

LAS BÓVEDAS CILÍNDRICAS Y SU EVOLUCIÓN HASTA LAS CÁSCARAS CILÍNDRICAS LARGAS DE CUBIERTA DE FÉLIX CANDELA. ANÁLISIS GEOMÉTRICO Y MECÁNICO

CYLINDRICAL VAULTS AND THEIR EVOLUTION TO FELIX CANDELA'S LONG CYLINDRICAL ROOF SHELLS. A GEOMETRIC AND MECHANICAL ANALYSIS

Mónica Martínez Martínez, Ernesto Echeverría Valiente

doi: 10.4995/ega.2017.7846



El hombre ha copiado de la naturaleza sus leyes geométricas para sacar las máximas cualidades de los materiales usándolas tanto en los aspectos formales, constructivos o en el cálculo estructural.

Se hace una revisión histórica que se remata con la aparición de un nuevo material como el hormigón armado y el máximo aprovechamiento estructural a través del uso del cálculo plástico de las cáscaras cilíndricas largas de Félix Candela.

PALABRAS CLAVE: GEOMETRÍA CONSTRUCTIVA. DISEÑO ARQUITECTÓNICO. ESTÁTICA GRÁFICA. CÁSCARAS CILÍNDRICAS LARGAS. FÉLIX CANDELA OUTERIÑO

Man has copied nature geometric laws to get the maximum quality of the materials. These geometric laws are used for years to this day both in the formal, constructive aspects or the structural calculation.

A historical review that is topped with the emergence of a new material such as reinforced concrete and the maximum structural utilization through the use of plastic calculation of long cylindrical shells of Felix Candela is made.

KEYWORDS: CONSTRUCTION GEOMETRY. ARCHITECTURAL DESIGN. GRAPHIC STATICS. LONG CYLINDRICAL SHELLS. FELIX CANDELA OUTERIÑO





1. Tumba de la Urna, Jordania, Petra
2. Dependencias de la Acrópolis Norte. Tikal, Guatemala

1. Urn Tomb, Petra, Jordan
2. Outbuildings of the Northern Acropolis. Tikal, Guatemala



1



2

La estrecha relación entre Arquitectura, Naturaleza y Geometría es algo constatado y ampliamente estudiado y documentado a lo largo de la historia (Pacioli, 1987), bien sea por la búsqueda de la belleza imitando las proporciones (Ghyka, 1977) que nos enseña la naturaleza o por la búsqueda del máximo aprovechamiento de las cualidades estructurales de los materiales a través de su propia forma y de las formas que se pueden construir con ellos (Crespo, 2016).

En la ciudad de Petra se construyeron espacios basados en las cavernas naturales y el espacio arquitectónico, a través del vaciado de la montaña, aprovechando la capacidad de resistencia a cortante de la piedra natural y el importante espesor de la capa superior de terreno como la Tumba de la Urna con un espacio diáfano de 19 x 21 metros (Fig. 1) del siglo I d. C.

La construcción de los primeros monumentos simbólicos fue usando las formas adinteladas con materiales obtenidos directamente de la naturaleza. Según se fue sofisticando el uso de los materiales podemos ver la aparición en templos o

palacios del uso de arcos o bóvedas triangulares (Fig. 2) de la Acrópolis Norte de Tikal (350 a. C.) basadas en la capacidad a cortante de pequeños vuelos de las piedras. Otra aplicación más sofisticada es la reproducción de piezas rectilíneas mediante la labra de dovelas rectas en los frontispicios de los templos griegos y romanos.

El uso del arco de medio punto permite cubrir mayores superficies con menos material, a costa de tener que contrarrestar los esfuerzos laterales, cosa que debido al tipo de materiales usados no era difícil y era intrínseco a la forma de construir. Como evolución tenemos las bóvedas de cañón, las bóvedas apuntadas, o las cúpulas que ejemplo tras ejemplo superan los límites de las creaciones anteriores como si de marcas olímpicas se tratara sacando el máximo partido a la forma de las piezas y a la forma del conjunto, usando la geometría tanto en lo formal (Bartolomei, 2015), como en lo constructivo (Giménez, 2016) y en el cálculo estructural (Estepa, 2016) (Salcedo, 2016).

El afán de la economía de medios nos lleva a la cúpula plana de El

The close relationship between architecture, nature and geometry is something that has been apparent and extensively studied and documented throughout history (Pacioli, 1987), as part of both the search for beauty imitating proportions (Ghyka, 1977) which nature shows us, or in the search for the maximum utilisation of the structural qualities of materials, using their own form and the forms that can be constructed with them (Crespo, 2016).

Spaces based on natural caverns and architectural space were constructed in the city of Petra, by emptying the mountain, taking advantage of the natural stone's level of shear strength and the thickness of the top layer of the soil. These included the Urn Tomb, with an open-plan space of 19 x 21 metres (Fig. 1), dating from the first century CE.

The construction of the first symbolic monuments used lintelled forms with materials obtained directly from nature. As the use of materials became more sophisticated, triangular arches or vaults appeared in temples or palaces (Fig. 2), as in the North Acropolis in Tikal (350 BCE.) based on the shear strength of small projections of stones. Another more sophisticated application is the reproduction of rectilinear pieces, by carving straight voussoirs in the segments on the frontispieces of Greek and Roman temples. The use of a semi-circular arch meant that larger areas could be covered with less material, although this mean it was necessary to counteract the lateral forces, which due to the type of materials used was not difficult and was intrinsic to the way the building was constructed. A further development was barrel vaults - pointed vaults or domes. Many examples



3. Perspectiva del Dywidaghalle. Fr. Dischinger y U. Finsterwalder. 1926. "Die Dywidag-Halle auf der Gesolei". *Der Bauingenieur* 7, figura 1, p. 929

3. Perspective of Dywidaghalle. Fr. Dischinger and U. Finsterwalder. 1926. "Die Dywidag-Halle auf der Gesolei". *Der Bauingenieur* 7, Figure 1, p. 929

surpassed the limits of previous creations, as if they were Olympic records, by making the most of the shape of the pieces and the form of the whole, and using geometry both formally (Bartolomei, 2015), in the construction (Giménez, 2016) and in the structural calculation (Estepa, 2016) (Salcedo, 2016).

The desire for an economy of resources leads to the flat dome at El Escorial, where Juan de Herrera covered a span of 7.81 metres with a structure of just 28 cm. (1/28 L). In the words of Ávila (98, p. 32) this dome can be considered "the pole of a dome of infinite radius curvature to explain that a curve is not appreciated in a cut section...". Its success lies in the perfection of the carving and the large size of the pieces (concentric rings of conical faces) and the reduced thickness of the mortar used (Rabasa and López, 2012, p. 179).

In 1699, the French engineer Joseph Abeille hypothesised that a single piece would enable this type of flat vault to be produced. According to Rabasa (1998), Abeille's theories and the variables proposed by Freizer (1737) were put into practice in Lugo and at the Pontón de la Oliva dam in Madrid.

The progress made in these centuries was the result of a process of trial and error, which provided the calculation models that enabled increasingly bold solutions to be proposed. The emergence of new materials and more refined means of calculation meant that the established limits for size and slenderness could be overcome. However, the forms continued to conform to those that had already been refuted by the experience of centuries.

Evolution of reinforced concrete flattened roofs

With the advent of reinforced concrete, it was possible to obtain thorough knowledge of its resistance and its advantages in terms of how it behaved in the event of fire and its economy. It was in utilitarian buildings, such as markets, stations and hangars, which had previously been associated with construction in steel, where reinforced concrete began to develop as a material capable of competing with the steel structures with large spans. Thin sheets, or reinforced concrete shells, became the predominantly used structural typologies for covering large spans with a minimum expenditure of material (Fig. 3).

Although these geometries were analysed mathematically from the 1920s onwards,



3

Escorial, donde Juan de Herrera se permite cubrir un espacio de 7,81 metros de luz con una estructura de apenas 28 cm., (1/28 L). Esta bóveda se puede considerar en palabras de Ávila (98, p.32) como "el polo de una cúpula de radio infinito para explicar que no se aprecie curvatura en el tramo cortado...". El éxito está en la perfección de la labra y el gran tamaño de las piezas (anillos concéntricos de caras cónicas), así como el reducido espesor del mortero empleado (Rabasa y López, 2012, p 179).

El ingeniero francés Joseph Abeille en 1699 planteó de forma teórica que una única pieza permitiera desarrollar este tipo de bóvedas planas. Según Rabasa (1998) las teorías de Abeille o las variables propuestas por Freizer (1737) fueron llevadas a la práctica en Lugo y en el Pontón de la Oliva, en Madrid.

El avance obtenido en estos siglos es fruto de un proceso de prueba y error del que se van obteniendo los modelos de cálculo para poder proponer soluciones cada vez más audaces.

La aparición de nuevos materiales y el refinamiento de los medios de cálculo permite romper los límites establecidos en cuanto dimensiones y esbelteces, pero las formas siguen ajustándose a las ya refutadas por la experiencia de siglos.

Evolución de las cubiertas laminares de hormigón armado

Con la aparición del hormigón armado, se logra obtener un conocimiento riguroso del funcionamiento resistente y de sus ventajas en relación al comportamiento ante el fuego y economía.

Será en el terreno de las construcciones utilitarias, como mercados, estaciones, hangares, asociados hasta entonces a una construcción en acero, donde el hormigón armado comenzará a desarrollarse como material capaz de competir con el acero en estructuras de grandes luces. En este sentido serán las láminas delgadas, o cáscaras de hormigón armado, las que se impondrán como tipologías estructurales capaces de cubrir grandes luces con un gasto mínimo de material (Fig. 3).

A pesar de que el análisis matemático de estas geometrías fue desarrollado desde los años 20, especialmente en Alemania, los estudios teóricos iniciales plantearon serios problemas de aplicación práctica, motivados por la inexistencia de un sistema de cálculo matemático rápido y sencillo. Por ello, estas tipologías fueron construyéndose de manera paralela a la búsqueda de un método de cálculo apropiado; adop-



tándose, por tanto, formas geométricas sencillas para su ejecución.

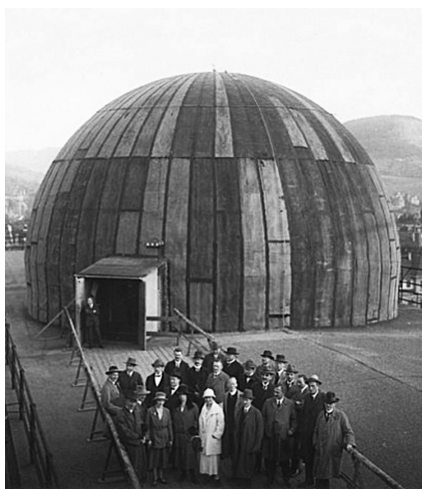
En un primer momento, se utilizaron soluciones derivadas de la cúpula esférica, pudiendo citar el ya casi legendario Planetario de Jena de 1926 (Fig. 4).

Posteriormente se impusieron el uso de las bóvedas laminares formadas por superficies cilíndricas, o también denominadas cáscaras cilíndricas largas, como geometría ideal para cubrir espacios de tipo utilitario. En este sentido, cabe destacar las utilizadas para cubrir el imponente mercado de Frankfurt en 1928 (Fig. 5 y 6).

En España, también se pueden incluir importantes ejemplos como el mercado de Algeciras en 1933, donde se opta por la solución de cúpula sobre planta octogonal, las impresionantes láminas de hormigón armado en forma de hiperboloides que cubren las tribunas del Hipódromo de la Zarzuela de Madrid, finalizadas en 1936 e inauguradas en 1941, o las cáscaras cilíndricas utilizadas en 1935 en la cubierta del frontón Recoletos de Madrid (Fig. 7); todas ellas obras de Eduardo Torroja.

Aunque las cáscaras cilíndricas largas ya se habían desarrollado con anterioridad a la guerra, será tras finalizar ésta cuando comenzarán a tipificarse; convirtiéndose en una solución eficiente y competitiva frente a otras alternativas de cubrición más propias del acero.

En este contexto, y a partir de los años 50, aparecieron arquitectos o/ingenieros, como G.v. Kazinczy, K.W. Johansen, H. Lundgren o el propio Félix Candela, así como su socio Juan Antonio Tonda, que comenzaron a estudiar diferentes estados de equilibrio, obtenidos a partir de la propia



4

geometría de la cáscara cilíndrica, logrando así calcular matemáticamente, de manera sencilla y segura, estas tipologías estructurales.

Influencia de la geometría en el análisis estructural en la obra de Félix Candela

Mucho se ha escrito sobre la vida y obra del arquitecto Félix Candela Outeriño (1910-1997). Sin embargo, apenas se ha analizado la trascendencia que supuso su conocimiento sobre la repercusión de la geometría en el cálculo de sus estructuras.

Las estructuras laminares de hormigón armado, que se construían en Europa desde los años 20, habían llamado poderosamente la atención del joven Candela durante sus estudios en la carrera. Pero será en 1945, seis años después de su llegada a México, cuando Candela se dedicará a su estudio y análisis estructural. Es en este momento cuando Candela se interesará, no sólo por los estudios alemanes publicados al respecto, sino también por el trabajo realizado por los daneses K.W. Johansen y H. Lundgren.

Será precisamente el ingeniero danés Knud Winstrup Johansen, quien en 1944 publica un artículo (Fig. 8) en donde, por primera vez, se realiza el desarrollo analítico de una cáscara cilíndrica larga real,

4. Cúpula geodésica del Planetario de Jena en su inauguración. 1926. "Das Zeiss-Planetarium in Jena". *Die Form*, Vol. 1, figura 3, p. 19

4. Geodesic dome of the Planetarium Jena at its inauguration. 1926. "Das Zeiss-Planetarium in Jena". *Die Form*, Vol. 1, figure 3, p. 19

especially in Germany, the initial theoretical studies posed serious problems in terms of their practical application, due to the lack of a system for fast and simple mathematical calculation. These types of buildings were therefore constructed while an appropriate calculation method was being sought; they therefore adopted simple geometric forms in their execution.

Solutions derived from the spherical dome were used at first, such as the almost legendary Planetarium Jena in 1926 (Fig. 4).

Laminar arches formed by cylindrical surfaces subsequently became popular. They were also known as long cylindrical shells, and were the ideal geometry for covering utilitarian spaces. Examples include those used to cover the imposing market in Frankfurt in 1928 (Fig. 5 and 6). There are also important examples in Spain, such as the market in Algeciras of 1933, where the solution of a dome on an octagonal floorplan was used, the stunning reinforced concrete sheets shaped as hyperboloids which cover the stands at the Hippodrome of the Zarzuela in Madrid, and which were completed in 1936 and inaugurated in 1941, and the cylindrical shells used in 1935 on the roof of the Recoletos Frontón in Madrid (Fig. 7). All of these were works by Eduardo Torroja. Although cylindrical shells had already been developed before the war, they began to become widespread afterwards; they became an efficient and competitive solution compared to other roofing alternatives that used steel.

In this context, from the 1950s onwards, architects and/or engineers emerged, including Kazinczy, K.W. Johansen, H. Lundgren and Félix Candela and his partner Juan Antonio Tonda. They started to study the different states of equilibrium obtained from the geometry of the cylindrical shell, thereby mathematically calculating these types of structure simply and accurately.

The influence of geometry on structural analysis in the work of Félix Candela

A great deal has been written about the life and work of the architect Félix Candela Outeriño (1910-1997). However, there has been very little examination of the impact of this knowledge on how geometry was used in the calculation of his structures.

Laminar reinforced concrete structures, which had been built in Europe since the 1920s, had attracted the attention of the young Candela during his studies for his degree. However, it



was in 1945, six years after his arrival in Mexico, when Candela concentrated on their study and structural analysis. At this time, Candela became interested not only in the German studies published on the subject, but also in the work done by the Danes K.W. Johansen and H. Lundgren.

The Danish engineer Knud Winstrup Johansen published an article (Fig. 8) in 1944 in which a real long cylindrical shell was analysed for the first time. It was part of the restaurant in the General Broadcasting Corporation building, and was based on purely geometrical aspects (Fig. 9). These studies, begun by Johansen, were developed some years later by his fellow Danish engineer Hegel Lundgren. In 1949, he formulated a theory for application, which was practical, clear and simple, based on obtaining states of equilibrium in a long cylindrical shell using its geometry (Fig. 10).

The theory formulated by Johansen and subsequently developed by Lundgren was studied and applied by Félix Candela in his structural analysis of long cylindrical roof shells. Years later, Antonio Tonda Magallón, a follower and collaborator of Candela, would disseminate this theory in Spanish with the publication of his book in 1973 (Fig. 11). Based on a study of these writings, Candela analysed long cylindrical shells using a simple method of equilibrium, obtained from the geometry of the structure itself.

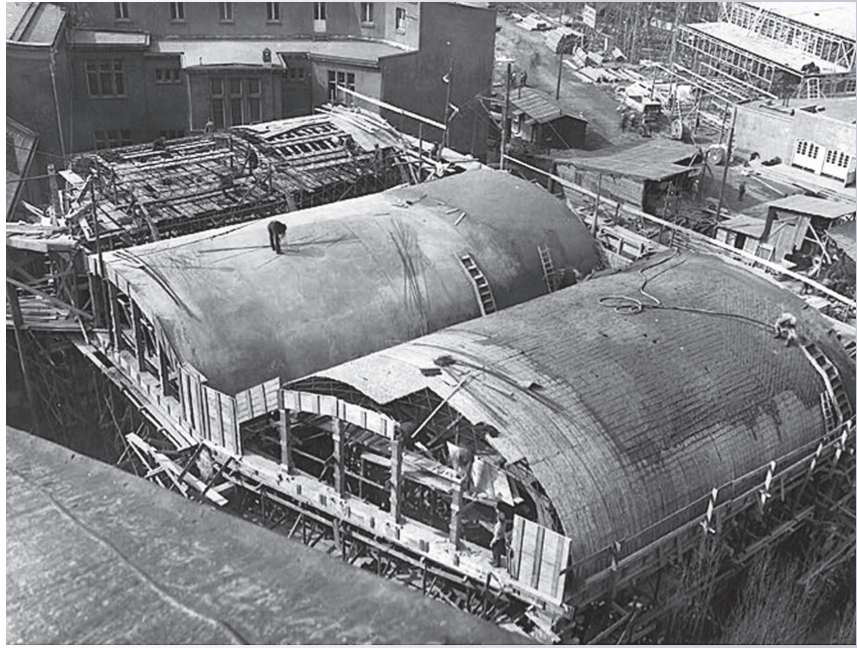
From a universal point of view, the determining factor in the choice of a structural form or geometry is the real state of the analytical technique that must be used in the preliminary investigation or analysis of the structure. For this reason, Candela decided that analysing and executing these geometries would determine whether what had previously been written about them was true or not.

He thereby succeeded in calculating and executing his first long cylindrical shell for the roof of the Almacén Pisa in 1951 (Fig. 12).

As Candela described it, the method consists of likening the shell's behaviour to that of a reinforced concrete beam (Fig. 13), for which the calculation process consists of:

Longitudinal calculation of the shell

The state of equilibrium in the shell is achieved by transferring the stress from the areas under most strain to the areas under least strain; this all depends on the transverse geometry of the shell,



5



6



7



5. Cáscaras cilíndricas largas de la cubierta, en construcción, del Dywidaghalle. Fr. Dischinger y U. Finsterwalder. 1.926. "Die Dywidag-Halle auf der Gesolei". *Der Bauingenieur* 7, figura 3, pp. 929, 930.

6. Vista interior del Grossmarkthalle de Frankfurt. Fr. Dischinger y U. Finsterwalder. 1.928. <http://www.vorjohann.de/grossmarkthalle1928/index.html>

7. Vista interior de la cubierta del frontón Recoletos, Eduardo Torroja 1.935, Madrid. <http://artchist.blogspot.com.es/2015/10/fronton-recoletos-by-eduardo-torroja.html>

8. Johansen K.W. (1944). "Skalkonstruktion paa Radiohuset. Beregning og forsog". *Bygningsstatistiske Meddelelser*, n° 15, p. 1

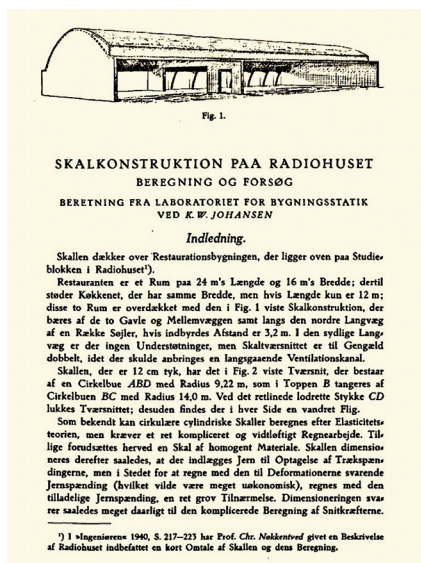
5. Long cylindrical shells on the roof, under construction, in the Dywidaghalle. Fr. Dischinger and U. Finsterwalder. 1.926. "Die Dywidag-Halle auf der Gesolei". *Der Bauingenieur* 7, figure 3, pp. 929, 930

6. Interior view of the Grossmarkthalle in Frankfurt. Fr. Dischinger and U. Finsterwalder. 1.928. <http://www.vorjohann.de/grossmarkthalle1928/index.html>

7. Interior view of the roof of the Recoletos Frontón, Eduardo Torroja 1935, Madrid.

<http://artchist.blogspot.com.es/2015/10/fronton-recoletos-by-eduardo-torroja.html>

8. Johansen K.W. (1944). "Skalkonstruktion paa Radiohuset. Beregning og forsog". *Bygningsstatistiske Meddelelser*, no. 15, p. 1



8

perteneciente al restaurante del edificio General Broadcasting Corporation, atendiendo a aspectos puramente geométricos (Fig. 9).

Estos estudios, iniciados por Johansen, serán desarrollados años más tarde por el también ingeniero danés Hegel Lundgren; quien en 1949 formuló una teoría de aplicación, práctica, clara y sencilla, basada en la obtención de estados de equilibrio, en una cáscara cilíndrica larga, a partir de su geometría (Fig. 10).

La teoría formulada por Johansen y desarrollada, posteriormente, por Lundgren fue estudiada y aplicada por Félix Candela en el análisis estructural de sus cáscaras cilíndricas largas de cubierta. Años más tarde, Antonio Tonda Magallón, discípulo y colaborador de Candela, difundirá esta teoría en castellano gracias a la publicación de su libro en 1973 (Fig. 11).

En base al estudio de estos escritos mencionados, Candela analiza las cáscaras cilíndricas largas utilizando un método sencillo de equilibrio, obtenido a partir de la geometría propia de la estructura.

Desde un punto de vista universal, el factor determinante para la elección de una forma o geometría estructural es el estado real de la técnica analítica que ha de servirnos para la investigación o análisis previo de la estructura. Por esta razón, Candela decidió que analizando y ejecutando él mismo estas geometrías podía conocer si lo previamente escrito, acerca de ellas, era o no verdad.

De este modo, logró calcular y ejecutar su primera cáscara cilíndrica larga para la cubierta del Almacén Pisa en 1951 (Fig. 12).

El método empleado, tal y como lo describe Candela, consiste, en asemejar el comportamiento de la cáscara al de una viga de hormigón armado (Fig. 13), cuyo proceso de cálculo consiste en:

Cálculo longitudinal de la cáscara

El estado de equilibrio en la cáscara se consigue por medio del traspaso de esfuerzos de las zonas más solicitadas a las que lo están menos;

the location of the neutral fibre and the various provisions made for the reinforcement (Fig. 14). The arm of the lever is obtained by randomly selecting a neutral line in the transverse section of the shell, and the internal stresses are counteracted with the moments due to loads. The area for reinforcement required for this particular state of equilibrium is obtained by basic arithmetic. The state of equilibrium thereby obtained is therefore one solution to the problem, but not the only one. On this basis, and given a transverse geometry, it is possible to study any state of the structure in which equilibrium between the acting forces occurs. Candela evaluated various stages of equilibrium, and chose the most suitable alternative for the structure in question.

Transverse calculation of the shell

Similarly, and based exclusively on purely geometric and balance considerations, Candela calculated the shear stresses and their location in the transverse section of the shell. He subsequently analysed the transverse static moments, i.e. considering the equilibrium in a transverse part of the shell. With all these data, the necessary transverse reinforcement could be obtained immediately (Fig. 15); and the amount of reinforcement in the entire shell to achieve the state of equilibrium chosen by Candela was determined a priori in the geometry of the structure.

Two years later, in 1953, Candela began the construction of the new CIBA Laboratories (Fig. 16), where he projected long cylindrical shells in the form of a sawtooth on the laboratory areas. These roofs were analysed and calculated in a similar way.

In 1967, with Max Cetto, he executed the Tenería Temola building in Morelos, Mexico; used for leather footwear (Figs. 17 and 18).

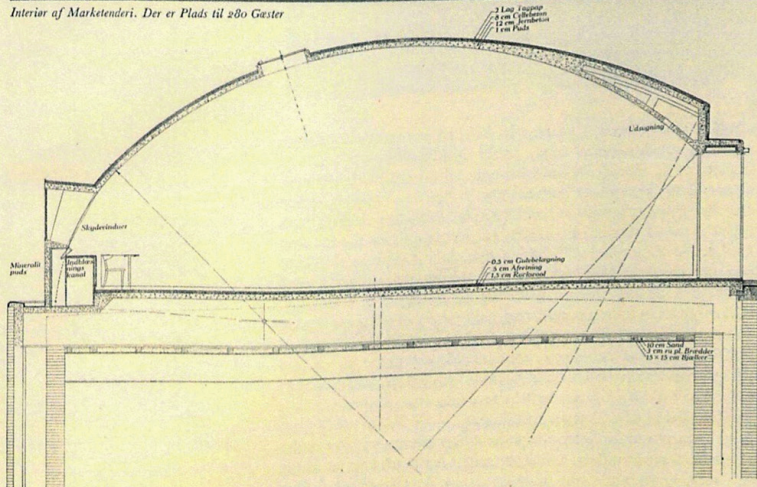
The method used by Felix Candela to calculate the long cylindrical shells for the roofs of these buildings is therefore based on choosing the correct state of equilibria between the forces and moments acting on the chosen transverse section, which the structure adopts at some intermediate stage before it collapses. In other words, Candela analyses different certain states of equilibrium which are therefore valid obtained from the geometry of the structure.

Conclusions

Based on the above, it can be concluded that the geometric analysis of the transverse and



Interior of Markendeti. Der er Plads til 280 Gæster

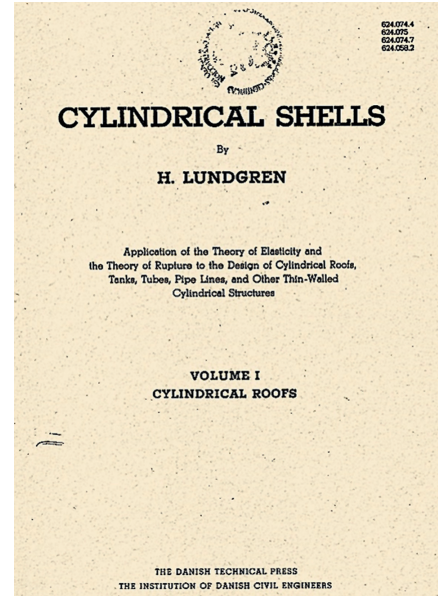


Snit
Vilhelm Lauritzen: Statsradionens Bygning. Markendeti, Interior og Snit 1:100. I højre Side er Tagets Friliggende 25 m. Overdelen af Stutte 2 ses som den nederste Æske med Loft af Træ, belastet med Sand
 137

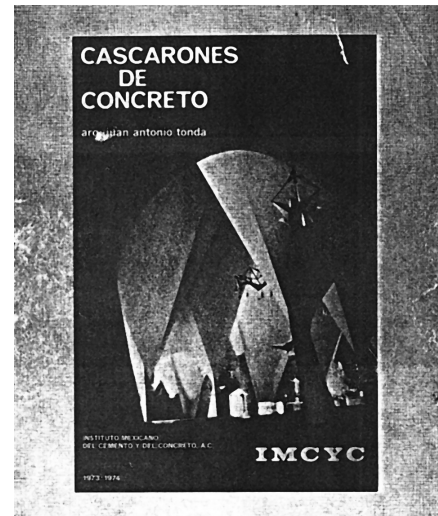
9

longitudinal sections of long cylindrical shells for roofs can be used to obtain various states of equilibrium, in order to enable a simple and accurate calculation of the structure. The various states of equilibrium obtained in the shell are obtained depending on the transverse geometry of the shell, the location of the neutral fibre and the various arrangements chosen for the reinforcement. The state of equilibrium obtained from purely geometrical considerations is therefore a solution to the problem, but not the only one. Of all the states of equilibrium, the designer can choose the one they consider the most appropriate for the structure and its conditions. The extreme simplicity of the method, together with the sound judgement of the engineers who used it, such as Félix Candela, is really what made it possible to calculate these structures, until the advent of computers and sophisticated software. ■

dependiendo, todo ello, de la geometría transversal de la cáscara, la ubicación de la fibra neutra y las diferentes disposiciones que se elija para la armadura (Fig. 14). Al seleccionar aleatoriamente una línea neutra, en la sección transversal de la cáscara, se obtiene el brazo de palanca, para el cual los esfuerzos internos se contrarrestan con los momentos debidos a las cargas. Con aritmética elemental se obtiene el valor del área de armado necesario para ese estado de equilibrio, así obtenido, es una solución al problema, pero no la única. En base a ello, y dada una geometría transversal, cualquier estado



10



11

de la estructura en el que se produzca equilibrio entre las fuerzas actuantes puede ser objeto de estudio. Candela evaluaba diferentes estadios de equilibrio, escogiendo el más idóneo para su estructura en cuestión.

Cálculo transversal de la cáscara

De igual manera, atendiendo exclusivamente a consideraciones puramente geométricas y de equilibrio, Candela calcula los esfuerzos cortantes y su ubicación en la sección transversal de la cáscara. Posteriormente, analiza los momentos transversales por estática, es decir, considerando el equilibrio existente en una franja trans-



- 9. Statsradiofonien. (1946). "Radiohuset: den Danske Statsradiofonis nybygning i Kobenhavn". Akademisk Arkitektforening, p.137
- 10. Lundgren H. (1949). Cylindrical Shells. Volumen I Cylindrical Roofs. The Danish Technical Press the Institution of danish Civil Engineers
- 11. Juan Antonio Tonda Magallón. (1974). Cascarones de Concreto
- 12. Vista interior del Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México, México 1951. Arquitectos: Félix Candela y José Luis Certucha. <http://www.tumblr.com>
- 13. Esquema de semejanza entre viga de hormigón armado y cáscara cilíndrica larga. Faber, C., Echegaray, M.M. y Candela, F. 1970. Las estructuras de Candela. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-España-Argentina-Chile, p. 43

- 9. Statsradiofonien. (1946). "Radiohuset: den Danske Statsradiofonis nybygning i Kobenhavn". Akademisk Arkitektforening, p. 137
- 10. Lundgren H. (1949). Cylindrical Shells. Volume I Cylindrical Roofs. The Danish Technical Press. The Institution of Danish Civil Engineers
- 11. Juan Antonio Tonda Magallón. (1974). Concrete Shells
- 12. Interior view of the Almacén Pisa, San Bartolo, State of Mexico, Mexico 1951. Architects: Felix Candela and José Luis Certucha. <http://www.tumblr.com>
- 13. Diagram of similarity between a reinforced concrete beam and a long cylindrical shell. Faber, C., Echegaray, M.M. and Candela, F. 1970. Las estructuras de Candela. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-Spain-Argentina-Chile, p. 43

momentos actuantes en la sección transversal elegida, que la estructura adoptase en alguna fase intermedia antes de producirse el colapso. Es decir, Candela analiza diferentes estados de equilibrio seguros y, por tanto, válidos, obtenidos a partir de la geometría de la estructura.

Conclusiones

En base a todo lo expuesto, se concluye que a partir del análisis geométrico de la sección transversal y longitudinal de las cáscaras cilíndricas largas de cubierta se pueden obtener diferentes estados de equilibrio, tales que permitan realizar un cálculo sencillo y seguro de la estructura.

References

- ÁVILA, J. M. 1998. Análisis geométrico y mecánico de las bóvedas planas del Monasterio de San Lorenzo de El escorial. 2º Congreso Nacional de Historia de la Construcción. A Coruña. CEHOPU.
- BARTOLOMEI, C. and IPPOLITO, A., 2015 The idiom of geometry and symbolism of the lighthouses in Italy. Revista EGA. Nº 25. Pág.192-199.
- CANDELA, F., 1951. Hacia una Nueva Filosofía de las Estructuras. II Congreso Científico Mexicano (Commemorativo del IV Centenario de la Universidad). Revista Ingeniería, Vol. XXV, nº2, México.
- CRESPO, I. and ÁVILA, G., 2016, A third guideline for a ruled Surface. The equal distribution. Revista EGA nº 27. Pág. 198 a 209.
- ESTEPA, A. ESTEPA J., 2016. The method of slices as control system of the layout and construction of the Vandelvira's vaults. Revista EGA 27. Pág. 232 a 241.
- FABER, C., ECHEGARAY, M.M. and CANDELA, F. 1970. Las estructuras de Candela. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-España-argentina-Chile.
- FREIZER, A. F., 1737. Traite de Stéréotomie a l'usage de l'architecture. Paris.
- GHYKA, M., 1977. Estética de las Proporciones en la Naturaleza y en las artes. Ed. Poseidon, Barcelona.

versal de la cáscara. Con todos estos datos, la obtención de la armadura transversal necesaria es inmediata (Fig. 15); quedando determinada la cantidad de refuerzo en la totalidad de la cáscara para ese estado de equilibrio elegido por Candela, a priori, en la geometría de la estructura.

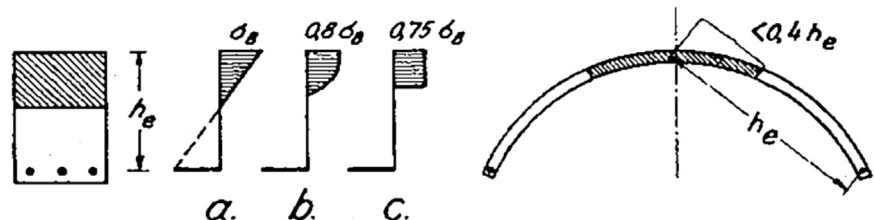
Dos años más tarde, en 1953, Candela comienza la construcción de los nuevos Laboratorios CIBA (Fig. 16), donde proyecta cáscaras cilíndricas largas en forma de diente de sierra, sobre las áreas de los laboratorios. Estas cubiertas fueron analizadas y calculadas de manera análoga.

En 1967, ejecuta junto con Max Cetto, el edificio para la Tenería Temola, ubicado en Morelos, México; destinado al mercado de pieles para calzado (Figs. 17 y 18).

El método empleado por Félix Candela para calcular las cáscaras cilíndricas largas, que conforman las cubiertas de estos edificios, se basa pues en elegir un estado adecuado de equilibrio, entre fuerzas y



12



13



- GIMÉNEZ MATEU, L., NAVARRO DELGADO, I., and CABRERA GUARDIOLA, A., 2016. Approximation of surfaces for the execution of timber vaults. Revista EGA nº 27. Pág. 220 a 231.
- JOHANSEN, K.W., 1944. Skalkonstruktion paa Radiohuset. Bygningsstatistiske Meddelelser, (15), p. 1-26.
- KAZINCZY, G.v., 1933. Die Plastizität des Eisenbetons. Beton und Eisen, p. 74-80.
- LUNDGREN, H., 1949. Cylindrical Shells. Volumen I: Cylindrical Roofs. The Danish Technical Press the Institution of Danish Civil Engineers.
- PACIOLI, L. 1987. Divina Proportione. Ed. Akal, Madrid.
- RABASA, E. 1998. La bóveda plana de Abeille en Lugo. 2º Congreso Nacional de Historia de la Construcción. A Coruña. CEHOPU.
- RABASA, E. and LÓPEZ, A. 2012. El Escorial, Estereotomía de la piedra. El Escorial: historia, arte, ciencia y matemáticas. Pág. 149 a 180. Madrid. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- SALCEDO, M. and CALVO, J. 2016. The ring vault in the palace of Charles V in Granada. Survey and geometric analysis. Revista EGA 28. Pág. 52 a 59.
- TONDA, J. A., 1973. Cascarones de Concreto. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto A.C.

Los diferentes estados de equilibrio, obtenidos en la cáscara, se consiguen dependiendo de la geometría transversal de la cáscara, la ubicación de la fibra neutra y las diferentes disposiciones que se elija para la armadura.

El estado de equilibrio, obtenido pues a partir de consideraciones puramente geométricas, es una solución al problema, aunque no la única.

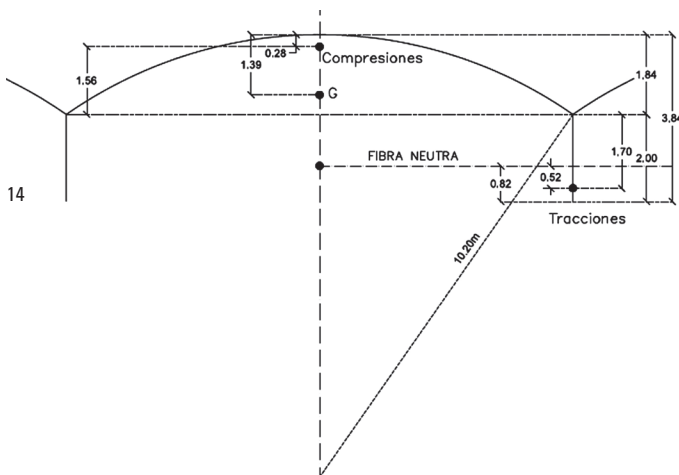
De todos los estados de equilibrio, el proyectista podrá elegir aquel que considere el más adecuado para su estructura y las condiciones de ésta.

La extremada sencillez del método, junto con el buen criterio de

los ingenieros que así lo emplearon como fue el caso de Félix Candela, es lo que hizo realmente posible calcular este tipo de estructuras, hasta la aparición de los computadores con sus sofisticados programas informáticos. ■

Referencias

- ÁVILA, J. M. 1998. Análisis geométrico y mecánico de las bóvedas planas del Monasterio de San Lorenzo de El escorial. 2º Congreso Nacional de Historia de la Construcción. A Coruña. CEHOPU.
- BARTOLOMEI, C. y IPPOLITO, A., 2015. Faros italianos entre geometría y simbolismo. Revista EGA. Nº 25. Pág.192-199.
- CANDELA, F., 1951. Hacia una Nueva Filosofía de las Estructuras. II Congreso Científico Mexicano (Conmemorativo del



14. Obtención de la fibra neutra de un estado de equilibrio en la sección transversal de la cáscara cilíndrica larga proyectada por F. Candela para el Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México, 1951. Dibujo de elaboración propia

15. Cálculo transversal y ubicación de armadura en la cáscara cilíndrica larga para la cubierta del Almacén Pisa, San Bartolo, Estado de México. Candela, F. 1970. *Las estructuras de Candela*. Compañía Editorial Continental, S.A. México-España-Argentina-Chile, p. 50

14. Obtaining the neutral fibre of a state of equilibrium in the transverse section of the long cylindrical shell designed by F. Candela for the Almacén Pisa, San Bartolo, State of Mexico, 1951. Drawing by the author

15. Calculation of the transverse section and location of reinforcement in the long cylindrical shell for the roof of the Almacén Pisa, San Bartolo, State of Mexico. Candela, F. 1970. *Las estructuras de Candela*. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-Spain-Argentina-Chile, p. 50

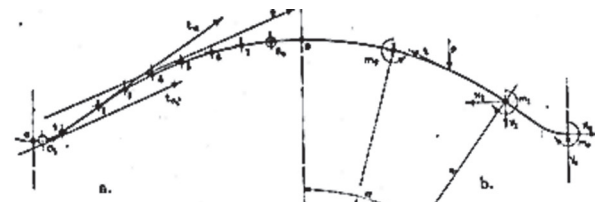
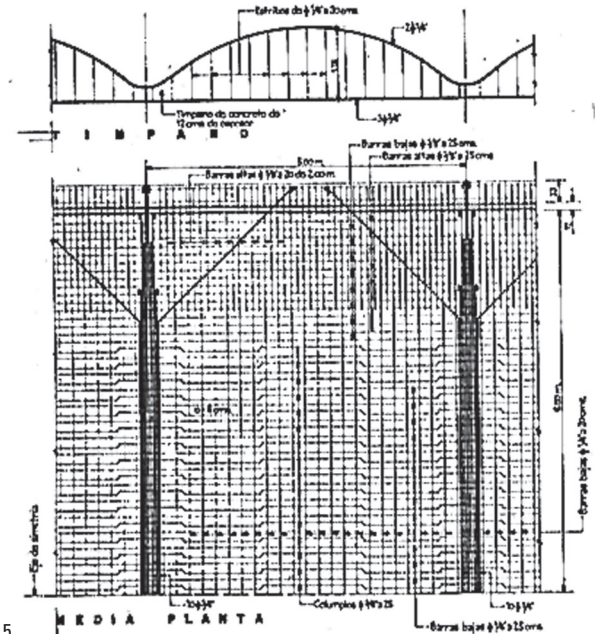


FIG. 3: a) esfuerzos cortantes. b) momentos transversales



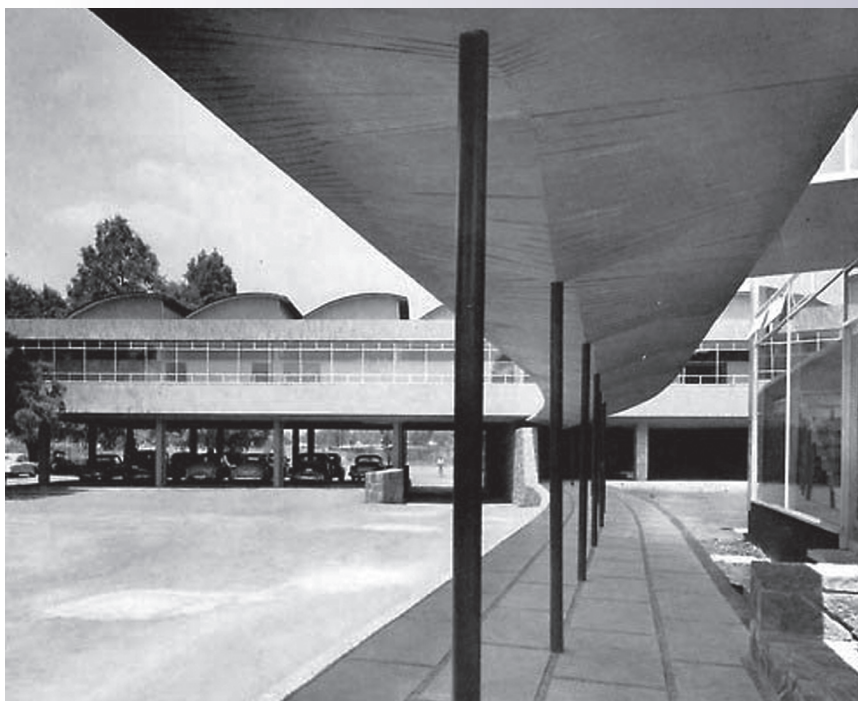


16. Vista interior del patio entre la producción y el almacenamiento de los Laboratorios CIBA, Churubusco, Estado de México, México 1954. Arq.: Alejandro Prieto, Arq. colaborador: Enrique Manzaneres y colaborador técnico: Félix Candela. <http://www.tumblr.com>
 17 y 18. Alzados exteriores de la fábrica Tenería Témola, México 1967. Félix Candela y Max Cetto. <http://www.tumblr.com>

16. Interior view of the courtyard between production and storage in the CIBA Laboratories, Churubusco, State of Mexico, Mexico 1954. Architect: Alejandro Prieto, Associate architect: Enrique Manzaneres and technical partner: Félix Candela. <http://www.tumblr.com>
 Figure 17 and 18: Exterior elevations of the Tenería Témola factory, Mexico 1967. Félix Candela and Max Cetto. <http://www.tumblr.com>

IV Centenario de la Universidad). *Revista Ingeniería*, Vol. XXV, n°2, México.

- CRESPO, I. y ÁVILA, G., 2016, La tercera directriz: la equidistribución. Parametrización de superficies regladas en la arquitectura. *Revista EGA* n° 27. Pág. 198 a 209.
- ESTEPA, A. ESTEPA J., 2016. El método de los gajos como sistema de control en el trazado y la construcción de las cubriciones abovedadas Vandelvirianas. *Revista EGA* 27. Pág. 232 a 241.
- FABER, C., ECHEGARAY, M.M. y CANDOLA, F. 1970. *Las estructuras de Candela*. Compañía Editorial Continental, S.A. Mexico-España-argentina-Chile.
- FREIZER, A. F., 1737. *Traite de Stéréotomie a l'usage de l'architecture*. Paris.
- GHYKA, M., 1977. *Estética de las Proporciones en la Naturaleza y en las artes*. Ed. Poseidon, Barcelona.
- GIMÉNEZ MATEU, L., NAVARRO DELGADO, I., y CABRERA GUARDIOLA, A., 2016. Aproximación de superficies para la ejecución de bóvedas tabicadas. *Revista EGA* n° 27. Pág. 220 a 231.
- JOHANSEN, K.W., 1944. *Skalkonstruktion paa Radiohuset*. *Bygningsstatistiske Meddelelser*, (15), p. 1-26.
- KAZINCZY, G.v., 1933. Die Plastizitat des Eisenbetons. *Beton und Eisen*, p. 74-80.
- LUNDGREN, H., 1949. *Cylindrical Shells*. Volumen I: Cylindrical Roofs. The Danish Technical Press the Institution of Danish Civil Engineers.
- PACIOLI, L. 1987. *Divina Proportione*. Ed. Akal, Madrid.
- RABASA, E. 1998. La bóveda plana de Abeille en Lugo. 2º Congreso Nacional de Historia de la Construcción. A Coruña. CEHOPU.
- RABASA, E. y LÓPEZ, A. 2012. El Escorial, Estereotomía de la piedra. *El Escorial: historia, arte, ciencia y matemáticas*. Pág. 149 a 180. Madrid. Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.
- SALCEDO, M. y CALVO, J. 2016. La bóveda anular del Palacio de Carlos V en Granada. *Levantamiento y análisis geométrico y Constructivo*. *Revista EGA* 28. Pág. 52 a 59.
- TONDA, J. A., 1973. *Cascarones de Concreto*. Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto A.C.



16



17



17