# UNIVERSIDAD DE ALCALÁ

### ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

### Programa de Doctorado en Electrónica

Sistemas Electrónicos Avanzados. Sistemas Inteligentes



**Tesis Doctoral** 

# Control Self-triggered para seguimiento de trayectorias no lineales de robots con adaptación al retardo del canal

Carlos Santos Pérez.

2016

# UNIVERSIDAD DE ALCALÁ

### ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR

### Programa de Doctorado en Electrónica

Sistemas Electrónicos Avanzados. Sistemas Inteligentes



Control Self-triggered para seguimiento de trayectorias no lineales de robots con adaptación al retardo del canal

### Autor

Carlos Santos Pérez.

### Supervisores

Dr. Felipe Espinosa Zapata. Dr. Enrique Santiso Gómez.

2016

**Tesis Doctoral** 

# Agradecimientos

En primer lugar quiero dar las gracias a Felipe Espinosa, Enrique Santiso y Manuel Mazo Jr., por su dedicación en la dirección de esta tesis, sin su incalculable ayuda no hubiera sido posible.

No me quiero olvidar de mis compañeros del laboratorio OL3 y del grupo de investigación GEINTRA con los que he compartido muchos momentos de un gran valor. A mi amigo Mario, con el que empecé este reto y compartí muchas prácticas de laboratorio y horas de biblioteca.

A mis padres Rosa María y Juan Manuel, por darme las herramientas necesarias para afrontar esta tesis. En especial a mi madre, por poder contar con su consejo y ayuda en todo momento. A mi hermana Marta, por su apoyo incondicional. A mi abuela Eugenia, por seguir el desarrollo de esta tesis de principio a fin, siempre con interés y curiosidad por ver todos los vídeos y presentaciones, e incluso buscando nuevas ideas para mejorar el trabajo.

A Fátima, por su imprescindible ayuda en la parte final de esta tesis, encontrando siempre la manera de motivarme para lograr finalizar este documento.

## Resumen

Con la proliferación de los sistemas empotrados y los sistemas de control en red, los lazos de control requieren de una mayor funcionalidad. Esto es debido a que este tipo de sistemas no disponen de recursos computacionales y de comunicación dedicados, sino que estos recursos son compartidos por múltiples tareas. Así, las leyes de control que se implementan de forma periódica, resultan ser muy conservadoras. En este tipo de sistemas el controlador actualiza la ley de control con un periodo de tiempo fijo, sin tener en cuenta el estado en el que se encuentre la planta, produciéndose un uso ineficiente de los recursos compartidos.

Esta tesis propone el uso de una técnica de control novedosa, denominada Self-triggered Control (STC), donde el controlador actualiza el sistema con una nueva señal de control únicamente cuando es necesario. Por necesario entendemos que el sistema necesita una nueva actualización para garantizar un nivel de comportamiento deseado. En primer lugar, hemos aplicado el STC al problema de controlar de forma remota una unidad robótica P3-DX a través de un canal de comunicaciones inalámbrico. Para ello consideramos el modelo lineal de la unidad robótica y un retardo de canal fijo. Para mejorar la relación entre el número de actualizaciones y el error de seguimiento de la referencia, hemos diseñado una solución de control adaptativa. La principal idea de esta técnica es hacer la condición de disparo más exigente cuando el sistema se encuentra alejado de su punto de equilibrio, y por el contrario, relajarla cuando se encuentra cerca de este. Para validar nuestros resultados, hemos comparado nuestra solución de control con controles periódicos y STC diseñados previamente por otros autores.

A continuación hemos añadido complejidad al problema a resolver, teniendo en cuenta retardos variables del canal de comunicaciones. Hemos implementado un escenario en el que cuatro robots P3-DX son controlados de forma remota por un mismo ordenador, a través del extendido estándar de comunicaciones IEEE 802.11g. Diseñamos una solución STC adaptativa en la que tenemos en cuenta la ocupación real del canal de comunicaciones. De esta forma, el controlador es el encargado de gestionar el uso del canal y limitar la magnitud de los retardos que se producen en cada momento. También hemos centrado nuestra atención en el control de robots no holonómicos que siguen trayectorias no lineales. Para ello diseñamos dos controladores aperiódicos, uno para la maniobra de aproximación a la trayectoria y otra para el seguimiento de la misma. Por último, diseñamos un controlador STC para un convoy de robots que siguen trayectorias no lineales. Estos resultados demuestran que nuestra solución de control consigue reducir el número de actualizaciones, enviadas a través del canal de comunicaciones inalámbrico, de forma significativa; manteniendo, a su vez, el error longitudinal y lateral de seguimiento de

la trayectoria en valores cercanos al control periódico.

Palabras clave: Self-triggered control, event-based control, networked control system, Lyapunov based control, variable channel delays, wireless communication.

# Abstract

With the proliferation of embedded and networked control systems, greater functionality is expected, and control loops no longer have dedicated computational and communication resources at their disposal. While traditional feedback control laws are periodically implemented due to the ease of design and analysis, this is no longer possible because it represents a conservative solution, since the controller is updated at the same rate regardless of the current state of the plant. This doctoral thesis is based on a novel control technique, Self-triggered Control (STC), in which the controller only updates the control signal when necessary. The term "necessary" assumed to mean that the system needs a new update in order to guarantee a desired performance level.

First, we apply STC to the problem of a P3-DX robot remotely operated through a wireless communication channel, considering a linear model of the robotic unit and constant channel delays. We design an adaptive control solution in order to improve the trade-off between the number of control updates and the tracking performance. The main idea behind this strategy is to make the triggering condition more demanding when the system is far from its equilibrium point, and conversely, to relax the update rate when the state is close to the related equilibrium. To validate our results, we compare our control solution with previous STC and periodic controllerpublished results.

We then tackle more complex aspects. On the one hand, we address the variable channel delays, working in a scenario in which four Pioneer P3-DX robots are remotely controlled by the same computer using the common IEEE 802.11g standard. We design an adaptive STC solution, taking into account the actual channel occupancy, and the controller thus manages the channel usage and compensates for current delays. On the other hand, we focus on the remote control of nonholonomic robots tracking nonlinear trajectories. We implement two aperiodic controllers, one to converge on a path target and another to track the nonlinear trajectory.

Finally, we design an STC for tracking the nonlinear trajectories of a platoon of vehicles. The simulation results indicate that our control solution achieves a negligible longitudinal and lateral tracking error, considerably reducing the number of channels accessing the wireless network compared to the periodic alternative.

Keywords: Self-triggered control, event-based control, networked control system, Lyapunov based control, variable channel delays, wireless communication.

# Índice general

R	esum	nen		vii	
A	bstra	act		ix	
Ín	dice	genera	al	xi	
Ín	dice	de fig	uras	xv	
Ín	dice	de tab	olas	xix	
1	Inti	roducc	ión	1	
	1.1	Motiv	ación	1	
		1.1.1	Consideraciones sobre el periodo de muestreo en los sistemas de control .	2	
		1.1.2	Aspectos clave de la técnica de control Event-triggered	3	
		1.1.3	Aspectos clave de la técnica de control self-triggered	4	
		1.1.4	Aplicaciones de las técnicas de control aperiódico	5	
	1.2	Conte	xto y objetivos	7	
	1.3	Organ	ización y publicaciones derivadas de la tesis	8	
2	Est	ado de	el arte	11	
	2.1	Introd	lucción	11	
	2.2	Contr	ol event-triggered y self-triggered	12	
		2.2.1	Control event-triggered	12	
		2.2.2	Control self-triggered	15	
		2.2.3	Estudio de la estabilidad	17	
	2.3	Retos	de control self-triggered	18	
		2.3.1	Decisión del mecanismo de disparo de eventos, solución adaptativa	19	
		2.3.2	Efecto del canal de comunicaciones en el lazo de control	19	
		2.3.3	Aplicación al control de seguimiento de trayectorias no lineales	21	
		2.3.4	Guiado en convoy de unidades robóticas	22	
3	Control self-triggered adaptativo para seguimiento remoto de velocidades de				
	rob	ots		25	
	3.1	Introd	lucción	25	
	3.2	Descri	pción del problema	27	

		3.2.1 Preliminares		27
		3.2.2 Revisión de	la técnica de control self-triggered	27
		3.2.3 Propuesta se	elf-triggered Adaptativo	30
	3.3	Implementación del	demostrador y resultados 3	32
		3.3.1 Modelo de la	a planta teleoperada	32
		3.3.2 Diseño del se	ervocontrol para el guiado de robots	34
		3.3.3 Caracterizad	ión del mecanismo self-triggered adaptativo	36
		3.3.4 Resultados o	le simulación	36
		3.3.5 Resultados e	experimentales	38
	3.4	Conclusiones		39
4	Cor	ntrol remoto lineal	self-triggered: compensación de los retardos del canal 4	1
	4.1	Introducción		11
	4.2	Condición de dispar	o self-triggered adaptada al retardo del canal 4	13
		4.2.1 Caracterizad	ión del canal de comunicación	14
		4.2.2 Zona de trab	pajo única	15
		4.2.3 L zonas de t	rabajo	17
		4.2.4 Elección de l	los valores de $\sigma$	19
	4.3	Ensayos experiment	ales	50
		4.3.1 Modelado de	e la planta y diseño del servocontrolador	50
		4.3.2 Parámetros	de comunicación	52
		4.3.3 Elección de	los valores de $\sigma$	53
	4.4	Resultados		54
		4.4.1 Resultados o	le simulación	54
		4.4.2 Resultados e	experimentales	56
	4.5	Conclusiones		30
5	Cor	ntrol aperiódico pa	ra aproximación y seguimiento de trayectorias no linea-	
	$\mathbf{les}$		6	51
	5.1	Introducción		31
	5.2	Descripción del pro	${ m blema}$ $\epsilon$	33
		5.2.1 Alcanzar un	punto objetivo	34
		5.2.2 Seguimiento	de trayectorias no lineales	35
	5.3	Control self-triggere	$\mathrm{ed}$	37
		5.3.1 Control self-	triggered para la etapa de aproximación a un punto $\dots$ 7	72
		5.3.1.1 Res	sultados de simulación	72
		5.3.2 Control self-	triggered para la etapa de aproximación a la trayectoria $\dots$ 7	73
		5.3.2.1 Res	sultados de simulación	74
	5.4	Validación experime	ental	75
	5.5	Conclusiones		77

6	Control aperiódico aplicado al seguimiento de trayectorias no lineales de un	
	convoy de robots	<b>79</b>

	6.1	Introducción	79			
	6.2	Preliminares	80			
	6.3	Descripción del problema	81			
		6.3.1 Control aperiódico del líder	81			
		6.3.2 Control longitudinal del convoy	82			
		6.3.2.1 Estrategia self-triggered	84			
		6.3.3 Controlador lateral de los seguidores	86			
	6.4	Implementación	86			
		6.4.1 Estrategia aperiódica	86			
		6.4.2 Comparativa con la estrategia periódica	89			
	6.5	Conclusiones	91			
7	Conclusiones y trabajos futuros 93					
	7.1	Conclusiones	93			
	7.2	Trabajos futuros	95			
8	Con	nclusions and future works	97			
	8.1	Conclusions	97			
	8.2	Future work	98			
Bi	bliog	grafía	99			

# Índice de figuras

1.1	Sistema de control digital con muestreo periódico.	2
1.2	Estructura de un sistema de control <i>Event-triggered</i>	3
1.3	Estructura de sistema de control <i>Self-triggered</i>	4
1.4	Ejemplo de sistema de control en red.	5
1.5	Sistema de control en red con muestreo periódico	7
3.1	Ejemplo de la estrategia de disparo descrita en la ecuación 3.8. Los instantes en	
	los que se produce la condición de disparo están marcados con un círculo rojo. $\ .$	29
3.2	Comparativa de distintos disparos en función del valor de $\sigma$ escogido descrito en	
	la ecuación 3.17. Los instantes en los que se produce la condición de disparo están	
	marcados con un círculo rojo.	31
3.3	Estructura del servo control implementado	32
3.4	Robot P3-DX y centro remoto aplicando la solución de STC adaptativo propuesto.	33
3.5	Diagrama de bloques del servocontrol para seguimiento de velocidad lineal y angu-	
	lar de un robot. Los enlaces inalámbricos se representan mediante flechas punteadas.	34
3.6	Velocidad registrada(línea roja) cuando una referencia (línea azul) es aplicada al	
	robot. Resultados de simulación con las distintas implementaciones: periódica (es-	
	quina superior izquierda), con parámetro $\sigma$ fijo y alto (esquina superior derecha),	
	con parámetro $\sigma$ fijo y bajo (esquina inferior izquierda) y solución adaptativa	
	propuesta en esta tesis (esquina inferior derecha)	37
3.7	Velocidad lineal registrada (línea roja) cuando una referencia (línea azul) es apli-	
	cada a un robot P3-DX. Se muestran los resultados experimentales de diferentes	
	implementaciones: periódica (esquina superior izquierda), con parámetro $\sigma$ fijo	
	y alto (esquina superior derecha), con parámetro $\sigma$ fijo y bajo (esquina inferior	
	izquierda) y solución adaptativa propuesta en esta tesis (esquina inferior derecha).	39
4.1	Esquema del control implementado.	43
4.2	Condiciones de disparo.	43
4.3	Instante de transmisión de la medida por parte del robot $t_{s_k}$	45
4.4	Protocolo de comunicación entre el robot y el centro remoto.	46
4.5	Posible instante de transmisión $t_{i,s_k}$ . Caso de estudio: $L = 3. \ldots \ldots \ldots$	48
4.6	Protocolo de comunicaciones de control (ejemplo para $L = 3$ )	48
4.7	Relación entre el retardo del canal y los valores de $\sigma$	50

4.8	Estructura global de la estrategia <i>self-triggered</i> adaptativa implementada para el control de múltiples unidades robóticas.	51
4.9	Estructura global de la estrategia <i>self-triggered</i> adaptativa implementada para el control de múltiples unidades teniendo en cuenta el retardo variable del canal	52
4.10	Función de distribución gamma del retardo de canal, en el caso bajo estudio: $L = 3$ .	53
4.11	Ensayos experimentales con cuatro unidades robóticas P3-DX controladas de for- ma remota por un PC aplicando un STC para compensar los retardos del canal.	54
4.12	Velocidad lineal obtenida (línea roja) cuando una referencia (línea azul) es aplicada a los robots. Se muestran los resultados de distintas implementaciones: periódica (esquina superior izquierda), con un valor fijo y alto del parámetro $\sigma$ (esquina superior derecha), con un valor fijo y bajo del parámetro $\sigma$ (esquina inferior izquierda) y la solución adaptativa presentada en este capítulo (esquina inferior derecha).	56
4.13	Velocidades lineales y angulares registradas (línea roja) cuando una referencia (línea azul) se aplica a uno de los cuatro robots (controlados de forma simultánea por el centro remoto) con la solución adaptativa propuesta.	58
4.14	Principales parámetros para comparar los resultados experimentales obtenidos con la técnica propuesta y los obtenidos anteriormente en [1]	59
4.15	Retardo actual de la red $\tau$ registrado de los ensayos experimentales con cuatro robots controlados de forma remota (izquierda) y una representación en detalle de los retardos de canal $\tau$ y los tiempos entre actualizaciones del Robot1 (derecha).	59
5.1	Arquitectura general del control no lineal aperiódico para la aproximación a un punto y el seguimiento de trayectorias llevado a cabo por un robot no holonómico. El controlador remoto y la unidad robótica son nodos de una red inalámbrica	63
5.2	Principales variables involucradas en el problema de aproximación al punto: pose actual $(X, Y, \theta)$ de la unidad robótica respecto al punto objetivo $(X_r, Y_r)$ .	64
5.3	Principales variables que describen la dinámica de la etapa de seguimiento de la trayectoria, donde un robot virtual representa la variación en el tiempo de la pose de referencia.	66
5.4	Ejemplo de trayectoria nolineal generada por el centro remoto; la unidad robótica comienza en el punto $O$ y alcanza el punto de destino $D$	73
5.5	Etapa de aproximación al punto. Comparativa de las funciones de Lyapunov para el caso continuo (línea azul) y la estrategia STC (línea roja). Además se muestran las funciones de Lyapunov $V_1$ y $V_2$ componentes de la función (5.44) y los instantes	
	de actualización.	73
5.6	Ejemplo de seguimiento de trayectoria no lineal llevado a cabo por una unidad robótica con el controlador STC diseñado. El robot comienza en la posición inicial $O_R$ y sigue la trayectoria desde el origen $O_T$ al punto de destino $D$	74

5.7	Etapa de seguimiento de trayectoria. En la parte izquierda: comparativa de las funciones de Lyapunov para el control continuo y para el STC, así como los instantes de actualización. En la parte derecha: zoom que contiene los 10 primeros	
	segundos de simulación para destacar las diferencias entre ambas funciones y las	
5.8	Detalle de la arquitectura general mostrada en la Figura 5.1, donde un ordenador personal controla de forma remota un robot P3-DX. El PC y el robot están	(5
5.9	conectados entre si a través de una red wifi	76
5.10	nuación sigue la ruta en forma de ocho (línea roja) en el pasillo, hasta el punto de destino <i>D</i> , la ruta realizada por el robot se representa en color azul Comparativa de la velocidad lineal (parte izquierda) y angular (parte derecha): referencia (rojo), control (azul) y la medida por odometría (verde). Todas las ve- locidades se registraron en 70 segundos de ensayo con un robot P3-DX realizando las etapas de aproximación y seguimiento de la trayectoria mostrado en la Figura 5.9	77
6.1	Estructura global del sistema formado por el convoy de vehículos, con los controles	
6.2	remotos aperiódicos, para el seguimiento de trayectorias no lineales Estructura del control STC adaptativo implementado para seguimiento de tra-	82
6.3	yectorias con el robot P3-DX	82
	viesa el pasillo desde el Laboratorio 3 al laboratorio 6	87
6.4 6.5	Distancia entre las unidades del convoy aplicando el controlador aperiodico disenado.	88
0.0	consensus	88
6.6	Velocidades angulares obtenidas con los controladores self-triggered descentrali-	00
67	zados	89
0.1	mostrada en la Figura 6.3 con la solución de control aperiódica diseñada.	89
6.8	Distancia entre las unidades del convoy con la implementación periódica.	90
6.9	Error de orientación en el seguimiento de la trayectoria aplicando la implementa-	
	ción periódica.	90

# Índice de tablas

3.1	Parámetros clave para comparar los resultados de simulación (TueTime) con las diferentes estrategias presentadas	38
3.2	Parámetros clave para comparar los resultados experimentales con las distintas estrategias de control.	38
4.1	Valores de $\sigma$ para las estrategias STC adaptativa	54
4.2	Máxima tasa de transmisión con las tres implementaciones diferentes del contro-	
	lador	55
4.3	Parámetros clave de las cuatro unidades robóticas P3-DX para la comparación	
	de los valores medios(AVG) y la desviación estándar(STD) de 350 resultados de	
	simulación con las diferentes estrategias de control	57
4.4	Comparación de los resultados experimentales obtenidos aplicando la propuesta	
	de control adaptativa presentada en este capítulo y la descrita en [1] con los	
	resultados de simulación obtenidos con una implementación periódica. $\ .\ .\ .$	59
6.1	Número de actualizaciones aplicadas a los controladores (longitudinal y lateral)	
	de las diferentes unidades que forman el convoy	88
6.2	Índice ISE aplicado al error longitudinal aplicando la estrategia consensus y el	
	error lateral en el seguimiento de trayectorias	90

## Capítulo 1

# Introducción

Las leyes de control han sido estudiadas tradicionalmente con un periodo de muestreo constante para de esta forma facilitar su diseño, estudio de estabilidad e implementación en dispositivos electrónicos digitales. Sin embargo, este procedimiento puede considerarse como una solución conservadora y poco eficiente ya que el periodo de muestreo se mantiene constante independientemente del estado de la planta. El controlador tradicional es incapaz de ajustar el periodo de muestreo en función de si el sistema se encuentra en un punto de equilibrio, en el que bastaría con una mínima atención del mismo, o si por el contrario se encuentra lejos del equilibrio, requiriendo un número mayor de actualizaciones de su estado. Dado que los sistemas periódicos no tienen en cuenta el estado del sistema para la decisión del periodo de muestreo, ya que éste es constante, deben ser diseñados para garantizar estabilidad en el peor de los casos, aunque estas condiciones rara vez se den, lo cual supone un derroche de recursos. Recursos que, por otra parte, pueden poner en juego la estabilidad del sistema como es el caso de los sistemas de control en red.

El resto de este capítulo está organizado de la siguiente forma. En la Sección 1.1, se discute la motivación de aplicar técnicas de control aperiódico. Los objetivos de está tesis son presentados en la Sección 1.2. En la Sección 1.3 se describe de forma detallada la organización de este trabajo y se enumeran las principales contribuciones.

### 1.1 Motivación

Las soluciones de control tradicionales por lo general ignoran los aspectos de implementación en la fase de diseño considerando estas fases independientes. Sin embargo, debido a la proliferación actual de los sistemas de control empotrados y en red (NCS), el criterio de implementación cobra especial relevancia ya que en estos sistemas los recursos suelen ser compartidos por múltiples tareas de control. Por lo tanto, la optimización de los recursos computacionales y de comunicación es de suma importancia en estos sistemas. Esta problemática justifica la aparición de las técnicas aperiódicas, destacando entre ellas las técnicas *event-triggered control* (ETC) [2–4] y *self-triggered control* (STC) [5–7]. La expansión de los sistema de control en red (NCS) esta justificada debido a las múltiples ventajas que presentan respecto a los sistema punto a punto tradicionales [8], como el bajo coste, flexibilidad y reconfiguración, instalación y mantenimiento sencillos [9]. Estos beneficios han supuesto una gran motivación para su desarrollo en el ámbito industrial y de investigación. En el apartado 1.1.4 se amplía información sobre NCS [10].

#### 1.1.1 Consideraciones sobre el periodo de muestreo en los sistemas de control

Actualmente la mayor parte de los controladores son implementados en plataformas digitales, por lo tanto las tareas del controlador sólo pueden ser ejecutadas en intervalos de tiempo discretos. En estos casos, si se sigue el planteamiento clásico, se hace necesario fijar un periodo constante de muestreo (Ts). Este periodo se fija basándose en la dinámica del sistema a controlar, indicando cada cuanto tiempo se realizan actualizaciones en el controlador y se obtienen medidas de los distintos sensores, véase Figura 1.1. Durante cada periodo de muestreo las señales en el controlador permanecen constantes con técnicas *zero-order hold*. Este tipo de estrategia de control es denominada como *time-scheduled*, debido a que la planificación se realiza de forma periódica en el tiempo.



Figura 1.1: Sistema de control digital con muestreo periódico.

El gran inconveniente del control *time-scheduled* [11] es que el periodo de muestreo tiene que fijarse para garantizar la estabilidad del sistema en el peor de los casos, lo que conlleva que esta estrategia de control resulte conservadora desde el punto de vista de número de actualizaciones del controlador. Resulta obvio, que el reducir el número de actuaciones de control es ventajoso, siempre que se garantice un comportamiento adecuado del sistema realimentado, ya que de esta forma se reduce el consumo de energía y el uso de procesador. Además la reducción de actuaciones de control en los sistemas en red, reduce el tráfico de datos entre nodos con las ventajas asociadas que ello supone.

Por ello, frente al planteamiento conservador de time-scheduled se han desarrollado nuevas téc-

nicas en las que el periodo de muestreo no es constante sino que se adapta al estado del sistema controlado, optimizando de esta forma el uso de los distintos recursos. Estas novedosas técnicas de control son: control activado por eventos (ETC) y control auto-activado (STC). La idea básica del ETC es que los eventos del sistema son disparados cuando la medida de una señal de error sobrepasa un cierto nivel previamente ajustado. La estrategia STC puede considerarse una extensión natural de la anterior, pero en lugar de requerir un sensado continuo del estado de la planta se realiza una estimación de cuándo ha de producirse el siguiente evento. La solución STC evita la actividad continua de los sensores pero no se tiene información de la planta entre evento y evento.

A pesar de las numerosas ventajas de los sistemas de periodo de muestreo variable frente a los de periodo fijo, estos últimos siguen predominando. La principal razón es la dificultad que presenta desarrollar una teoría sobre la estabilidad de los sistemas basados en eventos frente a la abundante y completa teoría desarrollada para sistemas con periodo de muestreo fijo. Frente a esto, las ventajas que presentan los sistemas de tiempo variable así como la interrelación en el desarrollo de sistemas de control y programación en tiempo real que permiten, hace especialmente interesante seguir investigando sobre ellos.

#### 1.1.2 Aspectos clave de la técnica de control Event-triggered

En los sistemas ETC es el acontecimiento de un evento, en lugar del cumplimiento de una condición temporal, el que fija cuándo debe ser realizada la actualización del controlador (Figura 1.2).



Figura 1.2: Estructura de un sistema de control Event-triggered.

La naturaleza del evento puede variar, en general se suele considerar el instante en el que la variable sensada x(t) difiere de la última enviada  $x(t_{k-1})$  por encima de un umbral. La naturaleza del muestreo( $\Delta$ ) en el sistema ETC puede ser intrínseca tanto al método de medida utilizado, como a la naturaleza física del sistema a controlar.

El control basado en eventos también resulta de interés debido a que se asemeja a la forma en que

actúan los controladores biológicos [2] (adaptación del iris del ojo a la luz ambiente, adaptación del ritmo cardíaco a la actividad física, etc). Uno de los primeros trabajos presentados en el que se describe de forma simple y clara esta técnica de control es [12]. En él se diseña un controlador PID disparado por eventos, demostrando a través de numerosas simulaciones cómo es posible reducir de forma significativa la tasa de uso de la CPU con una degradación mínima del comportamiento del controlador. El mayor problema encontrado en este trabajo, es la dificultad de verificar y garantizar la estabilidad del controlador, ya que no se disponía de una teoría de sistemas basados en eventos lo suficientemente amplia como para realizar un análisis detallado del sistema de control resultante, como se hizo posteriormente en [5,13].

#### 1.1.3 Aspectos clave de la técnica de control self-triggered

Los sistemas STC se caracterizan por calcular en cada instante de actualización, tanto las leyes de control como el siguiente instante de muestreo (Figura 1.3).



Figura 1.3: Estructura de sistema de control Self-triggered.

Este tiempo es calculado en función del estado actual de la planta y la dinámica de la misma, siendo normalmente el tiempo entre eventos mayor que el periodo de muestreo de las implementaciones periódicas. Además presenta otra gran ventaja: entre muestra y muestra no hay actividad de sensado. En el caso del STC sólo se toman medidas en los instantes de actualización de la ley de control, pudiendo en este caso tener los sensores en modo de ahorro de energía hasta que llegue el siguiente evento. No sensar entre evento puede suponer a su vez un problema, debido a que el sistema de control trabaja en lazo abierto en estos intervalos de tiempo, por lo que se reduce la robustez frente a perturbaciones externas. Para analizar la robustez de esta estrategia frente a perturbaciones se han publicado trabajos como [10, 14].

La estrategia STC fue desarrollada en primer lugar en [11] aplicando la misma a sistemas lineales y discretizando el modelo de la planta. En [12] se desarrolló esta técnica aplicada a sistemas no lineales donde la condición de STC se basaba en la norma del estado actual del sistema. La técnica utilizada para garantizar la estabilidad en la mayor parte de trabajos publicados consiste en el uso de técnicas de Input-to-State Stability (ISS) como es el caso de [5,7,13].

#### 1.1.4 Aplicaciones de las técnicas de control aperiódico

Son múltiples las aplicaciones prácticas de las técnicas STC y ETC. Estas estrategias ofrecen en la etapa de diseño múltiples oportunidades desde un punto de vista multidisciplinar, ya que hacen más flexibles y adaptables a las necesidades reales los requerimientos hardware y software de tiempo real. La capacidad de encontrar soluciones de compromiso entre la complejidad y requerimientos del sistema de tiempo real resulta muy útil en campos como la ingeniería de control, de software, mecánica y electrónica. Ejemplos donde estas técnicas resultan especialmente ventajosas son los siguientes:

 Networked Control Systems(NCS): Son sistemas de control en los cuales el lazo de realimentación se cierra sobre una red de comunicaciones digital [15–17]. Comparados con las implementaciones punto a punto tradicionales, los NCS presentan múltiples ventajas como son: menores costes e instalación y mantenimiento más sencillos. Además proporcionan una gran flexibilidad en la configuración de nodos (plantas y controles) de la red.

La estructura general de un sistema de control en red se muestra en la Figura 1.4.



Figura 1.4: Ejemplo de sistema de control en red.

Sin embargo no son todo ventajas, las redes de comunicación tienen una considerable influencia en el rendimiento del lazo de control. La carga del canal puede afectar a la calidad del servicio provocando retardos o pérdida de paquetes. Estos efectos pueden llegar a degradar el comportamiento del sistema o incluso causar la inestabilidad del mismo. Para evitar este problema, se deben estudiar las interacciones entre las comunicaciones y control [18].

El correcto funcionamiento de los NCS depende de la adquisición y transmisión de información entre múltiples subsistemas, que añaden complejidad al análisis y diseño del controlador. De hecho, un controlador puede ser implementable sobre unas redes y no sobre otras, dependiendo de los requerimientos impuesto por el flujo de datos necesario para cada subsistema en concreto [19].

En este contexto, las técnicas de control aperiódicas son una alternativa a las de periodo constante debido a que permiten reducir la cantidad de señales de control y sensado enviadas a través del canal [13, 20–22]. El principal reto es la adaptación de la cantidad de actualizaciones de la ley de control y su aplicación a la entrada de la planta. De esta forma, reduciendo la cantidad de información necesaria para mantener un índice de comportamiento deseado podemos evitar la sobrecarga del canal.

- 2. Redes inalámbricas de sensores: En el ámbito de control los observadores de estados desempeñan un papel importante junto al sensado de variables de la planta a controlar. La actualización del observador requiere de información proporcionada por el sistema sensorial. La tarea de estimación de estados se puede llevar a cabo bien en el dispositivo sensor (sensor inteligente) o en propio controlador. En cualquier caso, cuando control y sensor están deslocalizados y conectados en red, la reducción en el número de intercambio de información a través del canal de comunicación presenta importantes ventajas, siendo especialmente beneficioso si los sensores tienen que operar con baterías [9, 23, 24]. Las comunicaciones pueden llegar a consumir el 70% del total de la energía [25], por lo que tener los sensores en modo de bajo consumo y reducir el número de transmisiones resulta muy beneficioso para alargar el tiempo de vida de las baterías. Actualmente estas técnicas están siendo implementadas en entornos industriales reales.
- 3. Sistemas empotrados o embebidos: Son sistemas de computación diseñados para realizar algunas tareas concretas por lo general en tiempo real. Para no tener que sobredimensionar su capacidad de procesamiento en la fase de diseño, resulta de especial relevancia que cada tarea se ejecute únicamente en los instantes en los que sea necesario. Para ello se propone el uso de las técnicas ETC y STC que fusionan la ingeniería de control y la implementación software a través de un diseño de control aperiódico [5,26]. De esta forma se puede optimizar el uso del dispositivo, siendo capaz de atender de forma eficiente un mayor número de tareas de control.

La principal ventaja de todas estas implementaciones es que las tareas de control y/o sensado son ejecutadas únicamente cuando son necesarias. Si las condiciones de disparo de las mismas son diseñadas de manera adecuada se asegura que el comportamiento del sistema realimentado sera el correcto. El objetivo del diseñador, por lo tanto, es alargar lo más posible el tiempo entre ejecuciones garantizando un rendimiento adecuado, optimizando los recursos disponibles, ya sea la carga de las baterías, la carga computacional o el ancho de banda de comunicaciones.

Un caso especialmente interesante de NCS son los sistemas cooperativos. En los sistemas cooperativos se requiere la integración, fundamentalmente, de elementos sensoriales, de control y de intercambio de información [15, 27–33]. Desde el punto de vista de control, se requieren tanto soluciones propias de cada subsistema (locales) como globales (donde la toma de decisiones depende de variables externas al propio subsistema).

Un ejemplo de sistema cooperativo es el seguimiento de vehículos en convoy. En este ámbito se han propuesto múltiples soluciones, para asegurar la estabilidad de cadena del conjunto. En el trabajo de Tsugawa [31] se linealiza el modelo de planta para aplicar técnicas de control lineal como es el clásico PID. En el trabajo de Zhao [34] se aplican soluciones basadas en redes neuronales. En los trabajos de Naranjo [35] y de Santos [33] se opta por técnicas borrosas. En el

trabajo de Ferrara [36] se aplican otras estrategias de control no lineal como es el sliding mode control. En el trabajo de Soo [37] se recurre a funciones de Lyapunov para el control longitudinal del conjunto. En el trabajo de Wu [38] la estabilidad de cadena se consigue mediante técnicas de control robusto. Otra alternativa aplicable al control de múltiples unidades de transporte coordinadas es "decentralized overlapping control" como se indica en el trabajo de Stankovic [39]. En todos estos casos se proponen o bien soluciones de control en tiempo continuo sin abordar aspectos de implementación o bien soluciones de control en tiempo discreto con periodo de muestreo constante.

Las técnicas de control digital para estos sistemas cooperativos han sido tradicionalmente implementadas utilizando periodos de muestreo constantes, desde los niveles más bajos (control de elementos actuadores de cada robot) hasta los más altos como es la estabilidad de cadena de un convoy [33, 35, 36]. La periodicidad en la acción de control, simplifica el análisis y diseño del problema, pero da lugar a una utilización poco eficiente tanto del canal de comunicación como de los recursos electrónicos embarcados en el propio robot [40, 41].

### 1.2 Contexto y objetivos

Esta Tesis Doctoral se enmarca dentro de la actividad del grupo de investigación GEINTRA (Grupo de Ingeniería Electrónica Aplicada a Espacios Inteligentes y Transporte) del Departamento de Electrónica de la Universidad de Alcalá. Actividad relacionada, entre otros aspectos, con el control de sistemas en red y su aplicación en robótica móvil. El punto de partida son los trabajos realizados en los proyectos de investigación COVE: Sistema de transporte inteligente para guiado cooperativo de vehículos eléctricos en entornos especiales, y VISNU : Identificación e interacción de agentes múltiples en espacios inteligentes usando arrays de cámaras. Proyectos que tienen su continuidad con el concedido por el MINECO en la convocatoria Retos de la Sociedad 2013: Optimización de red de sensores inalámbricos y sistemas de control en red para cooperación de unidades móviles en entornos inteligentes -ALCOR- (DPI2013-47347-C2-1-R), coordinado por la UAH y realizado en colaboración con la Universidad de Córdoba. El proyecto ALCOR incluye tareas de control remoto y aperiódico de unidades robóticas desarrollando tareas de forma cooperativa(Figura 1.5).



Figura 1.5: Sistema de control en red con muestreo periódico.

El objetivo general de la Tesis es la contribución en la línea de investigación de control remoto y aperiódico de unidades robóticas utilizando la técnica *self-triggered*. Para la consecución de este reto se plantean los siguientes objetivos concretos:

- 1. Propuesta de solución de control remoto lineal y aperiódico (STC) teniendo en cuenta los retardos variables del canal de comunicación, incluyendo como demostración el control de velocidades lineal y angular de un robot móvil.
- 2. Diseño e implementación de una solución STC para el control de trayectorias no lineales de un robot móvil, aplicable tanto a la fase de aproximación a un punto como al seguimiento de la trayectoria concreta.
- 3. Propuesta de extensión del control remoto y aperiódico (STC) a un conjunto de robots realizando tareas colaborativas.

### 1.3 Organización y publicaciones derivadas de la tesis

En este apartado se resume el contenido de cada capítulo, así como las publicaciones relacionadas resultantes del trabajo realizado [1, 33, 41-51]:

**Capítulo 2**: muestra una revisión del estado del arte de las principales técnicas de control aperiódico. Principalmente se describen las técnicas ETC y STC aplicadas a sistemas de control en red. Además, se describen las principales variantes y combinaciones de ambas y se introduce la problemática *Zeno*.

**Capítulo 3**: este capítulo se dedica a los trabajos iniciales, dentro del grupo Geintra, al control remoto y aperiódico de unidades robóticas. La aportación más destacable es la propuesta de una estrategia STC con adaptación del mecanismo de disparo en función del error observado en el seguimiento de referencias. Los resultados teóricos se han validado en simulación con la herramienta *TrueTime* y experimentalmente con robots P3-DX.

Las publicaciones relacionadas son:

- C. Santos, M. Mazo Jr, y F. Espinosa, "Adaptive self-triggered control of a remotely operated robot," in Advances en Autonomous Robotics, ser. Lecture Notes en Computer Science, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2012, vol. 7429, pp. 61–72.
- C. Santos, M. Mazo Jr., y F. Espinosa, "Adaptive self-triggered control of a remotely operated P3-DX robot: Simulation and experimentation," Robotics and Autonomous Systems, vol. 62, no. 6, pp. 847 854, 2014.

**Capítulo 4**: uno de los principales retos de los NCS es reducir la carga del canal de comunicaciones mientras se preserve el rendimiento del sistema. De esta forma, los recursos de comunicación son liberados para otras aplicaciones que comparten el ancho de banda del canal. Para ello se ha diseñado un mecanismo de disparo para control *Self-triggered* teniendo en cuenta los retardos variables del canal de comunicación. El controlador gestiona el uso del canal inalámbrico para mejorar la disponibilidad de los recursos de comunicación. En este caso el estándar de comunicaciones utilizado es el IEEE 802.11g cuyo retardo de canal es incierto debido a que es un protocolo de libre competencia entre las unidades que usen el canal. La propuesta teórica es validada en simulación con TrueTime configurada para canal Wifi y experimentalmente con las citadas unidades robóticas.

Este capítulo se basa en las siguientes publicaciones:

- C. Santos, M. Mazo, E. Santiso, F. Espinosa, y M. Martínez, "Adaptive self-triggered control for remote operation of wifi linked robots," en ROBOT2013: First Iberian Robotics Conference, ser. Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer International Publishing, 2014, vol. 253, pp. 541–554.
- C. Santos, F. Espinosa, E. Santiso, y M. Mazo Jr., "Aperiodic linear networked control considering variable channel delays: Application to robots coordination," Sensors, vol. 15, no. 6, p. 12454, 2015.

**Capítulo 5**: en este capítulo se trata el control aperiódico de sistemas no lineales de forma remota. En concreto se ha estudiado el control de posición de un robot autónomo en el que el uso del canal de comunicaciones es compartido por otras aplicaciones. En este trabajo se diseñan dos estrategias de control, una para tratar el problema de acercarse a un punto de la trayectoria y otra para el seguimiento de una trayectoria no lineal. Ambos controladores están diseñados utilizando funciones de Lyapunov para garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado y evitar las ejecuciones *Zeno*. Los resultados de simulación y experimentales confirman que los STC diseñados reducen de forma significativa las necesidades de comunicaciones en comparación con las estrategias clásicas de control mientras que el seguimiento de la consigna no se ve deteriorado.

Este capítulo esta basado en la siguiente publicación:

• C. Santos, F. Espinosa, E. Santiso, y M. Mazo Jr., "Aperiodic remote nonlinear control for trajectory approaching and tracking of nonholonomic robots," En Revisión.

**Capítulo 6**: este capítulo presenta una solución de control aperiódica para el guiado remoto de un convoy de robots P3-DX siguiendo trayectorias no lineales. El trabajo desarrollado parte de otros previos en los que he colaborado [33, 42] relacionados con el diseño e implementación de soluciones de control de unidades robóticas en convoy. Se asume que los problemas de estabilidad lateral y longitudinal están desacoplados. Para garantizar la estabilidad del convoy se diseña un control de *consensus* centralizado, de esta forma se logra mantener la distancia deseada entre vehículos mientras que a su vez se logra una gran reducción en el número de veces que el canal de comunicación es utilizado. Además, un controlador descentralizado *Self-triggered* en cada robot seguidor facilita el seguimiento de trayectorias no lineales.

La siguiente publicación justifica este capítulo:

 C. Santos, F. Espinosa, D. Pizarro, E. Santiso, M. Martínez, y M. Mazo Jr., "Aperiodic consensus control for tracking nonlinear trajectories of a platoon of vehicles," en ITSC-2015 18th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems., Sept 2015, pp. 15-18.

**Capítulo 7**: se dedica a resumir las contribuciones de la Tesis y al planteamiento de alternativas para continuar con esta línea de investigación.

**Otras publicaciones**: Complementando el desarrollo de esta Tesis he colaborado en trabajos relacionados desarrollados dentro del grupo Geintra:

- C. Santos, F. Espinosa, D. Pizarro, F. Valdés, E. Santiso, y I. Díaz, "Fuzzy decentralized control for guidance of a convoy of robots in non-linear trajectories," en IEEE Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), Sept. 2010, pp. 1–8.
- F. Espinosa, C. Santos, M. Marrón-Romera, D. Pizarro, F. Valdés, y J. Dongil, "Odometry and laser scanner fusion based on a discrete extended kalman filter for robotic platooning guidance," Sensors, vol. 11, no. 9, pp. 8339–8357, 2011.
- F. Valdés, R. Iglesias, F. Espinosa, M. A. Rodríguez, P. Quintía, y C. Santos, "Implementation of robot routing approaches for convoy merging manoeuvres," Robot. Auton. Syst., vol. 60, no. 11, pp. 1389–1399, Nov. 2012.
- M. Miguel, F. Espinosa, A. Gardel, C. Santos, y G. Jorge, "Pose estimation of a mobile robot based on network sensors adaptive sampling," en ROBOT2013: First Iberian Robotics Conference, ser. Advances in Intelligent Systems and Computing, M. A. Armada, A. Sanfeliu, and M. Ferre, Eds. Springer International Publishing, 2014, vol. 253, pp. 569–583.
- M. Martínez, F. Espinosa, A. Gardel, y C. Santos, "On-board event-based state estimation for trajectory approaching and tracking of a vehicle," Sensors, vol. 15, no. 6, p. 14569, 2015.
- M Martínez-Rey, F Espinosa, A Gardel, C Santos y A Salcedo, Çomputation reduction of smart sensors for EBSE using Mahalanobis Sampling Tipo de participación.<sup>en</sup> EBCCSP-2015 First IEEE International Conference on Event-Based Control, Communication and Signal Processing. IEEE Conference Publications, Krakow, 16-19 June, 2015.

## Capítulo 2

## Estado del arte

En este capítulo, se realiza un estudio de los principales trabajos relativos al muestreo aperiódico mediante técnicas de ETC y STC. En el primer apartado se introducen las principales técnicas de control en tiempo variable. En el segundo, se aborda en detalle las principales propuestas de ETC y STC desarrolladas hasta la fecha, destacando cómo garantizar la estabilidad en este tipo de sistemas. En el tercer apartado se describen los principales retos que hemos realizado relativos a los sistemas de control aperiódicos.

### 2.1 Introducción

Los recientes desarrollos en el campo de la tecnología de la computación y de las comunicaciones han contribuido a la proliferación de sistemas de control empotrados que se comunican de forma inalámbrica con otros sistemas. Por lo general en estos sistemas, los recursos computacionales y de comunicaciones son compartidos por múltiples tareas y sistemas de control [14]. Para atender de forma eficiente a estos sistemas, han aparecido numerosas técnicas de control que limitan el número de actuaciones del mismo, con el objetivo de reducir el número de usos de los recursos computacionales [5] y la cantidad de información enviada en los sistemas en red [4]. En lugar de utilizar el enfoque clásico en el que el controlador se actualiza de forma periódica, se proponen variantes en las que las necesidades puntuales del sistema a controlar fijan cuando la señal de control ha de ser actualizada. Dos de las técnicas de control aperiódico en mayor auge son el control activado por eventos (ETC) y control auto-activado (STC). El ETC puede ser considerado un controlador reactivo, ya que comprueba de forma constante el estado de la planta a través de medidas y decide, utilizando la información obtenida, cuando actualizar la señal de control. Por otro lado el STC es un controlador proactivo, precalcula de forma anticipada cuándo será necesario actualizar de nuevo la señal de control y espera sin tomar nuevas medidas a que llegue dicho instante de tiempo, no teniendo que realizar de esta forma el proceso de sensado continuo del ETC.

Aunque la proliferación de las técnicas aperiódicas se está dando en la actualidad, el debate entre sistemas periódicos y aperiódicos surgió con la implementación de los sistemas de control en las primeras plataformas digitales [52–55]. Las ideas preliminares de un sistema aperiódico fueron propuestas con un control PID en [12]. El objetivo de estos sistemas de control es mitigar el exceso de carga innecesaria en los recursos computacionales y de comunicaciones [56], [57]. En los denominados esquemas event-triggered la transmisión de las medidas del sistema debe ser ejecutada sólo cuando un determinado umbral es alcanzado, de esta forma el número de medidas se verá reducido sin afectar de forma significativa al rendimiento del sistema. El análisis y diseño de estos sistemas han atraído mucha atención, por ejemplo, en [20], se propone una estrategia continua de ETC para generar eventos mediante la comparación de las medidas de las variables de estado del sistema con la estimación de los mismos. Cabe destacar que aunque los esquemas ETC continuos proporcionan una forma útil de ajustar el intervalo de actualización de forma dinámica, normalmente requieren un hardware adicional dedicado a medir la planta con una tasa de muestreo alta. Para solucionar esta problemática, se ha propuesto la implementación de esquemas ETC periódicos en [57,58]. En comparación con los esquemas continuos, la condición de disparo event-triggered es verificada sólo de forma periódica, y sólo en cada instante de muestreo es determinado si se tiene o no que transmitir la información [59]. En paralelo al desarrollo de las técnicas ETC surge otro tipo de control aperiódico: el STC. En el STC se realiza una estimación de los estados en lugar de medirlos, para ello el controlador se basa en la última medida tomada y en la dinámica de la planta y se determina cuándo será necesaria tomar la siguiente [26].

### 2.2 Control event-triggered y self-triggered

Los controles STC y ETC consisten principalmente en dos elementos, un controlador realimentado que calcula la señal de entrada a la planta y un mecanismo de disparo que determina cuándo dicha señal de control tiene que ser actualizada de nuevo. Como hemos mencionado anteriormente, la principal diferencia entre ambos es que el ETC es reactivo, mientras que el STC es proactivo [14]. Ambos controles aperiódicos se basan en condiciones de disparo similares, de hecho en muchos casos el control STC emula el comportamiento del ETC, estimando de manera anticipada cuándo este último dispararía el siguiente evento. Esto hace que sea muy interesante describir el ETC en primer lugar, para de esta forma comprender mejor el comportamiento del STC.

#### 2.2.1 Control event-triggered

El ETC se basa en la medida de ciertos estados para determinar cuando es necesario realizar una actualización del lazo de control (Figura 1.2). Desde el punto de vista del tipo de realimentación hay dos tipos de esquemas en los que se basa: en la realimentación de los estados del sistema o en la realimentación de la salida. Las tareas de estas dos estrategias de control son ejecutadas sólo si cierta condición dependiente de la variable de la planta realimentada es cumplida. En el caso de realimentación del estado [2], el error de estado e(t) se define como:

$$e(t) = x(t_k) - x(t), t \in [t_k, t_{k+1}]$$
(2.1)

donde  $t_k$  es el instante en el que el sensor transmite al controlador el estado registrado  $x(t_k)$  y x(t) representa el estado actual del sistema.

La variable e(t) se obtiene a partir de la medida en tiempo real de la variable de estado x(t). El nuevo evento resulta de la siguiente condición de disparo:

$$t_{k+1} = t_k + \min\{t | \|e(t)\| \ge \delta\}, \tag{2.2}$$

tal y como se describe en [2]. Este tipo de esquema *event-triggered* determina cuándo tiene que ser actualizada la información del estado  $x(t_k)$  en el controlador. Gracias al uso de esta técnica la frecuencia de actualización de la ley de control, y por tanto de la carga del canal, se puede reducir de forma significativa. Hay que tener en cuenta que esta estrategia de disparo (2.2) necesita un hardware dedicado para llevar a cabo la medición continua de los estados [6].

El esquema de ETC presentado anteriormente está basado en tener disponible la medida de todos los estados de la planta. Sin embargo, en la práctica, no todos los estados del sistema de control están disponibles para ser medidos. Para resolver este problema, estrategias de ETC basadas sólo en la medida de la salida del sistema han sido propuestas [60–64]. La alternativa más sencilla es realimentar la salida sin ningún procesamiento intermedio de la medida por observador o filtro alguno [62,64]. Para mejorar el criterio de disparo se puede considerar que la medida de la salida del sistema está afectada por ruido gaussiano [61]. Para alargar los tiempos entre disparos se puede utilizar una estrategia de disparo basada en el modelo del sistema [63], de esta forma se compara la medida actual con el estado estimado en lugar del último estado medido.

Para evitar medir de forma continua, en [57] se ha propuesto un estrategia periódica ETC (PETC), donde los sensores sólo muestrean la planta con una tasa de muestreo constante y envían la información en ciertos instantes cuando un evento es generado al incumplir una condición previamente fijada. De esta forma, se logra una solución de compromiso entre el control periódico convencional y el ETC. Una posible condición de disparo PETC, se puede definir de la siguiente forma:

$$t_{k+1} = t_k + \min\{lh | \|e(t_k + lh)\| \ge \delta\}$$
(2.3)

donde  $e(t_k + lh) = x(t_k + lh) - x(t_k)$ , h es una constante,  $l \in \mathbb{N}$ . En el caso del PETC ya no es necesario un hardware adicional encargado de tomar medidas de forma continua, a cambio se pierde cierta flexibilidad y precisión en el criterio de decisión de un nuevo evento. Además, al chequear la condición de disparo sólo en determinados instantes de tiempo se garantiza que dicho periodo será el tiempo mínimo entre muestras. En [65] se implementa una solución PETC en la que se analiza la estabilidad de tres tipos de sistemas: sistemas impulsivos, sistemas lineales definidos por zonas y sistemas lineales con perturbaciones. En [66] se aplica el PETC a sistemas no lineales, en este trabajo se modifica el período con el que se comprueba la condición de disparo para tratar con las no linealidades. El estudio de aplicar las técnicas ETC a sistemas no lineales es descrito en [67]. En este caso aplicar las técnicas aperiódicas resulta especialmente ventajoso, ya que las condiciones de trabajo del sistema dependen del punto de trabajo en el que se encuentre. En este trabajo se proponen dos nuevas condiciones de disparo *event-triggered* las cuales alargan los tiempos entre muestras comparadas con las técnicas similares, estas técnicas demuestran la relevancia de añadir variables adicionales a la condición de disparo.

Por último presentamos una revisión de los principales trabajos aplicados a sistemas distribuidos. En [64], se diseña un ETC distribuido aplicado a NCS no lineales en el que se garantiza la estabilidad asintótica del mismo, teniendo a su vez en cuenta los siguientes efectos en el canal de comunicaciones: perdidas de paquetes y retardos de transmisión.

Para hacer menos conservadora la estrategia de ETC aplicada a sistemas distribuidos se han realizado diferentes ajustes en el algoritmo de decisión del disparo. En [68], se diseña una estrategia ETC distribuida asíncrona teniendo en cuenta el efecto de los múltiples retardos de canal, indicando también cómo realizar el codiseño de la estrategia ETC distribuida y el controlador. En [69], se codiseña un ETC periódico distribuido para un sistema multiagente usando técnicas de Lyapunov.

En [70], se utilizan técnicas de control *Event-triggered* para sistemas multiagente. La planificación *Event-triggered* se utiliza en este caso para gestionar la trasmisión de medidas entre los distintos agentes a través de una red. Esta técnica facilita la implementación en plataformas digitales ya que reduce de forma significativa el número de comunicaciones sobre la red entre los distintos agentes. En este trabajo se han llevado a cabo pruebas con diferentes condiciones de disparo del evento, garantizando en todos casos la convergencia de las soluciones a una región ajustable entorno al punto de equilibrio del sistema o la convergencia asintótica a dicho punto de equilibrio. Mediante distintas simulaciones se ha comprobado la efectividad en términos de carga sobre la red de comunicaciones de las propuestas realizadas frente a las implementaciones clásicas. Además el problema se ha extendido a diferentes redes con enlaces de comunicación directos, topologías de intercambio y retardos en la comunicación. La política de disparo del control *Eventtriggered* diseñado se basa en mantener la señal de error en la medida de cada uno de los agentes (dicho error se denota por  $e_i(t)$  para el agente i) dentro de un umbral determinado previamente. En el trabajo desarrollado se presentan 3 alternativas para garantizar la convergencia al punto de equilibrio:

- 1. La primera consiste en una condición de disparo de la forma  $|e_i(t)| \leq c_0$ , de esta forma se garantiza la convergencia de sistema en lazo cerrado alrededor de una región acotada en torno al punto de equilibrio. La elección de  $c_0$ , es una solución de compromiso entre el tiempo entre ejecuciones y el tamaño de la región en torno al punto de equilibrio admisible.
- 2. Como segunda alternativa se presentan condiciones de disparo de la forma  $|e_i(t)| \leq c_1 e^{-\alpha t}$ , de esta forma se logra un decaimiento exponencial del umbral de disparo, con lo que se logra convergencia asintótica al punto de equilibrio. Como en el caso anterior la elección de  $c_1$  y  $\alpha$  es una solución de compromiso entre tiempos entre ejecuciones y errores admitidos.

3. Como última alternativa se presenta una combinación de las dos anteriores, donde la condición de disparo viene dada por  $|e_i(t)| \leq c_0 + c_1 e^{-\alpha t}$ , de esta forma se logra aprovechar las ventajas de ambas estrategias.

#### 2.2.2 Control self-triggered

El STC puede ser descrito como un emulador del ETC, ya que en lugar de tomar medidas de forma constante de la planta para chequear si una determinada condición es incumplida, se predice cuándo se va a producir dicha condición [6,71]. De esta forma, además de tener el ahorro en el número de comunicaciones como en el caso del ETC, se tiene un ahorro en el número de medidas de la planta, ya que el sistema entre instantes de actualización no necesitará obtener ningún tipo de información de la planta (Figura 1.3). Esta ventaja a su vez es su principal inconveniente, ya que al no tomar medidas nuevas el sistema trabajará en lazo abierto entre muestras, por lo que no será capaz de detectar los cambios del comportamiento del sistema hasta que no llegue el siguiente instante de muestreo.

Para facilitar la comprensión del STC, vamos a introducir las principales ideas relacionadas con esta técnica de control basada en eventos [5]. Para simplificar la presentación vamos a aplicar el controlador sobre un sistema lineal invariante en el tiempo:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$
(2.4)

donde  $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n\times r}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$  son las matrices del sistema, cuyas variables son: el estado  $(x(t) \in \mathbb{R}^n)$ , la entrada  $(u(t) \in \mathbb{R}^r)$  y la salida  $(y(t) \in \mathbb{R}^m)$ . Si el par de matrices (A, B) es controlable, se puede encontrar un controlador lineal realimentado que haga que el sistema en lazo cerrado sea asintóticamente estable:

$$u(t) = Kx(t) \tag{2.5}$$

El sistema en lazo cerrado resultante es el siguiente:

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \tag{2.6}$$

Para analizar la estabilidad del sistema realimentado, recurrimos a la técnica de Lyapunov, siendo P definida positiva:

$$V(t) = x(t)^T P x(t) \tag{2.7}$$

por lo que la función V(t) es definida positiva.

El error de medida queda definido con la expresión siguiente:

$$e(t) = x(t_k) - x(t), \ t \in [t_k, t_{k+1}]$$
(2.8)

donde  $t_k$  es el último instante de actualización. En los instantes de muestreo  $t_k$ , el vector de las

variables de estado  $x(t_k)$  está disponible a través de medida y proporciona la información actual de la planta. De esta forma, en los instantes  $t_k$  el controlador calcula la nueva entrada de la planta y permanece constante hasta que una nueva medida sea recibida:

$$u(t) = kx(t_k), \ t \in [t_k, t_{k+1}]$$

Admitiendo el modelo sample and hold, la dinámica del sistema queda expresada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK & BK \\ -A - BK & -BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix} t \in [t_k, t_{k+1}]$$

$$e(t_k) = 0$$

$$(2.9)$$

El objetivo del STC es encontrar una secuencia de tiempos de actualización  $\{t_k\}$  en la que el número de actualizaciones es minimizado preservando la estabilidad del sistema. Los tiempos de actualización vienen dados por la condición de disparo, que depende a su vez de la evolución del error de medida.

La idea del STC es predecir los instantes de tiempo en los que  $||e_k||$  alcanza un umbral  $\delta$  admisible por el diseñador. Esta condición de disparo se expresa de la siguiente forma:

$$\max\{t \mid \|e(t \le \delta)\|, t \in [t_k, t_{k+1}]\}$$
(2.10)

El siguiente instante de muestreo  $t_{k+1}$  se estima manteniendo acotado el error de medida  $||e_k||$ a través del parámetro  $\delta$ . Esta idea ha sido desarrolla por ejemplo en [13, 26].

Otra opción para definir la condición de muestreo es escoger una tasa de decrecimiento de la función V menor que la original [72]. En el caso de un control continuo (2.4) con tasa de decrecimiento ( $\lambda_0$ ) de V se puede poner:

$$V(t, x_{t_0}) \le V(x_0) e^{(-\lambda_0(t-t_0)), t \ge t_0}$$
(2.11)

Considerando ahora que la planta sólo es actualizada en los instantes de muestreo  $t_k$ . Se escoge una nueva tasa de decrecimiento  $\lambda$  para la función V, esta tiene que cumplir:  $0 < \lambda < \lambda_0$ . La condición de disparo resultante será la siguiente:

$$V(t, x_{t_0}) \le V(x_k) e^{(-\lambda(t-t_0)), t \ge t_0}$$
(2.12)

Otra opción para definir la condición de disparo es utilizar una función de Lyapunov auxiliar que defina el índice de comportamiento del sistema deseado  $S : \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_0^+$  [5]. Esta función acota de forma superior la evolución de V, y los tiempos de actualización vienen dados por la siguiente condición de disparo:

$$t_{k+1} = t_k + \min\{V(t, x_{t_0}) \le S(t, x_{t_0}), t \ge t_0\}$$
(2.13)
Se debe tener en cuenta que no siempre se dispone de la medida de todos los estados del sistema. En ese caso se requiere un observador o estimador. En [72] se propone una solución de control *self-triggered* realimentado la salida para plantas lineales invariantes en el tiempo. En este trabajo, se incluye un observador para disponer de información de los estados no medibles. Para analizar las propiedades de estabilidad en este caso se recurre a conceptos de observabilidad de sistemas lineales discretos.

Aplicar estas técnicas a sistemas no lineales presenta ventajas aún mayores. Un ejemplo de aplicación se puede encontrar en [73]. En este trabajo se desarrolla un novedoso STC para sistemas no lineales sujetos a perturbaciones y a retardos de actuación. Inicialmente se considera un sistema no lineal imperturbable con retardos de actuación acotados, obteniendo las condiciones que garantizan la existencia de una solución de control *self-triggered* que estabiliza el sistema en lazo cerrado. A continuación, se añaden al modelo incertidumbres en ciertos parámetros, perturbaciones y retardos de actuación acotados, en estas condiciones se proporciona una estrategia *self-triggered* que garantiza el mantenimiento de las variables de estado entorno al punto de equilibrio. En ambos casos se proporciona la metodología necesaria para el cálculo del siguiente instante de ejecución.

En [7], se aplican técnicas de control *self-triggered* a dos clases de sistemas de control no lineales: los sistemas homogéneos dependientes del estado y los sistemas polinómicos. El uso de técnicas *self-triggered* resulta especialmente beneficioso en el caso de los sistemas no lineales ya que éstos tienen una fuerte dependencia del punto de trabajo. Este punto se tiene en cuenta en la técnica self-triggered para fijar el tiempo entre muestras. Los tiempos de ejecución de las leyes de control bajo una implementación *self-triggered* se fijan por una simple condición que depende de la dinámica del sistema, el comportamiento del sistema deseado y la medida actual de los estados del sistema. Las condiciones de *self-triggered* son una solución de compromiso entre la cantidad de recursos utilizados por el controlador y el comportamiento del sistema deseado. En este trabajo se ha desarrollado la teoría necesaria para comprender los requerimientos de tiempo de real de la técnica *self-triggered*.

#### 2.2.3 Estudio de la estabilidad

En este apartado se describen distintos métodos para garantizar la estabilidad de los sistemas de control aperiódicos. En la mayor parte de los casos, en primer lugar se obtiene el controlador, generalmente en tiempo continuo, y se proponen sistemas STC y ETC para este, realizando un estudio de estabilidad teniendo en cuenta la función de disparo de eventos utilizada [5]. Otra opción de diseño más compleja propone métodos de co-diseño de la política de disparo en tiempo variable y el controlador bajo diferentes condiciones [58,74].

El caso más sencillo es de los sistemas lineales invariantes en el tiempo. Las leyes de control para este tipo de sistemas son descritas en [75]. La técnica propuesta garantiza *exponential input-tostate stability*. Además de esto, se realiza un estudio de los distintos parámetros de diseño que fijarán el comportamiento del controlador: el paso de discretización, la tasa de decrecimiento de la función de Input-to-State Stability y el tiempo mínimo y máximo entre ejecuciones. Si añadimos perturbaciones a la planta el análisis resulta un poco más complejo [3]. Partiendo de la implementación *self-triggered* presentada en [5] se procede a analizar la robustez del sistema frente a las perturbaciones aplicadas a un sistema de control lineal, demostrando cómo la implementación escogida es Input-to-State Stable (ISS) exponencialmente con respecto a las perturbaciones [3]. De esta forma se destaca la importancia del parámetro de diseño de tiempo máximo entre ejecuciones, ya que este tiempo es el que permanecerá el sistema en lazo abierto no pudiendo reaccionar ante las perturbaciones.

El diseño de una implementación *self-triggered* para un sistema de control homogéneo se aborda en [76]. En dicho trabajo, se muestra que es posible implementar una ley de control estable, garantizando no sólo la estabilidad asintótica sino también dando una tasa de decrecimiento del sistema impuesta por una función de Lyapunov. La implementación propuesta, se basa en adaptar los plazos de ejecución de las tareas de control al estado del sistema. Llegando a la conclusión de que se requieren menos ejecuciones de las tareas de control, cuando los estados se aproximan al punto de equilibrio.

Los STC suelen actuar sobre plantas conectadas a su controlador de forma inalámbrica. En [77] se presenta el estudio de un STC encargado de llevar a cabo el control de trayectoria de un manipulador robótico, utilizando una red inalámbrica para la comunicación de la planta con el sistema de control. El control diseñado utiliza *Passivity control* y STC. Por un lado, mediante la propuesta de *Passivity control* se asegura la estabilidad de todo el sistema incluso con la presencia de incertidumbre en la red; y por otro, mediante la estrategia de *self-triggered* se asegura eficiencia en el uso de la red de comunicaciones.

Otro efecto a tener en cuenta es cómo afectan a la estabilidad de los STC la disponibilidad de recursos de computación para ejecutar las tareas de control. En [6] se examinan los sistemas de control de tiempo real, en los que la ejecución de las tareas es planificada bajo una estrategia *self-triggered*. En este trabajo, se obtienen cotas en el periodo de muestro de las tareas y en el plazo de finalización de las mismas para cuantificar cómo de robusto es el comportamiento del sistema de control ante las variaciones de estos parámetros. La planta es regulada por un controlador  $H_{\infty}$ . Mediante la teoría desarrollada en este trabajo, se pretende lograr que sistemas de tiempo real soft garanticen un comportamiento del sistema de control en lazo cerrado al mismo nivel que los tradicionales sistemas de control en tiempo real hard.

Como ya se ha mencionado anteriormente la estrategia de *self-triggered* nos permite ajustar de manera flexible los tiempos entre tareas, en [78] se aborda el problema de valorar de qué grado de libertad se dispone a la hora de ajustar estos periodos, para responder de forma adecuada a las variaciones de los estados del sistema asegurando un nivel específico de estabilidad.

#### 2.3 Retos de control self-triggered

Las técnicas de control aperiódico se encuentran actualmente en auge y son caso de estudio de numerosos grupos de investigación. En esta sección describimos los principales retos que hemos abordado en está Tesis: la decisión del criterio de disparo de eventos, el efecto del canal inalámbrico en lazo de control, la aplicación de las técnicas aperiódicas al seguimiento de trayectorias no lineales y la coordinación de múltiples agentes.

#### 2.3.1 Decisión del mecanismo de disparo de eventos, solución adaptativa

Debido a la facilidad de diseño y análisis las soluciones de control periódicas han sido utilizadas para el control de plataformas digitales. Dentro de nuestro de grupo de trabajo son numerosos los ejemplos de controles remotos de unidades robóticas [33,42,47,79–82], pero siempre implementando las soluciones de control de forma periódica. Sin embargo, en el campo del guiado de unidades robóticas o las aplicaciones basadas en teleoperación es de gran importancia minimizar la carga del canal de comunicaciones. Por esa razón hemos abordado el estudio de las técnicas de control aperiódicas.

Las soluciones de control STC estudiadas previamente [5, 75, 83-86], presentaban bajo nuestro punto de vista un gran inconveniente, el criterio de disparo era el mismo independientemente del punto de trabajo del sistema. Esto provoca que tengamos que optar por implementar o bien un mecanismo de disparo que exija un alto índice de comportamiento al sistema a consta de un gran número de actualizaciones o por el contrario, un índice de comportamiento bajo con un ahorro significativo en el número de actualizaciones. Esto justifica el capítulo tres, en el que presentamos una técnica de control aperiódica STC adaptativa. La meta de utilizar una solución adaptativa es relajar los requisitos de rendimiento del controlador cuando el sistema esta cerca del punto de equilibrio. De esta forma el tráfico de la red inalámbrica es reducido de forma significativa, mientras el seguimiento de la trayectoria no se degrada prácticamente nada. El hecho de utilizar una técnica adaptativa en la que se hace una elección dinámica de la función de comportamiento nos permite conseguir un mejor balance entre el número de actualizaciones y el índice de comportamiento del canal frente a las técnicas de STC no adaptativas [5,75,83–86]. Para validar nuestra solución hemos implementado un escenario donde un robot P3-DX es guiado de forma remota y controlado por un PC trabajando como centro remoto. El centro remoto ejecuta un servocontrolador de velocidad self-triggered con una condición de disparo adaptativa.

#### 2.3.2 Efecto del canal de comunicaciones en el lazo de control

La problemática de los efectos del canal de comunicación inalámbrico constituyen otra línea de investigación en el ámbito del control aperiódico. Los NCS se caracterizan por tener asociados ciertos inconvenientes debido a que utilizan un canal de comunicaciones con un ancho de banda limitado. Los paquetes de datos de control son normalmente enviados a través de redes en las cuales se producen algunos fenómenos inevitables como son: intervalos de transmisión variables en el tiempo, retardos de comunicación variables, pérdida de paquetes, cuantificación de la señal [87–89]. Estos fenómenos pueden añadir una complejidad adicional, degradando de forma significativa el rendimiento del sistema de control. Por ello, aprovechando las ventajas de los STC y ETC, se han diseñado controladores para ser aplicados a los NCS para disminuir la problemática mencionada [87,90].

A la hora de aplicar STC sobre NCS el estándar de red más utilizado es el IEEE 802.15.4. Este estándar de comunicaciones resulta especialmente útil aplicado a sistemas STC, ya que dispone de una supertrama de comunicaciones en la que hay una parte reservada para cada miembro del canal, con la que se pueden garantizar tiempos máximos de envío, y otra zona de libre competencia que puede estar inactiva en caso de no utilizarse. En [24] se describe una solución de control *self-triggered* para aplicaciones con redes de sensores inalámbricos, utilizando el mencionado protocolo de comunicación IEEE 802.15.4. En este trabajo, se realiza un análisis general de sistemas lineales sobre la red 802.15.4, añadiendo el estudio incertidumbre en ciertos parámetros y perturbaciones externas acotadas sobre los lazos de control. El objetivo de la estrategia *self-triggered* es reducir el número de transmisiones para de esta forma ahorrar energía. La condición suficiente de estabilidad es dada en función tanto del protocolo utilizado como de los parámetros de control.

Otro área de aplicación está relacionada con la problemática asociada con el consumo de energía [88] y ancho de banda de comunicación en las redes de actuadores y sensores inalámbricos [91]. La estrategia llevada a cabo se basa en la implementación de un controlador *self-triggered*, realizando de esta forma el envío aperiódico de información a través de la red, con lo que se verá reducido el número de transmisiones en la red y con ello el consumo de energía y de ancho de banda asociado a las mismas. Gracias a esto, se incrementa el tiempo de vida de la red, sin que se degrade por ello el comportamiento del control. Para comprobar los beneficios de esta técnica de control *self-triggered* se procede a la implementación de la misma. Para ello se utiliza un sistema formado por dos tanques de agua conectados entre sí, la conexión de los sensores y actuadores que se colocan en dichos tanques con el nodo controlador se realiza a través de una red de comunicación inalámbrica. El protocolo de comunicación utilizado es una modificación del IEEE 802.15.4 ya que permite una gran flexibilidad de diseño para implementar la técnica *self-triggered*. Los resultados obtenidos en este trabajo, confirman una reducción en el número de transmisiones en un 85.5 % respecto a la implementación periódica, aumentando de esta forma el tiempo de vida de las baterías en un 41 %.

Por último queremos destacar uno de los puntos más críticos de los canales inalámbricos, los retardos de comunicación, esta problemática es analizada en múltiples trabajos [89, 92]. Para compensar el efecto producido por los retardos de comunicación se utiliza la capacidad predictiva del control STC. En el caso de [92], se diseñan dos estrategias para atenuar el efecto de los retardos. La primera de ellas es una implementación híbrida entre ETC y STC, teniendo en cuenta a la hora de decidir el disparo ETC la fase de predicción del STC sobre un tiempo igual al retardo máximo de canal. La segunda de ellas es una estrategia STC estándar en la que se realiza el envío de la información de la planta con suficiente antelación para que en el instante de actualización se disponga de la información del controlador.

En el capítulo cuatro, hemos abordado esta problemática asociada a los canales de comunicaciones inalámbricos. Los trabajos previos con controles aperiódicos sobre sistemas con retardos variables usan una cota superior de retardo (retardo máximo) para garantizar la estabilidad [92–94]. Este tipo de solución es conservadora ya que el retardo máximo de canal rara vez se ocurre, únicamente cuando el canal de comunicaciones está sobrecargado. En contraste a estos trabajos, proponemos escoger la condición de disparo de forma dinámica teniendo en cuenta la ocupación del canal en cada momento. De esta forma, la condición de disparo es escogida de acuerdo al retardo de canal medido, permitiendo ajustar el número de ejecuciones del control a la carga real del canal. Esta solución aperiódica para compensación de retardos en NCS es especialmente eficaz cuando los mismos son altamente variables, como es caso de las redes Wifi. Hemos escogido utilizar el estándar Wifi en lugar del IEEE 802.15.4 por estar el primero más extendido y ser la aplicación de estas técnicas más desafiante al ser el canal de libre competencia en todo momento. La clave del controlador propuesto es la doble adaptación del mecanismo de disparo considerando tanto el retardo de canal actual medido en cada iteración como la distancia de las variables de estado del sistema al punto de equilibrio. La idea principal es relajar el mecanismo de disparo cuando el nivel de ocupación del canal se incrementa y las variables de estado del sistema se encuentran próximas al punto de equilibrio. De esta forma, la estrategia descrita contribuye de forma activa y dinámica a optimizar la disponibilidad del canal para otras tareas de control que se ejecuten a través del mismo. Los beneficios de esta solución aperiódica se han validado en un escenario real en el que 4 unidades robóticas son controladas por un único PC trabajando como centro remoto, todas las comunicaciones se realizan a través de un único canal Wifi compartido.

#### 2.3.3 Aplicación al control de seguimiento de trayectorias no lineales

El estudio de la estabilidad de los sistemas no lineales implica una mayor complejidad debido a que dependiendo del punto de trabajo las propiedades del sistema pueden variar. El uso de las técnicas de muestreo aperiódico añade la dificultad de garantizar la estabilidad sin conocer a priori el tiempo entre muestras, sin embargo las ventajas para este tipo de sistemas en lo que a optimización de recursos de control se refiere son aún mayores. Ya que en el caso del muestreo periódico tendremos que garantizar la estabilidad para la zona de trabajo de trabajo más restrictiva del sistema, mientras que con el uso de las técnicas aperiódicas nos adaptaremos a la zona de trabajo de cada momento, teniendo de está forma un ahorro mayor en el número de actualizaciones.

En este capítulo se presenta un controlador aperiódico aplicado al seguimiento de trayectorias no lineales de un robot no holonómico. Para optimizar la tarea dividimos el seguimiento de la ruta en dos etapas: aproximación a la trayectoria desde una pose inicial aleatoria y seguimiento de la trayectoria hasta el destino, utilizando un controlador distinto para cada tarea. Para ello, se diseña una solución de control aperiódica basada en una función de Lyapunov que garantiza en la región de trabajo estabilidad práctica y evita que se produzcan ejecuciones de tipo Zeno. El mecanismo de disparo propuesto asume el modelo cinemático del uniciclo. En primer lugar se validan los resultados mediante simulación confirmando una buena aproximación al punto objetivo y seguimiento de la ruta con una reducción significativa en el número de actualizaciones de control, y de esta forma un gran ahorro en la carga del canal inalambrico. Los beneficios del

controlador diseñado han sido comprobados también en un escenario real donde un robot P3-DX es controlado de forma remota por un PC a través de un canal de comunicaciones inalámbrico IEEE 802.11g. De acuerdo con las velocidades lineales y angulares registradas, la diferencia entre la simulación y la experimentación es despreciable y confirma la ventajas de la propuesta presentada.

#### 2.3.4 Guiado en convoy de unidades robóticas

Un sistema distribuido se caracteriza por estar formado por varios subsistemas en los que las acciones de control de cada uno afectan a la estabilidad global del sistema. Estos sistemas son un tipo particular de NCS en los que se realizan comunicaciones entre los distintos subsistemas. En este tipo de sistemas la toma de decisiones se distribuye entre los agentes del sistema.

Los sistemas distribuidos surgen debido a las dificultades que plantea el control en lazo cerrado de sistemas con un gran número de estados, de esta forma se disminuye la complejidad de abordar este problema de forma centralizada. Para reducir el número de comunicaciones de este tipo de sistemas, estrategias de ETC distribuidas han sido desarrolladas para decidir cuándo tiene que actualizar la acción de control de cada subsistema [23, 68, 95, 96].

En el caso de los STC aplicados a un control distribuido, el mecanismo de disparo pasa de controlar un solo agente a la coordinación de múltiples agentes [40, 97–99]. En este tipo de escenarios, cada agente no tiene acceso a toda la información de los demás agentes en cualquier instante de tiempo, por lo que ha de interaccionar con determinados agentes vecinos en ciertos instantes de tiempo. La actualización de cada agente se debe realizar de forma local ya que no se dispone de información global para tomar las decisiones de forma centralizada. Por lo tanto, el primer desafío es encontrar condiciones de disparo individualizadas para cada unidad garantizando al mismo tiempo la estabilidad global del sistema. En segundo lugar, el diseño de condiciones de disparo independientes para cada agente con la información disponible en ese instante provoca un aumento del número de disparos ya que estos son realizados de forma asíncrona por cada unidad. Este disparo asíncrono de las distintas unidades complica el análisis de la estabilidad del sistema, y con ello la forma de garantizar que el sistema no presenta comportamiento Zeno.

Este tipo de sistemas se aplican en el área de la robótica para lograr conducir a los distintos agentes a una determinada configuración y garantizar que se mantienen en ella. Dependiendo de la configuración escogida, las tareas puede buscar distintas metas, incluyendo despliegue, encuentro y control de la formación [40]. En [97, 98] se realiza un STC distribuido utilizando una estrategia de control *consensus*. La estrategia *self-triggered* se basa en observar las medidas relativas entre las distintas unidades para evitar tener que estar continuamente monitarizando las medidas. En el caso de estos sistemas cada agente debe tener en cuenta: cuando debe muestrear el estado local del agente, cuando debe actualizar la señal de control local del agente y cuando debe comunicar su nuevo estado a los agentes vecinos. Para responder a estas cuestiones, la generación de eventos ahora pasa de una sola decisión con toda la información del sistema a múltiples agentes con información parcial del sistema global [99].

En el capítulo seis se aborda el control remoto y aperiódico de un convoy de robots que siguen trayectorias no lineales. Para ello se recurre a la técnica de control *consensus*, esta técnica resulta especialmente útil en problemas en los que múltiples agentes comparten ciertas variables de interés [100]. En trabajos previos, los controladores *consensus* han sido diseñados para seguir trayectorias lineales [100–103]. Por el contrario, nosotros planteamos un controlador que realiza el seguimiento de trayectorias no lineales, a la vez que optimiza el uso del canal de comunicaciones inalámbrico. Para simplificar el problema, hemos diseñado dos controladores para desacoplar las estrategias de seguimiento longitudinal y lateral.

### Capítulo 3

## Control self-triggered adaptativo para seguimiento remoto de velocidades de robots

En este capítulo hemos considerado la problemática de controlar un robot autónomo de forma remota a través de un canal de comunicaciones inalámbrico. Nuestra meta es lograr un correcto seguimiento de la señal de referencia mientras se reduce el número de accesos al canal. Para alcanzar este objetivo, hemos implementado una estrategia STC que ajusta la condición de disparo al error observado en el seguimiento de referencias de velocidad lineal y angular. En primer lugar, se presenta la justificación teórica de nuestro planteamiento, para a continuación describir los resultados obtenidos mediante pruebas de simulación. Para realizar la simulación utilizamos el modelo del robot controlado de forma remota, y la herramienta TrueTime para simular el canal de comunicaciones. Por último, hemos realizado experimentos con la misma estrategia de STC adaptativa sobre un robot P3-DX con enlace wifi al centro remoto de control. Con el controlador diseñado logramos una reducción significativa en el tráfico generado a través de la red comparado con las técnicas de control periódicas y las técnicas STC no adaptativas mientras que el rendimiento prácticamente no se degrada.

#### 3.1 Introducción

En los NCSs la comunicación entre las distintas plantas (incluyendo sensores y actuadores) y controladores se produce a través de una red de comunicaciones inalámbrica con un ancho de banda limitado [15]. La implementación en tiempo real de este tipo de sistemas aplicando controles periódicos presenta principalmente dos limitaciones: el uso ineficiente de los recursos disponibles; y la sobrecarga innecesaria del canal de comunicaciones. Esto ha motivado la aparición de múltiples técnicas basadas en la idea de cerrar el lazo de control con la planta sólo cuando es necesario [5,75,83–86]. Estas técnicas usan realimentación de los estados de la planta para decidir cuándo la señal de control necesita ser recalculada con una nueva medida.

Dos de las técnicas más importantes son ETC y STC. En las implementaciones ETC [83,84], el estado de la planta es medido constantemente para decidir cuándo la ejecución del controlador puede ser disparada. Por ello, estas implementaciones requieren unos recursos dedicados de forma continua. Para solucionar este problema surgen las técnicas STC [5,75], en este caso el controlador determina cuándo será necesaria la próxima actualización basándose en la última medida adquirida. De esta forma, no se requiere estar continuamente monitorizando la planta. Nosotros proponemos una mejora práctica en la técnica STC presentada en [5,75]. La propuesta consiste en adaptar la condición de disparo al error de seguimiento de trayectoria, de esta forma se establece una solución de compromiso entre el número de accesos al canal de comunicaciones inalámbrico y el rendimiento del controlador.

En el campo de la robótica, los NCS son especialmente interesantes para las aplicaciones de control remoto y guiado cooperativo. Ejemplos de control remoto pueden ser encontrados en [104] donde un motor de continua es controlado de forma periódica usando una red de comunicaciones TCP/IP; en [105] donde un PID con muestreo constante es implementado de forma remota para controlar un sistema termal; y en [106] donde un vehículo robotizado es teleoperado de forma bilateral. Muchos trabajos han sido desarrollados en el ámbito del guiado cooperativo de robots, por ejemplo la estabilidad de cadena de un convoy es estudiada en [107, 108]. También en el grupo GEINTRA hemos diseñado soluciones de control remoto de unidades robóticas [79] y para el guiado en convoy de varias unidades [33, 42, 47, 80–82], pero siempre implementando las soluciones de control de forma periódica. Sin embargo, en el campo del guiado de unidades robóticas o las aplicaciones basadas en teleoperación es de principal importancia minimizar la carga computacional. Esto justifica el objetivo de este capítulo:

- El diseño y la implementación de un NCS para una aplicación robótica minimizando la carga de comunicaciones inalámbricas permitiendo de esta forma a otras aplicaciones utilizar el canal de comunicaciones compartido y los recursos electrónicos de cada unidad.
- Como primer escenario de esta tesis se implementa un sistema donde un robot P3-DX es remotamente guiado y controlado por un PC trabajando como centro remoto.
- El centro remoto ejecuta un servocontrolador de velocidad *self-triggered* con una condición de disparo adaptativa. La meta de utilizar una solución adaptativa es relajar los requisitos de rendimiento del controlador cuando el sistema esta cerca del punto de equilibrio. De esta forma el tráfico de la red inalámbrica es reducido de forma significativa, mientras la degradación del error de seguimiento es insignificante.

El resto del capítulo se organiza de la siguiente manera: la Sección 3.2 presenta el planteamiento teórico, la Sección 3.3 describe la estructura del demostrador, así como los resultados de simulación e implementación del control remoto del robot P3-DX. Por último, la Sección 3.4 incluye las conclusiones y trabajos futuros.

#### 3.2 Descripción del problema

En esta sección presentamos las nociones del STC para sistemas lineales invariantes en el dominio del tiempo continuo, el planteamiento específico del problema y el interés de aplicar condiciones de disparo adaptativas para resolverlo.

#### 3.2.1 Preliminares

Denotamos con  $\mathbb{R}^+$  los números reales positivos, por  $\mathbb{R}_0^+ = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  y por  $\mathbb{N}$  los números naturales. La norma euclídea  $(l_2)$  de un vector es representada por  $|\cdot|$ .

El teorema siguiente presenta la teoría clásica para describir la estabilidad en los sistemas lineales, para más detalle revisar [111].

**Teorema 1.** Un sistema lineal  $\dot{x} = Ax$  es exponencialmente estable, i.e.  $\exists M, \lambda \in \mathbb{R}^+$  de forma que  $|x(t)| \leq Me^{-\lambda t}|x(0)|$ , si y sólo si existen matrices definidas positivas P, Q tal que:

$$A^T P + PA \le -Q. \tag{3.1}$$

Si el sistema es estable entonces, la función  $V(t) = x(t)^T P x(t)$  se dice que es una función de Lyapunov para el sistema.

#### 3.2.2 Revisión de la técnica de control self-triggered

En esta sección se presenta una revisión de la técnica STC presentada en [5]. Para ello, en primer lugar consideramos el siguiente sistema:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$
(3.2)

donde  $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n\times r}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{m\times n}$  son las matrices características y  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^r$  y  $y(t) \in \mathbb{R}^m$  el vector estado, de entrada y de salida respectivamente. Si el par de matrices (A, B) es estabilizable, se puede encontrar un controlador lineal realimentado que haga que el sistema en lazo cerrado sea asintóticamente estable:

$$u(t) = Kx(t) \tag{3.3}$$

El sistema resultante en lazo cerrado se describe en la siguiente ecuación:

$$\dot{x}(t) = (A + BK)x(t) \tag{3.4}$$

Si el sistema en lazo cerrado es asintóticamente estable, entonces existe una función de Lyapunov de la forma:

$$V(t) = x(t)^T P x(t) \tag{3.5}$$

donde la función V(t) tiene que ser definida positiva.

Dada una matriz simétrica y definida positiva Q, P es la solución de la ecuación de Lyapunov (3.1).

Ahora ya estamos en disposición de definir el error de medida como:

$$e(t) = x(t_k) - x(t), \ t \in [t_k, t_{k+1}]$$
(3.6)

donde  $t_k$  es el último instante de actualización. En los instantes de tiempo  $t_k$ , la variable del vector de estados  $x(t_k)$  está disponible a través de medidas, proporcionando la información actual de la planta. De esta forma, en los instantes  $t_k$  el controlador es recalculado con medidas nuevas y la entrada permanece constante hasta que se recibe una nueva medida, *i.e.*:

$$u(t) = kx(t_k), \ t \in [t_k, t_{k+1}]$$

El sistema en lazo cerrado con esta implementación sample and hold del controlador es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{e}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK & BK \\ -A - BK & -BK \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ e(t) \end{bmatrix}, \ t \in [t_k, t_{k+1}[$$

$$e(t_k) = 0$$
(3.7)

El objetivo de la estrategia STC es encontrar la secuencia de tiempos de actualización  $\{t_k\}$  de tal forma que el número de actualizaciones se minimiza mientras que la estabilidad del sistema se conserva. Esta secuencia de actualizaciones se define de forma implícita a través de los instantes de tiempo en los que cierta condición de disparo es violada. Para garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado implementado, introducimos una función de comportamiento S:  $\mathbb{R}^+_0 \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^+_0$ . Esta función acota de forma superior la evolución de V, así se determina el comportamiento deseado de la implementación. Los tiempos de actualización  $\{t_k\}$  son aquellos que violan la condición:

$$V(t, x_{t_0}) \le S(t, x_{t_0}), t \ge t_0 \tag{3.8}$$

En la Figura 3.1 se muestra un ejemplo de condiciones de disparo entre las funciones de Lyapunov V y S. Los instantes en los que se produce la condición de disparo están marcados con un círculo rojo.

Los tiempos entre ejecuciones deben ser acotados inferiormente por alguna cantidad positiva  $\tau_{min}$  para evitar ejecuciones Zeno [112] del sistema híbrido (3.7).

Para garantizar tiempos de ejecución superiores a cero, es suficiente con diseñar S satisfaciendo  $\dot{V}(t_k) < \dot{S}(t_k)$  en los instantes de actualización  $t_k$ . En [5] se sugiere el uso de una función S(t)



Lyapunov function V(t) and performance function S(t)

Figura 3.1: Ejemplo de la estrategia de disparo descrita en la ecuación 3.8. Los instantes en los que se produce la condición de disparo están marcados con un círculo rojo.

dada por:

$$S(t) := x_s(t)^T P x_s(t)$$
(3.9)

$$x_s(t) = A_s x_s(t_k), t \in [t_k, t_{k+1}]$$
(3.10)

$$x_s(t_k) = x(t_k) \tag{3.11}$$

donde  $A_s$  es una matriz Hurwitz<sup>1</sup> que satisface la siguiente ecuación de Lyapunov:

$$A_s^T P + P A_s = -R \tag{3.12}$$

con 0 < R < Q, lo que garantiza  $\dot{V}(t_k) < \dot{S}(t_k)$ . La matriz R describe los requisitos de estabilidad para la implementación definidos por  $A_s$ , la cual a su vez define S(t).

Por último, vamos a describir cómo se pueden calcular los instantes de tiempo en los que el controlador necesitará ser actualizado con nuevas medidas. Siguiendo la técnica presentada en [75], se puede predecir cual será el próximo instante de actualización basándose en la medida del instante  $t_k$  y la dinámica del sistema,  $x(t_k + \tau)$ ,  $\tau \in \mathbb{R}^+$ . De esta forma, se puede calcular de forma anticipada la evolución de las funciones V y S con intervalos de tiempo  $\Delta$ , y comprobar si

$$V(t_k + p\Delta, x_{t_k}) \le S(t_k + p\Delta, x_{t_k}), \ p \in [1, 2, \dots, N],$$
(3.13)

 $<sup>^1</sup>$ Una matriz cuadrada Aes considerada Hurwitzsi todos sus autovalores tienen parte real estrictamente negativa.

para  $N \in \mathbb{N}$ fijando un horizonte de tiempo preestablecido. Después, se puede calcular:

$$t_{k+1} = t_k + \min(p : V(t_k + (p+1)\Delta, x_{t_k}) > S(t_k + (p+1)\Delta, x_{t_k})\Delta)$$
(3.14)

Si no se da la condición de disparo en el intervalo de tiempo preestablecido, se fija p = N. Observación 1. El tiempo de discretización  $\Delta$  seleccionado para la implementación debe de ser mayor que  $\tau_{min}$  para evitar que se produzcan ejecuciones Zeno.

**Observación 2.** En nuestra aplicación consideramos que las señales de referencias se mantienen constantes entre intervalos de actualización, en caso de que la referencia cambie se producirá un nuevo evento y se calculará el siguiente intervalo de muestreo.

Cuando la referencia a seguir es distinta a cero, el punto de equilibrio del sistema  $x_{eq}$  es diferente del origen. No obstante, esto no presenta ninguna problemática, ya que el nuevo punto de equilibrio se puede calcular de forma sencilla a partir de la referencia, y con un simple cambio de coordenadas:

$$\tilde{x} = x - x_{eq},\tag{3.15}$$

se devuelve el punto de equilibrio al origen.

#### 3.2.3 Propuesta self-triggered Adaptativo

Una de las contribuciones de este capítulo, además la implementación real de estas técnicas en una plataforma robótica, es la propuesta de una condición de disparo *self-triggered* adaptativa. Para asegurar que:

$$\dot{V}(t_k) < \dot{S}(t_k), \tag{3.16}$$

escogemos

$$R = \sigma Q, \qquad \sigma \in ]0, 1[ \tag{3.17}$$

La elección de  $\sigma$  proporciona una solución de compromiso entre el número de actualizaciones y los requisitos de estabilidad. Si describimos la estrategia implementada de forma cualitativa, cuando  $\sigma \to 0$  logramos una reducción significativa en el número de actualizaciones del controlador con la correspondiente degradación del índice de comportamiento. Por otro lado, cuando  $\sigma \to 1$  se obtiene un mejor comportamiento del sistema a costa de incrementar el número de actualizaciones.

Para facilitar la comprensión de este concepto en la Figura 3.2 se muestran los instantes en los que se producirían disparos de eventos para distintos valores de  $\sigma$ . En la gráfica se puede apreciar cómo valores menores de dicho parámetro provocan tiempos de actualización más grandes a consta de permitir que la función de Lyapunov V, encargada de describir la estabilidad del sistema, tienda al punto de equilibrio de forma más lenta.

Para evaluar el índice de comportamiento del sistema a controlar utilizamos el índice de la



Figura 3.2: Comparativa de distintos disparos en función del valor de  $\sigma$  escogido descrito en la ecuación 3.17. Los instantes en los que se produce la condición de disparo están marcados con un círculo rojo.

integral del error cuadrático (ISE) [113] aplicado al seguimiento de la referencia:

$$ISE = \int_{0}^{\infty} |x(t) - x_{ref}(t)|^2 dt.$$
(3.18)

En nuestros experimentos calculamos el ISE a partir de medidas de la planta controlada en tiempo discreto, de esta forma en lugar de la formula anterior usamos:

$$ISE = \sum_{k=0}^{\infty} |x(k\Delta) - x_{ref}(k\Delta)|^2 \Delta.$$
(3.19)

La idea principal de la condición de disparo adaptativa es encontrar una solución de compromiso, en función del estado de la planta, entre reducir el número de ejecuciones ( $\sigma \rightarrow 0$ ) sin degradar el índice de comportamiento ( $\sigma \rightarrow 1$ ). Para lograr esto, seleccionamos el valor de  $\sigma$  dependiendo de la desviación del vector de estados de su punto de equilibrio:

$$|x(t) - x_{eq}|. (3.20)$$

Cuando  $|x(t) - x_{eq}|$  es significativo, trabajamos con el rango mas alto de las posibles condiciones de disparo ( $\sigma \rightarrow 1$ ) para lograr una respuesta rápida del sistema de control. Por otro lado, cuando  $|x(t) - x_{eq}|$  es suficiente pequeño, seleccionamos el rango más bajo ( $\sigma \rightarrow 0$ ) para obtener una reducción significativa de las actualizaciones del controlador.

Los valores de umbral delimitan los rangos mencionados de  $|x(t) - x_{eq}|$  y son seleccionados por el diseñador acorde al comportamiento del sistema deseado en los distintos intervalos de trabajo, tal y como se explica en el siguiente apartado.

#### 3.3 Implementación del demostrador y resultados

En este apartado se describe la evaluación de un servo-controlador *self-triggered* adaptativo aplicado al control remoto de una unidad robótica mínimamente instrumentalizada. Esta solución de control ha sido testada, en primer lugar a través de simulación, y después mediante experimentación con un robot P3-DX y un PC trabajando como centro remoto, comunicando ambos a través de una red inalámbrica de comunicaciones [33,79].

La unidad robótica únicamente incorpora el más bajo nivel de control asociado a las ruedas activas, y un observador digital para calcular los estados de la planta a partir de la información de odometría. Las medidas de odometría disponibles son la velocidad lineal y angular del robot. El centro remoto se encarga de las siguientes tareas de control: generación del vector de velocidad de referencia, cálculo del vector de control del robot y ejecución del planificador de eventos *self-triggered*. Este último es el responsable de decidir cuándo tiene que ser aplicada la señal de control y actualizada la estimación del vector de estados a partir de las medidas de odometría. Cuanto mayores sean los intervalos entre ejecuciones, menor será la carga del canal inalámbrico. La Figura 3.3 muestra la estructura global del STC implementado de forma remota y la Figura 3.4 presenta una imagen de dicha implementación.



Figura 3.3: Estructura del servo control implementado

#### 3.3.1 Modelo de la planta teleoperada

El primer paso para testar la propuesta de STC adaptativo es modelar la unidad robótica desde el lado del centro remoto, esto significa incluir el canal de comunicaciones como parte de la planta a controlar. Para ello, asumimos un canal de comunicaciones ideal sin perturbaciones y sin pérdida de paquetes, y de esta forma el retardo que presenta el canal puede ser considerado constante.

El modelo de la planta ha sido obtenido a través de técnicas de identificación estándar y validado a través de ensayos experimentales [79,80]. Las referencias de velocidad lineal y angular (son los componentes del vector de entrada u) son enviadas al robot (el robot incluye los lazos de bajo nivel implementados para controlar la velocidad de cada rueda) y la respuesta en lazo abierto



Figura 3.4: Robot P3-DX y centro remoto aplicando la solución de STC adaptativo propuesto.

del robot (el vector y de salida de velocidad lineal y angular). Un retardo de canal constante de L segundos es incluido como parte del modelo de la planta, donde este elemento no lineal es modelado mediante uan aproximación de Padé(1,1) [113,114].

El método de Padé(p,q) realiza una aproximación lineal del retardo en el dominio de *Laplace*, siendo p el grado del numerador y q el del denominador. En nuestro caso, el retardo de canal L se aproxima por:

$$e^{-Ls} \simeq \frac{1 - \frac{L}{2}s}{1 + \frac{L}{2}s}.$$
 (3.21)

El modelo en variables de estado resultante de la unidad robótica P3-DX es:

$$\dot{r}(t) = A_d r(t) + B_d u(t) \tag{3.22}$$

$$= \begin{vmatrix} -4,094 & -0,015 & 1664 & 0,7227 \\ -0,008 & -5,042 & 0,326 & 2023 \\ 0 & 0 & -200 & 0 \end{vmatrix} r(t)$$
(3.23)

-

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -200 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4,159 & -0,002 \\ -0,001 & -5,057 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} u(t)$$
(3.24)

$$y(t) = C_d r(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} r(t)$$
(3.25)

donde:

•  $r(t) \in \mathbb{R}^4$  es el vector con los estados de la planta.

Ē

0

•  $u(t) \in \mathbb{R}^2$  es el vector de entrada (velocidades lineal y angular enviadas al robot);

1

•  $y(t) \in \mathbb{R}^2$  es el vector de medidas (velocidades lineal y angular obtenidas de la odometría).

#### 3.3.2 Diseño del servocontrol para el guiado de robots

Para llevar a cabo un seguimiento correcto de las referencias de velocidad lineal y angular hemos diseñado un servo sistema. En la Figura 4.9, se muestra la estructura del servosistema diseñado, que garantiza error de seguimiento de la consigna constante nulo en régimen permanente. Debido a que el estado completo de la planta r no es medible, se incluye un observador en el robot que estima los estados a través de la entrada u y la medida y.



Figura 3.5: Diagrama de bloques del servocontrol para seguimiento de velocidad lineal y angular de un robot. Los enlaces inalámbricos se representan mediante flechas punteadas.

Teniendo en cuenta el principio de separación, [113] (entre la estimación y el control), aplicamos la técnica de diseño LQR [113, 114] a la dinámica original del robot extendida con el estado del integrador n. Asumiendo que el estado completo de la planta está disponible, diseñamos las constantes del controlador  $K_I$  y  $K_R$  para el siguiente sistema:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + By_{ref}(t) \tag{3.26}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{r}(t) \\ \dot{n}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ -C_d & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t) \\ n(t) \end{bmatrix}$$
(3.27)

$$+ \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_R & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r(t) \\ n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_{ref}(t).$$
(3.28)

El peso escogido para las matrices usadas en el diseño LQR es el siguiente:

$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 0.1I_{2x2} & 0_{2x4} \\ 0_{4x2} & I_{4x4} \end{bmatrix} \quad ; \quad R_{LQR} = I_{2x2}$$

y las constantes de control resultantes  $K_R$  y  $K_I$  son:

$$K_R = \begin{bmatrix} 0.26 & 0 & 2.167 & -0.004 \\ -0.001 & 0.222 & -0.004 & 2.256 \end{bmatrix}$$
$$K_I = \begin{bmatrix} 1 & 0.001 \\ -0.001 & 1 \end{bmatrix}.$$

La matriz P usada en la implementación *self-triggered* es la resultante de resolver la ecuación (3.1) con:

$$A = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ -C_d & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_R & K_I \end{bmatrix}; \quad Q = I.$$
(3.29)

Para un valor máximo de  $\sigma = 0.9$ , con el diseño presentado, el tiempo mínimo entre ejecuciones resultante es 35ms, por lo tanto seleccionaremos un tiempo de muestreo de 10ms para las tareas de sensado del robot. También tenemos que seleccionar un tiempo de paso  $\Delta$  usado en el STC implementado para predecir cuándo se producirá la próxima transmisión de la medida, tal y como se describe en el apartado 3.2.2.

Independientemente del diseño del controlador, utilizamos un observador *Luenberger* de tiempo discreto [114]. La ganancia del observador diseñado en tiempo discreto es:

$$\tilde{L} = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 0.01 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
(3.30)

para obtener la matriz L utilizamos el comando place de Matlab indicando la posición deseada

de los autovalores. El observador se ejecuta de forma periódica en el robot en todos los instantes fijados por ( $\Delta = 10ms$ ), lo que nos proporciona la misma precisión que la del STC. De esta forma se evitan posibles problemas cuando usamos la estimación en el STC implementado.

#### 3.3.3 Caracterización del mecanismo self-triggered adaptativo

Como se planteó previamente, la condición de disparo es escogida dependiendo de la desviación del estado del sistema respecto del equilibrio  $|x(t) - x_{eq}|$ , siendo  $x(t) = [r(t)^T n(t)^T]^T$  y  $x_{eq} = -A^{-1}[0, y_{eq}]^T$ , donde A está definida en (3.29). En otras palabras, escogiendo el correcto valor de los valores de  $\sigma$  se logra un buen balance entre el índice de comportamiento del sistema y el número de actualizaciones, esto se describe en el apartado 3.2.3.

De todas las posibles condiciones de disparo,  $\sigma \in ]0,1[$ , consideramos sólo tres valores:

- 1.  $\sigma_1 = 0,1$ , para los valores en los que  $|x(t) x_{eq}| \le 0,01$ , es decir, cuando se encuentra cerca del punto de equilibrio;
- 2.  $\sigma_2 = 0.5$ , para valores de  $0.01 < |x(t) x_{eq}| \le 0.1$ , para situaciones intermedias;
- 3.  $\sigma_3 = 0.9$ , para valores de  $|x(t) x_{eq}| > 0.1$ , cuando el estado es desviado de la situación de equilibrio y se requiere una respuesta rápida del controlador.

#### 3.3.4 Resultados de simulación

Para evaluar nuestra propuesta presentamos tres resultados de simulación en los que se realiza el guiado remoto de una unidad robótica de acuerdo al diagrama de bloques presentado en la Figura 4.9. Como referencia se utiliza una combinación de velocidades lineales y angulares. Para lograr una validación más realista, usamos la herramienta software TrueTime [115]. TrueTime hace posible simular modelos de redes de comunicaciones y su influencia sobre los lazos de control. Se pueden utilizar diferentes estándares de comunicación, en nuestro caso el estándar disponible en le laboratorio es el IEEE 802.11g.

Consideramos para propósitos de comparación tres implementaciones del controlador diferentes:

- 1. Una periódica con tiempo de muestreo igual al paso de discretización  $\Delta = 10ms$ .
- 2. Una implementación STC convencional, como la presentada en [5], con dos condiciones de disparo fijas: una cercana a 0 ( $\sigma = 0,1$ ) y la otra cercana a 1 ( $\sigma = 0,9$ ).
- 3. Nuestra propuesta STC adaptativa aplicada a la condición de disparo descrita en el apartado 3.2.3.

La Figura 4.12 muestra la velocidad lineal (primer componente del vector de salida y(t)) con las diferentes implementaciones. La gráfica superior izquierda corresponde con la implementación periódica (10ms), en ella se aprecia un buen seguimiento de la consigna de velocidad. La figura



Figura 3.6: Velocidad registrada(línea roja) cuando una referencia (línea azul) es aplicada al robot. Resultados de simulación con las distintas implementaciones: periódica (esquina superior izquierda), con parámetro  $\sigma$  fijo y alto (esquina superior derecha), con parámetro  $\sigma$  fijo y bajo (esquina inferior izquierda) y solución adaptativa propuesta en esta tesis (esquina inferior derecha).

superior derecha muestra una implementación STC en la que se exige un índice de comportamiento al sistema alto ( $\sigma = 0.9$ ), mientras que en la figura inferior izquierda se muestra un STC de bajo índice de comportamiento ( $\sigma = 0.1$ ); por último en la gráfica inferior derecha se muestra nuestra solución STC adaptativa. Como era de esperar, el mayor valor de  $\sigma$  proporciona la mejor respuesta del servosistema pero también conlleva el mayor número de actualizaciones a través del canal de comunicaciones. Por el contrario, la solución adaptativa logra una solución balanceada entre la reducción del número de accesos al canal y una respuesta del sistema de control satisfactoria.

Usamos el índice ISE para cuantificar el comportamiento en el seguimiento y evaluamos el número de transmisiones para comprobar la carga de la red.

La Tabla 3.1 contiene un resumen de estas medidas para poder comparar las soluciones de control presentadas previamente y confirmar los beneficios de la propuesta: ofrece un número menor de actualizaciones (transmisiones a través del canal inalámbrico) que el control periódico o el STC con  $\sigma = 0.9$ , sin degradar la respuesta del sistema como la técnica STC con  $\sigma = 0.1$ .

	$\sigma = 0,1$	$\sigma = 0.9$	$\sigma$ Adaptativo	Periódico 10 ms
Actualizaciones(Wifi Tx)	65	1281	124	10000
Tiempo medio entre actualizaciones (ms)	1538	78	806	10
Índice de comportamiento ISE	0,874	0,303	0,308	0,237

Tabla 3.1: Parámetros clave para comparar los resultados de simulación (TueTime) con las diferentes estrategias presentadas.

#### 3.3.5 Resultados experimentales

Para validar experimentalmente la propuesta, también hemos llevado a cabo tres ensayos en los que se realiza el guiado remoto de una unidad robótica. Hemos aplicado la misma combinación de referencias de velocidades lineales y angulares a los tres ensayos. En el centro remoto hemos implementado el servo controlador de acuerdo con el diagrama que se muestra en la Figura 3.5. Cuando la condición de disparo es alcanzada el centro remoto recibe la información de las variables de estado de la planta y la acción de control es enviada al robot.

Hemos replicado los mismos casos de estudio incluidos en el apartado de simulación: el periódico, el STC convencional y nuestra propuesta STC adaptativa.

La Figura 3.7 muestra la velocidad lineal (primera componente del vector de estados de la salida y(t)) medida en el robot P3-DX a través del sistema de odometría con diferentes implementaciones. La gráfica superior izquierda se corresponde con el sistema periódico de periodo 10ms, la figura superior derecha muestra una implementación STC de alto índice de comportamiento  $(\sigma = 0,9)$ , la gráfica inferior izquierda representa una implementación STC con una condición de disparo relajada  $(\sigma = 0,1)$ , y la inferior derecha muestra nuestra propuesta adaptativa. Como puede apreciarse también en los ensayos experimentales, la solución con el mayor valor de  $\sigma$  proporciona el mejor seguimiento de la referencia. Sin embargo, la solución adaptativa ofrece una solución equilibrada en la que se logra un reducido número de actualizaciones y un seguimiento de la referencia aceptable.

La tabla 3.2 recoge el valor del índice ISE y del número de transmisiones permitiéndonos comparar las diferentes pruebas experimentales y confirmando las ventajas de nuestra propuesta. Como es lógico, el ruido del encoder contribuye a deteriorar ligeramente los valores del ISE respecto de los simulados. Por otra parte, el comportamiento real del canal de comunicaciones está próximo al precalculado en la simulación.

Tabla 3.2: Parámetros clave para comparar los resultados experimentales con las distintas estrategias de control.

	$\sigma = 0,1$	$\sigma = 0.9$	$\sigma$ Adaptativo	Periódico 10 ms
Actualizaciones(Wifi Tx)	66	1289	127	10000
Tiempo medio entre actualizaciones (ms)	1515	78	787	10
Índice de comportamiento ISE	1,697	0,410	0,419	0,271

Finalmente, queremos destacar cómo en las implementaciones STC hay un cierto retardo de reacción cuando se modifican las referencias. Esto se debe a que los tiempos de transmisión



Figura 3.7: Velocidad lineal registrada (línea roja) cuando una referencia (línea azul) es aplicada a un robot P3-DX. Se muestran los resultados experimentales de diferentes implementaciones: periódica (esquina superior izquierda), con parámetro  $\sigma$  fijo y alto (esquina superior derecha), con parámetro  $\sigma$  fijo y bajo (esquina inferior izquierda) y solución adaptativa propuesta en esta tesis (esquina inferior derecha).

son precalculados. Una vez que se recibe la medida se actualiza la ley de control y se calcula el tiempo del próximo evento. Debido a esto, si la referencia es actualizada antes del siguiente instante de transmisión, el sistema no reaccionará hasta dicho instante. Esto puede ser resuelto fácilmente forzando al sistema a que actualice el lazo de control cuando se produzca un cambio en la referencia.

#### 3.4 Conclusiones

En este capítulo hemos implementado una solución STC adaptativa para el seguimiento de velocidades de robots P3-DX controlado de forma remota. Hemos demostrado a través de simulación e implementación cómo esta propuesta contribuye a reducir el número de actualizaciones de la consigna de control, logrando reducir el tráfico del canal de comunicaciones inalámbrico, liberando recursos de comunicación para otras tareas que compartan el mismo canal.

### Capítulo 4

## Control remoto lineal self-triggered: compensación de los retardos del canal

Uno de los principales retos de los NCS es reducir la carga del canal de comunicaciones mientras se mantiene un índice de comportamiento del sistema prefijado. De esta forma, los recursos de comunicación pueden ser liberados para ser usados por otras aplicaciones que comparten el mismo ancho de banda. La principal contribución de este capítulo es el diseño de una solución de control remoto basada en un mecanismo de disparo aperiódico ajustado al retardo real del canal de comunicación, para ello se tiene en cuenta el retardo de canal de distintos sistemas que comparten dicho canal. Trabajar con el retardo actual en lugar de con el retardo máximo permite abandonar esta solución conservadora, y adaptarse a las condiciones especificas de la red en cada momento. De esta forma el controlador gestiona el uso del canal inalámbrico mejorando la disponibilidad del mismo para otras tareas. El estándar de comunicaciones bajo estudio es el ampliamente extendido IEEE 802.11g (wifi) cuyo retardo de canal suele ser desconocido y variable. En primer lugar, se presenta un control STC adaptado al retardo de comunicaciones que es validado mediante simulación utilizando la herramienta software Truetime, dicha herramienta se configura con los parámetros de la red real. A continuación, se presentan resultados experimentales aplicados al control en velocidad de 4 robots P3-DX. Ambos ensayos demuestran las ventajas de la solución implementada, respecto de soluciones periódicas o STC convencionales.

#### 4.1 Introducción

Los NCS se caracterizan por implementar lazos de control en los que los actuadores, sensores y controladores se comunican entre si a través de una red inalámbrica [15,116–121]. El índice de comportamiento de estos sistemas no depende únicamente de los algoritmos de control implementados sino también de cómo se reparte el uso de los recursos compartidos, en este caso el ancho de banda del canal de comunicaciones [121]. Esto ha generado diversos trabajos de inves-

tigación centrados en la optimización del uso de estos recursos compartidos de los NCS mientras se mantiene un comportamiento prefijado del sistema [44, 92–94, 120–124]. En este capítulo se presenta un algoritmo de control aperiódico para NCS adaptado a los retardos variables del canal de comunicaciones compensando así su efecto negativo en el sistema realimentado.

Cada día se implementan más NCS debido a su mayor funcionalidad y flexibilidad, sin embargo hay que tener en cuenta que, por lo general, estos lazos de control no tienen a su disposición recursos computacionales y de comunicaciones dedicados sino que éstos son compartidos [5,116, 122]. Mientras que tradicionalmente estos aspectos de implementación eran ignorados en la fase de diseño, en la actualidad empiezan a tenerse en cuenta. Por ello, han aparecido nuevas técnicas que abandonan las implementaciones periódicas en favor de estrategias que actualizan los lazos de control sólo cuando es necesario [5,75,83–86,122,125]. Dos de las técnicas aperiódicas más importantes son las presentadas en capítulos anteriores, ETC [83,84,125] y STC [5,75].

Los trabajos previos con controles aperiódicos sobre sistemas con retardos variables usan una cota superior de retardo (retardo máximo) para garantizar la estabilidad [92–94]. Claramente este tipo de solución es conservadora ya que el retardo máximo de canal rara vez se da, únicamente cuando el canal de comunicaciones está sobrecargado. En [92], se presentan tres algoritmos de control aperiódicos sobre una red trabajando con el estándar IEEE 802.15.4. Estos algoritmos combinan estrategias ETC y STC. En [93], un controlador *model-based* y un ETC son combinados en una única estrategia. En [94], se propone un ETC para reducir el uso del ancho de banda del canal considerando el efecto de retardos variables de canal. En contraste a estos trabajos, en este capítulo, la condición de disparo es escogida acorde a la ocupación actualizada del canal. Para ello, utilizamos el retardo medido en cada momento para determinar la condición de disparo, permitiendo ajustar el número de ejecuciones del control a la carga del canal.

En el contexto del control remoto y cooperativo de unidades robóticas, es de suma importancia minimizar la carga computacional de la electrónica embarcada en las unidades [109, 110, 124] así como el número de accesos al enlace inalámbrico. En primer lugar estudiamos una solución que tiene en cuenta sólo el retardo máximo [1]. Los resultados obtenidos mediante está técnica los utilizaremos para compararla con nuestra técnica adaptativa. El reto de optimizar el uso del canal de comunicaciones compartido en una aplicación con varias unidades robóticas justifica el objetivo de este capítulo. Para ello, proponemos adaptar el mecanismo de disparo aperiódico al estado actual del canal de comunicaciones. Para realizar un ensayo experimental se han usado cuatro unidades robóticas Pioneer P3-DX, que son controladas de forma remota por el mismo PC a traves de una red de comunicaciones IEEE 802.11g (Figure 4.1). Esta solución permite gestionar el uso del canal de comunicaciones a través de un control STC cuyo mecanismo de disparo tiene en cuenta el retardo actualizado del canal de comunicaciones.

El mecanismo adaptativo implementado involucra dos parámetros importantes: uno local, que es la desviación del vector de estados del robot de su punto de equilibrio  $(|x(t) - x_{eq}|)$  (descrito en el capítulo anterior y en [44])(Figure 4.2.a); y uno global, el retardo del canal de comunicaciones  $(\tau)$ (Figure 4.2.b). La propuesta aquí planteada tiene en cuenta ambos parámetros a la hora de calcular el instante de disparo (Figure 4.2.c), para de esta forma, lograr que el tráfico del



Figura 4.1: Esquema del control implementado.

canal inalámbrico se reduzca de forma significativa mientras que el índice de comportamiento del sistema apenas se degrada.



Figura 4.2: Condiciones de disparo.

El resto del capítulo se organiza de la siguiente manera: en la Sección 4.2 se describen los detalles del control STC adaptativo que contempla los retardos de tiempo variables. La Sección 4.3 describe la configuración de la plataforma experimental, en la que se controlan 4 robots P3-DX de forma remota. Los resultados de simulación y experimentación se presentan en la Sección 4.4. Por último, la Sección 4.5 resume las contribuciones de este capítulo.

# 4.2 Condición de disparo self-triggered adaptada al retardo del canal

Esta sección utiliza como base la técnica STC presentada previamente en el apartado 3.2.2, en la que se describen los aspectos esenciales de la técnica STC aplicada al control de sistemas lineales invariantes en el tiempo. Una descripción más exhaustiva se puede encontrar en [5].

En primer lugar presentamos la estrategia para elegir la función de Lyapunov S. Para asegurar

que se cumple la condición 0 < R < Q, la matriz R se escoge de la siguiente forma:

$$R = \sigma Q, \quad 0 < \sigma < 1. \tag{4.1}$$

Por tanto, la tasa de decrecimiento de la función S depende del parámetro  $\sigma$  escogido.

La elección de  $\sigma$  proporciona una solución de compromiso entre el número de actualizaciones y los requisitos del índice de comportamiento. De forma cualitativa se puede afirmar que para valores de  $\sigma \to 0$  se obtiene una reducción significativa del número de actualizaciones, con la correspondiente degradación del índice de comportamiento del sistema. Por el contrario, para valores  $\sigma \to 1$ , se obtiene un mejor índice de comportamiento a costa de un número mayor de actualizaciones.

La idea principal de la condición de disparo adaptativo es aprovechar las ventajas de ambos valores de  $\sigma$ . En nuestra propuesta, el valor de  $\sigma$  se selecciona dependiendo del retardo actual del canal de comunicaciones  $\tau$  y de la desviación del vector de estados del sistema de su punto de equilibrio  $(|x(t) - x_{eq}|)$ .

Cuando  $\tau$  es mayor que el retardo medio, el sistema trabaja con el rango más bajo de las posibles condiciones de disparo ( $\sigma \to 0$ ) para reducir el número de transmisiones y de esta forma atenuar la congestión del canal de comunicaciones. Por el contrario, cuando  $\tau$  es más pequeño que el retardo medio, el controlador adaptativo cambia al mayor rango de valores ( $\sigma \to 1$ )para lograr una respuesta rápida del sistema de control realimentado. Además, el valor de  $\sigma$  es ajustado también de acuerdo con el error de seguimiento [44], tal y como se describió en el capítulo anterior. Cuando el sistema se encuentra en el régimen transitorio se fija  $\sigma$  con un valor mayor que cuando se encuentra en régimen permanente. Los valores de los umbrales que delimitan los rangos de  $\tau$  y  $|x(t) - x_{eq}|$  son seleccionados por el diseñador dependiendo de los requisitos de comportamiento que se exijan al sistema teniendo en cuenta los recursos compartidos.

#### 4.2.1 Caracterización del canal de comunicación

En los sistemas controlados de forma remota, la información que se transfiere desde los sensores al controlador (centro remoto) y de éstos al actuador (planta), están afectados por retardos de tiempo variable [117].

Para definir los umbrales que delimitan los posibles rangos de los retardos del canal, hemos modelado los mismos con una función de probabilidad que sigue una distribución de tipo gamma [126]. La elección de este tipo de distribución probabilística es debido a que es la que mejor se adapta para modelar los retardos del canal de comunicaciones en entornos cerrados. Los siguientes parámetros son usados para modelar el retardo de canal:

- 1. El retardo actual  $\tau$  es medido en cada comunicación bidireccional entre el robot y el centro remoto.
- 2. El retardo mínimo  $\tau_{MIN}$  es el menor valor registrado del retardo de red.

3. El retardo máximo  $\tau_{MAX}$  es el mayor valor del retardo de red. Este retardo presenta el peor escenario a la hora de garantizar la estabilidad del sistema.

La estrategia propuesta amplía la presentada en el capítulo anterior y en [1], añadiendo en este caso los retados variables del canal como parte del mecanismo de decisión. Para poder compensar los retardos de canal, se requiere transmitir las medidas del sensor en el instante de tiempo:

$$t_{s_k} = t_k - \hat{\tau},\tag{4.2}$$

siendo  $\hat{\tau}$  el tiempo que garantiza la recepción de la señal de control antes del instante  $t_k$ . De esta forma, el controlador remoto recibe la medidas con la suficiente antelación para calcular la señal de control  $u(t_k)$ , asegurando que el actuador(planta) va a recibir la nueva entrada de control antes de  $t_k$ . Esta estrategia tiene una fase de predicción, por lo que requiere que el control remoto estime el valor del vector de estado en el instante de tiempo  $t_k$  basándose en la medida enviada por la planta en el instante  $t_{s_k}$ :

$$A_{\hat{\tau}} = e^{A\hat{\tau}},\tag{4.3}$$

$$B_{\hat{\tau}} = \int_{0}^{\tau} e^{A(\hat{\tau} - \lambda)} B d\lambda, \qquad (4.4)$$

$$\hat{x}(t_{s_k} + \hat{\tau}) = A_{\hat{\tau}} x(t_{s_k}) + B_{\hat{\tau}} u(t_{k-1})$$
(4.5)

donde  $\hat{x}(t_k)$  es el valor de la predicción de  $x(t_k)$ .

#### 4.2.2 Zona de trabajo única

En primer lugar vamos a analizar la solución más conservadora, en la que solo se tiene en cuenta una zona de retardos [92]. En este caso el para compensar los retardos variables de canal el robot enviará sus medidas en el instante de tiempo (ver Figure 4.3):

$$t_{s_k} = t_k - \tau_{MAX} \tag{4.6}$$

De esta forma, el robot siempre recibirá la información antes del instante de tiempo  $t_k$  en el que la acción de control será actualizada [92–94].



Figura 4.3: Instante de transmisión de la medida por parte del robot $t_{s_k}$ 

A continuación incluimos un esquema con el protocolo de intercambio de información entre un robot y el centro remoto (Figura 4.4).

Capítulo 4. Control remoto lineal self-triggered: compensación de los retardos del 46 canal



Figura 4.4: Protocolo de comunicación entre el robot y el centro remoto.

El protocolo de comunicación se basa en los siguientes pasos:

- **Paso 1:** En el instante de tiempo  $t_{s_k}$  el estado del robot  $r(t_{s_k})$  se envía al centro remoto.
- **Paso 2:** El centro remoto recibe el vector de estados y predice el valor del estado extendido x(t) en el instante de tiempo  $t_k$ ,  $\hat{x}(t_k)$ . De esta forma, el servo controlador calcula la señal de control  $u(t_k)$  y el planificador de eventos *self-triggered* calcula el siguiente instante de muestreo  $t_{(k+1)}$ . Finalmente, el centro remoto envía las medidas al robot en el instante de tiempo  $t_{s_{k+1}} = t_{k+1} \tau_{MAX}$  y la acción de control  $u(t_k)$ .
- **Paso 3:** El robot recibe la información del controlador con un retardo  $\tau$ , donde  $\tau \leq \tau_{MAX}$ , y espera hasta alcanzar el instante de tiempo  $t_k$ .
- **Paso 4:** En el instante  $t_k$  el robot aplica la señal del control  $u(t_k)$ .
- **Paso 5:** En el instante de tiempo  $t_{s_{k+1}}$  comienza la siguiente iteración.

En el Paso 2, el centro remoto tiene que predecir  $\hat{x}(t_k)$  partiendo de  $x(t_{s_k})$  de la siguiente manera:

$$A_{\tau} = e^{A\tau} \tag{4.7}$$

$$B_{\tau} = \int_{0}^{\tau} e^{A(\tau-r)} B dr \tag{4.8}$$

$$\hat{x}(t_{s_k} + \tau_{MAX}) = A_{\tau_{MAX}} x(t_{s_k}) + B_{\tau_{MAX}} u(t_{k-1})$$
(4.9)

Es importante destacar que para implementar esta técnica no se necesita sincronización entre el robot y el centro remoto.

#### 4.2.3 L zonas de trabajo

Si trabajáramos con el retardo máximo como en [1], la solución de control sería conservadora ya que estaríamos teniendo en cuenta en todo momento el peor escenario, lo que limitaría innecesariamente el índice de comportamiento que se puede exigir al sistema. El retardo máximo  $\tau_{MAX}$  restringe el valor del  $t_{min}$  obtenido con la función de comportamiento S(t), ya que este tiempo ha de ser mayor que el retardo para garantizar la estabilidad del sistema.

Debido a que el retardo actual del canal no se conoce hasta que el robot recibe la información de control, hemos clasificado los posibles valores del retardo en zonas y compensado el peor de los casos de cada una para de esta forma garantizar la estabilidad del sistema en todos los casos. El rango de retardos de canal se divide en L zonas con un solo valor de  $\sigma$  asociado a cada una. La definición de las diferentes zonas se basa en la función de distribución gamma escogida.

La elección de L presenta una solución de compromiso entre la complejidad de cálculo de la ley de control implementada y la flexibilidad para tomar ventaja del estado actual del canal. Además hay que tener en cuenta que el incrementar el número de zonas L, hace que la cantidad de información a enviar a través de la red se incremente L veces. En el caso de la redes basadas en el envío de paquetes, ésto no tiene porqué ser un problema, siempre y cuando el tamaño mínimo de paquete no se exceda [15]. Si la red de comunicaciones no está orientada al envío de paquetes, el diseñador debe tener en cuenta este inconveniente, ya que la cantidad de información enviada a través del canal será mayor.

El retardo actual de canal  $\tau$  no es conocido antes de que el centro remoto envíe y reciba la información. Por este motivo el centro remoto calcula la señal de control para cada zona. Todas ellas son enviadas a la planta y una vez conocido el retardo real, se aplica la acción de control que corresponda.

La estrategia de control adaptativa calcula L tiempos de actualización de la siguiente forma:

$$t_{i,k} = t_k + h(\sigma_i), \quad i \in [1, 2, .., L].$$
(4.10)

donde los tiempos  $h(\sigma_i)$  son evaluados en los instantes de tiempo en los que la condición:

$$V(t, x_{t_0}) \le S(t, x_{t_0}, \sigma_i), \quad t \ge t_0,$$
(4.11)

no se cumple.

### Capítulo 4. Control remoto lineal self-triggered: compensación de los retardos del 48 canal

Como se ha explicado, el parámetro  $\sigma_i$  depende de  $\tau$  y de  $|x(t) - x_{eq}|$ , y  $\sigma_i \in ]0, 1[$  garantiza

$$h(\sigma_i) > 0, \quad \forall t. \tag{4.12}$$

Para prevenir el efecto del retardo, la planta envía su vector de medidas en los instantes de tiempo  $t_{s_k}$ , teniendo en cuenta los L posibles valores de  $t_k$  (tal y como se representa en la Figura 4.5):

$$t_{s_k} = \min(t_{1,k} - \tau_1, \dots, t_{i,k} - \tau_i, \dots, t_{L,k} - \tau_{MAX}),$$
(4.13)

donde  $\tau_i$  para  $i \in [1, 2, ..., L]$  son los mayores valores de retardo para las L zonas.



Figura 4.5: Posible instante de transmisión  $t_{i,s_k}$ . Caso de estudio: L = 3.

La Figura 4.6 describe en detalle el esquema del protocolo de comunicaciones entre el sistema a controlar (unidad robótica) y el centro remoto. El protocolo se basa en cuatro pasos:



Figura 4.6: Protocolo de comunicaciones de control (ejemplo para L = 3).

- **Paso 1:** En el instante de tiempo  $t_{s_k}$  la unidad robótica envía sus medidas  $x(t_{s_k})$  y el último tiempo de actualización  $t_{k-1}$  al controlador remoto.
- **Paso 2:** El centro remoto recibe el vector  $x(t_{s_k})$  y predice todos los posibles valores de  $\hat{x}(t_{i,k})$ tal y como se describe en la ecuación (4.5). De todos los posibles valores de  $\hat{x}(t_{i,k})$ , las posibles señales de control  $u(t_{i,k})$  son calculadas y el planificador de eventos *self-triggered* calcula los posibles tiempos de actualización  $t_{i,k+1}$  para cada una de las L posibles zonas. Por último, el controlador envía la siguiente información a través del canal inalámbrico:  $t_{i,k}$ ,  $u(t_{i,k})$  and  $t_{i,s_{k+1}}$ .

**Paso 3:** La unidad robótica recibe la información y mide el retardo de canal actual  $\tau$ . De

las posibles L zonas se escoge la correcta, teniendo en cuenta el retado actual medido al recibir la información, y se selecciona únicamente la acción de control  $u(t_k)$  correspondiente a esa zona y el tiempo  $t_{s_{k+1}}$ . A continuación, el sistema espera hasta que se da el tiempo correspondiente  $t_k$ .

**Paso 4:** El robot aplica la acción de control seleccionada  $u(t_k)$  en el instante de tiempo preciso  $t_k$ .

**Observación 3.** Cabe destacar que no hace falta tener sincronización entre los tiempos del controlador remoto y de cada robot para medir el retardo de canal, ya que dicho retardo se mide desde que el robot envía sus medidas (Paso 1) hasta que el mismo recibe la información de control(Paso 4). Por tanto se trata de una medida local del robot.

#### 4.2.4 Elección de los valores de $\sigma$

Existe una dependencia clara entre los valores del retardo de canal  $(\tau)$  y los valores de  $\sigma$ . Cada valor de  $\sigma$  escogido, tiene un  $t_{min}$  asociado, el cual es obtenido a través de la función de comportamiento S(t). El valor de dicho tiempo mínimo tiene que ser mayor que el mayor de los posibles retardos de esa zona de trabajo (ver Fig. 4.10). Por lo tanto, teniendo en cuenta el Teorema 5.1 de [5] y considerando la ecuación (4.11), se puede concluir que el valor del  $t_{min}$ depende de  $\sigma$ . Cuanto más grande es  $\sigma$ , más pequeño es  $t_{min}$ . Para facilitar la comprensión de la relación que existe entre  $\tau$  y  $\sigma$ , los valores límite de  $\sigma$  se muestran a continuación:

**Observación 4.** Si  $\sigma = 0$ , el sistema permanecerá acotado dentro de un set de Lyapunov, garantizando que  $V(x(t_k)) = V(x(t_{k+1}))$ . Con esta estrategia la estabilidad asintótica no está garantizada y únicamente se podrá asegurar que el sistema no es inestable. Con este valor de  $\sigma$ se obtiene el máximo  $t_{min}$ , siendo este igual al máximo retardo de canal ( $\tau_{MAX}$ ) que el sistema podría compensar utilizando esta estrategia.

**Observación 5.** Si  $\sigma = 1$ , el sistema será forzado a actualizar la señal de control de forma continua. Este caso es equivalente al control continuo. Este valor de  $\sigma$  es imposible de implementar en una plataforma digital ya que el tiempo entre actualizaciones es nulo.

La Figura 4.7 describe los aspectos clave en la elección de los valores de  $\sigma$  teniendo en cuenta el retardo actual del canal. El diseñador debe en primer lugar encontrar el retardo máximo permitido ( $\tau_{stable}$ ). Todos los retardos deben ser menores para garantizar la estabilidad, en caso de cumplir está condición habría que modificar el controlador o la capacidad del canal de comunicaciones. A continuación, se deben fijar el número L de zonas de retardo y calcular los correspondientes retardos límites de cada zona  $\tau_i$ . Posteriormente, se calcula el valor máximo de  $\sigma$  correspondiente a cada zona. Por último, el diseñador escoge un valor de  $\sigma$  teniendo en cuenta que debe ser igual o inferior que el máximo previamente calculado. Por ejemplo:  $\sigma_i \in ]0, \sigma_{iMAX}]$ donde  $t_{min}(\sigma_{iMAX}) = \tau_i$ .



Figura 4.7: Relación entre el retardo del canal y los valores de  $\sigma$ .

#### 4.3 Ensayos experimentales

Para demostrar las ventajas de la estrategia presentada en un entorno real, procedemos a aplicar la técnica de control presentada a 4 unidades robóticas P3-DX enlazadas con un centro remoto a través de un canal de comunicaciones común que utiliza el estándar Wifi (IEEE 802.11g), siguiendo el esquema de la Figura 4.1.

#### 4.3.1 Modelado de la planta y diseño del servocontrolador

Dado que el objetivo es compensar el efecto del retardo variable del canal inalámbrico, el modelo de la planta bajo estudio no incluye este retardo. El robot P3-DX se modela de forma local sin tener en cuenta los efectos del canal de comunicaciones. Cada unidad robótica incorpora el nivel de control más bajo asociado a las ruedas activas y un observador digital para, a partir de las medidas, reconstruir todos los estados del robot. La identificación de la planta es llevada a cabo utilizando técnicas estándar de identificación de sistemas [127], y validada a través de ensayos experimentales. Las referencias de velocidad lineal y angular (componentes del vector de entrada u(t)) son enviadas al robot y la respuesta en lazo abierto velocidad lineal y angular linear son almacenadas (vector de salida y(t)) también en el robot, para su posterior análisis. A través de los datos del ensayo, se obtiene el siguiente modelo en variables de estado de tiempo continuo del robot P3-DX.

$$\dot{x_r}(t) = Ax_r(t) + Bu(t) = \begin{bmatrix} -4,094 & -0,015\\ -0,008 & -5,042 \end{bmatrix} x_r(t) + \begin{bmatrix} -4,159 & -0,002\\ -0,001 & -5,057 \end{bmatrix} u(t), (4.14)$$
$$y(t) = Cx_r(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_r(t)$$
(4.15)

donde:

- $x_r(t) \in \mathbb{R}^2$  es el vector de estados de la planta (velocidad lineal y angular del robot);
- $u(t) \in \mathbb{R}^2$  es el vector de estados de entrada (comandos de velocidad enviados al robot);
- $y(t) \in \mathbb{R}^2$  es el vector con las medidas filtradas obtenido del observador (es el vector de

estados del sistema) reduciendo así el ruido asociado a los encóders.

Validado el modelo de cada robot, se diseña un servosistema de velocidad para el seguimiento correcto de las consignas de velocidad lineal y angular. Para ello se aplica la técnica de diseño LQR [114]. El vector de estados que describe la dinámica del robot  $(x_r)$  es ampliado con los estados de la dinámica de los integradores  $(x_n)$  añadidos por el servosistema. Esto permite determinar el valor de las constantes del controlador  $K_I$  y  $K_R$  de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_r}(t) \\ \dot{x_n}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_R & K_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r(t) \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_{ref}(t) (4.16)$$

donde:

•  $x_n(t) \in \mathbb{R}^2$  es el vector de estados del integrador relacionado con la velocidad lineal y angular de cada robot;

Las matrices de pesos usadas en el diseño LQR son:

$$Q_{LQR} = \begin{bmatrix} 0.1I_{2x2} & 0_{2x2} \\ 0_{2x2} & I_{2x2} \end{bmatrix}; \quad R_{LQR} = I_{2x2}, \tag{4.17}$$

y las constantes del controlador  $K_R$  y  $K_I$  resultantes:

$$K_R = \begin{bmatrix} -0,2605 & 0,0004 \\ 0,0005 & -0,2234 \end{bmatrix}, \quad K_I = \begin{bmatrix} 1 & 0,0007 \\ -0,0007 & 1 \end{bmatrix}.$$
 (4.18)

La Figura 4.8 muestra del servosistema implementado para cada robot.



Figura 4.8: Estructura global de la estrategia *self-triggered* adaptativa implementada para el control de múltiples unidades robóticas.

El centro remoto es un PC que comparte la misma red inalámbrica de comunicaciones con las unidades robóticas. Principalmente se tiene que encargar de realizar tres tareas de control:

- generación del vector de referencia de velocidades;
- cálculo del vector de control de cada robot;
- ejecución del planificador de eventos *self-triggered*;

El planificador de eventos es el responsable de decidir cuándo se tiene que actualizar la estimación del vector de estados y cuándo se tiene que aplicar la acción de control a cada robot. Cuanto más grandes sean los intervalos entre actualizaciones menor será la carga del canal de comunicaciones. La Figura 4.9 muestra la estructura global del control *self-triggered* adaptativo implementado.



Figura 4.9: Estructura global de la estrategia *self-triggered* adaptativa implementada para el control de múltiples unidades teniendo en cuenta el retardo variable del canal..

#### 4.3.2 Parámetros de comunicación

En primer lugar, calculamos el retardo máximo que puede ser compensado por el STC adaptativo diseñado. De esta forma el diseñador tiene una cota máxima del retardo admisible. En este caso el retardo máximo admisible es 175.7 ms. Para calcularlo hemos obtenido el  $t_{min}$  que corresponde a una  $\sigma = 0$ , tal y como se describió anteriormente. De está forma se obtiene el valor de tiempo mínimo entre muestras para el caso en el que el controlador exige el mínimo número de envíos al canal.

Se han llevado a cabo diferentes ensayos, en los que se intercambia información entre el centro remoto y los robots, para identificar los parámetros que modelan la distribución probabilística de tipo gamma. El retardo de canal se mide desde que el robot envía sus medidas hasta que recibe la información de control. Este tiempo incluye tanto los retardos de canal en cada sentido como el tiempo de computo del centro remoto. El retardo máximo de canal registrado ha sido de 150 ms. Al ser este tiempo menor que la cota de tiempo mínimo obtenida anteriormente es posible implementar la técnica diseñada.
El siguiente paso es la selección de los parámetros probabilísticos que modelan el retardo de red  $\tau$  como se puede apreciar en la Sección 4.2.1. Los valores de  $\tau$  se clasifican en tres posibles zonas (L=3) acotadas por los valores de su función de distribución gamma  $\Gamma(\tau)$ . Tal y como se puede apreciar en la Figura 4.10:  $\tau_{MIN} = 0,005s$ ,  $\tau_1 = 0,061s$ ,  $\tau_2 = 0,095s$  y  $\tau_{MAX} = 0,15s$ . Los tres rangos de valores del retardo de canal se distribuyen de la siguiente forma:

**Zona 1:** de  $\Gamma(\tau_{MIN}) = 0$  a  $\Gamma(\tau_1) = 0, 4$ .

**Zona 2:** de  $\Gamma(\tau_1) = 0.4$  a  $\Gamma(\tau_2) = 0.8$ .

**Zona 3:** de  $\Gamma(\tau_2) = 0.8$  a  $\Gamma(\tau_{MAX}) = 1$ .



Figura 4.10: Función de distribución gamma del retardo de canal, en el caso bajo estudio: L = 3.

#### 4.3.3 Elección de los valores de $\sigma$

Para escoger los valores de  $\sigma$  tenemos en cuenta tanto el retardo de canal. Como hemos explicado anteriormente optamos por definir distintas zonas de retardo del canal para de esta forma escoger un número finito de valores de  $\sigma$ . El retardo de canal proporciona información del estado en que se encuentra el canal. Teniendo en cuenta este valor escogemos valores de  $\sigma$  que relajen la frecuencia de disparo en el caso en que el canal se encuentre saturado.

En este caso tendremos en cuenta tanto los retardos de canal como el estado del sistema para de esta forma optimizar el indice de comportamiento del sistema. La estrategia diseñada considera seis valores de  $\sigma$  diferentes, en los que se combinan tres posibles rangos de valores del retardo de canal y dos posibles rangos de valores de la desviación del vector de estados al punto de equilibrio del sistema. Los límites de los rangos de los retardos de canal han sido seleccionados en el subapartado anterior. También tenemos en cuenta la desviación del vector de estados, se diferencian dos casos utilizando el siguiente valor de umbral  $|x(t) - x_{eq}| = 0,1$ . Debido a que el retardo de canal tiene una repercusión directa en el recurso compartido (canal de comunicaciones inalámbrico), se prioriza éste sobre la condición de la desviación del vector de estados al punto de equilibrio. La Tabla 4.1 incluye los valores de  $\sigma$  utilizados en la estrategia adaptativa diseñada.

			Retardo actual $ au$				
		Zona 3	Zona 2	Zona 1			
$ x(t) - x_{eq} $	$\leq 0,1$	$\sigma_1 = 0.05$	$\sigma_2 = 0,2$	$\sigma_3 = 0,3$			
	> 0,1	$\sigma_4 = 0,1$	$\sigma_5 = 0.7$	$\sigma_{6} = 0,9$			

Tabla 4.1: Valores de  $\sigma$  para las estrategias STC adaptativa.

# 4.4 Resultados

En esta sección se presentan los resultados de simulación y experimentales, para el caso de estudio presentado en el que cuatro robots P3-DX son controlados por un único PC mediante un canal de comunicaciones Wifi compartido (tal y como se muestra en la Figura 4.11). Tal como se ha comentado previamente, para evaluar el índice de comportamiento del sistema de control, se utiliza el índice que mide la integral del error cuadrático del sistema (ISE) aplicado al error de seguimiento de las consignas:

$$ISE = \sum_{k=0}^{\infty} |x(k\Delta) - x_{ref}(k\Delta)|^2 \Delta.$$
(4.19)



Figura 4.11: Ensayos experimentales con cuatro unidades robóticas P3-DX controladas de forma remota por un PC aplicando un STC para compensar los retardos del canal.

#### 4.4.1 Resultados de simulación

En una primera aproximación, se ha utilizado la herramienta software TrueTime para evaluar en comportamiento del control aperiódico diseñado para múltiples robots considerando retardos de canal variables [115]. TrueTime permite simular modelos de redes de comunicaciones y su influencia sobre los lazos de control en red. Se ha elegido enlace wifi por ser ampliamente utilizado y por presentar una apreciable variabilidad en el retardo del canal. De los estándares soportados por wifi se ha elegido el IEEE 802.11g para facilitar la comparación con los resultados experimentales. Los parámetros básicos de nuestra red de comunicaciones experimental se han utilizado para configurar el bloque de TrueTime que describe el canal inalámbrico. Dichos parámetros son los siguientes: tipo de red: 802.11g WLAN, tasa de envío de datos: 4 Mbps, tamaño de trama: 808 bits, potencia de transmisión: 28 dBm y umbral de recepción de señal: -98 dBm.

Se ha llevado a cabo la simulación con tres tipos de controles para poder realizar una comparativa entre las distintas técnicas. Los controles escogidos son los siguientes:

- 1. Una implementación periódica con un periodo de muestreo igual al paso de discretización  $\triangle = 10ms$ . En este caso, sólo se simula el control remoto de una única unidad robótica para ser usada como referencia del índice de comportamiento.
- 2. Una implementación STC para cuatro robots P3-DX con dos condiciones de disparo fijas: una próxima a un valor 0 ( $\sigma = 0.05$ ) y la otra cercana a 1 ( $\sigma = 0.9$ ).
- 3. Una implementación STC adaptativa, para las cuatro unidades robóticas P3-DX, aplicando la condición de disparo descrita en al Sección 4.3.3.

La Figura 4.12 muestra la velocidad lineal, primera componente del vector de estados de la salida y(t), de uno de los cuatro robots aplicando las técnicas de control descritas anteriormente. La figura superior izquierda se corresponde con un muestreo periódico de 10ms en el que se puede apreciar un seguimiento de la referencia bueno. La gráfica superior derecha muestra los resultados de aplicar una técnica STC convencional con una  $\sigma = 0,9$ . La figura inferior izquierda describe los resultados obtenidos con un control STC convencional también, en este caso con una  $\sigma = 0,05$ . La gráfica inferior derecha muestra los resultados de la técnica adaptativa propuesta en este capítulo. Se puede apreciar como cuanto mayor es el valor de  $\sigma$ , mejor es el índice de comportamiento del servocontrolador. No obstante, la solución *self-triggered* adaptativa presenta una solución balanceada entre el número de accesos al canal y el índice de comportamiento del sistema obtenido.

La Tabla 4.2 muestra el menor tiempo de transmisión para un canal de comunicaciones con un retardo de canal alto. Esta parámetro se usa para calcular la tasa máxima de muestreo ( $\lambda_{max} = T_{min}^{-1}$ ) para cada implementación. Calculamos estos valores con la ecuación del tiempo mínimo para cada control STC, considerando unas condiciones de ocupación altas. Se puede apreciar que la solución adaptativa ofrece una tasa de transmisión similar a la de la implementación STC de sigma baja.

Tabla 4.2:	Máxima	tasa de	e transmisión	con l	as tres	impl	lementaciones	di	ferentes	del	. control	ad	or

	Periódico	STC $\sigma = 0.05$	STC $\sigma = 0.9$	Adaptativo STC
$T_{min}(ms)$	10	164,2	14,3	154,5
$\lambda_{max}(Tx/s)$	100	6,09	69,93	6,47

Se ha llevado a cabo un estudio estadístico para caracterizar mejor el procedimiento de valida-





Figura 4.12: Velocidad lineal obtenida (línea roja) cuando una referencia (línea azul) es aplicada a los robots. Se muestran los resultados de distintas implementaciones: periódica (esquina superior izquierda), con un valor fijo y alto del parámetro  $\sigma$  (esquina superior derecha), con un valor fijo y bajo del parámetro  $\sigma$  (esquina inferior izquierda) y la solución adaptativa presentada en este capítulo (esquina inferior derecha).

ción. El estudio consiste en realizar 350 simulaciones de cada implementación. Para ello se utiliza una combinación fija de valores de referencia de velocidad lineal y angular, en la que variamos de forma aleatoria el instante de tiempo en el que se aplica cada valor. La Tabla 4.3 contiene la media y la desviación estándar del índice de comportamiento y el número de actualizaciones de las cuatro unidades robóticas, excepto en el caso periódico que sólo se aplica a un robot. Comparando los resultados obtenidos anteriormente, los resultados confirman las conclusiones anteriores. La solución aperiódica propuesta basada en una condición de disparo adaptativa proporciona un número medio de actualizaciones menor que la solución periódica y cerca de la mitad de los obtenidos con un STC de ( $\sigma = 0.9$ ). Sin embargo, los valores medios del parámetro ISE son similares a los obtenidos con la técnica STC de ( $\sigma = 0.9$ ) y ligeramente peores a los de la técnica periódica.

#### 4.4.2 Resultados experimentales

También se han llevado a cabo ensayos experimentales con cuatro robots P3-DX compartiendo una red inalámbrica con el estándar IEEE 802.11g. La elección de las referencias de velocidad

	Periódico	STC $\sigma$	= 0,05	STC o	r = 0,9	Adaptat	ivo STC
AVC actualizaciones	8000	100,85	100,91	699,36	695,21	266,36	311,38
Av G actualizaciones		$101,\!07$	100,81	697,74	699,21	337,47	310,72
STD actualizaciones	0	$14,\!240$	14,378	201,014	200,859	136,810	149,077
SID actualizaciones		$14,\!255$	14,423	$203,\!268$	203,375	160,829	150,305
AVC ISE	0,5633	$12,\!2230$	12,0764	$0,\!6244$	$0,\!6259$	0,6943	0,6047
AVG ISE		$12,\!1246$	12,1745	$0,\!6246$	0,6369	0,5936	0,6072
STD ISF	0,1070	6,8767	5,9323	0,1820	0,1717	0,2943	0,1214
		5,7710	6,2066	0,1607	0,2121	0,1126	0,1375

Tabla 4.3: Parámetros clave de las cuatro unidades robóticas P3-DX para la comparación de los valores medios(AVG) y la desviación estándar(STD) de 350 resultados de simulación con las diferentes estrategias de control.

lineal y angular es la mostrada en el apartado de simulación. Los resultados experimentales han sido obtenidos sólo para la solución STC adaptativa, debido a que el bajo índice de comportamiento de la  $\sigma$  baja ( $\sigma = 0.05$ ) provoca situaciones experimentales no deseadas y las altas tasas de transmisión que requieren las de  $\sigma$  alta ( $\sigma = 0.9$ ), así como el muestreo periódico, impiden la realización del ensayo con 4 unidades debido a que se produce una pérdida de paquetes excesiva.

La red wifi consiste en un punto de acceso (AP) implementado mediante un Router Buffalo WHR-HP-54 en el centro remoto. Además, cada robot incorporá un conversor Ethernet Buffalo WLI-TX4-G54HP que trabaja con el estándar IEEE 802.11g. La tasa de transmisión se fija en modo automático en el rango 1 y 54 Mbps. El router automáticamente usa la tasa más rápida posible. La mejor velocidad posible es negociada entre el router y los clientes inalámbricos. El protocolo de protección para evitar colisiones de paquetes es configurado como CTS (Clear To Send)/RTS (Request To Send). Cuando se conectan múltiples dispositivos a un punto de acceso, pueden ocasionalmente transmitir información al punto de acceso al mismo tiempo porque ningún dispositivo puede determinar si otro cliente está transmitiendo o no. Cuando esto sucede, el AP descarta ambas partes de información colisionada. El protocolo de protección CTS/RTS trata de evitar este problema mediante la asignación a cada dispositivo de cuándo pueden enviar la información. El intervalo de baliza se fija en 50ms. Un paquete para balizar se envía por difusión desde el router para sincronizar la red inalámbrica.

Las principales limitaciones del canal son: Perdida de paquetes debido a colisiones; otras tareas corriendo en los robots que introducen retardos adicionales; otras redes 802.11g generando interferencias en la zona de ensayos experimental; etc.

Un paquete se considerá perdido cuando el retardo es mayor que el retardo máximo ( $\tau_{MAX}$  =150ms) o cuando el paquete no llega al destino. Cuando un paquete se pierde, el robot envía uno nuevo. Con la implementación adaptativa STC, en el peor de los casos registrado la pérdida de paquetes fue inferior al 1%. Al ser este valor muy bajo, la estabilidad del sistema bajo estudio no se ve amenazada.

En la Figura 4.13 se muestran las velocidades lineales y angulares registradas en uno de los

# Capítulo 4. Control remoto lineal self-triggered: compensación de los retardos del 58 canal

robots P3-DX. Se puede apreciar como la solución STC adaptativa realiza el seguimiento de la referencia. Para valorar el índice de comportamiento de todas las unidades se procede a cuantificarlo a través del cálculo del ISE. En la Tabla 4.14 se cuantifica el error de seguimiento y el número de transmisiones a través de la red para la técnica STC adaptativa presentada para los cuatro robots P3-DX. La Figura 4.15 muestra los retardos de red reales y los tiempos entre actualizaciones  $\tau$  obtenidos de los experimentos con cuatro unidades robóticas. La figura a la izquierda confirma el comportamiento errático de los retardos en un canal Wifi. La gráfica de la derecha representa los tiempos entre ejecuciones y los retardos de canal en el Robot1. Como se puede apreciar, cuanto mayores son los retardos mayor son los tiempos entre ejecuciones y viceversa. De esta forma el controlador diseñado contribuye de forma activa y dinámica a optimizar la disponibilidad del canal para control o para otras aplicaciones que compartan el canal.



Figura 4.13: Velocidades lineales y angulares registradas (línea roja) cuando una referencia (línea azul) se aplica a uno de los cuatro robots (controlados de forma simultánea por el centro remoto) con la solución adaptativa propuesta.

	Propuesta adaptativa		Retardo máximo [1]			
Undeter(Wift TX)	216	143	126	131		
opuates(will 1X)	264	$\begin{array}{c c c c c c c c c c c c c c c c c c c $	119	132		
ISE	0,7212	0,6893	$5,\!3715$	5,2637		
1012	0,8066	0,6916	5,2490	5,2694		

Comparando los resultados obtenidos en simulación (Figura 4.12, inferior derecha) con los experimentales (Figura 4.13, izquierda), se puede apreciar que los obtenidos con el robot real son ligeramente peores en términos de índice de comportamiento debido al hecho de que el canal real presenta algunos efectos perjudiciales adicionales no implementados en Truetime. Por ello, el canal inalámbrico real presenta mayores retardos que el simulado, lo que conlleva que se utilicen valores  $\sigma$  mayores para disminuir la carga del canal (Tabla 4.1). Esto explica porque el número medio de actualizaciones es menor en el caso experimental.

En la tabla 4.14 también se pueden apreciar las ventajas de la técnica adaptativa presentada respecto de la propuesta más conservadora descrita en [1] donde sólo se tiene en cuenta el retardo máximo de canal. La técnica conservadora es mucho más restrictiva en el índice de



Figura 4.14: Principales parámetros para comparar los resultados experimentales obtenidos con la técnica propuesta y los obtenidos anteriormente en [1]

Figura 4.15: Retardo actual de la red  $\tau$  registrado de los ensayos experimentales con cuatro robots controlados de forma remota (izquierda) y una representación en detalle de los retardos de canal  $\tau$  y los tiempos entre actualizaciones del Robot1 (derecha).

comportamiento posible del sistema, sobretodo cuando el retardo máximo de canal es grande. Esto se debe a que el  $t_{min}$  obtenido con el valor de  $\sigma$  seleccionado tiene que ser mayor que el retardo de canal máximo ( $\tau_{MAX}$ ) para garantizar la estabilidad del sistema. Para replicar el controlador diseñado en [1] hemos tenido en cuenta que el  $\tau_{MAX}$  con cuatro unidades robóticas es 150ms, esto explica la razón por la que hemos escogido un valor de  $\sigma = 0,1$  para este controlador. El tiempo mínimo en este caso es ( $t_{min} = 154,5ms$ ) este valor de  $\sigma$  se utiliza cuando  $|x(t) - x_{eq}| > 0,1$  y cuando  $|x(t) - x_{eq}| \leq 0,1$  utilizamos  $\sigma = 0,05$  cuyo tiempo mínimo es ( $t_{min} = 164,2ms$ ).

El número medio de actualizaciones del canal de comunicaciones y el índice de comportamiento del sistema se muestran en la Tabla 4.14 y se comparan con el caso periódico en la Tabla 4.4 (en este caso se muestran resultados de simulación, con un tiempo de muestreo de 10ms).

Tabla 4.4: Comparación de los resultados experimentales obtenidos aplicando la propuesta de control adaptativa presentada en este capítulo y la descrita en [1] con los resultados de simulación obtenidos con una implementación periódica.

	Periódica	Adaptativo	[1]
Actualizaciones(Wifi TX)	8000	194,5	127
ISE	0,5819	0,7272	5,2694

Las referencias de velocidad utilizadas en todos los casos han sido las mismas. Comparando las propuestas aperiódicas con la periódica (simulada) se aprecia que el número de actualizaciones en el caso de la propuesta aperiódica presentada en este capítulo es un 97,5 % menor mientras que se reduce un 98,4 % en el caso de la propuesta conservadora [1]. Si nos fijamos en los valores del parámetro ISE obtenidos, tomando otra vez como referencia el caso periódico, el error de tracking con la nueva propuesta STC es sólo un 24 % mayor, mientras que en el caso de la propuesta conservadora aumenta un 806 %. Ésto hace que la nueva propuesta resulte más

ventajosa en el equilibrio entre reducción del número de actualizaciones y impacto sobre el error de seguimiento de la consigna.

# 4.5 Conclusiones

En este capítulo se describe una solución aperiódica para compensación de retardos en NCS cuando los mismos son altamente variables, como es caso de las redes Wifi. Esta solución resulta menos conservadora que las publicadas hasta la fecha debido a que no utiliza el retardo máximo del canal como cota de retardo a compensar. La clave de controlador propuesto es la doble adaptación del mecanismo de disparo, considerando tanto el retardo de canal actual medido en cada iteración, como la distancia de las variables de estado del sistema al punto de equilibrio. La idea principal es relajar el mecanismo de disparo cuando el nivel de ocupación del canal se incrementa y las variables de estado del sistema se encuentran próximas al punto de equilibrio. De esta forma, la estrategia descrita contribuye de forma activa y dinámica a optimizar la disponibilidad del canal para otras tareas de control que se ejecuten a través del mismo.

Los beneficios de esta solución aperiódica se han validado en un escenario real en el que 4 unidades robóticas son controladas por un único PC trabajando como centro remoto. Todas las comunicaciones se realizan a través de un único canal Wifi compartido. En primer lugar, se ha validado la solución de control propuesta a través de ensayos de simulación utilizando la herramienta TrueTime, a continuación se ha implementado el controlador en un escenario real con cuatro robots P3-DX. Los resultados experimentales son ligeramente perores que los simulados debido al hecho de que el canal de comunicaciones inalámbrico presenta limitaciones no simuladas mediante TrueTime. Además, la solución descrita permite al diseñador estimar el número máximo de unidades robóticas que pueden ser controladas de forma remota usando la red inalámbrica bajo el estándar IEEE 802.11g. Evidentemente, una mejor adaptación del mecanismo de disparo al retardo de canal actual requiere dividir la función de distribución gamma en más de 3 zonas. No hay que olvidar no obstante, que si la red es no orientada al envió de paquetes, cuanto mayor es el número de zonas L, mayor es el tamaño de la información a enviar en el centro remoto e, independientemente de la red, mayor es la complejidad computacional del algoritmo. En resumen, el diseñador debe sopesar este hecho considerando la cantidad de información a enviar a través de la red dependiendo del número de zonas L escogido.

# Capítulo 5

# Control aperiódico para aproximación y seguimiento de trayectorias no lineales

El control remoto de robots autónomos que siguen trayectorias no lineales, presenta principalmente dos desafíos. Por un lado, se debe limitar el uso de la red de comunicaciones, ya que esta será compartida por numerosas unidades y distintas tareas de control. Por otro lado, el sequimiento de trayectorias no lineales conlleva utilizar técnicas matemáticas más complejas que en los casos lineales tanto en el diseño como en la implementación. Este capítulo se centra en el control aperiódico de robots no holonómicos que realizan tareas de aproximación y sequimiento de trayectorias no lineales. El control aperiódico implementado logra de reducir el número de accesos al canal, actualizando la ley de control únicamente cuando es necesario. Se han diseñado dos controladores distintos, uno para alcanzar un punto objetivo y otro para realizar el seguimiento de una trayectoria no lineal predefinida. Estos controladores usan estrategias self-triggered basadas en funciones de Lyapunov para garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado y evitar comportamientos Zeno. Para validar la propuesta de forma experimental usamos un robot P3-DX que se comunica de forma bidireccional con un PC que trabaja como centro remoto a través de una red inalámbrica con el protocolo IEEE 802.11g. Tanto los resultados experimentales como de simulación confirman que los controladores aperiódicos diseñados reducen de forma significativa la necesidad de comunicaciones en comparación con las estrategias clásicas alcanzando de forma satisfactoria los objetivos de control previstos.

# 5.1 Introducción

Las técnicas que evitan implementaciones periódicas en favor de estrategias basadas en la idea de muestrear únicamente cuando es necesario, son especialmente útiles aplicadas a sistemas no lineales. Estas técnicas utilizan información de los estados de la planta para actualizar la señal de control. Dos de las técnicas más utilizadas son: *Event-triggered* [128, 129] y *Self-triggered* [44,

130-132].

El control remoto de un vehículo no sólo reduce la carga computacional que se da abordo del vehículo, más importante aún, nos proporciona flexibilidad y facilita la integración con otros vehículos y redes de sensores que trabajen en el mismo área. Este tipo de control se aplica desde hace tiempo en el contexto de vehículos industriales [133–136]; así como en contextos no industriales, e.g. robots de cuatro ruedas activas [137], robots tipo coche [138], robots voladores [139], y estructuras híbridas con integración entre vehículo y conductor [140]. Sin embargo, todos comparten una característica común: su arquitectura de control es implementada de forma periódica en controladores digitales.

En el campo de la industria y la investigación, las arquitecturas de control remoto de vehículos autónomos han migrado de soluciones de control basadas en el tiempo a controladores basados en eventos [44,128,131]. En [128] se diseña un controlador event-triggered no lineal. La solución de control obtenida es testada con un robot Khepera III que se comunica con el centro remoto mediante una red inalámbrica IEEE 802.11g. Sin embargo, con este controlador se requieren medidas periódicamente entre el robot y el centro remoto para chequear la condición de muestreo. En [131] se diseña un control predictivo basado en el modelo que, combinado con un mecanismo de disparo *self-triggered*, controla mediante simulación un robot no holonómico. El principal inconveniente de este trabajo es que requiere de comunicación continua entre el controlador y el robot. En [44], hemos aplicado un control STC lineal adaptativo para el seguimiento de trayectorias de un robot P3-DX, sin embargo, únicamente hemos garantizado la estabilidad para el lazo de control (lineal) de velocidad, y para obtener las consignas de velocidad adecuadas para el seguimiento de trayectorias hemos utilizado un controlador borroso Mamdani.

El objetivo de este capítulo se centra en la optimización de los recursos compartidos utilizados en el guiado remoto de vehículos no holonómicos [141, 142]. Nuestra propuesta se caracteriza por:

- 1. Diseño de controladores basados en funciones de Lyapunov para abordar los problemas de alcanzar un punto partiendo de una pose inicial aleatoria y seguimiento de una trayectoria no lineal predefinida.
- 2. Desarrollo de un mecanismo *self-triggered* que reduce el trafico del canal de comunicaciones bidireccional y evita a su vez que se produzcan ejecuciones *Zeno*.
- Implementación de un escenario real de aplicación, en el que un robot P3-DX es controlado de forma remota a través de una red inalámbrica con el estándar IEEE 802.11g. La Figura 5.1 muestra un esquema general del problema a resolver.

El resto del capítulo se organiza de la siguiente manera: La Sección 5.2 presenta el planteamiento del problema, la Sección 5.3 describe la estrategia de control STC no lineal, la Sección 5.4 muestra un escenario real en la que la técnica es aplicada y por último la Sección 5.5 resume la contribuciones de este capítulo.



Figura 5.1: Arquitectura general del control no lineal aperiódico para la aproximación a un punto y el seguimiento de trayectorias llevado a cabo por un robot no holonómico. El controlador remoto y la unidad robótica son nodos de una red inalámbrica.

# 5.2 Descripción del problema

Uno de los desafíos más comunes relativos al guiado remoto de vehículos es el diseño de las leyes de control para alcanzar y seguir una trayectoria parametrizada en el tiempo. Este problema resulta especialmente desafiante cuando se consideran trayectorias no lineales y vehículos no holonómicos [143–146]. Este es el caso de coches y robots diferenciales, los cuales sólo poseen dos variables de actuación (velocidad lineal y angular) para el control del movimiento, mientras que la posición se rige por 3 grados de libertad.

El problema abordado en este capítulo, es el estudio del error de seguimiento de una trayectoria llevada a cabo por un robot, que es controlado de forma remota a través de un canal inalámbrico. Tanto la posición inicial del robot como la trayectoria a seguir se consideran conocidas. En primer lugar el robot se acerca al punto inicial de la trayectoria. Para ello utiliza un control diseñado para alcanzar un punto objetivo. A continuación, el robot tiene que seguir esa trayectoria predefinida. En la fase de aproximación, el objetivo es reducir el error de distancia al punto objetivo hasta un determinado umbral. En la etapa de seguimiento, los errores de distancia y ángulo se analizan tomando como referencia el movimiento de un robot virtual, que realiza un seguimiento perfecto de la ruta. Bajo estas premisas, diseñamos dos controladores basados en leyes de Lyapunov, basándonos en las estrategias planteadas en [147, 148]. Modificamos estas estrategias para conseguir las metas preestablecidas. Para reducir la carga del canal de comunicaciones, hemos diseñado un STC que sustituye a los típicos controles periódicos. Con este controlador el centro remoto actualiza la ley de control, garantizando la estabilidad en todo momento, evitando que se produzcan comportamientos Zeno y minimizando la carga del canal de comunicaciones.

#### 5.2.1 Alcanzar un punto objetivo

La Figura 5.2 representa las principales variables involucradas en la primera parte del problema a resolver: alcanzar el punto objetivo  $(X_r, Y_r)$  cuando el robot está localizado en una pose arbitraria  $(X, Y, \theta)$  representada en el sistema de coordenadas Cartesianas.



Figura 5.2: Principales variables involucradas en el problema de aproximación al punto: pose actual  $(X, Y, \theta)$  de la unidad robótica respecto al punto objetivo  $(X_r, Y_r)$ .

Las ecuaciones de la cinemática del robot son las siguientes:

$$\begin{split} \dot{X} &= v \cos(\theta), \quad (5.1) \\ \dot{Y} &= v \sin(\theta), \\ \dot{\theta} &= w, \end{split}$$

donde  $v \neq w$  son las velocidades lineal y angular del robot, respectivamente.

El error de distancia dy de orientación  $\alpha$ respecto al punto objetivo se obtiene de la siguiente forma:

$$d = \sqrt{(X_r - X)^2 + (Y_r - Y)^2},$$
(5.2)  

$$\alpha = \begin{cases} \operatorname{atan2}(Y_r - Y, X_r - X) - \theta; & \text{if } d \neq 0, \\ 0; & \text{if } d = 0. \end{cases}$$

**Observación 6.** La transformación a coordenadas polares es únicamente válida para valores distintos de cero del error de distancia d, porque para d = 0, el ángulo  $\alpha$  no está definido [149]. Este punto singular lleva a una discontinuidad en la ley de control. Para evitar esto, si d = 0 el objetivo es alcanzado; por lo que  $\alpha = 0$ .

Los estudios previos de control aperiódico [128, 131] han usado coordenadas Cartesianas. Si el vehículo es localizado en coordenadas Cartesianas, no se puede alcanzar, mediante leyes de control realimentado invariantes en el tiempo, la pose objetivo de forma asintótica (debido a las limitaciones indicadas en la ley de *Brockett's* [150]). Por el contrario, con una representación en variables de estado en polares es posible una aproximación al problema más simple que permita una transición al punto de equilibrio más suave [148,149]. Por esta razón, hemos decidido utilizar coordenadas polares.

La evolución de los errores de distancia y orientación en coordenadas polares, considerando el modelo cinemático del robot (5.1) y (5.2) y un punto objetivo fijo ( $\dot{X}_r = 0, \dot{Y}_r = 0$ ), es la siguiente:

$$\dot{d} = -v \cos(\alpha), \tag{5.3}$$
$$\dot{\alpha} = -w + v \frac{\sin(\alpha)}{d}.$$

A continuación, aplicamos las siguientes leyes de control basándonos en [147]:

$$v = K_{v1} \cos(\alpha) d, \tag{5.4}$$

$$w = K_{w1}\alpha + K_{v1}\cos(\alpha)\sin(\alpha), \tag{5.5}$$

donde  $K_{v1} > 0$  y  $K_{w1} > 0$  son las ganancias del control de aproximación al punto. Seleccionamos la siguiente función de Lyapunov:

$$V = \frac{1}{2}d^2 + \frac{1}{2}\alpha^2.$$
 (5.6)

Resultando la siguiente derivada  $\dot{V}$  en (5.3):

$$\dot{V} = -d \ v \ \cos(\alpha) + \alpha(-w + v \frac{\sin(\alpha)}{d}), \tag{5.7}$$

la cual nos lleva a la expresión siguiente, que garantiza en todo momento que la derivada de la función de Lyapunov  $\dot{V}$  es negativa:

$$\dot{V} = -K_{v1}d^2\cos^2(\alpha) - K_{w1}\alpha^2 < 0.$$
(5.8)

#### 5.2.2 Seguimiento de trayectorias no lineales

En la Figura 5.3 mostramos los principales elementos involucrados en la segunda etapa del problema planteado. Un robot virtual que sigue de forma perfecta la trayectoria no lineal, sirve de referencia  $(X_r, Y_r, \theta_r)$  al robot real  $(X, Y, \theta)$  que se encarga de seguirlo.

Las ecuaciones que describen la cinemática del robot virtual son:

$$\dot{X}_r = v_r \cos(\theta_r), \tag{5.9}$$
$$\dot{Y}_r = v_r \sin(\theta_r), \\\dot{\theta}_r = w_r,$$

donde  $v_r$  es la velocidad lineal de la trayectoria de referencia y  $w_r$  es la velocidad angular.



Figura 5.3: Principales variables que describen la dinámica de la etapa de seguimiento de la trayectoria, donde un robot virtual representa la variación en el tiempo de la pose de referencia.

Asumimos que ambas velocidades son constantes por tramos y que sus cambios son conocidos de antemano por el controlador remoto.

**Suposición 1.** Asumimos que las entradas exógenas  $(v_r, w_r)$  están acotadas. Estas entradas se consideran constantes entre instantes de actualización; en caso de producirse un cambio en las mismas, el sistema se actualizará, generando un disparo de evento nuevo.

Consideramos el modelo cinemático del robot (5.1) y (5.2) y el robot virtual (5.9) con  $v_r, w_r$  constantes en intervalos, la evolución en el tiempo de los errores de distancia y orientación en coordenadas polares [148] es la siguiente:

$$\dot{d} = -v \cos(\alpha) + v_r \cos(\alpha - e_\theta), \tag{5.10}$$
$$\dot{\alpha} = -w + v \frac{\sin(\alpha)}{d} - v_r \frac{\sin(\alpha - e_\theta)}{d}, \\\dot{e}_\theta = w_r - w.$$

donde

$$e_{\theta} := \theta_r - \theta. \tag{5.11}$$

Procedemos a diseñar las siguientes leyes de control para el cálculo de la velocidad lineal y angular siguiendo [148]:

$$v = v_{ls} \cos(\alpha) + v_r \cos(e_\theta), \tag{5.12}$$

$$w = \dot{\theta}_{md} + v_{md}(K_{w2}(v_{ls}sin(\alpha) + v_r sin(e_\theta)) + dsin(\alpha)), \tag{5.13}$$

donde  $\theta_{md}$  es el ángulo de orientación deseado:

$$\theta_{md} := atan2\left(\frac{v_{ls}sin(\alpha - e_{\theta})}{v_r + v_{ls}cos(\alpha - e_{\theta})}\right) + \theta_r, \tag{5.14}$$

y  $v_{md}$  es la velocidad lineal deseada:

$$v_{md} := \sqrt{v_r^2 + v_{ls}^2 + 2v_r v_{ls} \cos(\alpha - e_\theta)},$$
(5.15)

donde  $v_{ls}$  es la componente de velocidad lineal dependiente de la distancia a la posición deseada de la trayectoria:

$$v_{ls} := K_{v2}d,\tag{5.16}$$

y  $K_{v2} > 0$  y  $K_{w2} > 0$  son las constantes de diseño asociadas con la velocidad lineal y angular.

De esta forma, la función:

$$V = \frac{1}{2}d^2 + 1 - \cos(\theta_{md} - \theta), \qquad (5.17)$$

es una función de Lyapunov para el sistema (5.10, 5.11, 5.12, 5.13). La derivada en el tiempo de V en (5.10) es:

$$\dot{V} = -K_{v2}d^2 - K_{w2}(K_{v2}dsin(\alpha) + v_r sin(e_\theta))^2 < 0.$$
(5.18)

# 5.3 Control self-triggered

En este apartado, revisamos un STC basado en funciones de Lyapunov para sistemas no lineales [151]. Diseñamos los mecanismos de disparos de eventos para las etapas de aproximación al punto objetivo y seguimiento de trayectorias y validamos su funcionamiento mediante resultados de simulación.

**Notación.** Una función se define como de clase  $C^0(\mathcal{D}_x)$  si es continua en  $\mathcal{D}_x$ , y se define como  $C^l(\mathcal{D}_x)$ , l > 0 si sus derivads son de clase  $C^{l-1}(\mathcal{D}_x)$ . Una función continua  $\gamma : [0, a) \to +\infty, a > 0$ , se define de clase  $\mathcal{K}$  si es estrictamente creciente y  $\gamma(0) = 0$ . Una función de Lyapunov se representa como  $\Omega_{V_k} = \{x \in \mathbb{R}^{n_x} | V(x) \leq V_k\} \subset \mathcal{D}_x$ . La constante de *Lipschitz* de la función f se representa por  $L_f$ .

Consideramos un sistema de control no lineal autónomo:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t))$$
 (5.19)

donde  $x(t) \in \mathcal{D}_x \subset \mathbb{R}^{n_x}$  y  $u(t) \in \mathcal{D}_u \subset \mathbb{R}^{n_u}$ , ambos dominios contienen el origen.

Y asumimos lo siguiente:

**Suposición 2.** Se considera una ley de realimentación de estados diferenciable  $K : \mathcal{D}_x \to \mathcal{D}_u$ 

tal que el origen del sistema en lazo cerrado

$$\dot{x}_c(t) = f(x_c(t), K(x_c(t)))$$
(5.20)

es el único punto de equilibrio local asintóticamente estable en  $\mathcal{D}_x$ .

De la Asunción 2, y los teoremas *converse* [152, 153] aseguran la existencia de una función de Lyapunov V(x(t)) para el sistema (5.20) tal que:

$$\underline{\gamma}(||x(t)||) \leq V(x(t)) \leq \overline{\gamma}(||x(t)||),$$

$$\dot{V}(x(t)) = \frac{\partial V(x(t))}{\partial x} f(x(t), K(x(t))) \leq -\gamma_1(||x(t)||),$$

$$\left\| \frac{\partial V(x(t))}{\partial x} \right\| \leq \gamma_2(||x(t)||),$$
(5.21)

 $\operatorname{con}\,\underline{\gamma},\bar{\gamma},\gamma_1,\gamma_2\in\mathcal{K}.$ 

En las implementaciones digitales, el controlador realimentado adquiere medidas en los instantes de muestreo  $t_k$ . En nuestro caso, hemos diseñado un controlador donde la señal se actualiza en determinados instantes y se mantiene como en un *zero-order hold* (ZOH). El controlador recalcula la señal de control en los instantes  $t_k$  utilizando nuevas medidas, y la entrada de control a la planta se mantiene constante hasta que se recibe una nueva medida:

$$u(t) = K(x(t_k)), \ t \in [t_k, t_{k+1}], \ k \in \mathbb{N}.$$
(5.22)

Con esta implementación, la dinámica del sistema muestreado en tiempo variable es:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), K(x(t_k))), \ t \in [t_k, t_{k+1}], \ k \in \mathbb{N}.$$
(5.23)

Definimos e(t) como la función de error:

$$e(t) := f(x(t), K(x(t_k))) - f(x(t), K(x(t))), \ t \in [t_k, t_{k+1}[, \ k \in \mathbb{N},$$
(5.24)

la dinámica del sistema muestreado se reescribe de la siguiente manera:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), K(x(t))) + e(t), \ t \in [t_k, t_{k+1}], \ k \in \mathbb{N}.$$
(5.25)

El objetivo de la estrategia *self-triggered* es determinar cuándo es necesario ejecutar la ley de control para lograr un comportamiento del sistema predeterminado (5.23). Para ello el STC predice cuándo actualizar el sistema basándose tanto en el modelo del mismo como en la última medida. El controlador STC genera un mapa que relaciona el estado actual del sistema  $x(t_k)$  con el próximo instante de muestreo:

$$h: \mathbb{R}^{n_x} \to \mathbb{R}^+, h(x(t_k)) = t_{k+1}.$$

$$(5.26)$$

Mediante este mapa disponemos de una emulación de los eventos que se generarían con la condición de disparo fijada, sin tener que estar registrando el estado del sistema continuamente.

A continuación asumimos que el sistema cumple con las siguientes propiedades:

Suposición 3. Asumimos que:

- 1. La función  $f \in C^{l}(\mathcal{D}_{x} \times \mathcal{D}_{u}), \text{ con } l \geq 3.$
- 2. Las funciones  $\underline{\gamma}, \gamma_1 \in \mathcal{K}$  en (5.21) son tales que  $\underline{\gamma}^{-1}, \gamma_1$  son Lipschitz continuas en el espacio de trabajo ( $\mathcal{D}_x$ ). Las constantes Lipschitz en  $\mathcal{D}_x$  de las funciones  $\underline{\gamma}^{-1}$  y  $\gamma_1$  están representadas por  $L_{\gamma^{-1}}$  y  $L_{\gamma_1}$  respectivamente.

Asumimos que las Suposiciones 2 y 3 se mantienen para  $\mathcal{D}_x$  y  $x(t_k) \in \mathcal{D}_x$ , donde  $e_{V_0}$  es una constante positiva. Mediante la elección del valor de  $e_{V_0}$  fijamos qué error consideramos admisible cuando nos aproximamos al punto de equilibrio. Posteriormente detallamos cómo influye la elección del valor de esta variable.

**Definición 1.** Semiglobal Practical Stability [154]: un sistema  $\dot{x}(t) = f(x(t), K(x(t)))$  se considera semiglobal practically stable si para cualquier espacio de trabajo  $\mathcal{D}_x$  y cualquier pequeño espacio compacto  $\mathcal{D}_{V_0}$  que incluya el origen, toda trayectoria del sistema con  $x \in \mathcal{D}_x$  está definida para todo  $t \in [0, \infty[$  y existe  $T \in [0, \infty[$  de tal forma que  $x \in \mathcal{D}_{V_0}$  para todo  $t \in [T, \infty[$  donde  $\mathcal{D}_{V_0} \subset \mathcal{D}_x$ .

A continuación proponemos una estrategia de disparo que garantiza *semiglobal practical stability* del sistema en lazo cerrado (5.23). La señal de control es actualizada siempre que la condición de disparo es alcanzada:

$$t_{k+1} = \min\{t > t_k|, ||e(t))|| \le e_{V_0}\}$$
(5.27)

**Proposición 1.** No se producen comportamientos Zeno con la condición de disparo (5.27).

Demostración. Para garantizar que no se producen comportamientos Zeno [151], procedemos a calcular el tiempo mínimo entre muestras (*i.e.* :  $t_{min} = \min_{k \in \mathbb{N}} (t_{k+1} - t_k)$ ), con la condición de disparo (5.27). Esta condición de disparo la expandimos en series de Taylor, hasta el 2<sup>nd</sup> término, con el resto de Lagrange del 3<sup>rd</sup> término y procedemos a calcular el tiempo mínimo para el espacio de trabajo  $x(t) \in \mathcal{D}_x$ .

Si la Suposición 3 se mantiene, los componentes  $e_i(t)$  de la función del error de medida e(t) se representan en series de *Taylor*. Consideramos que la componente  $i^{th}$  de  $e_i(t), i = 1, \dots, n$ , es un vector de n- dimensiones. Cada componente se representa respecto a  $t \in [t_k, t_k + \Delta_t)$ , hasta el  $2^{nd}$  término, con el resto de Lagrange del  $3^{rd}$  término:

$$e_i(t) \le \psi_{1,i}(x(t_k))(t-t_k) + \psi_{2,i}(\bar{x_i}, x(t_k))(t-t_k)^2, \tag{5.28}$$

siendo

$$\psi_{1,i}(x(t_k)) = \frac{d_+e_i(t)}{dt}|_{x(t)=x(t_k)}, \qquad \psi_{2,i}(\bar{x}_i, x(t_k)) = \frac{1}{2}\frac{d_+^2e_i(t)}{dt^2}|_{x(t)=\bar{x}_i}, \tag{5.29}$$

donde  $\frac{d_{+}^{n}(\cdot)}{dt^{n}}$  denota la *n*-ésima derivada. De acuerdo con el teorema de *Taylor*, existe un  $\bar{t}_{i} \in [t_{k}, t]$ , con  $\bar{x}_{i} = x(\bar{t}_{i}), i = 1, \dots, n$ , tal que (5.28) se mantiene. De esta forma, e(t) está acotado por:

$$||e(t)|| \le ||\psi_1(x(t_k))||(t-t_k) + ||\psi_2(\bar{x}, x(t_k))||(t-t_k)^2,$$
(5.30)

donde  $\bar{x} \doteq (\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n)$  y

$$\psi_1(x(t_k)) \doteq (\psi_{1,1}(x(t_k)), \cdots, \psi_{1,n}(x(t_k)))^T,$$
(5.31)

$$\psi_2(\bar{x}, x(t_k)) \doteq (\psi_{2,1}(\bar{x}_1, x(t_k)), \cdots, \psi_{2,n}(\bar{x}_n, x(t_k)))^T.$$
(5.32)

Consideramos el conjunto  $\Omega_V(x(t_k))$  y definimos:

$$M_1(x(t_k)) \doteq ||\psi_1(x(t_k))||, \qquad M_2(x(t_k)) \doteq \max_{\bar{x} \in \Omega_V(x(t_k))} ||\psi_2(\bar{x}, x(t_k))||.$$
(5.33)

La condición de disparo (5.27) es la siguiente:

$$M_1(x(t_k))(t-t_k) + M_2(x(t_k))(t-t_k)^2 \le e_{V_0}.$$
(5.34)

Los tiempos entre muestras se obtienen de la siguiente forma:

$$t_{k+1} = \min\{t > t_k | M_1(x(t_k))(t - t_k) + M_2(x(t_k))(t - t_k)^2 > e_{V_0}\},$$
(5.35)

$$t_{min} \doteq \min_{x(t_k) \in \mathcal{D}_x} \{ t_{k+1} - t_k \}.$$
(5.36)

La Ecuación (5.34) garantiza que el  $t_{min}$  es estrictamente positivo [151].

**Teorema 2.** Consideramos que las Suposiciones 2 y 3 se mantienen en todo  $\mathcal{D}_x$  y  $x(t_k) \in \mathcal{D}_x$ . Entonces, la condición de disparo (5.27) garantiza semiglobal practical stability del sistema en lazo cerrado para cualquier  $e_{V_0} > 0$ .

Demostraci'on.

$$\dot{V}(x(t)) = \frac{\partial V(x(t))}{\partial x} f(x(t), K(x(t_k))) = (5.37)$$

$$\frac{\partial V(x(t))}{\partial x}f(x(t), K(x(t))) + \frac{\partial V(x(t))}{\partial x}(f(x(t), K(x(t_k))) - (f(x(t), K(x(t)))) \le -\gamma_1(||x(t)||) + \gamma_2(||x(t)||)||e(t)||.$$
(5.38)

Considerando la condición de disparo (5.27) y la Ecuación (5.37), se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{V}(x(t)) \le -\gamma_1(||x(t)||) + \gamma_2(||x(t)||)e_{V_0} =$$
(5.39)

$$-\sigma\gamma_1(||x(t)||) - (1 - \sigma)\gamma_1(||x(t)||) + \gamma_2(||x(t)||)e_{V_0},$$
(5.40)

para cualquier  $\sigma \in ]0, 1[$ . Se garantiza lo siguiente:

$$||x(t)|| \ge \gamma_1^{-1}(\frac{\gamma_2(||x(t)||)e_{V_0}}{(1-\sigma)}) \to \dot{V}(x(t)) \le -\sigma\gamma_1(||x(t)||).$$
(5.41)

De esta forma, el error de medida debido al muestreo es acotado gracias a la condición de disparo (5.27) [132]. Donde cada vez que la función ||e(t)|| toca el umbral de disparo  $e_{v_0}$ , se obtiene una nueva actualización y ||e(t)|| se resetea a cero. De acuerdo con (5.41), la derivada de la función de Lyapunov a lo largo de todas las trayectorias del sistema tiene que ser estrictamente negativa en la región  $||x(t)|| > \gamma_1^{-1}(\frac{\gamma_2(||x(t)||)e_{V_0}}{(1-\sigma)})$ . De esta forma el sistema aperiódico converge necesariamente a un entorno acotado invariante.

**Observación 7.** La elección de  $e_{V_0}$  establece una solución de compromiso entre el tamaño del entorno al que el sistema converge  $\Omega_{V_0}$  y el tiempo entre muestras  $[t_k, t_{k+1}]$ . Disminuir el valor de  $e_{V_0}$  reduce el entorno de convergencia a la vez que disminuye el tiempo entre muestras.

**Observación 8.** La elección de  $\sigma \in ]0,1[$  establece una solución de compromiso entre el número de actualizaciones y el indice de comportamiento del sistema (5.41). Cuanto mayor es el valor de  $\sigma$ , mayor es el número de actualizaciones, el entorno de convergencia y la tasa de decremiento de la función de Lyapunov.

**Teorema 3.** Aumimos que la Suposición 2 y 3 se mantienen para  $\mathcal{D}_x$ ,  $x(t_k) \in \mathcal{D}_x$  and  $||x(t)|| > \gamma_1^{-1}(\gamma_2(||x||)e_{V_0})$ . Si la señal de control se actualiza siempre que se alcanza la condición de disparo:

$$\dot{V}(x(t)) < 0 \tag{5.42}$$

el sistema (5.23) converge asintóticamente [152] a una zona acotada donde  $||x(t)|| \leq \gamma_1^{-1}(\gamma_2(||x||)e_{V_0}).$ 

**Observación 9.** Las ejecuciones Zeno se evitan para la condición de disparo (5.42) bajo las condiciones del Teorema 3 debido a que los tiempos de ejecución siempre serán mayores que los tiempos obtenidos con la condición de disparo (5.27) bajo las condiciones del Teorema 2.

**Observación 10.** Usando la regla de muestreo del Teorema 2, la tasa mínima de decrecimiento hacia el entorno acotado de convergencia es dada por la Ecuación 5.41. Por el contrario, con la condición de disparo del Teorema 3, no se puede garantizar una tasa mínima de decrecimiento pero siempre será negativa; no obstante, conseguiremos un menor número de actualizaciones con está técnica.

### 5.3.1 Control self-triggered para la etapa de aproximación a un punto

En esta sección, establecemos las condiciones de disparo para la estrategia descrita en la Sección 5.2.1. Consideramos que el error de orientación resulta más crítico que el error de distancia debido a que el robot debe estar adecuadamente orientado para reducir el error de distancia. Por esta razón, dividimos la función de Lyapunov en dos términos:

$$V = V_1 + V_2, (5.43)$$

donde:

$$V_1 = \frac{1}{2}\lambda d^2; \quad V_2 = \frac{1}{2}\alpha^2, \quad \lambda > 0.$$
 (5.44)

Los términos  $V_1$  y  $V_2$  contienen respectivamente el error de distancia y de orientación relativos al punto objetivo, mientras que  $\lambda$  es un parámetro de distribución de pesos. Utilizando esta función somos capaces de analizar el error de distancia y el de orientación de forma independiente. Partiendo de esta premisa y utilizando la función de Lyapunov (5.43), proponemos la evaluación de la función  $V_1$  asociada con el error de distancia, y especialmente la función  $V_2$  relacionada con el error de orientación.

Los tiempos de actualización  $t_k$  son determinados usando la condición de disparo (5.42) presentada previamente:

$$t_{k+1} = \min\{t > t_k | V_1(d(t)) \ge 0 \lor V_2(\alpha(t)) \ge 0\}.$$
(5.45)

Con estas condiciones de disparo se garantiza que el error de distancia (d) y el error de orientación  $(\alpha)$  convergen asintóticamente a un entorno alrededor del punto de equilibrio.

#### 5.3.1.1 Resultados de simulación

Para realizar la simulación se utiliza el modelo cinemático del robot y se fijan los siguientes parámetros de diseño  $\lambda = 0,01$ ,  $K_v = 0,1$  y  $K_w = 0,1$ . El valor  $\lambda$  determina el peso relativo de las dos funciones de Lyapunov utilizadas, el parámetro  $K_v$  determina la velocidad con la que se responderá a los errores en distancia mientras que el parámetro  $K_w$  fija cómo se responde a los errores de orientación. Los resultados obtenidos se presentan en las Figuras 5.4 y 5.5. Fijamos la posición inicial del robot con la orientación opuesta a la necesaria para alcanzar el punto. La pose inicial (O) es  $(X, Y, \theta) = (-10, 0, \pi)$  y el punto objetivo (D) es el origen (Figura 5.4).

En la figura 5.5 se comparan las distintas funciones de Lyapunov aplicado la estrategia *self-triggered*, la continua y también mostramos las funciones de Lyapunov relacionadas con el error de distancia  $(V_1)$  y con el error de orientación  $(V_2)$ . Destacar que en este caso, las estrategias de control no periódicas logran un mejor índice de desempeño, alcanzando el punto de equilibrio de forma más rápida. Los instantes de actualización se muestran en color magenta, el controlador sólo necesita en este caso 4 actualizaciones para alcanzar el punto. Inicialmente se utiliza una primera señal de control. La segunda y tercera señal son generadas por la condición de disparo



Figura 5.4: Ejemplo de trayectoria nolineal generada por el centro remoto; la unidad robótica comienza en el punto O y alcanza el punto de destino D.



Figura 5.5: Etapa de aproximación al punto. Comparativa de las funciones de Lyapunov para el caso continuo (línea azul) y la estrategia STC (línea roja). Además se muestran las funciones de Lyapunov  $V_1$  y  $V_2$  componentes de la función (5.44) y los instantes de actualización.

que depende del error de orientación. Por último la cuarta señal se genera con la condición del error de distancia, ya que esta llega a cero. Para contrastar los resultados gráficos presentados en la Figura 5.5, calculamos el índice ISE utilizando las funciones de Lyapunov; para el caso continuo es 30,074, mientras que para la estrategia STC es 21,148. En este caso el ISE del sistema aperiódico se comporta mejor ya que mantiene acciones de control que actúan de forma más rápida para reducir el error que las del caso continuo en la que la aproximación se realiza de una forma más suave.

#### 5.3.2 Control self-triggered para la etapa de aproximación a la trayectoria

En esta sección, establecemos las condiciones de disparo para el problema descrito en la Sección 5.2.2. El objetivo de la condición de disparo propuesta no es asegurar la estabilidad asintótica, sino garantizar semiglobal practical stability [154]. De esta forma, el estado x(t) es conducido a una zona acotada  $\Omega_{V_0}$  que incluye el punto de equilibrio y se mantendrá en esa zona hasta que aparezca una nueva consigna. Para hacer esto, y teniendo en cuenta las reglas de muestreo

(5.27) y (5.42), los tiempos de actualización  $t_k$  están determinados por los instantes de tiempo en los que:

$$t_{k+1} = \min\{t > t_k | (\dot{V}(t) \ge 0 \land V(t_k)) > V_0) \lor$$

$$(||e(t))|| \ge e_{V_0} \land V(t_k)) \le V_0) \}.$$
(5.46)

De esta forma obligamos a la función de Lyapunov a decrecer a una zona acotada. Con esta estrategia, el controlador logra una rápida respuesta del robot cuando está lejos del punto deseado de la trayectoria. Por el contrario, cuando el robot se encuentra próximo a la trayectoria, la condición de disparo *self-triggered* simplemente consiste en mantener un nivel de la función de Lyapunov  $(V_0)$ . Además, cuando se va aplicar un cambio en  $v_r$  o  $w_r$ , el centro remoto informa al robot para aplicar las nuevas velocidades en el instante correcto.

#### 5.3.2.1 Resultados de simulación

En esta sección, presentamos un ejemplo de seguimiento de trayectorias no lineales. Para ello utilizamos el modelo cinemático del robot y fijamos los siguientes parámetros de diseño  $K_{v2} =$  $0.8, K_{w2} = 0.1$  y  $e_{V_0} = 10^{-5}$ . La pose inicial del robot  $(O_R)$  es  $(X, Y, \theta) = (0,1;3; -\frac{\pi}{2})$  y el punto incial de la trayectoria  $(O_T)$  es  $(X_r, Y_r, \theta_r) = (0; 2; \pi)$ . En la Figura 5.6 mostramos la trayectoria realizada respecto a la de referencia. La unidad robótica parte del punto de origen  $O_R$  y se para en el punto de destino D. El control diseñado muestra cómo un controlador STC híbrido puede reducir de forma significativa el número de cambios en las señales de control aplicadas al robot de forma remota, mientras se sigue logrando un buen índice de comportamiento.



Figura 5.6: Ejemplo de seguimiento de trayectoria no lineal llevado a cabo por una unidad robótica con el controlador STC diseñado. El robot comienza en la posición inicial  $O_R$  y sigue la trayectoria desde el origen  $O_T$  al punto de destino D.

Usando le técnica de control aperiódica presentada en la Sección 5.3.2, se necesitan 65 actualizaciones, en 80 segundos de simulación, para un seguimiento adecuado de la trayectoria. El análisis de las funciones de Lyapunov se presenta en la Figura 5.7, en esta figura se aprecia que las estrategias de control STC y la continua logran un índice de comportamiento similar. Al igual que en la sección previa, los resultados presentados en está figura han sido contrastados usando el índice ISE; para el caso continuo es 1.513, mientras que para la estrategia STC es 1.394. En este caso el ISE obtenido para el caso continuo es menor que el del aperiódico, pero a cambio de ese ligero deterioro en el seguimiento de la referencia, obtenemos un gran ahorro en el número de actualizaciones de la señal de control enviadas a través del canal inalámbrico.



Figura 5.7: Etapa de seguimiento de trayectoria. En la parte izquierda: comparativa de las funciones de Lyapunov para el control continuo y para el STC, así como los instantes de actualización. En la parte derecha: zoom que contiene los 10 primeros segundos de simulación para destacar las diferencias entre ambas funciones y las primeras actualizaciones.

### 5.4 Validación experimental

En esta sección, presentamos los resultados experimentales obtenidos con un robot P3-DX controlado de forma remota a través del estándar inalámbrico IEEE 802.11g. En este caso intervienen aspectos prácticos, no contemplados en las simulaciones anteriores, como son la dinámica del robot [155] y el retardo de canal inalámbrico [1].

Como mencionamos anteriormente el mecanismo de disparo se ha diseñado en función de la cinemática del robot, por ello para atenuar el efecto que tiene la dinámica del mismo sobre la estimación que se realiza a la hora de calcular el siguiente instante de muestreo, hemos implementado un servosistema periódico de forma local en el robot. Este servosistema no sobrecarga la red de comunicaciones ya que todas las consignas de control se aplican a nivel local en el robot y hace que el efecto de la dinámica entre muestras del STC sea despreciable.

En el caso de la problemática asociada al retardo de comunicaciones se ha implementado una estrategia de compensación del mismo. Esta estrategia ha sido presentada en el Capítulo 4 y en [1].

En la Figura 5.8 mostramos el esquema del sistema híbrido (aproximación y seguimiento) del control STC implementado. El PC que funciona como centro remoto y el robot P3-DX se comunican a través de la red inalámbrica. El PC se encarga principalmente de dos tareas: actualizar el vector de velocidades  $(v_{t_k}, w_{t_k})$  para el seguimiento de la trayectoria deseada, y calcular el siguiente instante de muestreo  $(t_{k+1})$ . El planificador de eventos es el responsable de decidir cuándo se tiene que actualizar el vector de estados y cuándo se debe aplicar la acción de control.



Figura 5.8: Detalle de la arquitectura general mostrada en la Figura 5.1, donde un ordenador personal controla de forma remota un robot P3-DX. El PC y el robot están conectados entre si a través de una red wifi.

El controlador de Lyapunov diseñado alterna entre la estrategia de aproximación y seguimiento en función de la distancia a la que se encuentre de la ruta. Cuando el robot está a más de un metro de la misma, el objetivo principal es acercarse a la ruta para ello se sigue la estrategia descrita en la Sección 5.2.1. Por otro lado, cuando el robot se encuentra a menos de un metro de la trayectoria se sigue la estrategia de seguimiento descrita en la Sección 5.2.2. Esto nos permite realizar un control especifico dependiendo de qué tipo de estrategia sea prioritaria en cada momento. Por lo tanto, los tiempo de actualización  $t_k$  estarán determinados por los instantes de tiempo en los que:

$$t_{k+1} = \min\{t > t_k | (Eq.(5,46) \land d(t_k) > 1) \lor Eq.(5,45) \land d(t_k) \le 1)\}$$
(5.47)

Como ejemplo, hemos generado una ruta en forma de ocho. El robot parte del punto  $O_R$  y sigue una ruta circular que comienza en  $O_T$  y termina en D (Figura 5.9). Como se puede comprobar, la primera parte del ensayo está asociado con la estrategia de aproximación a un punto de la trayectoria y la segunda con el problema de seguimiento. La Figura 5.10 también muestra la evolución temporal de las velocidades lineal y angular: las calculadas por el controlador de Lyapunov (v, w), las referencias  $(v_r, w_r)$  proporcionadas por el generador de trayectorias, y las registradas en el robot de forma local. En los 70 segundos de experimentación, el P3-DX alcanza el punto de destino D utilizando solo 36 actualizaciones de la ley de control enviadas a través del canal de comunicaciones inalámbrico.



Figura 5.9: Trayectoria no lineal seleccionada para la validación experimental del controlador no lineal, remoto y aperiódico. El P3-DX parte de la posición inicial  $O_R$  en el LAB1, y comienza aproximándose al punto inicial de la trayectoria  $O_T$ . A continuación sigue la ruta en forma de ocho (línea roja) en el pasillo, hasta el punto de destino D, la ruta realizada por el robot se representa en color azul.



Figura 5.10: Comparativa de la velocidad lineal (parte izquierda) y angular (parte derecha): referencia (rojo), control (azul) y la medida por odometría (verde). Todas las velocidades se registraron en 70 segundos de ensayo con un robot P3-DX realizando las etapas de aproximación y seguimiento de la trayectoria mostrado en la Figura 5.9.

# 5.5 Conclusiones

En este capítulo se presenta un controlador aperiódico aplicado al seguimiento de trayectorias no lineales de un robot no holonómico. El seguimiento de la ruta se divide en dos etapas: Apro-

## Capítulo 5. Control aperiódico para aproximación y seguimiento de trayectorias 78 no lineales

ximación a la trayectoria desde una pose inicial aleatoria y seguimiento de la trayectoria hasta el destino. Para ello, se diseña una solución de control aperiódica basada en funciones de Lyapunov. El controlador diseñado garantiza estabilidad práctica y evita que se produzcan ejecuciones Zeno para toda la región de trabajo. El mecanismo de disparo propuesto asume el modelo cinemático del uniciclo. En primer lugar se validan los resultados mediante simulación confirmando una buena aproximación al punto objetivo y seguimiento de la ruta con una reducción significativa en el número de actualizaciones de control, y de esta forma un gran ahorro en la carga del canal inalámbrico. Los beneficios del controlador diseñado se han comprobado también en un escenario real donde un robot P3-DX es controlado de forma remota por un PC a través de un canal de comunicaciones inalámbrico IEEE 802.11g. De acuerdo con las velocidades lineales y angulares registradas, la diferencia entre la simulación y la experimentación es despreciable y confirma la ventajas de la propuesta presentada.

# Capítulo 6

# Control aperiódico aplicado al seguimiento de trayectorias no lineales de un convoy de robots

Este capítulo presenta una solución de control aperiódica para el guiado remoto de un convoy de robots P3-DX siguiendo trayectorias no lineales. Para lograr este objetivo se asume que los problemas de estabilidad lateral y longitudinal están desacoplados. Para garantizar la estabilidad del convoy se diseña un control de consensus centralizado, de esta forma se logra mantener la distancia deseada entre vehículos. Además, se implementa un controlador descentralizado self-triggered para cada robot seguidor. Este controlador es el encargado de llevar a cabo el seguimiento de trayectorias no lineales. La principal contribución del controlador diseñado es el reducir el número de accesos al canal inalámbrico por parte de las unidades del convoy, manteniendo a su vez un buen seguimiento de la trayectoria.

# 6.1 Introducción

Actualmente, los sistemas de trasporte moderno se enfrentan a problemas que son especialmente importantes, como son la congestión del tráfico, la polución, el uso ineficiente de la energía y los accidentes de tráfico [156]. Trabajando en el contexto de sistemas de trasporte inteligente, son numerosos los investigadores que han propuesto estrategias basadas en cadenas de vehículos para resolver los problemas citados [157,158]. De esta forma, vehículos en ruta que compartan un objetivo común, podrán de forma cooperativa adoptar un patrón común de conducción en cadena, en el cual todos los vehículos (excepto la unidad líder) siguen al que les precede manteniendo una distancia de seguridad [159]. En estos sistemas interconectados cada vehículo debe de ser controlado, no sólo para mantener la distancia deseada entre los vehículos sino para garantizar también la estabilidad de cadena de todo el sistema [160]. En las aplicaciones de interiores, el seguimiento de trayectorias suele ser implementado de forma remota, lo que conlleva que un centro remoto sea el responsable del control de las unidades del convoy [161–163].

### Capítulo 6. Control aperiódico aplicado al seguimiento de trayectorias no lineales 80 de un convoy de robots

Algunas de las propuestas previas más relevantes de controladores de cadena de vehículos son [160, 164–166]. En [160] se diseña un controlador bidireccional para un sistema de vehículos interconectados usando control *slinding* acoplado, el objetivo es mejorar el rendimiento y la estabilidad de cadena. Una estrategia *consensus* se aplica en [164], en la que las comunicaciones entre vehículos están afectadas por retardos de tiempo variable. En [165] se presenta una modificación de la política clásica de muestreo periódico para abordar el control longitudinal y lateral en cadena de vehículos en áreas urbanas. En [166] se estudia el impacto de la dinámica de la cadena de vehículos en el comportamiento de red *ad hoc*.

Las estrategias de *consensus* son útiles en problemas en los que múltiples agentes comparten ciertas variables de interés [100]. En trabajos previos, los controladores *consensus* han sido diseñados para seguir trayectorias lineales [100–103]. En [100] se diseña un controlador *consensus* periódico para redes dinámicas de agentes con topologías fijas y variables sometidas ambas a retardos variables. En [101] se aplica un control *Self-triggered* a un sistema multi-agente. Una estrategia *consensus event-triggered* descentralizada para múltiples agentes con dinámica lineal y una estructura de grafo directa se estudiada en [102]. En [103] se presenta un protocolo *consensus* distribuido de segundo orden aplicado a múltiples agentes.

Además del control individual de cada unidad seguidora, las estrategias de guiado en convoy o en cadena de vehículos, requieren la coordinación de movimientos basada en el intercambio de variables, realizada habitualmente a través de una red de comunicación compartida [167]. El objetivo de este capítulo es presentar un controlador en el que se optimiza el uso del canal de comunicación inalámbrico del convoy mientras realiza el seguimiento de trayectorias no lineales. Para simplificar el problema se diseñan dos controladores desacoplando las estrategias de seguimiento longitudinal y lateral. Es común asumir que las dos dinámicas están desacopladas [165], por ejemplo en carreteras de alta velocidad con baja curvatura o en entornos urbanos con limitaciones de velocidad baja.

El resto del capítulo está organizado de la siguiente manera. La Sección 6.2 presenta unas bases matemáticas. La declaración del problema se describe en la Sección 6.3.3. La implementación del controlador diseñado se detalla en la Sección 6.4.2. Finalmente, la Sección 6.5 resume la contribución de este capítulo y el trabajo futuro.

# 6.2 Preliminares

Se denotan los números reales positivos con  $\mathbb{R}^+$  donde  $\mathbb{R}_0^+ = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$  y los números naturales con  $\mathbb{N}$ . La norma del vector Euclidiana  $(l_2)$  es representada por  $|\cdot|$ .

La teoría clásica de estabilidad para sistemas no lineales es dada por el siguiente teorema. **Teorema 4.** Un sistema lineal  $\dot{x}(t) = Ax(t), x(t) \in \mathbb{R}^n, A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ; es globalmente exponencialmente estable (GES), i.e.  $\exists M, \lambda \in \mathbb{R}^+$  de tal forma  $|x(t)| \leq Me^{-\lambda t}|x(0)|$ , si y sólo si existen matrices definidas positivas  $P, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}$  tal que:

$$A^T P + PA \le -Q. \tag{6.1}$$

Entonces la función  $V(t) = x(t)^T P x(t)$  se dice que es una función de Lyapunov para el sistema descrito.

Se define  $\mathcal{G} = (\mathcal{V}, \mathcal{E}, \mathcal{A})$  como un digrafo con pesos de orden n con el conjunto de nodos  $\mathcal{V} = 1, 2, ..., n$ , el conjunto de arcos  $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V} \times \mathcal{V}$  y la matriz adyacente con pesos  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$  formada por elementos no negativos. Un borde  $(v_i, v_j)$  representa que el nodo  $v_j$  puede recibir información del nodo  $v_i$ . La matiz de adyacencia  $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N \times N}$  asociada con el grafo dirigido  $\mathcal{G}$  se define por  $a_{ii} = 0, a_{ij} > 0$  si  $(v_j, v_i) \in \mathcal{E}$  y  $a_{ij} = 0$  en caso contrario. El conjunto de vecinos del nodo i se denota como  $\mathcal{N}_i = \{j \in \mathcal{V} : (i, j) \in \mathcal{E}\}$ . Una matriz diagonal  $\mathcal{D} = diag\{d1, d2, ..., dn\} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  es una matriz de grado  $\mathcal{G}$ , cuyos elementos de la diagonal son  $d_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij}$  para i = 1, 2, ..., n. La matriz Laplacina L se define como:

$$L = D - A \in \mathbb{R}^{n \times n} \tag{6.2}$$

# 6.3 Descripción del problema

Para abordar el problema del guiado en convoy de trayectorias no lineales de una forma más sencilla hemos optado por dividir el problema en tres partes, implementando estas estrategias en el centro remoto (Fig.6.1):

- Control aperiódico del líder: El control del líder es independiente de la estrategia de consensus, debido a que el líder no tiene en cuenta ninguna información de los seguidores, únicamente tiene que realizar el seguimiento de la trayectoria. El control implementado en el líder es el que presentamos en el Capítulo 5.
- 2. Control longitudinal de los seguidores: El propósito de este control aperiódico es mantener una distancia prefijada entre las unidades del convoy y garantizar la estabilidad de cadena de todo el sistema. El centro remoto es el encargado de determinar los instantes de actualización, calcular la acción de control consensus y enviar la consigna de velocidad lineal a cada seguidor de forma simultánea. Para ello, en los instantes de muestreo el centro remoto obtiene la posición de cada seguidor de forma local o remota dependiendo de la arquitectura del sistema sensorial.
- 3. Control lateral de los seguidores: este controlador es el encargado de calcular de forma remota la velocidad angular de cada seguidor para mantenerse en la trayectoria. Para ello, se descentraliza el control, diseñando un controlador aperiódico remoto para cada seguidor. El seguidor recibe la acción de control en el instante de tiempo adecuado.

#### 6.3.1 Control aperiódico del líder.

Para llevar a cabo el seguimiento de la ruta del líder, hemos utilizado el control que presentamos en el Apartado 5, Figura 6.2. El controlador Mamdani utilizado es similar al que diseñamos e



Figura 6.1: Estructura global del sistema formado por el convoy de vehículos, con los controles remotos aperiódicos, para el seguimiento de trayectorias no lineales.

implementamos en [42].



Figura 6.2: Estructura del control STC adaptativo implementado para seguimiento de trayectorias con el robot P3-DX.

# 6.3.2 Control longitudinal del convoy

El objetivo del controlador longitudinal es calcular la velocidad lineal de las unidades seguidoras. Para ello, se diseña una solución de control aperiódica basada en la estrategia de *consensus*. En primer lugar revisamos la teoría de *consensus* para sistemas continuos [168].

Representamos el conjunto de robots como una red en la que los nodos son los robots caracterizados por su dinámica y los vértices representan la presencia de un enlace de comunicación entre las distintas unidades. El digrafo  $\overline{\mathcal{G}}$  está formado por *n* unidades (relacionadas con el digrafo  $\mathcal{G}$ ) y el líder (al líder se le etiqueta como unidad 0. Algunos de los vértices dirigidos enlazan seguidores con el líder. Definimos una matriz diagonal  $B \in \mathcal{R}^{n \times n}$ , en la que la matriz adyacente del líder asociada con  $\overline{\mathcal{G}}$  con los elementos de la diagonal  $b_i$ , donde  $b_i = a_{i0}$  para una constante  $a_{i0} > 0$  indica si el líder es vecino del nodo *i*, si no mediante  $b_i = 0$  indicamos que no hay enlace.

Para estudiar la estabilidad del sistema utilizamos la matriz H:

$$H = L + B \in \mathbb{R}^{n \times n}.\tag{6.3}$$

Si el líder es alcanzable de forma global en  $\overline{\mathcal{G}}$ , H es estable y positiva [168]. Aplicando el teorema de Lyapunov, podemos garantizar que existe una función definida positiva  $\overline{P} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  tal que

$$H^T \bar{P} + \bar{P} H = -Q, \tag{6.4}$$

donde Q es una matriz definida positiva. Definimos  $\lambda_{MAX}$ ,  $\lambda_{MIN}$  como los autovalores máximo y mínimo de  $\bar{P}$  respectivamente.

El modelo en tiempo continuo de los n-robots es el siguiente:

$$\dot{x}_i = u_i, \qquad i = 1, 2, ..., n, 
y_i = x_i, \qquad i = 1, 2, ..., n,$$
(6.5)

donde el estado  $x_i \in \mathbb{R}$  es la posición del agente *i*,  $u_i$  es la entrada de control y  $y_i$  es la medida de la salida.

La dinámica del líder se puede expresar de la siguiente forma:

$$\dot{x}_0 = v_0, \quad \dot{v}_0 = a_0, \quad y = x_0,$$
(6.6)

donde  $y(t) = x_0(t)$  es la medida de la salida y  $a_0(t)$  es la aceleración.

**Observación 11.** La aceleración del líder  $a_0$  se asume conocida por todos los seguidores; cuando cambia, el centro remoto la envía a todas las unidades.

Debido a que  $v_0(t)$  no puede ser medida ni cuando las unidades están conectadas con el líder, debe ser estimada. La estimación de  $v_0(t)$  por el agente *i* se indica por  $v_{0i}(t)$ .Por lo tanto, para cada agente, el esquema local de control consiste en dos partes:

a) ley de control realimentada utilizando la información de los vecinos:

$$u_i = -k_v \left[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i - x_j) + b_i (x_i - x_0)\right] + v_i, \tag{6.7}$$

b) ley de control para estimar  $v_0 i$ 

$$\dot{v}_{0i} = a_0 - \gamma k_v \left[\sum_{j \in \mathcal{N}_i} a_{ij} (x_i - x_j) + b_i (x_i - x_0)\right],\tag{6.8}$$

donde  $k_v$  es la ganancia de control y  $\gamma$  es una constante positiva ( $0 < \gamma < 1$ ).

Partiendo de  $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ ,  $v = (v_1, v_2, ..., v_n)^T$ ,  $u = (u_1, u_2, ..., u_n)^T$ . A partir de 6.7 y

6.8, es posible reescribir la ecuación de la siguiente forma:

$$\dot{x} = u = -k(L+B)x + kB\mathbf{1}x_0 + v,$$

$$\dot{v} = \mathbf{1}a_0 - \gamma k(L+B)x + k\gamma B\mathbf{1}x_0,$$
(6.9)

donde  $\mathbf{1} = (\underbrace{1, 1, \dots, 1}_{n \text{ times}})^T.$ 

Representamos  $\bar{x} = x - \mathbf{1}x_0$  y  $\bar{v} = v - \mathbf{1}v_0$ . Retomando (6.9), la dinámica del error se puede definir de la siguiente forma:

$$\dot{z} = Fz(t), \tag{6.10}$$

donde

$$z = \begin{bmatrix} \bar{x} \\ \bar{v} \end{bmatrix}, F = \begin{bmatrix} -k(L+B) & I_n \\ -k\gamma(L+B)) & 0 \end{bmatrix}.$$
 (6.11)

Finalmente, para fijar una cota de la ganancia  $k_v$ , recurrimos al Teorema 1 de [168], respetando esta cota se garantiza la estabilidad del sistema en lazo cerrado en tiempo continuo. La ganancia del controlador debe cumplir:

$$k_v > k_v^* = \frac{\lambda_{MAX}}{2\gamma(1-\gamma^2)} \tag{6.12}$$

Para el estudio de estabilidad del sistema descrito en (6.10) se propone la función de Lyapunov):

$$V(t) = z^{T}(t)P_{1}z(t), (6.13)$$

donde:

$$P_1 = \begin{bmatrix} \bar{P} & -\gamma\bar{P} \\ -\gamma\bar{P} & \bar{P} \end{bmatrix}.$$
 (6.14)

#### 6.3.2.1 Estrategia self-triggered

De acuerdo con (6.9), cada seguidor requiere establecer una comunicación continua para evaluar el estado de sus vecinos en todo momento. Para evitar esta comunicación continua, hemos diseñado un controlador aperiódico.

En primer lugar, fijamos las ecuaciones obteniendo las medidas mediante un sample and hold:

$$u(t) = -k(L+B)x(t_k) + kB\mathbf{1}x_0(t_k) + v \qquad t \in [t_k, t_{k+1}],$$
(6.15)

donde  $t_k$  y  $t_{k+1}$  son dos instantes de muestreo consecutivos. La dinámica en lazo cerrado bajo la implementación sample and hold para el controlador es la siguiente:

$$\dot{z} = Fz(t_k) = Fz(t) + Fe(t),$$
(6.16)

donde e(t) representa el error de medida definido como:

$$e(t) = z(t_k) - z(t) \qquad t \in [t_k, t_{k+1}].$$
(6.17)

En este caso proponemos dos condiciones de disparo diferentes para determinar cuándo hay que transmitir el estado del sistema. Forzando a los estados del convoy a decrecer a una zona acotada donde la condición de disparo se relaja. De esta forma el controlador logra una respuesta rápida cuando los seguidores se encuentran lejos de las posiciones deseadas (estabilidad exponencial), mientras que cuando se encuentran cerca de la formación deseada se relaja el criterio de disparo de eventos, ya que sólo exigimos al sistema mantenerse dentro de un nivel de la función de Lyapunov (estabilidad práctica).

Estabilidad práctica: Mediante esta estrategia garantizamos que el sistema en lazo cerrado(6.16) va a permanecer entorno al punto de equilibrio. Para ello utilizamos la función de Lyapunov (6.13), la señal de control es actualizada siempre que se incumpla la siguiente condición de disparo

$$V(z(t)) \le V_0,\tag{6.18}$$

donde  $V_0$  es una constante positiva.

Estabilidad exponencial: Esta estrategia ha sido presentada en detalle en el capítulo 3. Para garantizar la estabilidad exponencial utilizamos una función de comportamiento  $S(t) : \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}_0^+$ . Esta función se encarga de acotar de forma superior la evolución de la función de Lyapunov que describe el estado del sistema (6.13), de esta forma se fija el índice de desempeño deseado de la implementación. Utilizando esta técnica los tiempos de muestreo vendrán fijados por los momentos en los que se incumple la condición:

$$V(t) \le S(t). \tag{6.19}$$

La función S(t) viene dada por la siguiente ecuación:

$$S(t) := z_s(t)^T P_1 z_s(t), (6.20)$$

$$\dot{z}_s(t) = \sigma F z_s(t), t \in [t_k, t_{k+1}], \tag{6.21}$$

$$z_s(t_k) = z(t_k), \tag{6.22}$$

donde  $\sigma$  es una constante ( $0 < \sigma < 1$ ).

**Observación 12.** Para garantizar que los tiempos entre muestras son mayores que cero, es suficiente con diseñar S(t) haciendo que cumpla con la siguiente condición  $\dot{V}(t_k) < \dot{S}(t_k)$  en los instantes de actualización  $t_k$ ; lo cual se garantiza eligiendo  $0 < \sigma < 1$ .

El tiempo mínimo entre muestras se puede calcular aplicando el Teorema 5.1 de [169].

#### 6.3.3 Controlador lateral de los seguidores

El objetivo es calcular la velocidad angular de las unidades seguidoras necesaria para seguir la trayectoria. Para hacer esto, se diseña un controlador para cada seguidor. El primer paso del diseño de este controlador es definir la dinámica de la velocidad angular de cada robot:

$$\dot{\theta}_i = w_i, \tag{6.23}$$

donde la velocidad angular se calcula de la siguiente forma:

$$w_i = k_w(\theta_{r_i} - \theta_i) + w_{r_i}, \tag{6.24}$$

siendo para el seguidor *i*:  $w_i$ ,  $w_{r_i}$  las velocidades angulares del controlador y de la referencia respectivamente;  $\theta_i$ ,  $\theta_{r_i}$  es la orientación y la referencia de orientación;  $k_w$  es la constante de ganancia del controlador lateral.

Para estudiar la estabilidad, usamos la siguiente función de Lyapunov:

$$V_{w_i} = \frac{1}{2} (\theta_{r_i} - \theta_i)^2, \tag{6.25}$$

la ley de control (6.24) permite diseñar un controlador lateral self-triggered para cada unidad seguidora de forma descentralizada, tanto para estabilidad práctica como exponencial (tal y como se definió en la subsección anterior 6.3.2.1).

# 6.4 Implementación

En está sección presentamos los resultados de simulación. Para validar la propuesta de control remoto aperiódico usamos un convoy de cuatro robots P3-DX. Para hacer más realista la simulación utilizamos el modelo del robot P3-DX obtenido anteriormente para cada unidad del convoy. Para atenuar la problemática asociada con la dinámica del robot [170], hemos implementado un servosistema periódico en cada robot. Por lo general, el modelo cinemático de control se comporta de forma adecuada si el controlador que se encarga de actuar sobre la dinámica es suficientemente rápido [170]. El modelo de la planta y del servosistema se describe en detalle en la Sección 3.3.

#### 6.4.1 Estrategia aperiódica

A continuación presentamos los resultados obtenidos para un convoy de cuatro unidades robóticas. En la que cada una de las unidades seguidoras tiene información de la que le precede, en este caso las matrices de consensus L y B son las siguientes:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (6.26)

Los parámetros fijados para la estrategia de consensus son k = 0.6 y  $\gamma = 0.1$  y la constante para el controlador de velocidad angular es  $k_w = 0.1$ . Los valores de diseño de la estrategia selftriggered son  $\sigma = 0.8$  y  $V_0 = 10^{-5}$ . El mínimo tiempo entre ejecuciones obtenido es 50ms. La pose inicial del Líder es  $(X_L, Y_L, \theta_L) = (0, 0, 0)$ , del Seguidor 1 es  $(X_{F1}, Y_{F1}, \theta_{F1}) = (-0.95, 0, 0)$ , del Seguidor 2  $(X_{F2}, Y_{F2}, \theta_{F2}) = (-2.1, 0, 0)$  y del Seguidor 3  $(X_{F3}, Y_{F3}, \theta_{F3}) = (-3.3, 0, 0)$ . Los valores iniciales de la velocidad lineal y angular para cada unidad son: 0.25 m/s and 0 rad/s.

La Figura 6.3 muestra las trayectorias no lineales descritas por cada unidad. El Líder parte del punto inicial  $O_L$  y alcanza el punto destino  $D_L$ . Como se puede apreciar el control aperiódico diseñado presenta un seguimiento de las trayectorias adecuado.



Figura 6.3: Seguimiento de trayectorias no lineales tomadas como ejemplo. El convoy atraviesa el pasillo desde el Laboratorio 3 al laboratorio 6.

Hemos fijado una distancia entre las unidades robóticas que forman el convoy de un metro. La evolución temporal de la distancia entre las distintas unidades se muestra en la Figura 6.4. En la figura se aprecia cómo el control de *consensus* diseñado es capaz de corregir de forma satisfactoria los errores de distancia. Esto se aprecia en los puntos especialmente problemáticos como son: las condiciones iniciales distintas a la formación deseada y las curvas que aparecen en la trayectoria.

En la Figura 6.5 mostramos las velocidades lineales calculadas por el controlador aperiódico con la estrategia consensus.

Las velocidades angulares las mostramos en la Figura 6.6. Estas señales de control son calculadas por los controladores self-triggered implementados de forma descentralizada en cada unidad. En



Figura 6.4: Distancia entre las unidades del convoy aplicando el controlador aperiódico diseñado.



Figura 6.5: Velocidades lineales calculadas con el controlador aperiódico utilizando la técnica consensus.

la Figura 6.7, se puede apreciar cómo el error de orientación está acotado en todo momento entre 0.05 rad y -0.05 rad durante el transcurso de la trayectoria no lineal.

El número de actualizaciones en 100 segundos de simulación se muestran en la Tabla 6.1. Hay que recordar que la velocidad lineal de cada seguidor  $(u_i)$  es calculada por el controlador consensus y las velocidades angulares  $(w_i)$  son calculadas de forma descentralizada.

Tabla 6.1: Número de actualizaciones aplicadas a los controladores (longitudinal y lateral) de las diferentes unidades que forman el convoy.

Líder	$\operatorname{Seg}$			
$v_0, w_0$	$u_1, u_2, u_3$	$w_1$	$w_2$	$w_3$
51	397	201	220	275


Figura 6.6: Velocidades angulares obtenidas con los controladores self-triggered descentralizados.



Figura 6.7: Error de orientación de cada unidad en el seguimiento de la trayectoria no lineal mostrada en la Figura 6.3 con la solución de control aperiódica diseñada.

#### 6.4.2 Comparativa con la estrategia periódica

En esta sección presentamos una comparativa con la versión periódica del controlador diseñado. Para ello mantenemos el mismo valor de todos los parámetros de control  $(k, \gamma, k_w)$ . Estos valores se detallan en la anterior subsección 6.4.1, pero en lugar de implementar una ejecución self-triggered, los controladores son actualizados de forma periódica, todos con la misma tasa de muestreo (50 ms). Con la implementación periódica, se necesitan 2000 actualizaciones del lazo de control en 100 segundos. Si comparamos los resultados mostrados en la Tabla 6.1, claramente se aprecia que la técnica self-triggered logra una reducción significativa en el número de actualizaciones.

La Figura 6.8 muestra la distancia que se mantiene entre las distintas unidades del convoy usando la implementación periódica. Por último los errores de orientación se muestran en la Figura 6.9.



Figura 6.8: Distancia entre las unidades del convoy con la implementación periódica.



Figura 6.9: Error de orientación en el seguimiento de la trayectoria aplicando la implementación periódica.

Para comparar de forma más precisa las dos técnicas presentadas, la Tabla 6.2 muestra el índice ISE aplicado al error de distancia con la estrategia de consensus y al error de orientación en el seguimiento de la trayectoria. Estos resultados numéricos permiten confirmar que la degradación del índice de desempeño del sistema aplicando la técnica aperiódica es prácticamente irrelevante, mientras que el ahorro en el número de envíos por el canal de comunicación es elevada.

Tabla 6.2: Índice ISE aplicado al error longitudinal aplicando la estrategia consensus y el error lateral en el seguimiento de trayectorias.

Error de distancia entre las unidades, índice ISE		Error de orientación, índice ISE	
Self-triggered	Periódico	Self-triggered	Periódico
1.497	1.072	3.301	2.871

### 6.5 Conclusiones

En este capítulo presentamos una primera aproximación del control remoto aperiódico de un convoy de robots realizando el seguimiento de trayectorias no lineales. En esta primera aproximación hemos diseñado tres controladores self-triggered diferentes: uno específico para la unidad líder, otro de consensus centralizado con el objetivo de mantener una formación deseada del convoy y un último descentralizado para corregir el error lateral en el seguimiento de la trayectoria. Los resultados de simulación reflejan cómo la solución de control aperiódica logra una gran reducción en el número de actualizaciones manteniendo un rendimiento similar a la implementación periódica.

Después de obtener unos resultados de simulación satisfactorios, estamos trabajando actualmente en la implementación en una plataforma de ensayo experimental de los controladores presentados. También hemos planteado la posibilidad de afrontar el problema sin desacoplar el error longitudinal y el lateral en el seguimiento de la trayectoria.

## Capítulo 7

## Conclusiones y trabajos futuros

En este capítulo, procedemos a detallar las conclusiones más importantes de esta tesis, así como las posibles lineas de trabajo futuro.

### 7.1 Conclusiones

Los sistemas de control en red están actualmente en expansión. En este tipo de sistemas, resulta especialmente importante hacer un uso eficiente de los recursos compartidos, como es el caso del canal de comunicaciones. Tradicionalmente las leyes de control se han implementado de forma periódica debido a su facilidad de diseño y análisis. Esto resulta una solución conservadora debido a que la ley de control se actualiza con un periodo que garantiza la estabilidad del sistema bajo las condiciones de trabajo más exigentes, aunque éstas rara vez se den. Esta reciente problemática nos ha llevado a estudiar soluciones de control aperiódico que actualizan el sistema sólo cuando una condición prefijada por el diseñador son incumplidas. En concreto hemos procedido a estudiar la técnica de control self-triggered. Este tipo de control se basa en realizar una estimación de cuándo será necesario actualizar la planta. A continuación detallamos nuestras contribuciones estructurándolas por capítulos:

En el Capítulo 3: realizamos una primera aproximación al problema, considerando el control remoto y aperiódico de unidades robóticas. En primer lugar realizamos un estudio de las diferentes técnicas de control aperiódico y el efecto de los distintos parámetros de diseño. Nuestra aportación más destacable en este capítulo es el diseño e implementación de una técnica de disparo STC con adaptación del mecanismo de disparo en función del error observado en el seguimiento de las referencias. La idea es aprovechar el estado de la planta para lograr una relación óptima entre el índice de comportamiento del sistema y el número de actualizaciones. Los resultados teóricos se han validado mediante simulación con la herramienta *TrueTime* y experimentalmente con robots P3-DX. En ambos casos se ha realizado una comparativa con las distintas alternativas de control, tanto las periódicas tradicionales como los controles STC previos, destacando los buenos resultados obtenidos con nuestra propuesta. En el Capítulo 4: afrontamos la problemática del estado del canal de comunicaciones sobre el que se cierra el lazo de control. No sobrecargar el canal de comunicaciones compartido resulta especialmente importante para evitar efectos indeseados como son: la pérdida de paquetes o el aumento de la magnitud de los retardos de canal. Para afrontar este problema, sufrido por la mayoría de los NCS, hemos implementado una solución adaptativa que depende del retardo de canal que se dé en cada momento. La estrategia seguida consiste en relajar la tasa de envío de cada lazo de control cuando este sufre retardos de canal mayores que los deseados. Para ello se relajan las condiciones de disparo si el retardo aumenta. Para aprovechar las ventajas de la adaptación al estado del sistema, descritas en el capítulo anterior, hemos procedido a realizar una doble adaptación, teniendo también en cuenta la distancia del vector de estados del sistema al punto de equilibrio. El estándar de comunicaciones utilizado para las pruebas experimentales es el IEEE 802.11g cuyo retardo de canal es incierto, debido a que es un protocolo de libre competencia entre las unidades que usen el canal. La propuesta teórica es validada en simulación con TrueTime configurada para canal Wifi y experimentalmente con cuatro unidades robóticas P3-DX controladas desde un centro remoto con acceso a la misma red.

En el Capítulo 5: tratamos con el control aperiódico de sistemas no lineales de forma remota. En concreto hemos estudiado el control de posición de un robot autónomo en el que el uso del canal de comunicaciones es compartido por otras aplicaciones. Para resolver este problema diseñamos dos estrategias de control, una para tratar el problema de acercarse a un punto de la trayectoria y otra para el seguimiento de una trayectoria no lineal. El hecho de utilizar dos controladores distintos para dos maniobras diferentes nos permite optimizar cada una ellas. Ambos controladores están diseñados utilizando funciones de Lyapunov para garantizar la estabilidad del sistema en lazo cerrado y evitar las ejecuciones Zeno. En lugar de buscar estabilidad exponencial en todo el sistema, hemos definido las condiciones de disparo para lograr estabilidad práctica. De esta forma no exigimos que el sistema alcance el punto de equilibrio con error nulo, sino que se acerque y se mantenga suficientemente cerca, logrando de esta forma un mayor ahorro en el número de comunicaciones a través del canal inalámbrico. Los resultados de simulación y experimentales confirman que los STC diseñados reducen de forma significativa las necesidades de comunicaciones en comparación con las estrategias clásicas de control, mientras que el seguimiento de la consigna no se ve deteriorado.

En el Capítulo 6: presentamos una solución de control aperiódica para el guiado remoto de un convoy de robots P3-DX que siguen trayectorias no lineales. Para resolver este problema, hemos considerado que los problemas de estabilidad lateral y longitudinal están desacoplados. De esta forma podemos diseñar una estrategia de control distinta para cada uno de los dos problemas. Para corregir el error longitudinal diseñamos un control de *consensus* centralizado. De esta forma logramos mantener la distancia deseada entre los robots, mientras que a su vez se logra una gran reducción en el número de veces que el canal de comunicación es utilizado. En el caso de la estabilidad lateral, hemos diseñado un controlador descentralizado *self-triggered* en cada robot seguidor. Facilitando el seguimiento de las trayectorias no lineales. Los resultados de simulación reflejan cómo nuestra solución aperiódica logra una gran reducción en el número de actualizaciones enviadas a través del canal inalámbrico manteniendo un rendimiento similar a la implementación periódica.

### 7.2 Trabajos futuros

Como trabajo futuro, proponemos la evaluación de las estrategias relacionadas con el control robusto en el mecanismo de disparo. De esta forma tendremos en cuenta incertidumbres en los parámetros que describen el comportamiento de la planta a controlar.

También consideramos proseguir la línea de investigación del capítulo 6, eliminando la suposición de desacoplar el error longitudinal y lateral, y realizando ensayos experimentales con unidades robóticas P3-DX y un canal de comunicaciones real.

En lo que respecta al guiado cooperativo, se pueden explorar alternativas a la de *consensus* utilizada, permitiendo la descentralización de la acción de control, y con ello el intercambio de información con el centro remoto.

Otra línea de investigación abierta está relacionada con la combinación de estrategias STC con estimación basada en eventos a partir de la información de redes de sensores.

Por último, se pueden explorar nuevos escenarios experimentales, pasando de unidades robóticas a ruedas (escenarios 2D) a drones (escenarios 3D).

### Capítulo 8

## Conclusions and future works

In this chapter, we analyse the most relevant conclusions arising from this doctoral thesis and we describe the future works.

### 8.1 Conclusions

Embedded and networked control systems are currently on the increase. In these systems, control loops no longer have dedicated computational and communication resources at their disposal, and a greater functionality is expected for this reason. While traditional feedback control laws are implemented in a periodic fashion due to ease of design and analysis, this is no longer possible because it is a conservative solution, since the controller is updated at the same rate regardless of the current state of the plant. For this reason, we have focused on the context of event-based control solutions, specifically improving Self-triggered techniques through adaptive proposals. The most relevant contributions of this doctoral work can be resumed as follows:

In Chapter 3: The problem of remotely operating an autonomous robot through a wireless communication channel is considered. Our main goal is to achieve a satisfactory tracking while reducing network usage. A self-triggered strategy that adjusts the triggering condition to the observed tracking error is implemented to fulfil this objective.

In Chapter 4: We design a strategy to reduce the load on the communication channel while preserving the control performance in a channel with variable delays. The triggering condition is adapted to the actual network occupancy. The triggering condition allows the number of control executions to be accommodated to the channel load. This has significant advantages compared to the previous aperiodic proposals, which conservatively use an upper bound of the delay (maximum value) to guarantee stability.

In Chapter 5: We tackle with the usage optimization of shared resources for the remote control of nonholonomic vehicles tracking nonlinear trajectories. Our proposal involves the design of specific Lyapunov-based controllers to address the twofold problem of reaching a point from an arbitrary initial robot pose and of tracking a predefined nonlinear trajectory. The self-triggered

mechanism designed reduces the bidirectional wireless channel load and excludes Zeno behaviour. Our proposal has been implemented in a real scenario in which a P3-DX robot is remotely controlled through an IEEE 802.11g wireless network.

In Chapter 6: We design an aperiodic remote control of a platoon of vehicles tracking nonlinear trajectories. The global solution includes three different self-triggered controllers: one specifically for the leader unit, a centralized consensus control to maintain the desired distance between followers, and a decentralized control to correct the lateral deviation from the reference trajectory.

### 8.2 Future work

For future study, we propose the evaluation of strategies related to robust event-based control and how they should affect to the triggering mechanisms; in this way we will take into account uncertainties in the parameters that describes the behavior of the plant under control.

In the research line focusing on aperiodic nonlinear control, future work will address the problem without linear and angular velocities decoupling, and also taking wireless channel constraints into account.

Regarding cooperative guidance, other alternatives can be evaluated to improve the consensus event-based controller described herein, allowing the decentralization of the control, and reducing the exchange of information between leader, followers and remote controller.

From the perspective of implementation, we propose the combination of the mentioned STC strategies with others in which external smart sensors implement event-based state estimation to relax the load on the shared wireless channel.

Finally, we want to explore new experimental scenarios, from the actual wheel autonomous robots (2D scenarios) to unmanned aerial vehicles or drones (3D scenarios).

# Bibliografía

- C. Santos, M. Mazo, E. Santiso, F. Espinosa, and M. Martínez, "Adaptive self-triggered control for remote operation of wifi linked robots," in *ROBOT2013: First Iberian Robotics Conference*, ser. Advances in Intelligent Systems and Computing. Springer International Publishing, 2014, vol. 253, pp. 541–554.
- [2] P. Tabuada, "Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 52, no. 9, pp. 1680–1685, Sept 2007.
- [3] M. Mazo and P. Tabuada, "Input-to-state stability of self-triggered control systems," in Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on, Dec 2009, pp. 928–933.
- [4] Z. Heng, P. Chen, Z. Jin, and Z. Chu, "Event-triggered control in networked control systems: A survey," in *Control and Decision Conference (CCDC)*, 2015 27th Chinese, May 2015, pp. 3092–3097.
- [5] M. Mazo Jr, A. Anta, and P. Tabuada, "On self-triggered control for linear systems: Guarantees and complexity," in *European Control Conference*, 2009.
- [6] X. Wang and M. Lemmon, "Self-triggered feedback control systems with finite-gain calL<sub>2</sub> stability," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 54, no. 3, pp. 452–467, March 2009.
- [7] A. Anta and P. Tabuada, "To sample or not to sample: Self-triggered control for nonlinear systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 55, no. 9, pp. 2030–2042, Sept 2010.
- [8] W. Zhang, M. Branicky, and S. Phillips, "Stability of networked control systems," *Control Systems, IEEE*, vol. 21, no. 1, pp. 84–99, Feb 2001.
- [9] Z. Wang, F. Yang, D. Ho, and X. Liu, "Robust h<sub>∞</sub> control for networked systems with random packet losses," Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on, vol. 37, no. 4, pp. 916–924, Aug 2007.
- [10] P. Ogren, E. Fiorelli, and N. Leonard, "Cooperative control of mobile sensor networks:adaptive gradient climbing in a distributed environment," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 8, pp. 1292–1302, Aug 2004.

- [11] G. S. Seyboth, "Event-based Control for Multi-Agent Systems," Ph.D. dissertation, School of Electrical Engineering, KTH Royal Institute of Technology, Sweden and Stuttgart University, Germany, 2010.
- [12] K.-E. Årzén, "A simple event-based pid controller," Proc. 14th IFAC World Congress, vol. 18, pp. 423–428, 1999.
- [13] M. Mazo and P. Tabuada, "On event-triggered and self-triggered control over sensor/actuator networks," in *Decision and Control*, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on, Dec 2008, pp. 435–440.
- [14] W. P. M. H. Heemels, K. H. Johansson, and P. Tabuada, "An introduction to eventtriggered and self-triggered control," in *Decision and Control (CDC)*, 2012 IEEE 51st Annual Conference on, Dec 2012, pp. 3270–3285.
- [15] J. Hespanha, P. Naghshtabrizi, and Y. Xu, "A survey of recent results in networked control systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 138–162, Jan 2007.
- [16] T.-C. Yang, "Networked control system: a brief survey," Control Theory and Applications, IEE Proceedings -, vol. 153, no. 4, pp. 403–412, July 2006.
- [17] A. Camacho, P. Marti, M. Velasco, C. Lozoya, R. Villa, J. Fuertes, and E. Griful, "Self-triggered networked control systems: An experimental case study," in *Industrial Technology* (ICIT), 2010 IEEE International Conference on, March 2010, pp. 123–128.
- [18] G. Nair, F. Fagnani, S. Zampieri, and R. Evans, "Feedback control under data rate constraints: An overview," *Proceedings of the IEEE*, vol. 95, no. 1, pp. 108–137, Jan 2007.
- [19] C. Nowzari and J. Cortes, "Team-triggered coordination for real-time control of networked cyber-physical systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2015.
- [20] J. Lunze and D. Lehmann, "A state-feedback approach to event-based control," Automatica, vol. 46, no. 1, pp. 211 – 215, 2010. [Online]. Available: http: //www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109809004968
- [21] A. Cervin and T. Henningsson, "Scheduling of event-triggered controllers on a shared network," in *Decision and Control*, 2008. CDC 2008. 47th IEEE Conference on, Dec 2008, pp. 3601–3606.
- [22] P. Varutti, T. Faulwasser, B. Kern, M. Koögel, and R. Findeisen, "Event-based reducedattention predictive control for nonlinear uncertain systems," in *Computer-Aided Control* System Design (CACSD), 2010 IEEE International Symposium on, Sept 2010, pp. 1085– 1090.
- [23] M. Mazo and P. Tabuada, "Decentralized event-triggered control over wireless sensor/actuator networks," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 56, no. 10, pp. 2456– 2461, Oct 2011.

- [24] U. Tiberi, C. Fischione, K. Johansson, and M. Di Benedetto, "Adaptive self-triggered control over ieee 802.15.4 networks," in *Decision and Control (CDC)*, 2010 49th IEEE Conference on, Dec 2010, pp. 2099–2104.
- [25] V. Raghunathan, T. Pering, R. Want, A. Nguyen, and P. Jensen, "Experience with a low power wireless mobile computing platform," in *Low Power Electronics and Design*, 2004. *ISLPED '04. Proceedings of the 2004 International Symposium on*, Aug 2004, pp. 363–368.
- [26] M. Velasco, J. M. Fuertes, and P. Marti, "The self triggered task model for real-time control systems," in 24th IEEE Real-Time Systems Symposium (work in progress, 2003, pp. 67–70.
- [27] P. K. C. Wang, "Navigation strategies for multiple autonomous mobile robots moving in formation," *Journal of Robotic Systems*, vol. 8, no. 2, pp. 177–195, 1991. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1002/rob.4620080204
- [28] S. Sheikholeslam and C. Desoer, "Control of interconnected nonlinear dynamical systems: the platoon problem," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 37, no. 6, pp. 806– 810, Jun 1992.
- [29] J. Desai, J. Ostrowski, and V. Kumar, "Controlling formations of multiple mobile robots," in *Robotics and Automation*, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on, vol. 4, May 1998, pp. 2864–2869 vol.4.
- [30] H. Yamaguchi and J. Burdick, "Asymptotic stabilization of multiple nonholonomic mobile robots forming group formations," in *Robotics and Automation*, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on, vol. 4, May 1998, pp. 3573–3580 vol.4.
- [31] S. Tsugawa, "An overview on control algorithms for automated highway systems," in Intelligent Transportation Systems, 1999. Proceedings. 1999 IEEE/IEEJ/JSAI International Conference on, 1999, pp. 234–239.
- [32] Y. Xu and J. Hespanha, "Estimation under uncontrolled and controlled communications in networked control systems," in *Decision and Control*, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on, Dec 2005, pp. 842–847.
- [33] F. Espinosa, C. Santos, M. Marrón-Romera, D. Pizarro, F. Valdés, and J. Dongil, "Odometry and laser scanner fusion based on a discrete extended kalman filter for robotic platooning guidance," *Sensors*, vol. 11, no. 9, p. 8339, 2011. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/11/9/8339
- [34] T. Zhao and S. Qu, "Decentralized adaptive control of a class of mechanical large-scale nonlinear systems using neural networks," in *Intelligent Control and Automation*, 2008. WCICA 2008. 7th World Congress on, June 2008, pp. 7819–7824.
- [35] J. Naranjo, C. Gonzalez, J. Reviejo, R. Garcia, and T. de Pedro, "Adaptive fuzzy control for inter-vehicle gap keeping," *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 4, no. 3, pp. 132–142, Sept 2003.

- [36] A. Ferrara, R. Librino, A. Massola, M. Miglietta, and C. Vecchio, "Sliding mode control for urban vehicles platooning," in *Intelligent Vehicles Symposium*, 2008 IEEE, June 2008, pp. 877–882.
- [37] T. S. no, K.-T. Chong, and D.-H. Roh, "A lyapunov function approach to longitudinal control of vehicles in a platoon," *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 1, pp. 116–124, Jan 2001.
- [38] L. Wu, X.-B. Chen, Y. Jing, and W. Wang, "Robust string stability analysis of autonomous intelligent vehicles," in *Control and Automation*, 2005. ICCA '05. International Conference on, vol. 2, June 2005, pp. 807–811 Vol. 2.
- [39] S. Stankovic, M. Stanojevic, and D. Siljak, "Decentralized overlapping control of a platoon of vehicles," *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, vol. 8, no. 5, pp. 816–832, Sep 2000.
- [40] F. Bullo, J. Cortés, and S. Martínez, *Distributed Control of Robotic Networks*, ser. Applied Mathematics Series. Princeton University Press, 2009, to appear. Electronically available at http://coordinationbook.info.
- [41] C. Santos, F. Espinosa, D. Pizarro, E. Santiso, M. Martínez, and M. Mazo Jr., "Aperiodic consensus control for tracking nonlinear trajectories of a platoon of vehicles," in *ITSC-*2015 18th IEEE International Conference on Intelligent Transportation Systems., Sept 2015, pp. 15–18.
- [42] C. Santos, F. Espinosa, D. Pizarro, F. Valdés, E. Santiso, and I. Díaz, "Fuzzy decentralized control for guidance of a convoy of robots in non-linear trajectories," in *Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA), 2010 IEEE Conference on*, Sept 2010, pp. 1–8.
- [43] C. Santos, J. Mazo, Manuel, and F. Espinosa, "Adaptive self-triggered control of a remotely operated robot," in Advances in Autonomous Robotics, ser. Lecture Notes in Computer Science, G. Herrmann, M. Studley, M. Pearson, A. Conn, C. Melhuish, M. Witkowski, J.-H. Kim, and P. Vadakkepat, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2012, vol. 7429, pp. 61–72. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-32527-4\_6
- [44] C. Santos, M. Mazo Jr., and F. Espinosa, "Adaptive self-triggered control of a remotely operated p3-dx robot: Simulation and experimentation," *Robotics and Autonomous Sys*tems, vol. 62, no. 6, pp. 847 – 854, 2014.
- [45] C. Santos, F. Espinosa, E. Santiso, and M. Mazo Jr., "Aperiodic linear networked control considering variable channel delays: Application to robots coordination," *Sensors*, vol. 15, no. 6, p. 12454, 2015. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/15/6/12454
- [46] C. Santos, F. Espinosa, E. Santiso, and M. Mazo Jr., "Aperiodic remote nonlinear control for trajectory approaching and tracking of nonholonomic robots," *IET Control Theory and Applications*, 2016 (En revisión).

- [47] F. Valdés, R. Iglesias, F. Espinosa, M. A. Rodríguez, P. Quintía, and C. Santos, "Implementation of robot routing approaches for convoy merging manoeuvres," *Robot. Auton. Syst.*, vol. 60, no. 11, pp. 1389–1399, Nov. 2012. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1016/j.robot.2012.05.003
- [48] M. Martínez, F. Espinosa, A. Gardel, and C. Santos, "On-board event-based state estimation for trajectory approaching and tracking of a vehicle," *Sensors*, vol. 15, no. 6, p. 14569, 2015. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/15/6/14569
- [49] M. Miguel, F. Espinosa, A. Gardel, C. Santos, and G. Jorge, "Pose estimation of a mobile robot based on network sensors adaptive sampling," in *ROBOT2013: First Iberian Robotics Conference*, ser. Advances in Intelligent Systems and Computing, M. A. Armada, A. Sanfeliu, and M. Ferre, Eds. Springer International Publishing, 2014, vol. 253, pp. 569–583. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-319-03653-3\_41
- [50] H. G. de Marina, F. Espinosa, and C. Santos, "Adaptive uav attitude estimation employing unscented kalman filter, foam and low-cost mems sensors," *Sensors*, vol. 12, no. 7, p. 9566, 2012. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/12/7/9566
- [51] F. Valdés, R. Iglesias, F. Espinosa, M. A. Rodríguez, P. Quintía, and C. Santos, "Robot routing approaches for convoy merging maneuvers," in *Towards Autonomous Robotic Systems*, ser. Lecture Notes in Computer Science, R. Groß, L. Alboul, C. Melhuish, M. Witkowski, T. Prescott, and J. Penders, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2011, vol. 6856, pp. 241–252. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-23232-9\_22
- [52] S. Gupta, "Increasing the sampling efficiency for a control system," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 8, no. 3, pp. 263–264, Jul 1963.
- [53] A. Liff and J. Wolf, "On optimum sampling rate for discrete-time modeling of continuoustime systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 11, no. 3, pp. 631–631, Jul 1966.
- [54] G. Bekey and R. Tomovic, "Sensitivity of discrete systems to variation of sampling interval," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 11, no. 2, pp. 284–287, Apr 1966.
- [55] R. Tomovic and G. Bekey, "Adaptive sampling based on amplitude sensitivity," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 11, no. 2, pp. 282–284, Apr 1966.
- [56] I. Broster and A. Burns, "An analysable bus-guardian for event-triggered communication," in *Real-Time Systems Symposium*, 2003. RTSS 2003. 24th IEEE, Dec 2003, pp. 410–419.
- [57] C. Peng, Q.-L. Han, and D. Yue, "To transmit or not to transmit: A discrete event-triggered communication scheme for networked takagi-sugeno fuzzy systems," *Fuzzy Systems, IEEE Transactions on*, vol. 21, no. 1, pp. 164–170, Feb 2013.
- [58] C. Peng and Q.-L. Han, "Output-based event-triggered h∞ control for sampled-data control systems with nonuniform sampling," in American Control Conference (ACC), 2013, June 2013, pp. 1727–1732.

- [59] W. Heemels, M. Donkers, and A. Teel, "Periodic event-triggered control based on state feedback," in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011 50th IEEE Conference on, Dec 2011, pp. 2571–2576.
- [60] K. J. Aström, "Event based control," in Analysis and Design of Nonlinear Control Systems, A. Astolfi and L. Marconi, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2008, pp. 127–147.
  [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-74358-3\_9
- [61] D. Lehmann and J. Lunze, "Event-based output-feedback control," in Control Automation (MED), 2011 19th Mediterranean Conference on, June 2011, pp. 982–987.
- [62] E. Kofman and J. Braslavsky, "Level crossing sampling in feedback stabilization under data-rate constraints," in *Decision and Control*, 2006 45th IEEE Conference on, Dec 2006, pp. 4423–4428.
- [63] W. Heemels and M. Donkers, "Model-based periodic event-triggered control for linear systems," Automatica, vol. 49, no. 3, pp. 698 – 711, 2013. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109812005614
- [64] W. P. M. H. Heemels, J. H. Sandee, and P. P. J. V. D. Bosch, "Analysis of event-driven controllers for linear systems," *International Journal of Control*, vol. 81, no. 4, pp. 571–590, 2008.
- [65] W. Heemels, M. Donkers, and A. Teel, "Periodic event-triggered control for linear systems," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 58, no. 4, pp. 847–861, April 2013.
- [66] R. Postoyan, A. Anta, W. Heemels, P. Tabuada, and D. Nesic, "Periodic event-triggered control for nonlinear systems," in *Decision and Control (CDC)*, 2013 IEEE 52nd Annual Conference on, Dec 2013, pp. 7397–7402.
- [67] R. Postoyan, P. Tabuada, D. Nesic, and A. Anta, "A framework for the event-triggered stabilization of nonlinear systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 60, no. 4, pp. 982–996, April 2015.
- [68] Y. Guan, Q.-L. Han, and C. Peng, "Decentralized event-triggered control for sampled-data systems with asynchronous sampling," in *American Control Conference (ACC)*, 2013, June 2013, pp. 6565–6570.
- [69] X. Wang and M. Lemmon, "Event-triggering in distributed networked systems with data dropouts and delays," in *Hybrid Systems: Computation and Control*, ser. Lecture Notes in Computer Science, R. Majumdar and P. Tabuada, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2009, vol. 5469, pp. 366–380. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-00602-9\_26
- [70] G. S. Seyboth, D. V. Dimarogonas, and K. H. Johansson, "Event-based broadcasting for multi-agent average consensus," *Automatica*, vol. 49, no. 1, pp. 245 – 252, 2013. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109812004852

- [71] R. Anderson, D. Milutinovic, and D. Dimarogonas, "Self-triggered stabilization of continuous stochastic state-feedback controlled systems," in *Control Conference (ECC)*, 2013 European, July 2013, pp. 1151–1155.
- [72] J. Almeida, C. Silvestre, and A. Pascoal, "Self-triggered output feedback control of linear plants," in American Control Conference (ACC), 2011, June 2011, pp. 2831–2836.
- [73] M. Di Benedetto, S. Di Gennaro, and A. D'Innocenzo, "Digital self triggered robust control of nonlinear systems," in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011 50th IEEE Conference on, Dec 2011, pp. 1674–1679.
- [74] S. Hu and D. Yue, "L2-gain analysis of event-triggered networked control systems: a discontinuous lyapunov functional approach," *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, vol. 23, no. 11, pp. 1277–1300, 2013. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1002/rnc.2815
- [75] M. Mazo Jr., A. Anta, and P. Tabuada, "An ISS self-triggered implementation of linear controller," *Automatica*, vol. 46, no. 8, pp. 1310–1314, Aug. 2010.
- [76] A. Anta and P. Tabuada, "Self-triggered stabilization of homogeneous control systems," in American Control Conference, 2008, June 2008, pp. 4129–4134.
- [77] E. Eyisi and X. Koutsoukos, "Passivity-based self-triggered control: A case study on the trajectory tracking control of a robotic manipulator over wireless network," *SIGBED Rev.*, vol. 8, no. 2, pp. 15–18, Jun. 2011. [Online]. Available: http: //doi.acm.org/10.1145/2000367.2000370
- [78] X. Wang and M. Lemmon, "Self-triggered feedback systems with state-independent disturbances," in American Control Conference, 2009. ACC '09., June 2009, pp. 3842–3847.
- [79] F. Espinosa, M. Salazar, D. Pizarro, and F. Valdés, "Electronics proposal for telerobotics operation of P3-DX units," in *Remote and Telerobotics*, INTECH, Ed., 2010, pp. 1–16.
- [80] A. Bocos, F. Espinosa, M. Salazar, and F. Valdés, "Compensation of channel packet dropout based on TVKF optimal estimator for robotics teleoperation," in *International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 2008.
- [81] F. Espinosa, M. Salazar, F. Valdés, and A. Bocos, "Communication architecture based on player/stage and sockets for cooperative guidance of robotic units," in 16th Mediterranean Conference on Control and Automation, June 2008, pp. 1423 –1428.
- [82] J. V. Gómez, A. Lumbier, S. Garrido, and L. Moreno, "Planning robot formations with fast marching square including uncertainty conditions," *Robotics and Autonomous Systems*, vol. 61, no. 2, pp. 137 – 152, 2013. [Online]. Available: http://www.sciencedirect. com/science/article/pii/S0921889012001923
- [83] R. Cogill, "Event-based control using quadratic approximate value functions," in Proceedings of the 48th IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 2009, pp. 5883 –5888.

- [84] P. Tabuada, "Event-triggered real-time scheduling of stabilizing control tasks," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 52, no. 9, pp. 1680 –1685, Sept. 2007.
- [85] X. Wang and M. Lemmon, "Event design in event-triggered feedback control systems," in 47th IEEE Conference on Decision and Control, Dec. 2008, pp. 2105–2110.
- [86] Y. Xue and K. Liu, "Controller design for variable-sampling networked control systems with dynamic output feedback," in 7th World Congress on Intelligent Control and Automation, WCICA., June 2008, pp. 6391–6396.
- [87] Y. Tan, J. Liu, and Y. Zhang, "Event-triggered state estimation for complex systems with randomly nonlinearities and time-varying delay," in *Computational Intelligence*, *Networked Systems and Their Applications*, ser. Communications in Computer and Information Science, M. Fei, C. Peng, Z. Su, Y. Song, and Q. Han, Eds. Springer Berlin Heidelberg, 2014, vol. 462, pp. 407–418. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-45261-5\_43
- [88] U. Tiberi, C. Fischione, K. Johansson, and M. D. Benedetto, "Energy-efficient sampling of networked control systems over {IEEE} 802.15.4 wireless networks," *Automatica*, vol. 49, no. 3, pp. 712 – 724, 2013. [Online]. Available: http: //www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0005109812005821
- [89] D. Yue, E. Tian, and Q.-L. Han, "A delay system method for designing event-triggered controllers of networked control systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 58, no. 2, pp. 475–481, Feb 2013.
- [90] C. Peng and Q.-L. Han, "A novel event-triggered transmission scheme and calL<sub>2</sub> control co-design for sampled-data control systems," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 58, no. 10, pp. 2620–2626, Oct 2013.
- [91] J. Araujo, A. Anta, M. Mazo, J. Faria, A. Hernandez, P. Tabuada, and K. Johansson, "Selftriggered control over wireless sensor and actuator networks," in *Distributed Computing in Sensor Systems and Workshops (DCOSS), 2011 International Conference on*, June 2011, pp. 1–9.
- [92] J. Araujo, M. Mazo, A. Anta, P. Tabuada, and K. Johansson, "System architectures, protocols and algorithms for aperiodic wireless control systems," *Industrial Informatics*, *IEEE Transactions on*, vol. 10, no. 1, pp. 175–184, Feb 2014.
- [93] E. Garcia and P. Antsaklis, "Model-based event-triggered control with time-varying network delays," in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011 50th IEEE Conference on, dec. 2011, pp. 1650 –1655.
- [94] X. Meng and T. Chen, "Event-based stabilization over networks with transmission delays," J. Control Sci. Eng., vol. 2012, pp. 2:2–2:2, Jan. 2012. [Online]. Available: http://dx.doi.org/10.1155/2012/212035

- [95] D. Dimarogonas and K. Johansson, "Event-triggered control for multi-agent systems," in Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on, Dec 2009, pp. 7131–7136.
- [96] X. Yin, D. Yue, and S. Hu, "Distributed event-triggered control of discrete-time heterogeneous multi-agent systems," *Journal of the Franklin Institute*, vol. 350, no. 3, pp. 651 – 669, 2013. [Online]. Available: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/ S0016003212003201
- [97] J. Zhao, L. Xiang, F. Chen, and W. Lan, "Distributed output-based self-triggered control for general linear multi-agent systems," in *Control and Decision Conference (CCDC)*, 2015 27th Chinese, May 2015, pp. 285–290.
- [98] Y. Shen, H. Yan, G. Feng, and H. Zhang, "Self-triggered consensus control for multi-agent systems," in *Information and Automation (ICIA)*, 2013 IEEE International Conference on, Aug 2013, pp. 59–64.
- [99] M. Zhong and C. Cassandras, "Asynchronous distributed optimization with event-driven communication," Automatic Control, IEEE Transactions on, vol. 55, no. 12, pp. 2735– 2750, Dec 2010.
- [100] R. Olfati-Saber and R. Murray, "Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 9, pp. 1520–1533, Sept 2004.
- [101] D. Dimarogonas, E. Frazzoli, and K. Johansson, "Distributed self-triggered control for multi-agent systems," in *Decision and Control (CDC)*, 2010 49th IEEE Conference on, Dec 2010, pp. 6716–6721.
- [102] D. Yang, W. Ren, and X. Liu, "Decentralized consensus for linear multi-agent systems under general directed graphs based on event-triggered/self-triggered strategy," in *Decision* and Control (CDC), 2014 IEEE 53rd Annual Conference on, Dec 2014, pp. 1983–1988.
- [103] W. Yu, L. Zhou, X. Yu, J. Lu, and R. Lu, "Consensus in multi-agent systems with secondorder dynamics and sampled data," *Industrial Informatics, IEEE Transactions on*, vol. 9, no. 4, pp. 2137–2146, Nov 2013.
- [104] O. Stefan, A. Codrean, T. Dragomir, and I. Silea, "Time delay and information loss compensation in a network control system for a dc motor," in 6th IEEE International Symposium on Applied Computational Intelligence and Informatics (SACI), May 2011, pp. 131 -135.
- [105] I. Santana, M. Ferre, E. Izaguirre, R. Aracil, and L. Hernandez, "Remote laboratories for education and research purposes in automatic control systems," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. PP, no. 99, p. 1, 2012.

- [106] J. Ware and Y.-J. Pan, "Realisation of a bilaterally teleoperated robotic vehicle platform with passivity control," *Control Theory Applications, IET*, vol. 5, no. 8, pp. 952–962, may 2011.
- [107] W. Dunbar and D. Caveney, "Distributed receding horizon control of vehicle platoons: Stability and string stability," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 57, no. 3, pp. 620–633, march 2012.
- [108] J. Yazbeck, A. Scheuer, O. Simonin, and F. Charpillet, "Improving near-to-near lateral control of platoons without communication," in *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Sept. 2011, pp. 4103–4108.
- [109] H. Hashimoto, "Present state and future of intelligent spaces discussion on the implementation of rt in our enviorement," in Artificial Life and Robotics, 2007, vol. 11, pp. 1–7.
- [110] D. Monekosso, P. Remagnino, and Y. Kuno, Intelligent environments: methods, algorithms and applications. Springer, 2009.
- [111] P. Antsaklis and A. N. Michel, *Linear Systems*. McGraw-Hill, 1997.
- [112] J. Zhang, K. H. Johansson, J. Lygeros, and S. Sastry, "Dynamical systems revisited: Hybrid systems with Zeno executions," in *Hybrid Systems: Computation and Control*, ser. Lecture Notes in Computer Science, B. Krogh and N. Lynch, Eds. Springer-Verlag, New York, 2000, vol. 1790.
- [113] K. Duton, S. Thompson, and B. Barraclough, The art of control engineering. Addison-Wesley, 1997.
- [114] W. Levine, The control handbook. IEEE-Press, 1996.
- [115] A. Cervin, D. Henriksson, B. Lincoln, J. Eker, and K. Arzen, "How does control timing affect performance? analysis and simulation of timing using jitterbug and truetime," *Control Systems, IEEE*, vol. 23, no. 3, pp. 16–30, June.
- [116] P. Horvath, M. Yampolskiy, and X. Koutsoukos, "Efficient evaluation of wireless real-time control networks," *Sensors*, vol. 15, no. 2, pp. 4134–4153, 2015. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/15/2/4134
- [117] F.-L. Lian, W. Moyne, and D. Tilbury, "Network design consideration for distributed control systems," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 10, no. 2, pp. 297–307, Mar. 2002.
- [118] T. D. Ngo, "Linkmind: Link optimization in swarming mobile sensor networks," Sensors, vol. 11, no. 8, pp. 8180–8202, 2011. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/ 11/8/8180

- [119] L. Orihuela, F. Gomez-Estern, and F. Rubio, "Scheduled communication in sensor networks," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 22, no. 2, pp. 801–808, Mar. 2014.
- [120] C.-C. Huang, Y.-H. Chiu, and C.-Y. Wen, "Using hybrid angle/distance information for distributed topology control in vehicular sensor networks," *Sensors*, vol. 14, no. 11, pp. 20188–20216, 2014. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/14/11/20188
- M. Díaz-Cacho, E. Delgado, J. A. G. Prieto, and J. López, "Network adaptive deadband: Ncs data flow control for shared networks," *Sensors*, vol. 12, no. 12, pp. 16591–16613, 2012. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/12/12/16591
- [122] F. Xia and W. Zhao, "Flexible time-triggered sampling in smart sensor-based wireless control systems," *Sensors*, vol. 7, no. 11, pp. 2548–2564, 2007. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/7/11/2548
- [123] M. Guo and D. V. Dimarogonas, "Multi-agent plan reconfiguration under local ltl specifications," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 34, no. 2, pp. 218–235, 2014.
- [124] A. Kassir, R. Fitch, and S. Sukkarieh, "Communication-aware information gathering with dynamic information flow," *The International Journal of Robotics Research*, vol. 34, no. 2, pp. 173–200, 2014.
- [125] M. Guinaldo, E. Fábregas, G. Farias, S. Dormido-Canto, D. Chaos, J. Sánchez, and S. Dormido, "A mobile robots experimental environment with event-based wireless communication," *Sensors*, vol. 13, no. 7, pp. 9396–9413, 2013. [Online]. Available: http://www.mdpi.com/1424-8220/13/7/9396
- [126] M. Donkers, W. Heemels, D. Bernardini, A. Bemporad, and V. Shneer, "Stability analysis of stochastic networked control systems," *Automatica*, vol. 48, no. 5, pp. 917 – 925, 2012.
- [127] L. Ljung, System Identification: Theory for User. Prentice Hall Information and System Sciences Series, 1999.
- [128] R. Postoyan, M. Bragagnolo, E. Galbrun, J. Daafouz, D. Nesic, and E. Castellan, "Nonlinear event-triggered tracking control of a mobile robot: design, analysis and experimental results," in *Nonlinear Control Systems, 2013 9th IFAC Symposium on*, Sep 2013, pp. 318–323.
- [129] P. Tallapragada and N. Chopra, "On event triggered trajectory tracking for control affine nonlinear systems," in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011 50th IEEE Conference on, Dec 2011, pp. 5377–5382.
- [130] M. Mazo Jr, A. Anta, and P. Tabuada, "On self-triggered control for linear systems: Guarantees and complexity," in *European Control Conference*, 2009.

- [131] A. Eqtami, S. Heshmati-alamdari, D. Dimarogonas, and K. Kyriakopoulos, "Self-triggered model predictive control for nonholonomic systems," in *Control Conference (ECC)*, 2013 European, July 2013, pp. 638–643.
- [132] U. Tiberi and K. Johansson, "A simple self-triggered sampler for perturbed nonlinear systems," *Nonlinear Analysis: Hybrid Systems*, vol. 10, no. 0, pp. 126 – 140, 2013, special Issue related to {IFAC} Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems (ADHS 12).
- [133] G. Kaloutsakis, N. Tsourveloudis, and P. Spanoudakis, "Design and development of an automated guided vehicle," in *Industrial Technology*, 2003 IEEE International Conference on, vol. 2, Dec 2003, pp. 990–993 Vol.2.
- [134] L. Shengfang and H. Xingzhe, "Research on the agv based robot system used in substation inspection," in *Power System Technology*, 2006. PowerCon 2006. International Conference on, Oct 2006, pp. 1–4.
- [135] L. Changhui and L. Le, "Based on 32 tons crane for wireless remote control system design," in Computational Intelligence and Industrial Application, 2008. PACIIA '08. Pacific-Asia Workshop on, vol. 2, Dec 2008, pp. 449–453.
- [136] J. Ware and Y.-J. Pan, "Realisation of a bilaterally teleoperated robotic vehicle platform with passivity control," *Control Theory Applications, IET*, vol. 5, no. 8, pp. 952–962, May 2011.
- [137] Y. Arias Esquivel and A. Carrasquilla Batista, "Wireless control system for a robotic vehicle to verify the compliance of the law 7600," in *Bio-inspired Intelligence (IWOBI)*, 2014 International Work Conference on, July 2014, pp. 162–167.
- [138] M. Hashim and T.-F. Lu, "Time-critical trajectory planning for a car-like robot in unknown environments," in *Business Engineering and Industrial Applications Colloquium (BEIAC)*, 2013 IEEE, April 2013, pp. 836–841.
- [139] M. Fumagalli, R. Naldi, A. Macchelli, R. Carloni, S. Stramigioli, and L. Marconi, "Modeling and control of a flying robot for contact inspection," in *Intelligent Robots and Systems* (IROS), 2012 IEEE/RSJ International Conference on, Oct 2012, pp. 3532–3537.
- [140] C. Kuo, C. Chen, W. Wang, Y. Hung, E. Lin, K. Lee, and Y. Lin, "Remote control based hybrid-structure robot design for home security applications," in *Intelligent Robots and* Systems, 2006 IEEE/RSJ International Conference on, Oct 2006, pp. 4484–4489.
- [141] B. Park, S. Yoo, J. Park, and Y. Choi, "Adaptive output-feedback control for trajectory tracking of electrically driven non-holonomic mobile robots," *Control Theory Applications*, *IET*, vol. 5, no. 6, pp. 830–838, April 2011.
- [142] K. Shojaei and A. Shahri, "Adaptive robust time-varying control of uncertain nonholonomic robotic systems," *Control Theory Applications, IET*, vol. 6, no. 1, pp. 90–102, January 2012.

- [143] S. Blazic, "On periodic control laws for mobile robots," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 61, no. 7, pp. 3660–3670, July 2014.
- [144] C.-L. Hwang, L.-J. Chang, and Y.-S. Yu, "Network-based fuzzy decentralized sliding-mode control for car-like mobile robots," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 1, pp. 574–585, Feb 2007.
- [145] C.-L. Hwang and C.-Y. Shih, "A distributed active-vision network-space approach for the navigation of a car-like wheeled robot," *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 56, no. 3, pp. 846–855, March 2009.
- [146] M. Reyhanoglu, A. van der Schaft, N. McClamroch, and I. Kolmanovsky, "Dynamics and control of a class of underactuated mechanical systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 44, no. 9, pp. 1663–1671, Sep 1999.
- [147] M. Aicardi, G. Casalino, A. Bicchi, and A. Balestrino, "Closed loop steering of unicycle like vehicles via lyapunov techniques," *Robotics Automation Magazine*, *IEEE*, vol. 2, no. 1, pp. 27–35, Mar 1995.
- [148] M. Amoozgar and Y. Zhang, "Trajectory tracking of wheeled mobile robots: A kinematical approach," in Mechatronics and Embedded Systems and Applications (MESA), 2012 IEEE/ASME International Conference on, July 2012, pp. 275–280.
- [149] Z. Wang and Y. Liu, "Visual regulation of a nonholonomic wheeled mobile robot with two points using lyapunov functions," in *Mechatronics and Automation (ICMA)*, 2010 International Conference on, Aug 2010, pp. 1603–1608.
- [150] R. W. Brockett, "Asymptotic stability and feedback stabilization," in *Differential Geometric Control Theory*. Birkhauser, 1983, pp. 181–191.
- [151] M. Di Benedetto, S. Di Gennaro, and A. D'Innocenzo, "Digital self triggered robust control of nonlinear systems," in *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)*, 2011 50th IEEE Conference on, Dec 2011, pp. 1674–1679.
- [152] H. Khalil, Nonlinear Systems. Prentice Hall, 2002.
- [153] J. Kurzweil, "On the inversion of lypaunov's second theorem on stability of motion," *Czechoslovak Mathematical Journal*, vol. 81, pp. 217–259, 1956, translation of American Mathematical Society 24(1963)19-77.
- [154] F. Lamnabhi-Lagarrigu, A. Loria, E. Panteley, and S. Laghrouche, *Taming Heterogeneity and Complexity of Embedded Control.* Wiley-ISTE, 2007.
- [155] B. M. Kim and P. Tsiotras, "Controllers for unicycle-type wheeled robots: Theoretical results and experimental validation," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 3, pp. 294–307, Jun 2002.

- [156] C. Calefato, D. Cardillo, and F. Tango, "Vehicle towards vehicle: Current status and beyond on research about adaptive and cooperative vehicles and their smart behaviors," in *Human System Interactions, 2009. HSI '09. 2nd Conference on*, May 2009, pp. 588–595.
- [157] S. Kato, S. Tsugawa, K. Tokuda, T. Matsui, and H. Fujii, "Vehicle control algorithms for cooperative driving with automated vehicles and intervehicle communications," *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 3, no. 3, pp. 155–161, Sep 2002.
- [158] E. van Nunen, R. Kwakkernaat, J. Ploeg, and B. Netten, "Cooperative competition for future mobility," *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 13, no. 3, pp. 1018–1025, Sept 2012.
- [159] D. Jia, K. Lu, J. Wang, X. Zhang, and X. Shen, "A survey on platoon-based vehicular cyber-physical systems," *Communications Surveys Tutorials, IEEE*, vol. PP, no. 99, pp. 1–1, 2015.
- [160] J.-W. Kwon and D. Chwa, "Adaptive bidirectional platoon control using a coupled sliding mode control method," *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 15, no. 5, pp. 2040–2048, Oct 2014.
- [161] J. W. Choi, T. H. Fang, S. Kwong, and Y. H. Kim, "Remote-controlled platoon merging via coder-estimator sequence algorithm for a communication network," *Industrial Electronics*, *IEEE Transactions on*, vol. 50, no. 1, pp. 30–36, Feb 2003.
- [162] S. Huck, M. Rueppel, T. Summers, and J. Lygeros, "Rcopterx experimental validation of a distributed leader-follower mpc approach on a miniature helicopter test bed," in *Control Conference (ECC)*, 2014 European, June 2014, pp. 802–807.
- [163] T. M. Kim and J. W. Choi, "Implementation of inter-vehicle communication system for vehicle platoon experiments via testbed," in *SICE 2003 Annual Conference*, vol. 3, Aug 2003, pp. 3414–3419 Vol.3.
- [164] M. di Bernardo, A. Salvi, and S. Santini, "Distributed consensus strategy for platooning of vehicles in the presence of time-varying heterogeneous communication delays," *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, vol. 16, no. 1, pp. 102–112, Feb 2015.
- [165] A. Ali, G. Garcia, and P. Martinet, "Minimizing the inter-vehicle distances of the time headway policy for urban platoon control with decoupled longitudinal and lateral control," in *Intelligent Transportation Systems - (ITSC)*, 2013 16th International IEEE Conference on, Oct 2013, pp. 1805–1810.
- [166] D. Jia, K. Lu, and J. Wang, "A disturbance-adaptive design for vanet-enabled vehicle platoon," Vehicular Technology, IEEE Transactions on, vol. 63, no. 2, pp. 527–539, Feb 2014.
- [167] C. Santos, F. Espinosa, D. Pizarro, F. Valdés, E. Santiso, and I. Díaz, "Fuzzy decentralized control for guidance of a convoy of robots in non-linear trajectories," in *Emerging*

Technologies and Factory Automation (ETFA), 2010 IEEE Conference on, Sept 2010, pp. 1–8.

- [168] Z. Yang, Z. Liu, Z. Chen, and Z. Yuan, "Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and directed topology," in *Intelligent Control and Automation*, 2008. WCICA 2008. 7th World Congress on, June 2008, pp. 1037–1041.
- [169] M. Mazo, A. Anta, and P. Tabuada, "On self-triggered control for linear systems: Guarantees and complexity," in *Control Conference (ECC)*, 2009 European, Aug 2009, pp. 3767–3772.
- [170] B. M. Kim and P. Tsiotras, "Controllers for unicycle-type wheeled robots: Theoretical results and experimental validation," *Robotics and Automation, IEEE Transactions on*, vol. 18, no. 3, pp. 294–307, Jun 2002.