad *output*

<i>Región</i>	θ_0	θ_τ	$\theta_{\tau\tau}$	θ_K	θ_L	θ_G
Andalucía	0,227	0,039	-0,002	0,436	0,516	0,216
Aragón	0,234	0,044	-0,002	0,435	0,514	0,221
Asturias	0,313	0,006	-0,0003	0,442	0,521	0,215
Baleares	0,323	0,037	-0,002	0,447	0,517	0,231
Canarias	0,254	0,052	-0,003	0,438	0,515	0,225
Cantabria	0,280	0,041	-0,002	0,441	0,515	0,223
Castilla y León	0,225	0,026	-0,001	0,434	0,515	0,215
Castilla-La Mancha	0,239	0,034	-0,002	0,435	0,515	0,217
Cataluña	0,224	0,042	-0,002	0,437	0,517	0,221
Extremadura	0,220	0,042	-0,002	0,432	0,512	0,210
Galicia	0,247	0,017	-0,0009	0,436	0,519	0,211
La Rioja	0,338	0,041	-0,001	0,445	0,514	0,241
Madrid	0,254	0,045	-0,003	0,440	0,518	0,228
Murcia	0,315	0,038	-0,002	0,446	0,517	0,230
Navarra	0,297	0,046	-0,002	0,442	0,516	0,233
País Vasco	0,259	0,034	-0,001	0,441	0,518	0,222
Comunidad Valenciana	0,247	0,038	-0,002	0,438	0,517	0,223

que incorpora una elasticidad que depende de la región *i* (cuadro 2), pero que es común a todo el período muestral. En el cuadro 3 se recogen estos cálculos, de donde se pueden extraer los siguientes rasgos:

1. Se observa una caída general de la productividad marginal de las infraestructuras en el período considerado, que llega incluso a la mitad en algunos casos como Asturias o Galicia. Esa tendencia sólo se modera a partir del año 1993. Sólo La Rioja aumenta su productividad en el período considerado.
2. Existe una clara relación entre el nivel de productividad marginal de las infraestructuras y de desarrollo: las regiones más ricas son las de mayor productividad (Madrid, Baleares, Cataluña...). Lo contrario sucede para las más pobres: Extremadura, ambas Castillas, Asturias, Galicia y Andalucía son las regiones con menor productividad. Con la excepción de La Rioja, esta situación no cambia entre el inicio y el final del período.
3. Amplia disparidad regional entre los niveles alcanzados de productividad marginal de las infraestructuras, más aún que la reflejada en trabajos previos; los mayores o menores efectos sobre la producción dependen con claridad de la región en la que se dote la infraestructura.

Estas diferencias observadas entre la productividad marginal de las infraestructuras de las regiones pueden ser desglosadas en dos componentes con significado económico de interés. La expresión de la descomposición aproximada para dos regiones *i* y *j* viene dada por:

$$PMgG_i - PMgG_j = \theta_{G_j} (PMeG_i - PMeG_j) + (\theta_{G_i} - \theta_{G_j}) PMeG_i \quad [19]$$

donde *PMeG* es el producto medio de las infraestructuras. Por tanto, las diferencias en productividad marginal podrían explicarse en función de la diferencia en el pro-

Cuadro 3. Productividad marginal de las infraestructuras

Región	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
And	0,54	0,51	0,49	0,49	0,46	0,47	0,45	0,45	0,43	0,40	0,37	0,34	0,31	0,29	0,28	0,28	0,28	0,29	0,29
Ara	0,34	0,34	0,34	0,35	0,35	0,34	0,34	0,35	0,36	0,37	0,35	0,34	0,33	0,32	0,32	0,33	0,33	0,33	0,32
Ast	0,57	0,56	0,54	0,47	0,45	0,45	0,44	0,41	0,40	0,40	0,36	0,34	0,32	0,30	0,28	0,28	0,27	0,26	0,26
I. Bal	1,04	1,04	1,06	1,06	1,05	0,96	0,89	0,85	0,83	0,79	0,75	0,72	0,69	0,67	0,66	0,65	0,64	0,65	0,63
I. Can	0,48	0,47	0,49	0,50	0,51	0,50	0,53	0,53	0,53	0,48	0,44	0,41	0,40	0,38	0,38	0,37	0,37	0,37	0,37
Cant	0,66	0,64	0,59	0,57	0,55	0,53	0,49	0,48	0,48	0,46	0,42	0,39	0,40	0,36	0,35	0,35	0,34	0,34	0,34
CyL	0,40	0,37	0,36	0,36	0,35	0,35	0,34	0,34	0,34	0,33	0,31	0,29	0,28	0,28	0,27	0,26	0,26	0,25	0,24
CLM	0,41	0,39	0,37	0,37	0,35	0,36	0,33	0,34	0,34	0,32	0,31	0,28	0,26	0,24	0,23	0,23	0,23	0,24	0,24
Cat	0,81	0,79	0,77	0,76	0,74	0,72	0,73	0,74	0,75	0,76	0,72	0,67	0,64	0,60	0,59	0,59	0,58	0,59	0,58
Ext	0,32	0,32	0,31	0,28	0,32	0,31	0,27	0,27	0,28	0,26	0,24	0,22	0,20	0,19	0,18	0,18	0,18	0,18	0,18
Gal	0,65	0,62	0,58	0,55	0,53	0,51	0,48	0,47	0,46	0,44	0,40	0,38	0,36	0,33	0,32	0,30	0,30	0,29	0,28
Rio	0,34	0,38	0,36	0,36	0,37	0,40	0,38	0,36	0,37	0,37	0,37	0,37	0,39	0,38	0,41	0,43	0,44	0,45	0,46
Mad	0,82	0,81	0,80	0,80	0,81	0,79	0,82	0,85	0,82	0,83	0,82	0,77	0,73	0,69	0,68	0,67	0,66	0,66	0,67
Mur	0,87	0,82	0,74	0,73	0,70	0,63	0,65	0,62	0,59	0,56	0,55	0,51	0,49	0,45	0,43	0,42	0,42	0,43	0,44
Nav	0,44	0,46	0,45	0,46	0,47	0,46	0,44	0,46	0,45	0,46	0,44	0,42	0,40	0,37	0,35	0,35	0,35	0,35	0,35
P.Vas	0,72	0,71	0,68	0,64	0,58	0,57	0,56	0,54	0,54	0,53	0,51	0,49	0,45	0,42	0,41	0,41	0,40	0,41	0,42
C.Val	0,71	0,72	0,69	0,67	0,66	0,64	0,63	0,63	0,61	0,59	0,57	0,55	0,52	0,48	0,47	0,46	0,45	0,46	0,46

ducto medio de las infraestructuras de la regiones (primer sumando) y la diferencia en elasticidad *output* (segundo sumando). La diferencia de productividad depende, por tanto, de ambos componentes y omitir la influencia del segundo, la práctica habitual en la literatura, puede sesgar la interpretación de resultados. Esta descomposición es relevante debido al diferente grado o plazo en que ambos componentes pueden ser afectados por la política económica. Por una parte, el producto medio cambia con las decisiones de dotación de infraestructuras. Sin embargo, la elasticidad *output* está relacionada con la estructura productiva y no parece posible que se pueda variar a corto plazo a través de la actividad del sector público.

Para justificar la necesidad de incorporar en la estimación una elasticidad *output* propia para cada región, en el cuadro 4 se recoge esta descomposición. Se calcula tomando como referencia las diferencias de cada región con la de mayor productividad marginal de las infraestructuras media en el período (Islas Baleares). En las columnas segunda y tercera se recoge la productividad media y marginal de las infraestructuras de cada región, calculadas como la media del período muestral (1980-1998). En la cuarta columna se muestra las diferencias de las productividades marginales entre cada región y la tomada como referencia. Esta es, por tanto, la diferencia de productividad a desglosar. En la quinta columna se recoge el valor del primer componente, el causado por diferencias en el producto medio de las infraestructuras, y en la sexta el segundo, causado por diferencias en la elasticidad. Para analizar en términos relativos el grado de participación de cada componente en la explicación de las diferencias de productividad marginal de las infraestructuras, se expresan en tanto por ciento en las columnas séptima y octava. Como se observa en el cuadro, las diferencias en elasticidad, relacionadas con la tasa de participación de cada *input* en el *output*, explican una parte relevante de las diferencias en la productividad marginal de las infraestructuras, especialmente en regiones como Cataluña, Galicia y Madrid. En Navarra y La Rioja,

con elasticidad *output* mayor que la región de referencia, ésta reduce la brecha de productividad marginal. Todo ello no viene sino a confirmar la necesidad de considerar las diferencias en elasticidad entre regiones para la interpretación adecuada de la productividad de las infraestructuras.

Cuadro 4. Desagregación de las diferencias en productividad marginal

<i>Región</i>	<i>PMe</i>	<i>PMg</i>	<i>Diferencia</i>	<i>Dif. en PMe</i>	<i>Dif. en elasticidad</i>	<i>% Dif. en PMe</i>	<i>% Dif. en elasticidad</i>
Andalucía	1,81	0,39	0,43	0,38	0,05	87,6	12,4
Aragón	1,54	0,34	0,48	0,45	0,04	92,6	7,4
Asturias	1,80	0,39	0,43	0,38	0,06	86,9	13,1
Baleares	3,56	0,82	—	—	—	—	—
Canarias	1,99	0,45	0,37	0,35	0,02	94,3	5,7
Cantabria	2,07	0,46	0,36	0,33	0,03	92,1	7,9
Castilla y León	1,47	0,32	0,51	0,45	0,06	88,8	11,2
Castilla-La Mancha	1,42	0,31	0,51	0,46	0,05	90,3	9,7
Cataluña	3,12	0,69	0,13	0,10	0,04	72,9	27,1
Extremadura	1,18	0,25	0,57	0,50	0,07	87,0	13,0
Galicia	2,06	0,43	0,39	0,32	0,07	81,6	18,4
La Rioja	1,61	0,39	0,43	0,47	-0,04	108,2	-8,2
Madrid	3,35	0,76	0,06	0,05	0,01	81,8	18,2
Murcia	2,52	0,58	0,24	0,24	0,00	98,5	1,5
Navarra	1,79	0,42	0,40	0,41	-0,01	101,8	-1,8
País Vasco	2,37	0,53	0,30	0,26	0,03	89,2	10,8
Com. Valenciana	2,59	0,58	0,24	0,22	0,03	88,3	11,7

La existencia de diferencias regionales en la productividad marginal de las infraestructuras es un elemento que debe ser tenido en cuenta por el gestor de política económica en el proceso de toma de decisiones sobre la dotación de nuevo capital público y su distribución espacial, incluso cuando la política de infraestructuras persiga un objetivo redistributivo, porque determinan su propia eficacia. Lo cierto es que estas acusadas diferencias provocan que las infraestructuras tengan efectos bien distintos sobre las economías regionales en función del lugar donde se establecen. Para abundar en este argumento hemos calculado, por último, la rentabilidad social de la inversión en infraestructuras. En su forma más sencilla ésta se puede definir como el cociente entre las productividades marginales de la infraestructura y del capital privado de cada región:

$$\frac{PMgG_{it}}{PMgK_{it}} = \frac{\theta_{Gi} \frac{Y_{it}}{G_{it}}}{\theta_{Ki} \frac{Y_{it}}{K_{it}}} = \frac{\theta_{Gi}}{\theta_{Ki}} \cdot \frac{K_{it}}{G_{it}} \quad [20]$$

Este cociente mostraría qué productividad marginal es mayor y, por tanto, si es más productivo destinar una unidad monetaria a dotar capital público o privado. Para

calcular la rentabilidad se utilizan las elasticidades del capital privado y de la infraestructura de cada región estimadas en la ecuación [4] y recogidas en el cuadro 2. El cuadro 5 muestra los resultados. Algunas ideas son comunes con el cálculo de la productividad marginal de las infraestructuras mostrado anteriormente: tendencia al descenso, importantes diferencias regionales y estrecha conexión con el grado de desarrollo. No obstante, el descenso en la rentabilidad ha sido muy moderado en regiones como Aragón, Madrid y Navarra, mientras que La Rioja ha aumentado la rentabilidad social de sus infraestructuras. Es de destacar, además, que el descenso de la rentabilidad social ha situado su valor por debajo de la unidad (no rentable socialmente frente a la inversión en capital privado) en algunas de las regiones tradicionalmente beneficiarias de las políticas regionales de infraestructuras (Andalucía y Extremadura), con otro buen número de regiones muy próximas a la unidad (Castilla y León, Castilla-La Mancha y Asturias). De igual forma, son regiones prósperas como Baleares, Madrid y Cataluña donde la rentabilidad social de las infraestructuras es más elevada⁸.

Cuadro 5. Rentabilidad social de las infraestructuras

Región	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998
And	1,65	1,66	1,63	1,60	1,53	1,44	1,38	1,34	1,29	1,22	1,12	1,05	1,03	0,98	0,96	0,96	0,96	0,98	0,97
Ara	1,30	1,31	1,37	1,35	1,34	1,32	1,29	1,28	1,28	1,29	1,28	1,27	1,28	1,29	1,27	1,28	1,26	1,25	1,23
Ast	2,38	2,32	2,19	2,04	1,95	1,91	1,88	1,84	1,80	1,75	1,63	1,55	1,46	1,36	1,26	1,21	1,17	1,15	1,10
I. Bal	3,99	4,03	3,99	3,85	3,60	3,36	3,13	2,94	2,90	2,88	2,77	2,73	2,72	2,68	2,67	2,62	2,52	2,47	2,42
I. Can	1,77	1,78	1,73	1,71	1,64	1,59	1,55	1,51	1,50	1,49	1,44	1,43	1,42	1,41	1,41	1,40	1,39	1,38	1,36
Cant	3,13	3,02	2,81	2,65	2,49	2,34	2,23	2,08	1,92	1,82	1,66	1,58	1,59	1,47	1,38	1,35	1,33	1,30	1,26
CyL	1,51	1,54	1,55	1,53	1,50	1,48	1,44	1,41	1,40	1,35	1,31	1,27	1,25	1,21	1,19	1,18	1,16	1,14	1,11
CLM	1,51	1,52	1,53	1,55	1,54	1,47	1,45	1,41	1,37	1,30	1,24	1,16	1,11	1,08	1,04	1,02	1,00	1,00	1,01
Cat	2,56	2,61	2,55	2,53	2,46	2,39	2,36	2,40	2,38	2,36	2,29	2,23	2,22	2,15	2,03	2,03	2,02	2,04	2,01
Ext	1,67	1,80	1,84	1,83	1,76	1,63	1,52	1,42	1,36	1,31	1,24	1,13	1,05	0,98	0,93	0,89	0,87	0,85	0,82
Gal	2,07	2,06	2,01	1,94	1,89	1,81	1,73	1,69	1,64	1,60	1,53	1,47	1,42	1,36	1,30	1,25	1,23	1,20	1,17
Rioja	0,88	0,89	0,90	0,90	0,92	0,92	0,93	0,95	1,00	1,01	1,01	1,00	1,04	1,04	1,06	1,11	1,15	1,20	1,20
Mad	2,18	2,16	2,10	2,10	2,07	2,03	1,99	2,01	2,02	2,10	2,13	2,14	2,14	2,09	2,09	2,12	2,09	2,08	2,05
Mur	2,36	2,30	2,18	2,10	1,99	1,84	1,71	1,62	1,58	1,54	1,49	1,43	1,41	1,34	1,32	1,32	1,34	1,41	1,44
Nav	1,40	1,45	1,47	1,47	1,46	1,42	1,36	1,34	1,35	1,36	1,35	1,31	1,30	1,29	1,28	1,29	1,27	1,27	1,30
P.Vas	2,72	2,69	2,53	2,41	2,25	2,11	2,00	1,93	1,90	1,84	1,77	1,67	1,59	1,47	1,40	1,36	1,34	1,34	1,35
C.Val	2,00	2,06	2,04	1,97	1,90	1,83	1,83	1,82	1,81	1,81	1,75	1,73	1,70	1,61	1,57	1,55	1,54	1,54	1,55

5. Conclusiones

En este trabajo se ha realizado un análisis de la productividad y rentabilidad social de las infraestructuras de las regiones españolas a partir de la estimación por máxima entropía de funciones de producción Cobb-Douglas estimadas en el período 1980-

⁸ Este procedimiento de cálculo de la rentabilidad social no tiene en cuenta que el coste de la financiación de la dotación de infraestructuras sea mayor que el de la dotación de capital privado, al realizarse con impuestos distorsionadores. Es de esperar que su inclusión, al disminuir aún más la rentabilidad social, coloque a más regiones por debajo de la rentabilidad social positiva de las infraestructuras. Ver al respecto Alonso-Carrera, Freire-Serén y Manzano (2004).

1998. La estimación por máxima entropía permite tratar empíricamente fenómenos económicos caracterizados por la escasez de datos y la correlación entre las variables del modelo. En este sentido, ha permitido obtener evidencia sobre aspectos poco analizados en la literatura: la existencia de invariabilidad temporal en la elasticidad *output* con respecto a las infraestructuras y de notables diferencias regionales en cuanto al valor de ésta. A partir de estos resultados, y con la finalidad de tratar la heterogeneidad regional, se estiman funciones de producción para las 17 regiones y se utilizan las estimaciones obtenidas sobre la elasticidad *output* del capital público y privado en cada región para calcular la productividad marginal y rentabilidad social de sus infraestructuras. La descomposición de la diferencia de productividad entre regiones muestra la influencia de la elasticidad *output* de las infraestructuras en la explicación de estas diferencias de productividad. Los resultados obtenidos nos muestran diferencias regionales relevantes y una clara tendencia al descenso en ambos conceptos. Precisamente el descenso en la rentabilidad social muestra una realidad preocupante, con regiones en las que habría dejado de ser rentable socialmente la inversión en infraestructuras frente a la inversión en capital privado.

Bibliografía

- Ai, C. y Cassou, S. (1997): «On public capital analysis with state data». *Economics Letters*, 57:209-212.
- Alonso-Carrera, J.; Freire-Serén, M.J. y Manzano, B. (2004): «Rentabilidad social de la inversión pública española en infraestructuras». *Hacienda Pública Española/Revista de Economía Pública*, 170 (3/2004): 81-103.
- Álvarez, A.; Orea, L. y Fernández, J. (2003): «La productividad de las infraestructuras en España». *Papeles de Economía Española*, 95:125-136.
- Aschauer, D.A. (1989): «Is public expenditure productive?» *Journal of Monetary Economics*, 23(2):177-200.
- Cordero, G. y Gayoso, A. (1997): *Evolución de las economías regionales en los primeros 90*. Dirección de Análisis y Programación Presupuestaria, Ministerio de Economía y Hacienda, noviembre, Madrid.
- de la Fuente, Á. (2002): «Infraestructuras y productividad: un panorama de la literatura», en de la Fuente, A., *Fondos Estructurales, inversión en infraestructuras y crecimiento regional*, Documentos de Economía, n.º 18, Centro de Investigación Económica y Financiera, Fundación Caixa Galicia.
- Delgado, M.J. y Álvarez, I. (2000): «Las infraestructuras productivas en España: Estimación del *stock* en unidades físicas y análisis de impacto en la producción privada regional». *Revista Asturiana de Economía*, 19:155-180.
- Draper, M. y Herce, J.A. (1994): «Infraestructuras y crecimiento: un panorama». *Revista de Economía Aplicada*, 6 (vol. II):129-168.
- Ezcurra, R., Gil, C., Pascual, P. y Rapún, M. (2005): «Public capital, regional productivity and spatial spillovers». *Annals of Regional Science*, 39(3):471.
- Fraser, I., (2000): «An application of maximum entropy estimation: the demand for meat in the United Kingdom». *Applied Economics*, 32(1):45-59.
- Freire, M.J. y Alonso, J. (2002): «Infraestructuras Públicas y desarrollo económico de Galicia», en de la Fuente, Á., Freire, M.J. y J. Alonso, *Infraestructuras y desarrollo regional*, Doc. de Economía 15, Fundación Caixa Galicia.
- Fundación BBVA (2003): *El stock de capital en la economía española y su distribución territorial*. Bilbao.
- García-Fontes, W. y Serra, D. (1994): «Capital público, infraestructura y crecimiento», en J.M. Esteban y X. Vives (directores), *Crecimiento y Convergencia Regional en España y Europa*, vol. 2, Instituto de Análisis Económico, Barcelona, pp. 451-477.

- García-Milà, T. y McGuire, T.J. (1992): «The contribution of publicly provided inputs to states' economies». *Regional Science and Urban Economics*, 22:229-241.
- Gardebroek, C. y Oude Lansink, A. (2004): «Farm-specific Adjustment Costs in Dutch Pig Farming». *Journal of Agricultural Economics*, 55(1):3-24.
- Gil, C. (2001): *Capital Público y Convergencia en las Regiones Europeas*. Civitas, Madrid.
- Golan, A., Judge, G. y Miller, D. (1996): *Maximum Entropy Econometrics: Robust Estimation with Limited Data*. John Wiley & Sons.
- Golan, A.; Perloff, J.M. y Shen, E.Z. (2001): «Estimating a Demand System with Nonnegativity Constraints: Mexican Meat Demand». *The Review of Economics and Statistics*, 83(3):541-550.
- Gramlich, E. M. (1994): «Infrastructure Investment: A Review Essay». *Journal of Economic Literature*, vol. XXXII, set., pp. 1176-1196.
- Greene, W. (2000): *Econometric analysis*. Prentice Hall, New Jersey.
- Holtz-Eakin, D. (1994): «Public-sector capital and the productivity puzzle». *The Review of Economics and Statistics*, vol. 76 (1), feb., pp. 12-21.
- INE (2003): *Contabilidad Regional de España. Base 1995*. Madrid.
- Mas, M.; Maudos, J.; Pérez, F. y Uriel, E. (1994): «Capital público y productividad en las regiones españolas». *Moneda y Crédito*, 198:163-192.
- Mas, M.; Maudos, J.; Pérez, F. y Uriel, E. (1996): «Infrastructures and Productivity in the Spanish Regions». *Regional Studies*, 30(7): 641-649.
- Mas, M.; Pérez, F.; Serrano, L.; Soler, A. y Uriel, E. (2000): *Capital humano, series históricas 1964-2001*. BanCaja, Valencia.
- Moreno, R.; Artís, M.; López-Bazo, E. y Suriñach, J. (1997): «Evidence on the complex link between infrastructure and regional growth». *International Journal of Development Planning Literature*, 20:81-108.
- Munnell, A. (1990): «How does public infrastructure affect regional economic performance?». *New England Economic Review*, Federal Reserve Bank of Boston, set.-oct, pp. 11-32.
- Paris, Q. y Howitt, R.E. (1998): «An Analysis of Ill-Posed Production Problems Using Maximum-Entropy». *American Journal of Agricultural Economics*, 80:124-138.
- Shannon, C.E. (1948): «A Mathematical Theory of Communication». *Bell System Technical Journal*, 27:379-423.
- Vijverberg, W.P.M.; Vijverberg, C.P.C. y Gamble, J.L. (1997): «Public capital and private productivity». *The Review of Economics and Statistics*, 79(2):267-278.