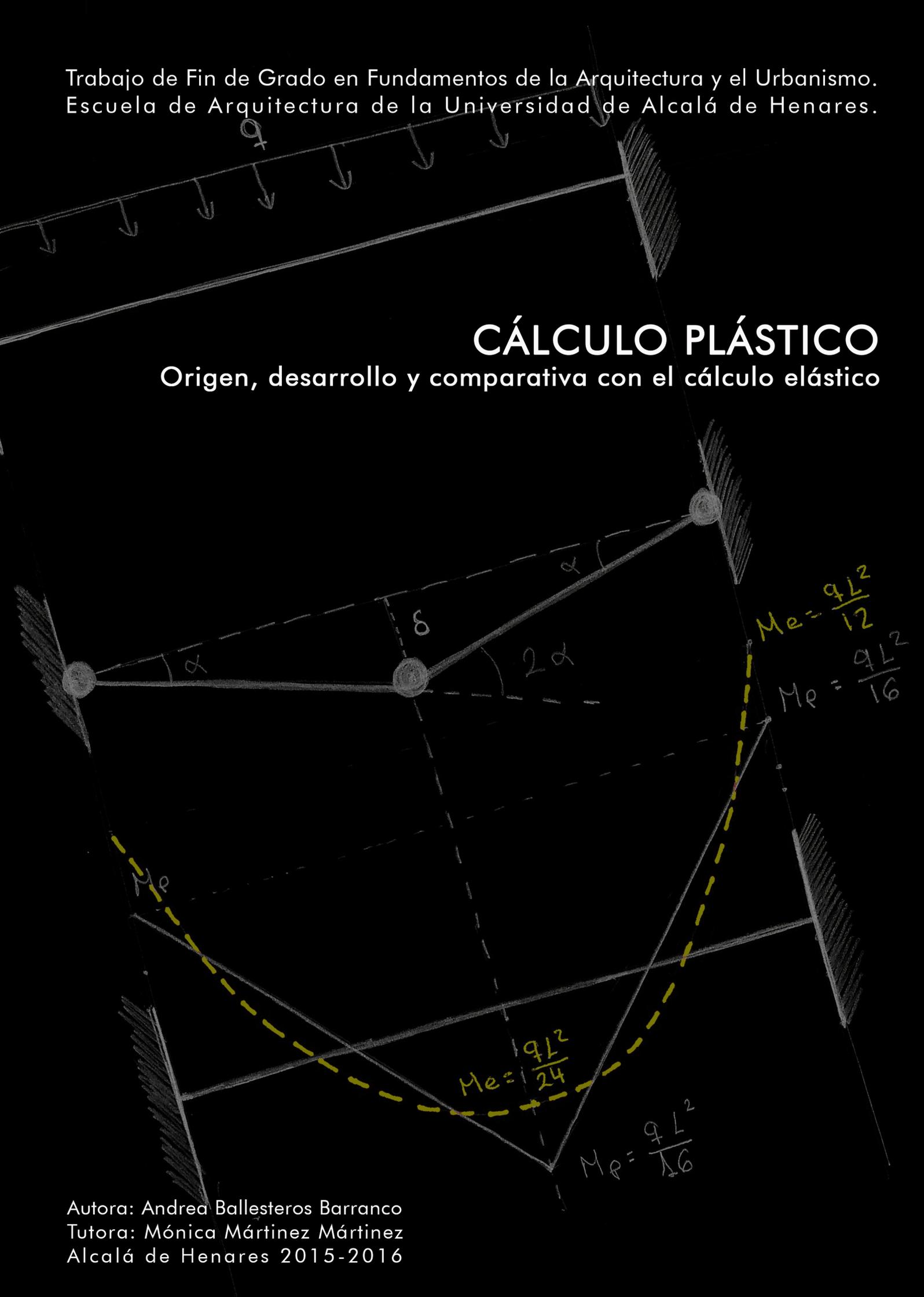


Trabajo de Fin de Grado en Fundamentos de la Arquitectura y el Urbanismo.
Escuela de Arquitectura de la Universidad de Alcalá de Henares.

CÁLCULO PLÁSTICO

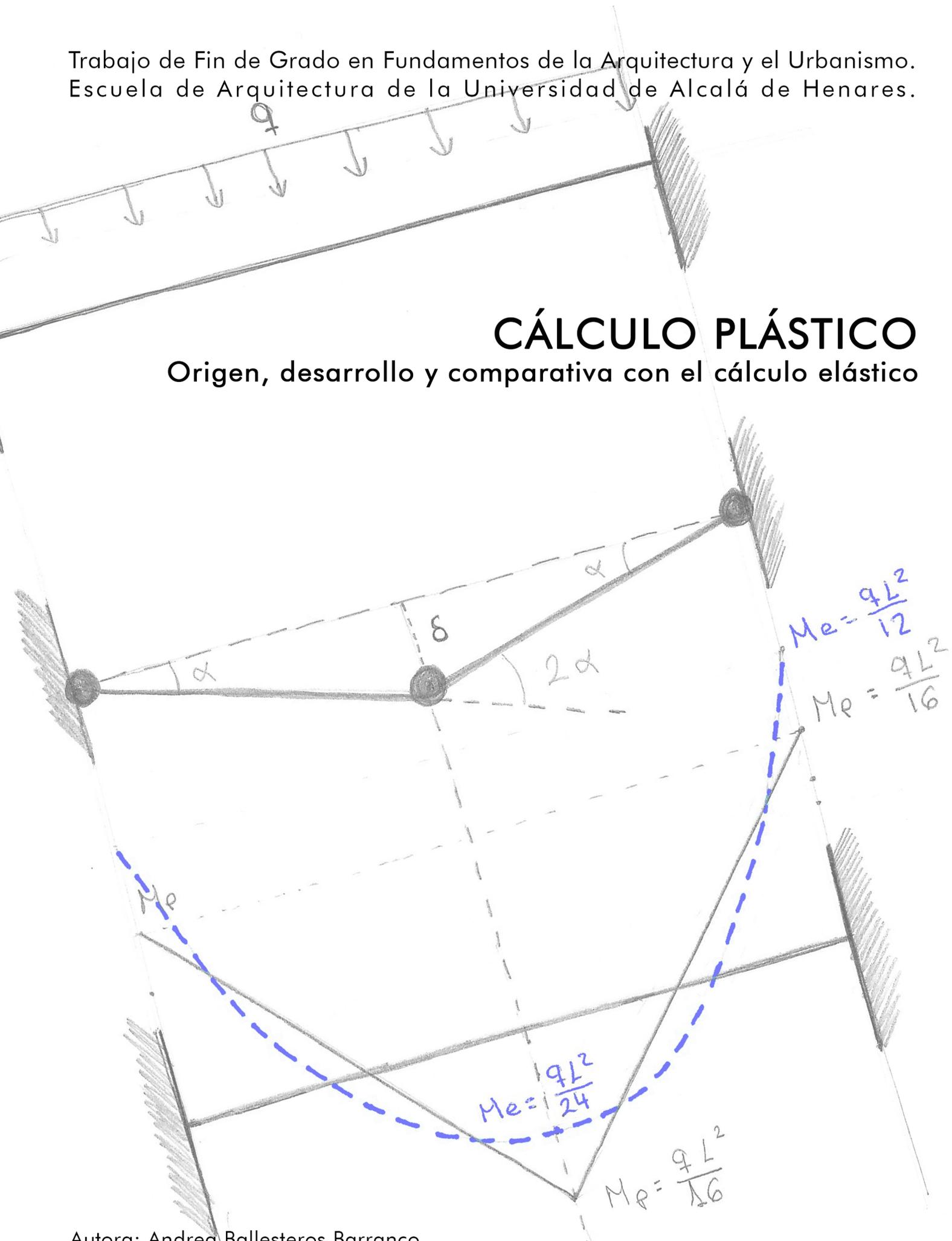
Origen, desarrollo y comparativa con el cálculo elástico



Trabajo de Fin de Grado en Fundamentos de la Arquitectura y el Urbanismo.
Escuela de Arquitectura de la Universidad de Alcalá de Henares.

CÁLCULO PLÁSTICO

Origen, desarrollo y comparativa con el cálculo elástico



Autora: Andrea Ballesteros Barranco
Tutora: Mónica Martínez Martínez
Alcalá de Henares 2015-2016

a) RESUMEN

El cálculo plástico surge a consecuencia de los resultados obtenidos de sucesivos ensayos empíricos realizados para comprobar los cálculos matemáticos. Tras 200 años olvidando el comportamiento real de las estructuras, los experimentos llevados a cabo por G. Kazinczy en 1914 abrieron el nuevo camino del cálculo estructural. En estos experimentos se apreció la notable diferencia entre los resultados arrojados por el cálculo elástico y lo que sucedía en la práctica. A partir de ahí, en los diversos congresos del IABSE (International association for Bridge and Structural Engineering/Asociación internacional para puentes e ingeniería estructural), ingenieros de diversas disciplinas compartieron ponencias y descubrimientos. En ellas se demostraba que las cargas de colapso en una estructura dúctil no se ven afectadas por defectos de construcción o fabricación. Se enunciaron los requisitos en las características del material para que el cálculo sea válido. Así mismo se cita el anteriormente desarrollado, método de trabajos virtuales como forma de obtener directamente los esfuerzos plásticos, aunque el método principal hasta este momento fuera el método estático, lleva hasta el colapso los resultados obtenidos mediante el método elástico.

Paralelamente en Rusia e Inglaterra se realizan estudios con resultados semejantes o complementarios. A. A. Gvozdev, en Rusia, proporciona una base rigurosa a los avances en plasticidad, determinando los tres teoremas para obtener el mecanismo de colapso válido. J. F. Baker en Inglaterra, con su trabajo para el Comité de Investigación de Estructuras Metálicas de la industria británica, realizó ensayos sobre estructuras de acero reales y su relación, o falta de ella, con los resultados de cálculo.

Cuando W. Prager, en Estados Unidos, tuvo noticias de los descubrimientos de A. A. Gvozdev, comenzó a realizar avances en el desarrollo matemático de sus teoremas. Esta labor que se vio incentivada cuando W. Prager y J. F. Baker se conocieron en un congreso y sus respectivas universidades, Brown y Cambridge, comenzaron a colaborar. La primera desarrolla el marco matemático a los avances teóricos que produce la segunda.

Por último ingenieros como B. G. Neal y B. S. Symonds, con los teoremas fundamentales ya disponibles, desarrollan las teorías de cálculo no lineal, como el método de combinación de mecanismos para calcular pórticos complejos.

Jacques Heyman, habiendo sido miembro de los equipos de investigación de Brown y Cambridge bajo la dirección de W. Prager y J. F. Baker, realizó una recopilación exhaustiva de la historia y el desarrollo de la ciencia y el cálculo de las estructuras, dándole un cuidado hasta la fecha desconocido al origen y evolución del cálculo plástico. Además de aplicar esos conocimientos al cálculo para la construcción y restauración de mampostería.

Gracias a la contribución de estos investigadores se han desarrollado las dos partes fundamentales de la teoría del cálculo plástico, también denominado cálculo de estados límites. Por un lado la parte teórica con los requisitos e hipótesis fundamentales del cálculo plástico, el concepto de rótula y momento plástico, así como los criterios para obtener el único mecanismo de colapso válido de cada estructura. Por otro lado los métodos de cálculo para las diferentes estructuras: método de resistencia de materiales, método estático, método de trabajos virtuales y los métodos de combinación de mecanismos. La coincidencia entre los resultados arrojados por varios métodos, estando uno apoyado en el cálculo elástico, método estático, y siendo el otro, trabajos virtuales, un método desarrollado varios siglos antes, se demuestra la precisión de éstos. Con respecto al dimensionado, en este trabajo hemos seguido el mismo procedimiento del cálculo elástico garantizando estar del lado de la seguridad gracias a la comprobación de rigidez.

Aplicando los teoremas y métodos anteriores se realiza el modelado y cálculo sobre un pórtico de la estructura del proyecto del que se adjuntan planos y previsión de cargas reales, de acuerdo a la normativa aplicable, CTE- DB- SE- AE. El dimensionado se realiza de acuerdo a los esfuerzos elásticos y plásticos. Distinguiendo dentro del dimensionado con los esfuerzos de estados límites entre aquel que emplea la tensión elástica y aquel que utiliza la tensión de rotura. Comprobando en los tres casos los límites de deformaciones aceptables.

Una vez comprobada la seguridad de la estructura, en las tres hipótesis para el mismo pórtico se realiza un comparativa de las secciones obtenidas en los cálculos, en la que se aprecia el claro ahorro de peso de acero utilizado y por consiguiente la reducción económica y de residuos de su producción y puesta en obra.

Tras la constatación con estructuras reales, por parte de investigadores reputados citados anteriormente, de que una vez superado el límite elástico las estructuras dúctiles se comportan de manera plástica hasta la formación del mecanismo de colapso y en vista de los resultados empíricos del ahorro que supone, solo queda añadir que es necesaria la integración de este modelo en la práctica habitual del cálculo de estructuras para optimizar sus secciones.

PALABRAS CLAVE:

Estructuras, cálculo plástico, cálculo estados límite, rótula plástica y optimización sección.

b) ABSTRACT

The plastic analysis began with tests to check calculation results. After 200 years forgetting the real behavior of structures, the experiments that were carried out by Kazinczy in 1914 opened the new way of structural calculations. These experiments showed striking difference between the results obtained by the elastic calculation and real structures behavior. From that moment, lectures and discovery about plastic design development were shared by various disciplines engineers, in IABSE congresses and found out that in a ductile structure, the collapse load isn't affected by construction or manufacturing faults; the requirements in the stress-strain relationship of the material to be valid the method. In this moments the Principle of Virtual Work, which was developed previously, was mentioned as a way to get the plastic moments, while so far the calculation method was took the first elastic analysis until its failure.

At the same time, similar or complementary studies were made by Russian and English researcher. Gvozdev, provided a rigorous foundations to plasticity advances when he determined the three theorems to get the only valid collapse mechanism. In England, J. F. Baker, with his work for the Steel Structures Research Committee (SSRC), conducted test on real steel structures ant their relations with the calculations results.

Gvozdev's discovery were known by Prager, and he began to develop mathematically Gvozdev's theorems. This work was encouraged when Prager and Baker met at a congress, and their universities, Brown and Cambridge, began to collaborate. Mathematical framework of the theoretical advances, that was produced by the English group, were developed by American University.

B. G. Neal y B. S. Symonds, with the fundamental theorems available developed manual and programmable calculations theories as the method of combining mechanism to calculate complex frames.

Jacques Heyman, who was member of the Brown's and Cambrige's teams, made a compilation about structural science history, paying special attention to the origin and evolution of limit state design. Also he applied his knowledge of plastic design to masonry restoration.

Two main parts of plastic analysis theory were developed due to these research's' contribution. On one side the theoretical part: basic requirements and hypotheses of plastic analysis, plastic hinges and plastic collapse concepts and the theorems to get the only valid collapse mechanism. On the other side the calculation methods for different structures: strength of materials method, static method, Principle of Virtual Work and the method of combining mechanism.

The coincidence between the results was obtained by different methods, the first is supported by elastic analysis and the other is a method developed several centuries earlier, shows its accuracy. In response dimensioned, I have followed the procedure of elastic analysis to be on the safe side with checking stiffness.

Drawing and load forecast are attached in this work. The modeling and calculation of a frame, which is part of this project, are dimensioned. This sizing is done according to elastic and plastic forces, using the elastic stress and rupture strain in plastic sizing. In the three cases the acceptable deformations limits are checked in each case. Thereafter a comparative between the three obtained sections is made to appreciate the weight saving used steel. The economic and environmental cost are reduced thanks to its.

Plastic hinges can rotate to allow the redistribution of bending moments and failure is deemed to have taken place when sufficient hinges have formed to create a mechanism. It have been confirmed by reputable researches. After this it concludes the need to integrate this model in the usual practice of structures analysis to optimize section.

KEYWORDS

Structures, limit state design, plastic analysis, plastic hinges and section optimization.

c) LISTADO DE FIGURAS:

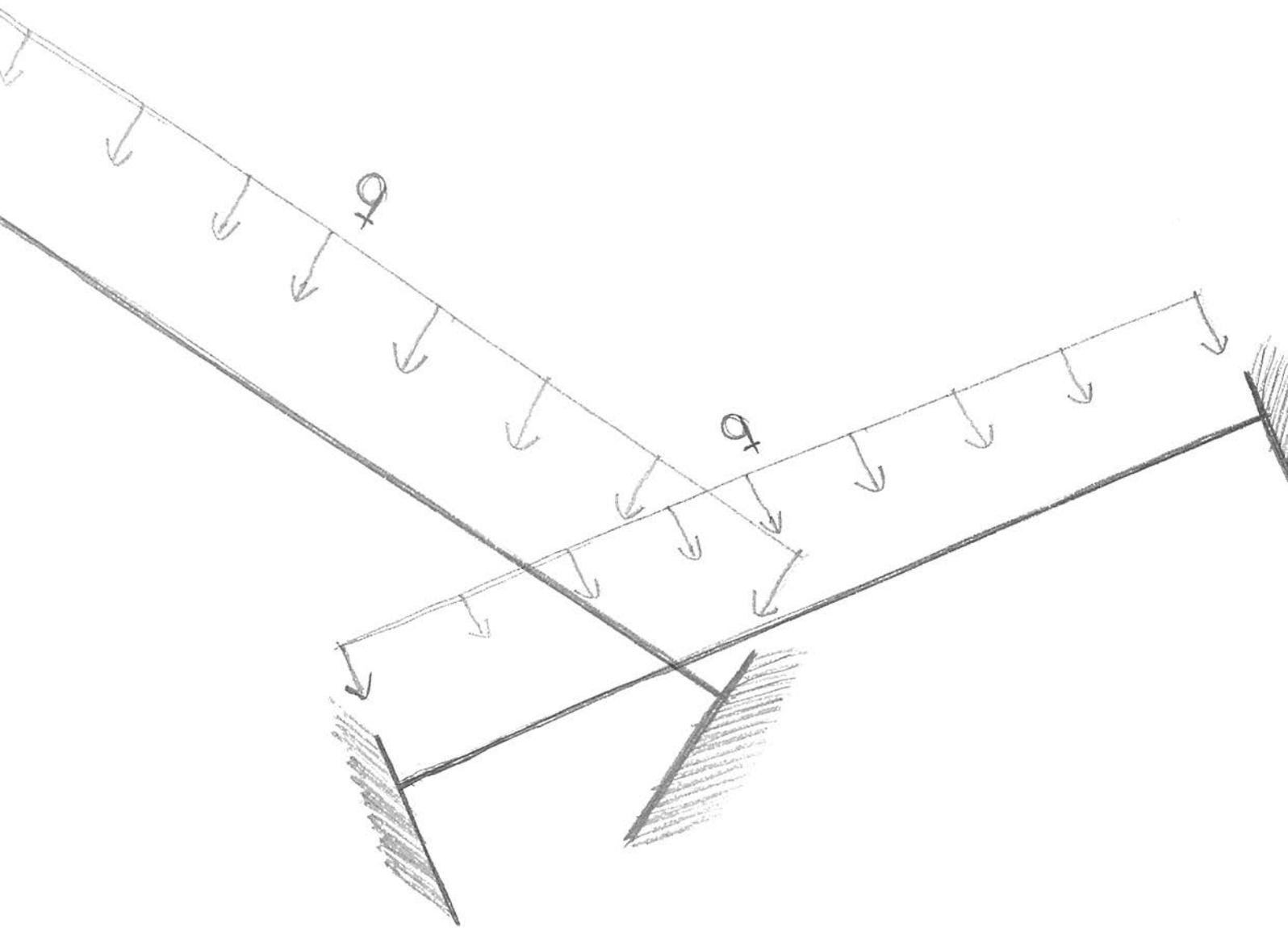
Figura 1: Fórmula y representación gráfica de la resistencia según el criterio de Tresca	7
Figura 2: Gráfica efecto Bauschinger.....	8
Figura 3: Teoría de fallo generalizado, para áreas cargadas de forma continua, en metales.....	8
Figura 4: Colapso de una viga de acero bajo una carga repartida.....	10
Figura 5: Representaciones del artículo original de los resultados experimentales en vigas de tres vanos de hormigón armado.	11
Figura 6: Fotografía de grupo de los participantes en el Congreso de 1932, (foto de Alfred Moe, IABSE archive).....	12
Figura 7: diagrama de momentos flectores de una viga continua de dos vanos. Según Maire-Leibnitz.....	13
Figura 8: Superficie de cedencia. Siendo s la combinación de fuerzas que produce el colapso y el vector e' el modo plástico de deformación (según A. .A. Gvozdev).....	16
Figura 9: Extraídas de The Steel Skeleton, Volumen II: Plastic Behaviour & Designpág 37. Donde se muestra dos casos de vigas y cargas diferentes y su resolución con el método plástico.....	17
Figura 10: Imagen original del artículo "The calculation of plastic collapse loads for plane frames" 1951, donde se muestran los posibles modos de colapso de una estructura porticada y su expresión acorde a los trabajos virtuales.....	20
Figura 11: Esquemas de J.Heyman sobre el comportamiento plástico de una viga biempotrada	21
Figura 12. portada original de J.Heyman The Stone Skeleton	22
Figura 13: Tabla de la norma actual de Gran Bretaña BS 5950-1:2000.....	24
Figura 14a: Muestra la evolución del factor de la carga conforme crece la deflexión en un punto.	
Figura 14b: Fases de distribución de tensiones en el punto conforme crece la carga.	

Figura 14c: Distribución especial de la zona plástica.....	32
Figura 15: Diagrama momento-curvatura en acero y hormigón. Fuente: Estructuras de la Edificación, Análisis lineal y no lineal. Jesús Ortiz, José Ignacio Hernando, Ariel Ciencia, pág. 277 Fig. 61	34
Figura 16: Determinación y transición del momento plástico al elástico.....	35
Figura 17: Tipos de mecanismo según la relación entre el grado de hiperestatismo (GH) y el número de rótulas.....	37
Figura 18: Ejemplos de mecanismos de agotamiento o colapso.....	38
Figura 19: Pórticos válidos en calculo plástico según criterios e hipótesis iniciales.....	55
Figura 20: Tipos de pórticos según la relación entre el grado de hiperestatismo (GH) y el número de rótulas	55
Figura 21: Mecanismo de cimbreo en pórtico simple.....	56
Figura 22: Mecanismo de barra en pórtico simple.....	56
Figura 23: Diferentes mecanismo combinados, siendo además el de la izquierda completo y el de la derecha supercompleto.	57
Figura 24: Puntos de críticos de estudio de la rebana de la sección.....	67

d) LISTADO DE FÓRMULAS:

Fórmula 8.3. Principio Trabajos Virtuales.....	44
Fórmula 12.2.1. Relación tensión máxima , momento y módulo resistente	67
Fórmulas 12.2.2.: Tensión y cortantes en los tres puntos críticos de la rebanada	68
Fórmula 12.2.3. Comprobación no superan el valor de la tensión máxima del acero.	68
Fórmula 12.2.4 Fórmula flecha viga	70
Fórmula 12.2.5. Flecha máxima acabados flexibles.	70

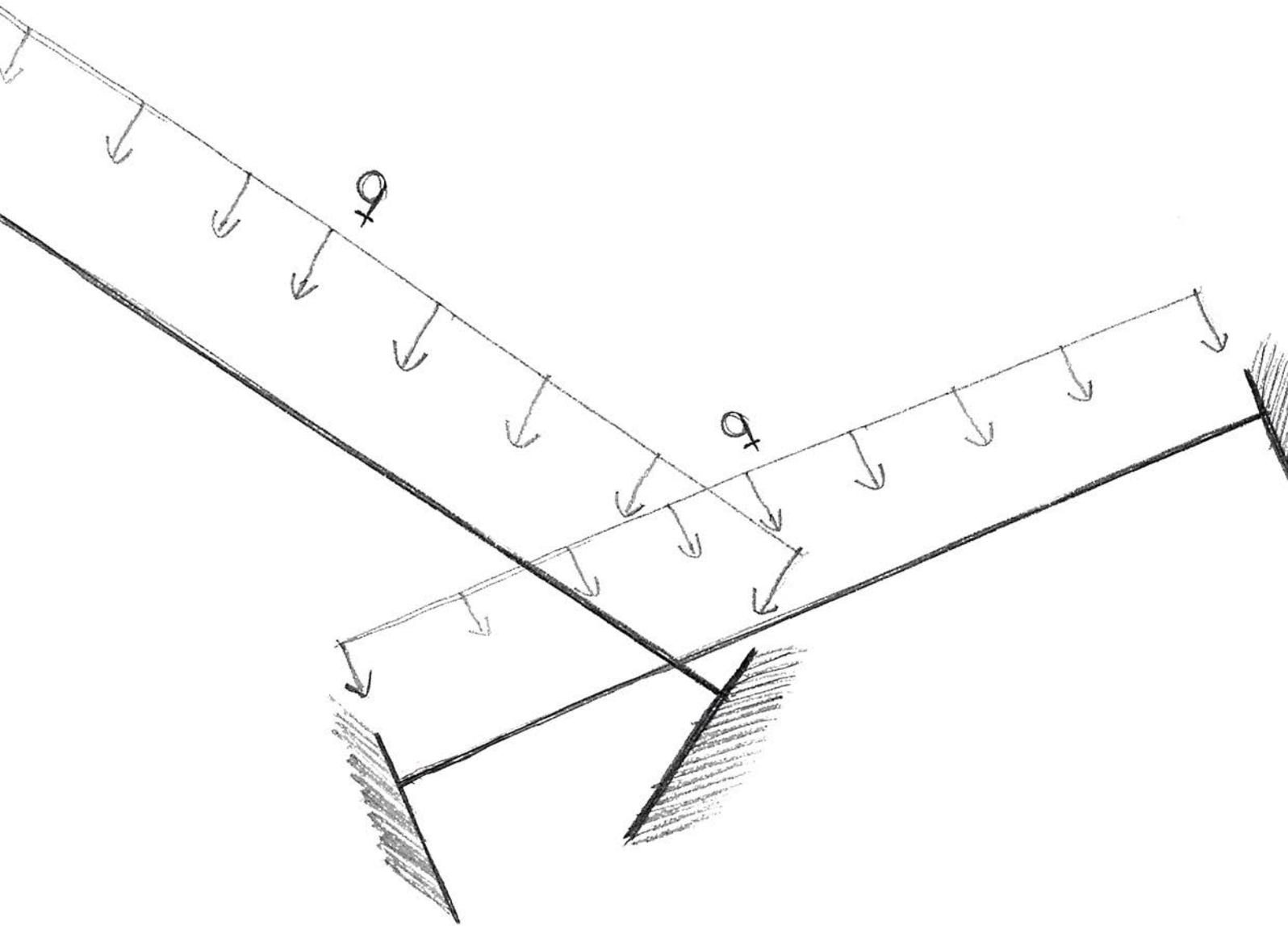
INDICE



a) RESUMEN Y PALABRAS CLAVE	i
b) ABSTRACT Y KEYWORDS	iii
c)LISTADO DE FIGURAS	v
d)LISTADO DE FÓRMULAS	vi
INDICE	viii
1. INTRODUCCIÓN	2
1.1 Organización del trabajo	2
1.2 Objetivos e hipótesis iniciales	3
2. HISTORIA DEL CÁLCULO PLÁSTICO	7
2.1 Siglo XIX	7
2.1.1. Henri Tresca	7
2.1.2. Johann Bauschinger	8
2.1.3. Ludwing Prandtl	8
2.2 Siglo XX	9
2.2.1. G. Kazinczy	10
2.2.2. Congreso de Berlín 1936	12
2.2.3. A. A. Gvozdev	16
2.2.4. J.F.Baker	17
2.2.5. W. Prager	19
2.2.6. Neal y Symonds	20
2.2.7. J. Heyman	21
2.2.6. Neal y Symonds	20
3. NORMATIVA DE REFERENCIA PARA EL CÁLCULO PLÁSTICO	24
4. REQUISITOS DEL CÁLCULO PLÁSTICO	27
5. HIPÓTESIS INICIALES EN EL CÁLCULO PLÁSTICO	30
6. CONCEPTOS INICIALES DEL CÁLCULO PLÁSTICO	32
6.1. Rótula plástica	32
6.2. Momento plástico. Factor de forma	35
7. AGOTAMIENTO DE LA ESTRUCTURA	37
7.1. Criterios para mecanismo de colapso válido.	37
7.2. Teorema de la unicidad	39
7.3. Teorema del mínimo	39
7.4. Teorema del máximo	40

8. MÉTODOS DEL CÁLCULO PLÁSTICO	42
8.1. Método iterativo de generación de rótulas plásticas	42
8.2. Método estático	42
8.3. Método de los trabajos virtuales	43
9. CALCULO DE VIGAS	46
9.1. Cálculo de vigas simples	46
9.2. Cálculo de vigas compuestas	51
10. CÁLCULO DE PÓRTICOS	55
11. DIMENSIONADO	59
12. CASOS REALES	61
12.1. Previsión de cargas	61
12.2. Cálculo plástico de los modelos	63
12.4. Cálculo elástico de los modelos	74
13. COMPARACIÓN DE CALCULO PLÁSTICO vs CÁLCULO ELÁSTICO.	79
13.1. Diferencias conceptuales.	79
13.2. Diferencias empíricas.	80
14. CONCLUSIONES	83
ANEJO 1: BIBLIOGRAFÍA	86
ANEJO 2: PLANOS DE EJECUCIÓN DEL CASO DE ANÁLISIS REAL.	
PLANO 1: Situación - Situación	
PLANO 2: Situación - Ubicación y replanteo	
PLANO 3: Cimentación – Planta de cimentación Z1, Z2 y Z6	
PLANO 4: Estructura – Planta 1 de estructuras Z1 y Z2	
PLANO 5: Estructura – Planta 2 de estructuras Z1 y Z2	

1- INTRODUCCIÓN



CANDELA, FELIX (1962)
Hacia una nueva filosofía de las estructuras,
Buenos Aires, Ediciones 3

1.1. Organización del trabajo

Dentro del apartado 1, la introducción, se enuncian las hipótesis principales del cálculo plástico en contrapunto con el cálculo elástico y el objetivo del trabajo de poner en claro la necesidad de ahondar en su uso. En el apartado 2 se expone de manera breve la historia y desarrollo del cálculo plástico. En los siguientes capítulos 3, 4, 5 se enuncian normativas de referencia, requisitos e hipótesis iniciales del cálculo plástico.

En los apartados 6 y 7 se desarrollan los conceptos básicos y el colapso de estructuras en el cálculo plástico. Mediante los apartados 8, 9 y 10 se presentan los distintos métodos de cálculo y su aplicación en vigas y pórticos. Para en el apartado 11 tratar el dimensionado óptimo de estructuras en estado límite.

En el capítulo 12 se ponen en práctica los conceptos y procedimientos expuestos en anteriores capítulos con casos de mayor complejidad, apoyados en los planos de ejecución desarrollados en los Anejos.

Finalmente en el punto 13 se hace una comparación entre el cálculo plástico y el elástico, de acuerdo a los conceptos teóricos y con los casos prácticos del apartado anterior. Se termina presentando las conclusiones obtenidas a lo largo del trabajo y las comparaciones anteriores.

1.2. Objetivos e hipótesis iniciales

"Lo que necesitamos es una estructura no un análisis"
Hardy Cross

En apenas siglo y medio, desde el Renacimiento hasta el siglo XIX, se desarrolló lo que hoy conocemos como Ciencia. Las matemáticas fueron el instrumento que permitió este enorme desarrollo, lo que llevó a pensar que con sus procesos podría entenderse completamente la realidad. A partir de esta creencia se descarta cualquier explicación física si no es comprobada con complejas fórmulas matemáticas.

Sin tener en cuenta que no se puede garantizar la exactitud de los resultados porque parten de unos supuestos arbitrarios. Estas hipótesis iniciales nos sirven para fijar ideas pero no se pueden mantener una vez presentan contradicciones significativas con la experiencia, momento en el que han de ser sustituidas por otras que se ajusten más a la realidad. De esta forma avanza el proceso científico: se originan ideas básicas que son útiles en épocas de desarrollo durante las cuales se verifican y emplean hasta que las contradicciones son intolerables. Ambas etapas son partes del mismo proceso y necesarias para el pensamiento científico.

Los principios de la Teoría Matemática de la Elástica se esbozaron durante el siglo XVII por Galileo y Hooke. Pero fue al inicio del siglo XIX, cuando Navier y Cauchy gracias a las ecuaciones diferenciales básicas de la Elasticidad que obtuvieron promovieron el rápido desarrollo de ella. Se aplicó así al cálculo de estructuras el proceso racional matemático que ya se había aplicado en otras ciencias. Dándole, al problema arquitectónico, lo que creían era una solución inequívoca, única y precisa.

La Teoría Elástica de Estructuras ha tenido un importante papel en la evolución del Análisis Estructural, considerándose a éste como la ciencia o técnica cuya finalidad es obtener seguridad, dentro de las limitaciones humanas, de que nuestras construcciones serán estables, bajo la acción de solicitaciones usuales.

El primer problema radica en este punto, las cargas o solicitaciones son difíciles de prever, tanto por la incertidumbre en cargas fijas, como por la incertidumbre en cargas variables. Por lo que se puede decir que independientemente del método de cálculo no podría llegarse a una solución precisa y única.

Otro problema, ya si propio del Cálculo Elástico es determinar la resistencia límite. Para hacerlo mediante la integral del trabajo elástico de deformación y hacer esta expresión manejable, se extrapolan las hipótesis fundamentales de la Teoría, como son la ley de Hooke o la proporcionalidad entre esfuerzos y deformaciones. Para que esta relación sea sencilla se supone que depende de la razón entre el coeficiente de dilatación longitudinal y el de dilatación transversal. Pero esto sólo se justifica en materiales homogéneos, isótropos y con comportamiento elástico hasta su colapso.

Con el hierro fundido como material significativamente homogéneo e isótropo y con una zona de proporcionalidad, se desarrolló la teoría estructural matemática, sin tener en cuenta las condiciones en las que se produce la rotura. Las grandes cargas anteriores de deformaciones aumentan sin seguir ninguna proporcionalidad, en el que se traspasan los esfuerzos de los puntos más solicitados a los que lo están menos.

Al aparecer el hormigón armado, con la Teoría ya plenamente desarrollada se le aplicaron las fórmulas, a pesar de que éste no responde a los supuestos básicos de isotropía y homogeneidad.

Con estas razones queda clara la insuficiencia de los métodos de la Teoría Elástica. Dado que no puede garantizar la certeza de sus resultados más allá de la exactitud de sus premisas. Porque si bien es cierto que es necesario cierto grado de idealización, no se puede olvidar que el fin último es la interpretación de la actuación de los materiales en obra, un proceso más tosco que la exactitud de los procedimientos matemáticos.

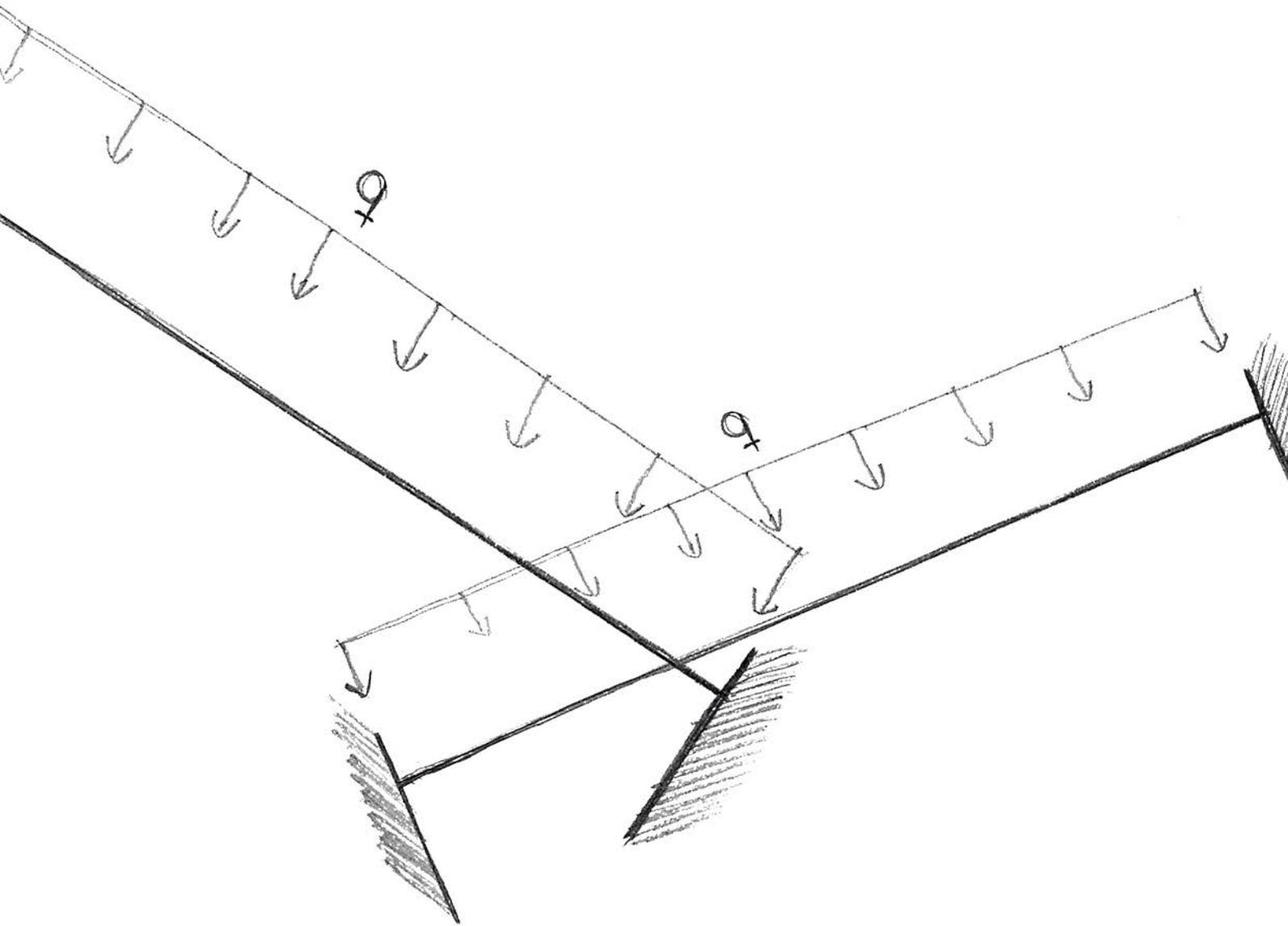
Aunque esto se podría rebatir diciendo que las estructuras calculadas elásticamente siguen en pie, esto se debe a que los materiales aunque no tengan las condiciones elásticas, que se les suponen, tienen otras, como las deformaciones plásticas, junto con los conservadores coeficientes de seguridad, los que precisamente hacen que sean estables. De hecho si fueran como se suponen, perfectamente elásticos colapsarían al variar las condiciones de sollicitación que se han supuesto en el cálculo, quedando claro que estas son a lo sumo orientativas.

No se puede justificar esta permanencia, de más de 100 años en condiciones claramente ajenas a la realidad, considerando las estructuras como una ciencia menor, siendo la construcción una actividad que consume tanto recursos humanos y materiales. Si se pudiera reducir la economía del material y tiempo de análisis con mayor propiedad del método de cálculo ¿no habría al menos que planearse la posibilidad?

Si en otras ciencias como la Física se continúa con el proceso del pensamiento científico de descartar unas ideas para dar paso a otras no más ciertas, sino que contribuyan a avanzar en el camino del conocimiento ¿Por qué en las estructuras nos negamos a hacerlo?

Por lo tanto se admite la necesidad de métodos estándar para la labor cotidiana de cualquier profesión técnica, no se ha de creer en su absoluta infalibilidad, anulando cualquier iniciativa. Y hay que plantearse al menos la posibilidad de otros métodos como el Cálculo Plástico, sobradamente probados a pesar de su sencillez, que en lugar de una ventaja muchos ven como motivo de refutación.

2 - HISTORIA DEL CÁLCULO PLÁSTICO



HEYMAN, JACQUES (2001)
La ciencia de las estructuras
Instituto Juan de Herrera

HEYMAN, JACQUES (2004)
Análisis de estructuras un estudio histórico
Instituto Juan de Herrera

HUERTA FERNÁNDEZ, SANTIAGO (2005)
Capítulo. Introducción
En *Essays in the history of the theory of
structures in honour of Jacques Heyman*
Editor: Ministerio de Fomento

2.1 Siglo XIX

Los experimentos siempre han sido útiles en la elaboración de teorías científicas para el desarrollo de aspectos que son tan complejos que no quedan completamente cubiertos mediante los análisis teóricos.

No obstante, en el desarrollo de la teoría de estructuras que desarrolló Navier durante el siglo XIX, no se sintió esta necesidad puesto que el procedimiento propuesto parecía lógico y correcto. Quedando los ensayos de Mariotte¹ del siglo XVII, olvidados hasta 200 años después.

Así a partir de 1826 la resistencia de las estructuras no fue objeto de análisis teórico: Navier ya había enunciado que la tensión máxima de la estructura no debía superar una fracción de la tensión límite del material, siendo el objetivo del cálculo localizar la tensión más solicitada y calcular su tensión elástica.

A pesar de esto durante el siglo XIX se realizaron investigaciones y ensayos en mecánica de sólidos que si bien no pueden considerarse estrictamente como teoría de estructuras para edificación, si sentarían las bases de lo que sería la teoría de la plasticidad.

2.1.1. Henri Tresca (1814-1885): ingeniero mecánico y profesor del Conservatorio Nacional de Artes y Oficios de Paris. Interesado en la fluencia de los materiales metálicos desde sus primeras publicaciones². Realizó estudios en temas de plasticidad en la investigación sobre criterios de fallo ante esfuerzos cortantes, dando lugar a la teoría de la tensión tangencial máxima H.

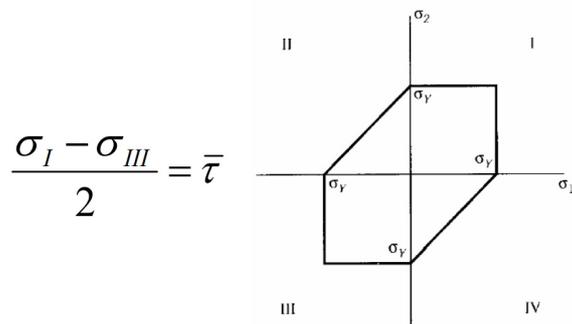


Figura 1: Fórmula y representación gráfica de la resistencia según el criterio de Tresca

¹ Mariotte, científico y sacerdote francés, que realizó ensayos de tracción y flexión de materiales, continuando el problema de Galileo, el cálculo del momento último de resistencia de un elemento a flexión. Realizando una contribución póstuma al mismo en 1686, en la parte 5 de la sección 2 de su *Traité du mouvement des eaux*.

² 'Mémoire sur l'écoulement des corps solides á de fortes pression' (Memoria de fluencia de un cuerpo solido sometido a alta presión)

2. Historia del cálculo plástico

2.1.2. Johann Bauschinger (1834-1893): Matemático e ingeniero alemán, que realizó numerosas publicaciones en el ámbito de la mecánica de sólidos. Construyó un sistema de espejos para determinar la deformación de barras bajo tracción y compresión. Con el efecto Bauschinger³ enuncia que al deformar en una dirección un metal hasta que pase su límite de elasticidad y después en dirección contraria, su límite de proporcionalidad en esta es menor.

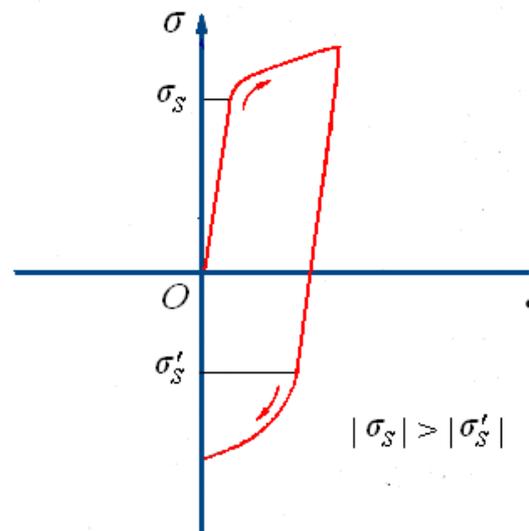


Figura 2: Gráfica efecto Bauschinger.

2.1.3. Ludwig Prandtl (1875-1953): ingeniero alemán pionero en el desarrollo de análisis matemáticos rigurosos aplicados al ámbito de la aerodinámica y la física de sólidos. Determinó la Teoría de Prandtl de fallo generalizado: teoría de equilibrio para determinar la capacidad de carga al fallo de áreas cargadas en forma continua (para metales con cohesión y ángulo de fricción interna).⁴

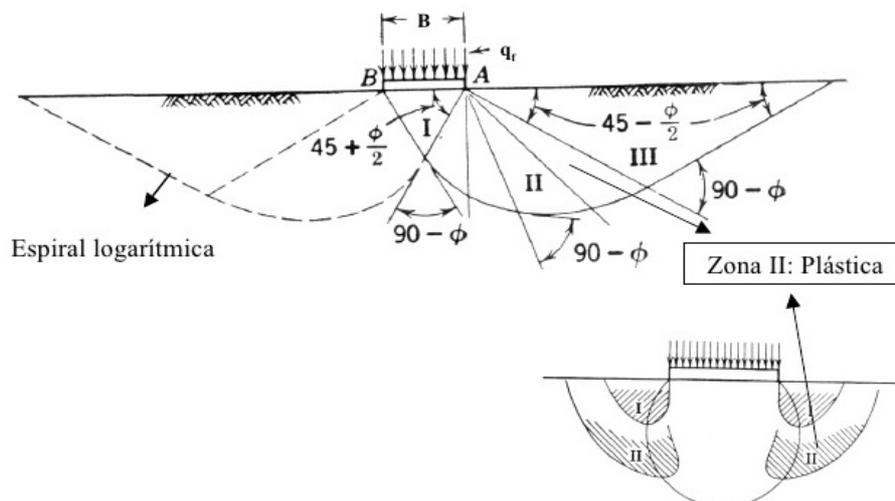


Figura 3: Teoría de fallo generalizado, para áreas cargadas de forma continua, en metales

³ El efecto Bauschinger lo publicó en "Über die Veränderung der Elastizitätsgrenze und die Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen, durch Erwärmen und Abkühlen und durch oftmals wiederholte Beanspruchungen". Mitth., volumen 13, 1886 (Sobre la variación del límite de elasticidad y la resistencia del hierro y el acero, por el estiramiento y apretando, por calentamiento y refrigeración, y por las tensiones a menudo repetidas).

⁴ "Essentials of Fluid Dynamics, Hafner Publications, New York (1952)" (Fundamentos de la dinámica de fluidos)

2.2.SIGLO XX

Durante la primera etapa del siglo XX las Guerras suponen un motivo clave para que se aplicaran los nuevos conocimientos en mecánica de sólidos, desarrollados al final del siglo anterior, en el cálculo de estructura de edificación, dando lugar al cálculo de estados límites.

Este fenómeno se debe en parte a que la utilización del acero en material bélico hizo acuciante la necesidad de desarrollar el cálculo del hormigón armado, puesto que era el material que se podía destinar para construcciones civiles y militares. Cuando aplicaron el cálculo elástico, este presentaba problemas. El comportamiento del hormigón no cumple los axiomas del método, pues no es isótropo, ni presenta una deformación proporcional al aumento de carga hasta el momento de su rotura; al tratar de solucionar estas diferencias con el método se obtenían unas operaciones matemáticas extremadamente complejas para llegar a soluciones cuanto menos inciertas. Llegando estas soluciones en muchos casos después de terminarse las obras de ejecución debido a las grandes demoras.

Esto hace que se planteen ensayos con maquetas a escala o incluso a tamaño real. De estos ensayos y de las mismas construcciones se observó que el hormigón no se comportaba como preveían los cálculos elásticos ni siquiera en el acero, mucho menos en el hormigón armado. Una vez quedan claras las incoherencias entre la realidad y los resultados de los análisis es ineludible la necesidad de profundizar en nuevos métodos que las solventen.

A partir de esto aparecen numerosas publicaciones de diferentes autores (Kazinczy, Maier-Leibnitz, F.Bleich, E.Melan, J.F.Baker, Gvozdev) y congresos (Congreso de Berlín 1936, IABSE), en las que se introdujeron los conceptos básicos de la teoría de la plasticidad.

Estos avances se vieron cuanto menos entorpecidos en su difusión y estandarización por la Segunda Guerra Mundial (el Congreso de 1940 en Varsovia de la IABSE, no llegó a tener lugar). Después de la Segunda Guerra Mundial una vez el mundo vuelve a la normalidad se retomaron los congresos (Congreso de Lieja 1948, Congreso de Cambridge 1952) y las publicaciones académicas (Prager, Neal y Symonds) se realizaron notables avances de los cálculos y teoremas básicos de la teoría plástica.

2.2.1. G. Kazinczy (1889-1964): en 1914 realiza un ensayo con vigas de acero embebidas en grandes machones de fábrica, con el fin práctico de saber si el empotramiento podía considerarse perfecto⁵. Durante el experimento fue aumentando progresivamente las cargas, uniformemente repartidas, sobre la viga, apareciendo cedencias en los extremos. Sin embargo la viga siguió resistiendo carga.

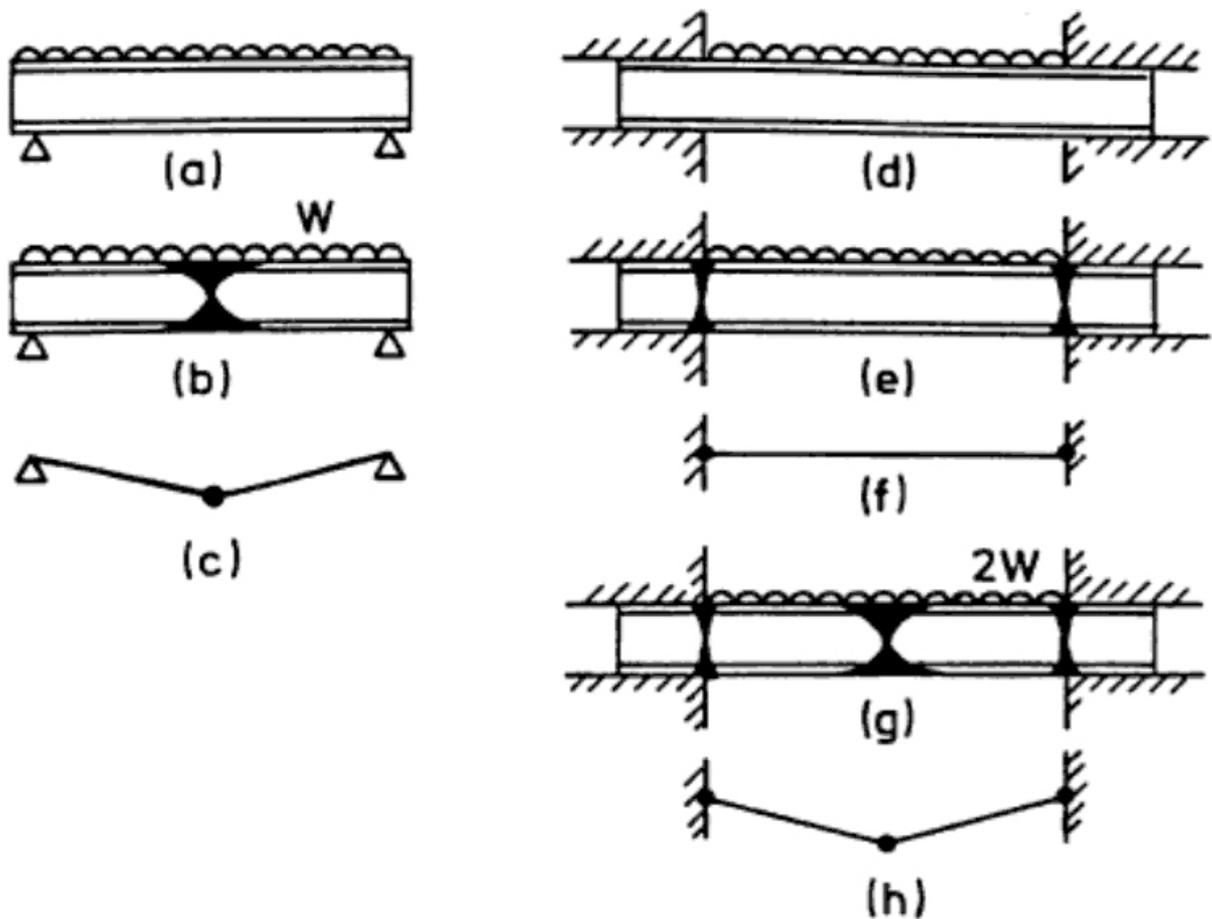


Figura 4: Colapso de una viga de acero bajo una carga repartida.

Al descargar las vigas mostraban quiebros permanentes en los extremos y en el centro. A estos quiebros los llamó rótulas y afirmó que la viga no podía colapsar hasta que se forman tres rótulas. Las dos primeras, en los extremos, convierten la viga biempotrada en biapoyada, siendo todavía una estructura viable. Así mismo observó que el grado de empotramiento sería irrelevante siempre que fuera suficiente para que se desarrollen las rótulas.

⁵ G. Kazinczy, 1914, Ensayo sobre vigas empotradas (publicado en húngaro).

2. Historia del cálculo plástico

Posteriormente realizó ensayos y comprobaciones con el colapso en vigas de hormigón⁶ y la forma en que se le puede aplicar los métodos de cálculo de estados límites a este material.

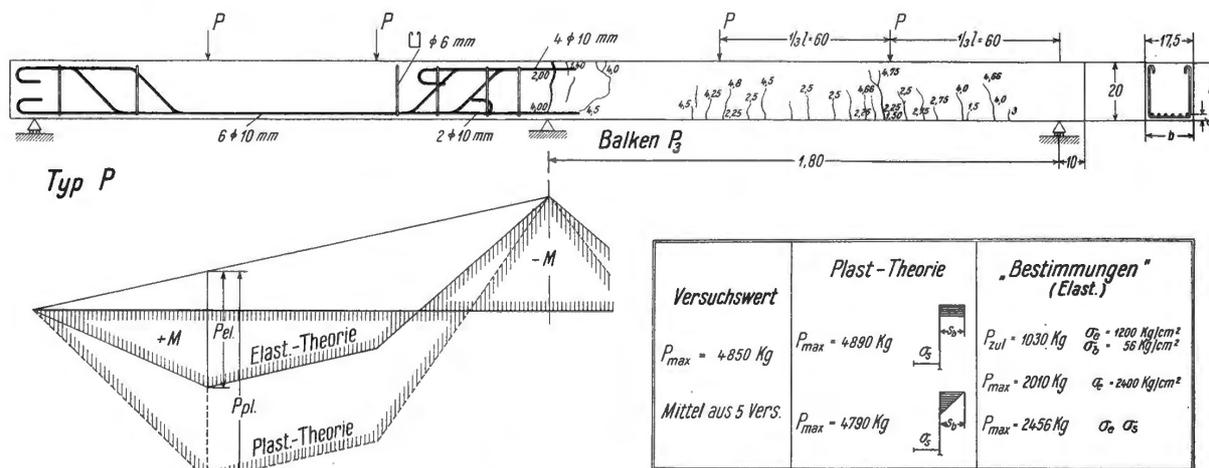


Abb. 6. Versuchsergebnisse von Balken auf drei Stützen, über der Mittelstütze schwächer bewehrt.

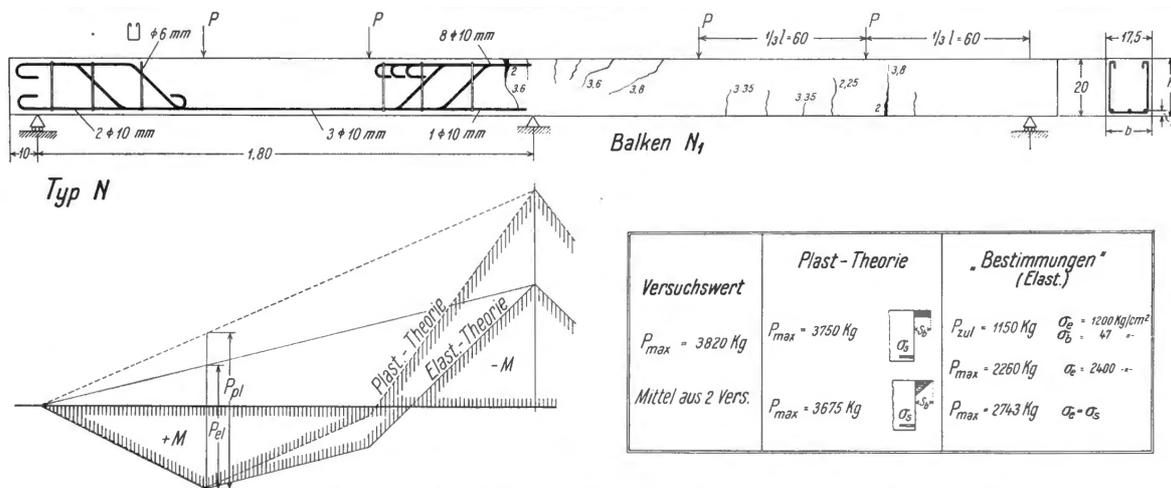


Abb. 7. Versuchsergebnisse von Balken auf drei Stützen, über der Mittelstütze stärker bewehrt.

Figura 5: Representaciones del artículo original de los resultados experimentales en vigas de tres vanos de hormigón armado.

⁶ G. Kazinczy, 1933, "Die Plastizität des Eisenbetons." (La plasticidad del hormigón armado) artículo en alemán.

2.2.2. Congreso de Berlín 1936 :

La IABSE (International association for Bridge and Structural Engineering/Asociación internacional para puentes e ingeniería estructural). Es una asociación internacional de profesionales científicos y técnicos organizados en grupos nacionales con un Comité Permanente Internacional, cuyo objetivo es promover el intercambio entre teoría y práctica, investigación y enseñanza.

Se realizaron los contactos y métodos preliminares en las conferencias que tuvieron lugar en 1922, 1926 y 1928. Hasta que finalmente el 28 de Octubre de 1929 se efectuó la reunión constitutiva en la que se sentaron las bases y se constituyó un Comité Permanente.

Su primer congreso fue el de 1932, París. En este congreso ya tuvo notable relevancia el hormigón armado como nuevo material y los métodos de cálculo aplicables a él, comenzando a insinuar lo que será el cálculo plástico. No obstante será en 1936, en el Congreso de Berlín donde se presentará una sección con ocho ponencias sobre la plasticidad. En general se estudiaron de forma <histórica>, primero obteniendo la solución elástica que se modifica a medida que la carga actuante sobre la estructura crece. Esto tuvo especial relevancia no sólo por los avances particulares, sino sobre todo por exponerlo en un marco internacional de difusión científico – técnica.



Figura 6: Fotografía de grupo de los participantes en el Congreso de 1932, (foto de Alfred Moe, IABSE archive)

Una importante ponencia experimental fue la de **H. Maier- Leibnitz**⁷ (1885-1962), en la cual abordó experimentalmente el problema hiperestático más sencillo, una viga continua sobre tres apoyos. En el primero colocó los tres apoyos al mismo nivel; en el segundo, bajó el central y en el tercero, lo levantó. Mientras que los resultados elásticos para este análisis serían diferentes en los tres casos Maier descubrió que las cargas de colapso para todos ellos serían iguales. Debido a que cuando la carga se incrementaba sobre la viga el material pasaba a estado plástico, hasta formar rótulas. Quedando así demostrado que las cargas de colapso en una estructura dúctil depende de su comportamiento plástico y no se ve afectada por imperfecciones, como incidencias en apoyos o en la construcción.

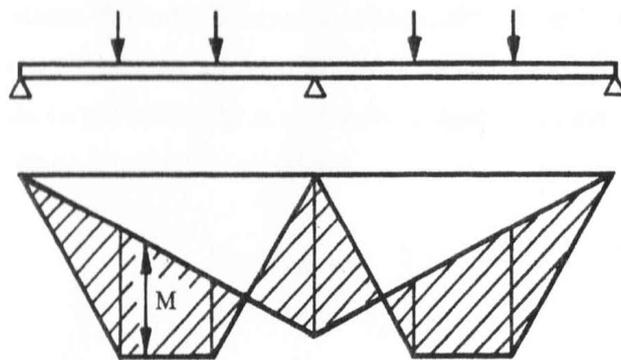


Figura 7: diagrama de momentos flectores de una viga continua de dos vanos. Según Maier-Leibnitz

⁷ Dentro de la sesión "Importance of the ductility of steel for calculating and dimensioning steel work, especially when statically indeterminate"

2. Historia del cálculo plástico

F. Bleich⁸, Ingeniero civil, miembro de la Conferencia de Viena de 1928, considerada uno de los antecedentes para la fundación de la IABSE, un año después. Participó en la redacción del primer borrador de los estatutos de la asociación, de hecho desarrolló el concepto de la asociación.

Participó en varias de las secciones del congreso de 1932, como la sección I: "*Stability and strength of structural members under pressure and bending*" o la sección V "*Dynamic loading on bridges*".

En una ponencia teórica concisa y fundamental, en la sección de cálculo plástico del Congreso de 1936 se ocupa del comportamiento plástico de vigas y pórticos sometidos a condiciones de carga alternativa.

En primer lugar abandona la idea de aplicar un coeficiente de seguridad a las tensiones elásticas calculadas. Introduce la idea de factor de carga como la proporción entre carga de colapso y carga de servicio especificada para el proyecto.

En segundo lugar define el tipo de material necesario para una teoría plástica de cálculo; a la relación tensión-deformación elástica deben seguir grandes deformaciones para el límite plástico, el material debe ser dúctil.

En tercer lugar trató el problema de imperfecciones (asientos, fabricación incorrecta, etc.) que provocan un estado de tensión inicial en una estructura hiperestática. Demostró que estas tensiones iniciales desaparecen cuando el material plastifica.

Además observa que no es necesario estudiar el comportamiento elástico de una estructura y modificar después la solución. Sino que es posible calcular los momentos flectores para una estructura equivalente estáticamente determinada.

⁸ Publica en las actas del IABSE de 1936 un artículo sobre el comportamiento de las vigas y pórticos bajo condiciones de carga variante. Y posteriormente en 1952 "*Buckling Strength of Metal Structures*" (Resistencia a la deformación de Estructuras Metálicas)

2. Historia del cálculo plástico

Un tercer artículo de gran significado fue el presentado por **E. Melan**⁹ ingeniero civil y profesor universitario austriaco que en su trabajo científico estudió junto a la teoría de la elasticidad y la teoría de la plasticidad, cada uno utilizando métodos matemáticos de temas específicos. *<Teoría de los sistemas estáticamente indeterminados>*. Trata de estructuras con un material plástico ideal y de un material que muestra endurecimiento por deformación lineal.

En la primera parte del artículo hace una recopilación de contribuciones realizadas a finales del s.XIX, principios del s.XX con suma precisión y claridad.

A continuación señala que la teoría usual supone un comportamiento elástico pero esto no tiene influencia en el cálculo de las resultantes tensiones en estructuras isostáticas. De hecho los cálculos de estructura hiperestáticas dan resultados que dependen de la relación tensión-deformación.

De las tres ecuaciones estructurales que especifica para resolver problemas estructurales: de equilibrio, geométricas y de tensión-deformación. Finalmente cita el principio de trabajos virtuales utilizando las de equilibrio y geometría, sin realizar ninguna afirmación sobre las propiedades del material.

De forma paralela a este congreso, sus ensayos y estudios, en Europa central, se produjeron avances e investigaciones relacionadas con la teoría de la plasticidad en Inglaterra y Rusia, que muchas veces llegaron a conclusiones semejantes o complementarias a las recogidas en este Congreso.

⁹ Publicó en 1927 *Die gewöhnlichen und partiellen Differenzgleichungen der Baustatik* (Las ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales de la estática); en 1938 *Zur Plastizität des räumlichen Kontinuums* (Para la plasticidad del continuo espacial) Seguido de posteriores publicaciones de cálculo exacto de vigas, puentes o introducción en el análisis estructural

2.2.3. A. A. Gvozdev¹⁰(1897 – 1986): en 1936 el ruso presentó una ponencia en una conferencia en el área de la teoría plástica, no obstante recibió escaso reconocimiento. Pero los teoremas enunciados y demostrados por Gvozdev proporcionan una base rigurosa a los avances en plasticidad. Expone el requisito de que el material debe ser dúctil, pero no solo localmente, sino también globalmente, en toda la estructura y sus uniones.

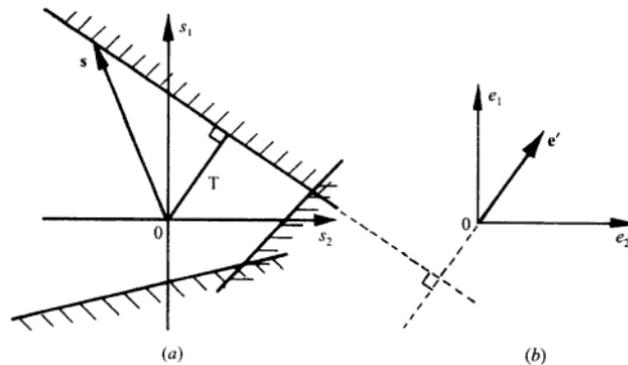


Figura 8: Superficie de cedencia. Siendo s la combinación de fuerzas que produce el colapso y el vector e' el modo plástico de deformación (según A. .A. Gvozdev)

Si la estructura de manera global satisface el requisito de ductilidad se advierten que solo pueden escribirse tres tipos de ecuaciones: ecuaciones de equilibrio; condición de cedencia, ninguna tensión interna debe superar la tensión límite de cedencia del material; y debe producirse algún mecanismo de deformación en el colapso de la estructura. Basándose en la aplicación de estas tres condiciones, demostró tres teoremas:

-Teorema de la unidad: si todas las condiciones se satisfacen simultáneamente la carga de colapso obtenida con las ecuaciones tiene un valor definido y calculable.

-Teorema de la inseguridad: concentrando la atención en los mecanismos de colapso y sin exigir que haya equilibrio , no satisfaciendo la condición de cedencia en todos sus puntos, es posible calcular el valor de la carga de colapso, pero será un valor inseguro.

-Teorema de seguridad: si el ingeniero encuentra una serie de esfuerzos en el interior de la estructura que equilibran las cargas exteriores, para las que no se viole la condición de cedencia, el correspondiente valor de la carga es una estimación segura. Este teorema explica por qué la metodología de Navier conduce a cálculos seguros, si bien poco o nada económicos.

¹⁰ Además del artículo del Congreso de Berlín de 1936, publica en 1939 "Determinación de la carga de rotura en sistemas hiperestáticos"

2.2.4. J. F. Baker¹¹ (1901-1985): en 1929 la industria británica del acero creó el Comité de Investigación de las Estructuras de Acero para tratar de poner orden en el cálculo práctico de estructuras de acero. Baker era funcionario a tiempo completo de este Comité. Su trabajo consistía en reunir, escribir o encargar artículos que desarrollaran la teoría del cálculo de estructuras de acero. Las publicaciones realizadas entre 1931-1936 recogían el conocimiento del cálculo y análisis elástico.

Este comité tuvo su contribución excepcional con sus trabajos experimentales sobre edificios de acero de nueva construcción. En los que por primera vez se midieron las tensiones en estructuras reales. Descubriéndose que estas tensiones no guardan prácticamente ninguna relación con lo que se preveía con los cálculos con métodos elásticos.

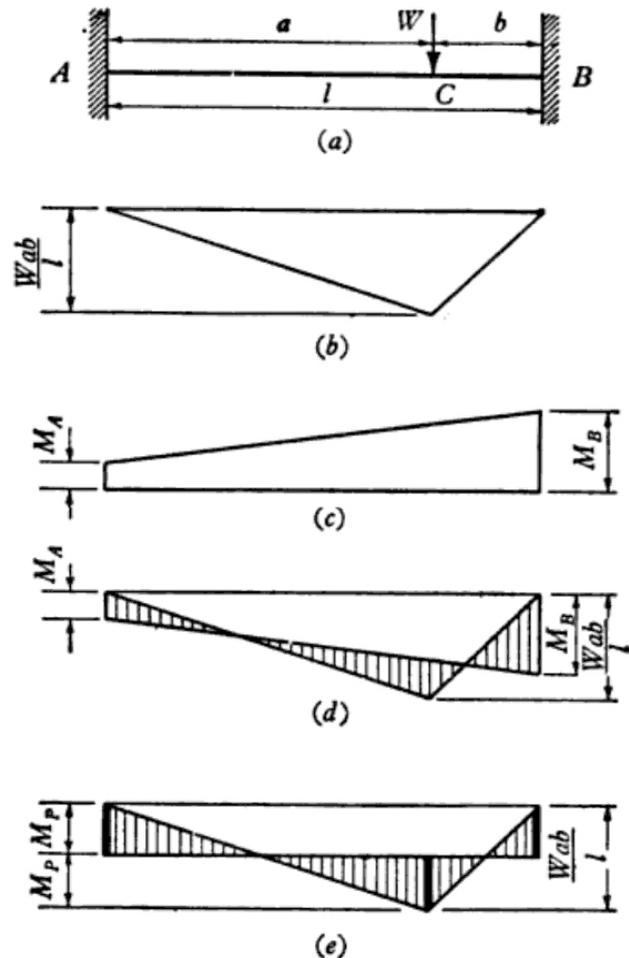


Fig. 4.2.

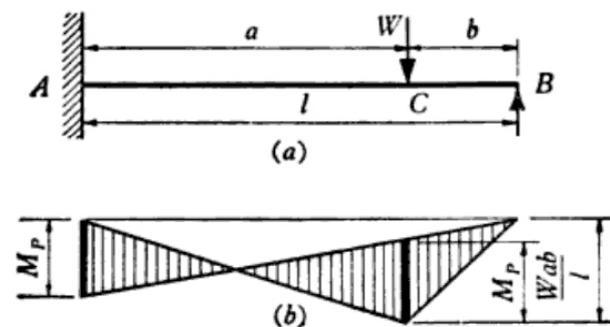


Fig. 4.3.

Figura 9: Extraídas de *The Steel Skeleton, Volumen II: Plastic Behaviour & Design* pág 37. Donde se muestra dos casos de vigas y cargas diferentes y su resolución con el método plástico

¹¹ Científico e ingeniero estructural británico en 1935 publica "A distribution method of stress analysis" (Un método de distribución de análisis de esfuerzos); en 1937 "The Analysis of Engineering Structures" (El análisis de estructuras de ingeniería); en 1969 "The Plastic Design of Frames" (El diseño plástico de pórticos) con Jacques Heyman. Seguido por *The Steel Skeleton* (El esqueleto de acero) con varios volúmenes y autores. Además de publicaciones de desarrollo estructural como precauciones antiaereas en la 2ª Guerra Mundial

2. Historia del cálculo plástico

Baker, sabía que sus recomendaciones finales para el cálculo eran muy defectuosas y sólo servían a disposiciones simples y regulares de vigas y pilares. En él, el proyectista supone que la estructura es perfecta y no se ciñe a la construcción real. Mientras que la realidad es que la resistencia de una estructura no depende de que se alcancen las tensiones elásticas máximas, sino que viene dada por el continuo desarrollo de deformaciones inaceptablemente grandes.

Baker puso en marcha una investigación sobre el comportamiento plástico en estructuras de acero y para 1948 había sido modificada la normativa incluyéndose una cláusula que permitía el cálculo plástico.

En 1956 Baker publica un libro en el que resume su trabajo, con un enfoque esencialmente experimental. Realizó ensayos sobre pórticos simples y más tarde sobre estructuras de varios pisos. El análisis plástico fue tratado como un problema de estática, representándose el mecanismo de colapso mediante la superposición de momentos flectores libres y reactantes. Así mismo estudió también otros aspectos del cálculo plástico como son los efectos del esfuerzo normal y cortante, como es el estudio del pandeo elasto-plástico, en la formación de rótulas plásticas.

En poco más de diez años consiguió que se permitiera el cálculo plástico oficialmente. Sin embargo resolvía cada estructura de manera individual, ya que en 1948, Baker no sabía nada de los teoremas plásticos fundamentales. Esto cambia a raíz de la colaboración con la universidad de Brown, que le aportará contexto matemático necesario. De esta relación de colaboración se hablará más profundamente en el apartado 2.2.5. W. Prager.

2.2.5. W. Prager¹² (1903 – 1980): Matemático e ingeniero alemán con una gran capacidad autodidacta que tras emigrar a Estados Unidos por la II Guerra Mundial, Prager fundó el Departamento de Matemática Aplicada en la Universidad de Brown.

Prager tuvo noticias sobre las teorías de Gvozdev y de otros principios matemáticos de la plasticidad entre 1948 y 1947, que le llevaron a investigar y desarrollar teorías en este ámbito.

Demostró junto con su equipo de investigación académico, Greenberg, las teorías del límite inferior (teorema de inseguridad) y superior (teorema de seguridad), mediante la aplicación del teorema de trabajos virtuales, publicándolo en 1952, a las que Home añadió la demostración del teorema de unicidad.

Prager y Baker se conocieron en una conferencia en 1947. A pesar de ser muy personas muy diferentes se dieron cuenta que ambos podían complementar sus cualidades para las investigaciones que llevaban a cabo, Baker con sus conocimientos prácticos y Prager con sus desarrollos matemáticos.

Ambas universidades, Cambridge y Brown, comenzaron a colaborar en sus investigaciones, con intercambios de personal y visitas. Esta colaboración fue muy fructífera como en los trabajos de cargas reiteradas en estructuras. Aportando el equipo americano de Prager el marco matemático riguroso que precisaba el equipo de Baker para desarrollar las teorías aplicadas de cálculo práctico de estados límites, citadas en el punto 2.2.3.

¹² Publica en 1933, con K. Hohenemser, "Dynamik der Stabwerke" (Dinámica de los pórticos); en 1937 "Mechanique des solides isótropes" (Mecánica de los sólidos isótropos) y en 1951 junto con Hodge, Philip G, Jr. "*Theory of Perfectly Plastic Solids*" (Teoría de sólidos plásticos perfectos). Posteriormente realizó avances cálculo por ordenador y la optimización de estructuras.

2.2.6. B. G. Neal y B. S. Symonds: miembro del departamento de Ingeniería de la Universidad de Cambridge y científico de la universidad de Bronw respectivamente. Con los teoremas fundamentales disponibles desde 1950 se abrió el camino para el desarrollo de las técnicas de cálculo. Estos se pensaron primero para el cálculo, pero en una época de grandes desarrollos de cálculo electrónico, no tardó en extenderse a ese ámbito.

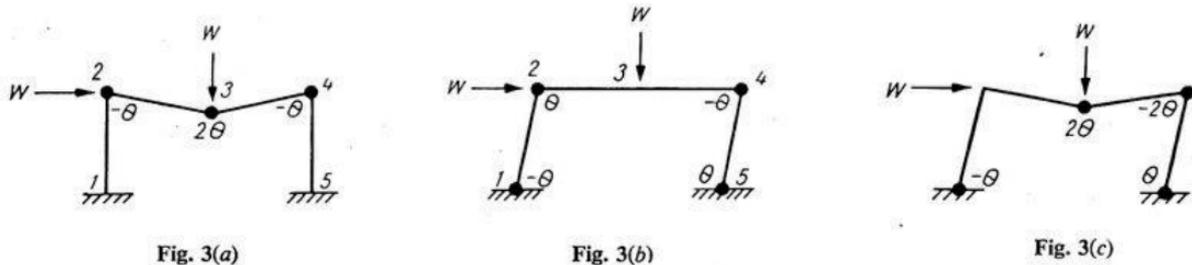


Figura 10: Imagen original del artículo "The calculation of plastic collapse loads for plane frames" 1951, donde se muestran los posibles modos de colapso de una estructura porticada y su expresión acorde a los trabajos virtuales.

Entre 1950 y 1951 Habían propuesto una solución para el problema plástico trabajando a partir de ecuaciones, basándose en el cumplimiento de las condiciones de equilibrio y cedencia. Con un enfoque seguro y dando un problema estándar de programación lineal.

B. G. Neal y P.S. Symonds¹³ son responsables del método de la combinación de mecanismo y es muy potente como método manual, pero también fácilmente programable. Aprovecharon que un equilibrio puede generarse mediante el empleo del trabajo virtual, a partir del mecanismo correspondiente.

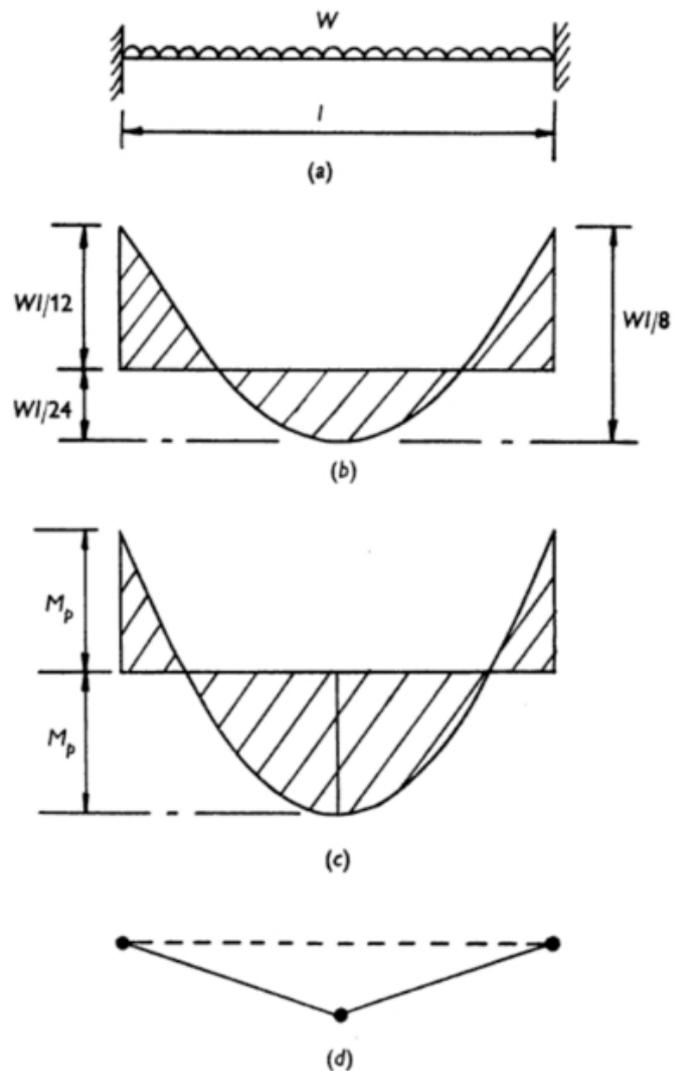
¹³ Juntos publicaron un artículo en la revista del congreso de la IABSE de 1952 "The calculation of plastic collapse loads for plane frames"(El cálculo de cargas de colapso plástico para pórticos planos)

2. Historia del cálculo plástico

2.2.7. Jaques Heyman (1925-actualidad): comenzó estudiando matemáticas pero pronto se pasó a la Ingeniería civil, carrera en la que se graduó por la Universidad de Cambridge en 1944. En 1946 regresó a esta misma Universidad como asistente de John Baker. En 1949 recibió su doctorado y se fue a la Universidad Brown como investigador postdoctoral para trabajar durante tres años con William Prager.

Como se ha dicho en apartados anteriores Baker apartó los conocimientos estructurales prácticos y Prager la teoría matemática necesaria para el desarrollo de la teoría moderna de la Plasticidad. El haber trabajado con ambos en los años durante los cuales estaban madurando sus investigaciones le da a Heyman una perspectiva fundamental. Pues formó parte de la culminación de la nueva teoría para el cálculo de estados límites.

En 1957, ya de vuelta como profesor adjunto de la Universidad de Cambridge, publica *Plastic design of Portal Frames*, Cambridge University Press. Colaboró con Baker en varios libros como son *The steel skeleton*, 1956 o *Plastic design frames*, 1969-1971.



Finalmente busca aplicar los conocimientos que adquirió de sus maestro Baker, en plasticidad en estructuras de acero, a las estructuras de fábrica y postmeridiana siendo una autoridad reconocida a nivel internacional en el estudio estructural de catedrales publicando entre otros arcos, bóvedas y contrafuertes: estructuras de mampostería y su ingeniería, Aldeshot, Hampshire, 1996 o El esqueleto de piedra: la ingeniería estructural de la arquitectura de mampostería, Cambridge University Press, 1995. En este campo ha colaborado en algunos libros con el estructurista español, Santiago Huerta Fernández.

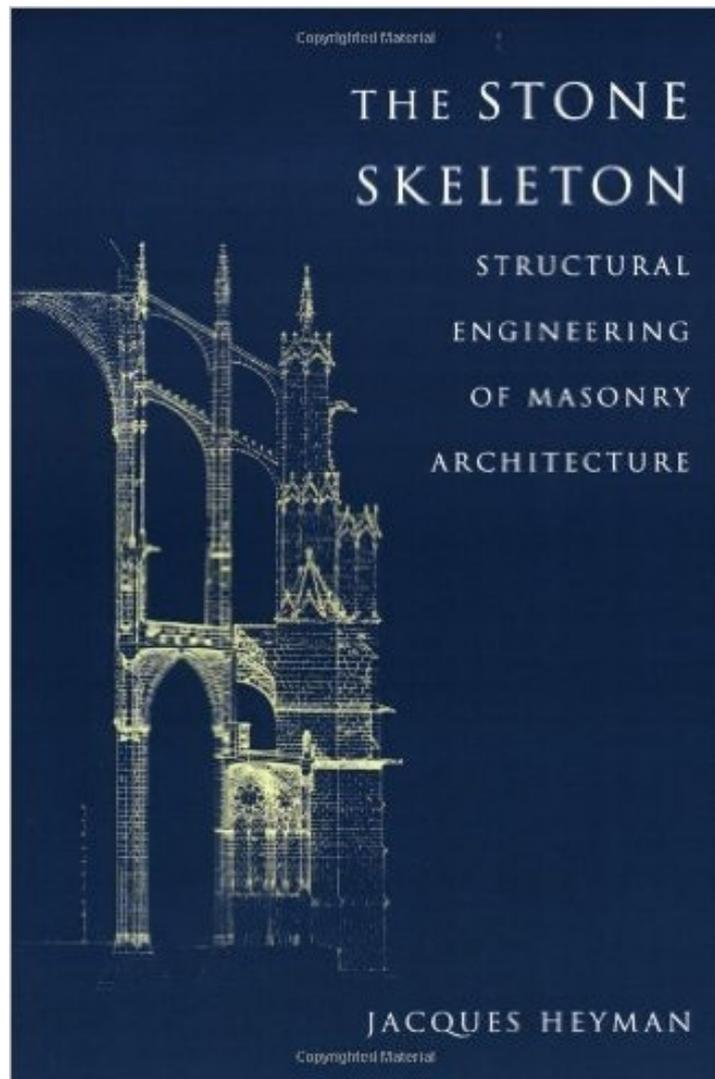
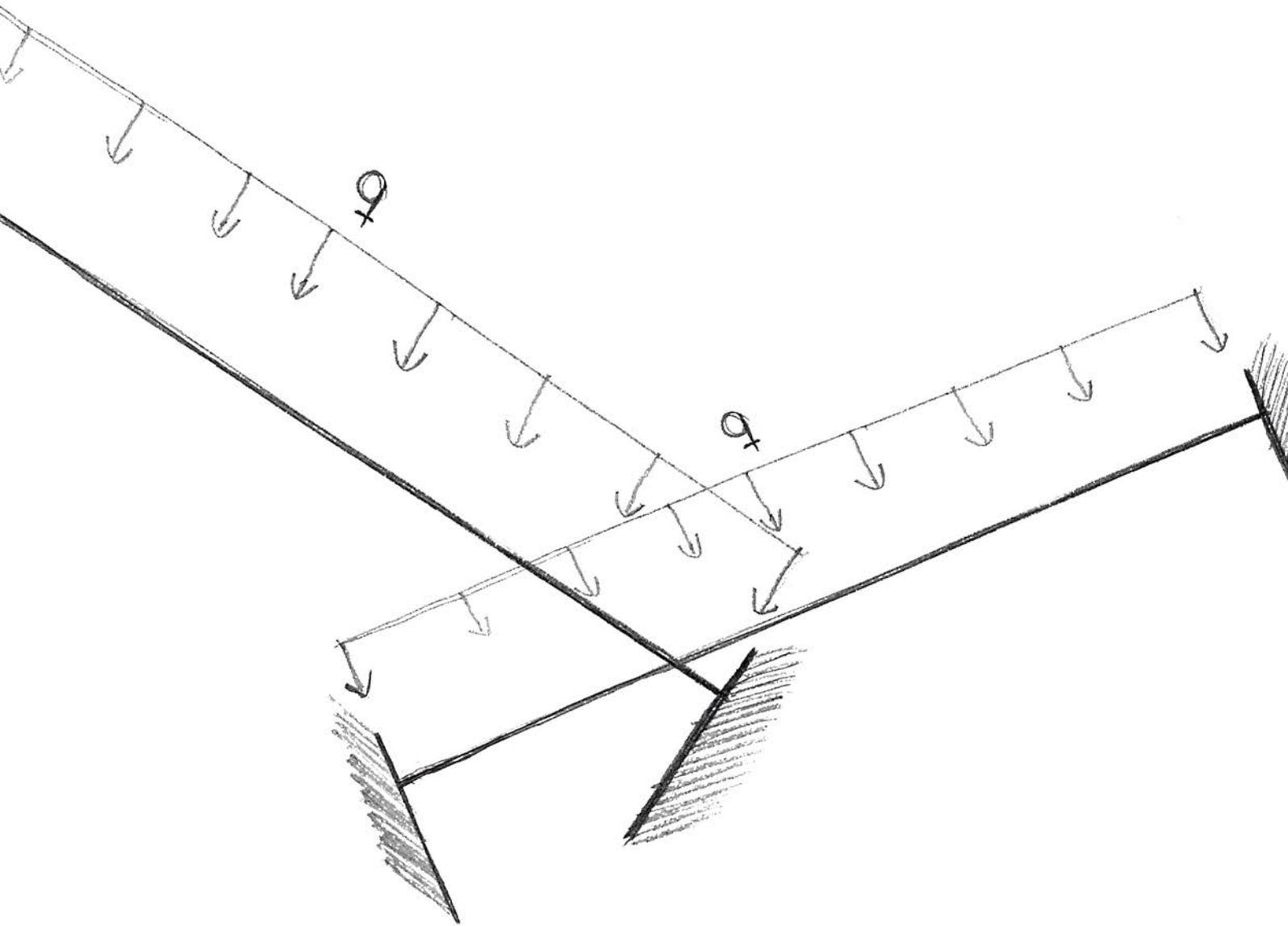


Figura 11. portada original de JACQUES HEYMAN, *The Stone Skeleton*.

La figura de Jacques Heyman tiene una relevancia fundamental en el presente estudio debido a su trabajo en la recopilación de la historia de las estructuras. Sus trabajos: *Análisis de las estructuras, un estudio histórico*, 1998 y *La ciencia de las estructuras*, 2001 me ha proporcionado una perspectiva clara de la evolución histórica del cálculo de estructuras, comenzando desde el problema de Galileo hasta el desarrollo del Cálculo de estados límites.

3- NORMATIVA DE REFERENCIA PARA EL CÁLCULO PLÁSTICO



RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

EUROCÓDICO 3: - Normativa europea

ANSI/AISC 360-10 - Normativa EEUU

BS5950 - Normativa Reino Unido

Se hace referencia al uso profesional y práctico del cálculo de estado límites en las normativas de distintos países:

Como primera referencia cabe destacar la norma *BS449* Aprobada en Gran Bretaña en 1949, gracias a las investigaciones llevadas a cabo por Baker, para el Comité de Investigación de Estructuras de Acero, creada por la industria Británica.

Table 1.1 *Summary of design methods*

Design	Analysis	Connections	Comments
Simple	Pin joints	Nominally pinned	An economic method for braced multi-storey frames. Connection design is for strength only (plus robustness requirements, see Section 1.6.6). Both in-plane and out-of-plane bracing is required.
Continuous	Elastic	Rigid	In conventional elastic analysis, connections are designed for forces and moments. In plastic analysis, plastic hinges form in the adjacent member, not in the connections. Elastic plastic analysis is popular for portal frame design where joints are considered full strength and rigid. Generally, joints should have sufficient rotational stiffness for in-plane stability.
	Plastic	Full strength	
	Elastic-Plastic	Full strength and rigid	
Semi - continuous	Elastic	Semi-rigid	Elastic analysis is not ideal for semi-continuous design because it requires quantification of connection stiffness, which may prove difficult in practice.
	See ref. 3 & 4	Partial strength and ductile	SCI publication P183 ⁽³⁾ provides a design method for semi-continuous braced frames. SCI publication P263 ⁽⁴⁾ details the wind-moment method for unbraced frames.
	Elastic-Plastic	Partial strength and/or semi-rigid	Full connection properties are modelled in the analysis. Currently used more for research than for practical design.

Figura 12: Tabla de la norma actual de Gran Bretaña BS 5950-1:2000

Revisada en 1985 con la publicación de la norma *BS5950* "Introduction to Steelwork Design" (Introducción al diseño de estructuras de acero) y posteriormente en 1990 y 2003. Es reseñable por significar esa primera versión de 1949 un punto fundamental en la historia y la regularización de este método.

3. Normativa de referencia

Y en la actualidad por dejar desde la introducción su relevancia en la clasificación de métodos de diseño (apartado 1.3). Posteriormente en el apartado 12 trata de manera específica el diseño plástico de pórticos, aportando en el Apéndice A un ejemplo de cálculo pormenorizado.

También encontramos la normativa estadounidense **ANSI/AISC 360-10**, An American National Standard "*Specification for Structural Steel Buildings*". En el APPENDIX 1 "*DESIGN BY INELASTIC ANALYSIS*" desarrolla métodos de análisis no lineales, que van desde el cálculo plástico tradicional hasta el diseño con métodos de análisis de elementos finitos más avanzados; para estructuras de acero como vigas continuas, pórticos, arriostramientos y combinaciones.

En España, se aplica el **Eurocodigo 3** (EC3), que da reglas mínimas en cuanto a lo que el cálculo plástico se refiere:

Art. 3.2.2 Características del acero laminado en caliente. Incluyendo aquellas relacionadas con el cálculo plástico.

Art. 3.2.2.2 Análisis plástico y la relación entre la resistencia última, el límite elástico y el alargamiento de rotura.

Art. 5.2.1.4 Análisis global plástico. Pueden usarse los métodos rígido-plástico o elasto-plástico, y dentro de éste último se distingue el elástico-plástico y elástico-perfectamente plástico.

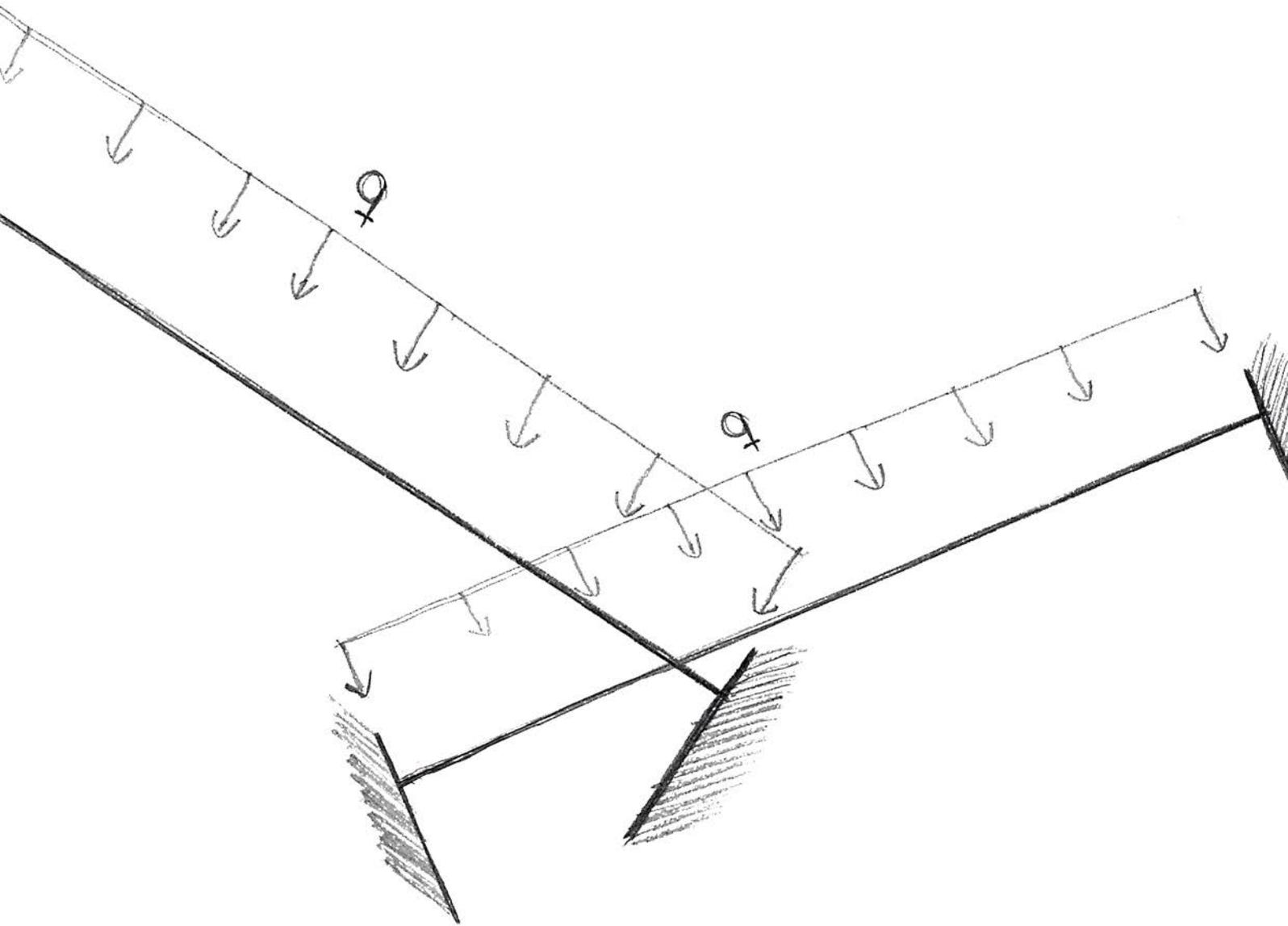
Art. 5.2.6.3 Análisis plástico de pórticos traslacionales. Establece que en general se utilizará análisis elasto-plástico, pero se puede usar el rígido-plástico en algunos pórticos de hasta dos plantas.

Art. 5.2.7 Requisitos de los pilares para el análisis plástico. Con una capacidad de giro mínimos y unas condiciones sobre la esbeltez de los pilares.

Art. 5.3.3 Condiciones de las secciones transversales. Profundizando en los requisitos de aquellas secciones con rótulas plásticas.

Además en el Código Técnico de la Edificación, en el Documento Básico de Seguridad Estructural en Acero (CTE – DB – A) En el apartado 5.5 "*Análisis plástico*" establece unos requisitos y condiciones básicas de este método de cálculo. Y en el Apartado 6.2 "*Resistencia de Secciones*" especifica la distribución de tensiones en las secciones (entre ellas las plásticas), sin ahondar en ningún punto en el propio método.

4- REQUISITOS DEL CÁLCULO PLÁSTICO



JURADO CABAÑES, CARLOS (2013)
Capítulo 15. Cálculo plástico de estructuras
En *Cálculo de estructuras*, Tomo II.

RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

ORTIZ HERRERA, JESÚS (2002)
Estructuras de Esificación. Análisis lineal y no lineal.
Edición Ariel Ciencia y Tecnología

4. Requisitos del cálculo plástico

El método de análisis plástico que se irá desarrollando en lo sucesivo no tiene carácter general. Algunas de las condiciones que la estructura ha de cumplir para que dicho análisis sea válido son:

- En estructuras metálicas es necesario que el acero tenga una ductilidad adecuada para que pueda desarrollarse la resistencia plástica de los perfiles. Esta ductilidad se da en los perfiles de clase 1 plástica (Eurocódigos): IPN 80-600, IPE 80-600, HEB 100-600, HEA 100-600, HEM 100-600 en las calidades de acero S 235 y S 275; los límites de ductilidad están garantizados, por lo que a efectos de cálculo se puede considerar la ductilidad ilimitada.

Otras categorías de perfiles (clases 2 compacta; 3 semicompacta o elástica; 4 esbelta) pueden experimentar colapsos prematuros por diversos fenómenos de pandeo, por lo que no admiten cálculo plástico.

- Que una vez formada la rótula plástica tenga suficiente capacidad rotatoria para permitir la formación del mecanismo de colapso y la redistribución de momentos.

- Que la carga de la estructura sea predominantemente estática.

- Como con la fluencia se reduce la rigidez, los elementos que tienen rótulas plásticas son especialmente proclives a ser inestables; los límites de esbeltez son muy estrictos por lo que en muchos casos tienen que ser arriostrados lateralmente.

Los fenómenos de inestabilidad locales o generales deben estar impedidos (como se haría en el cálculo elástico), salvo comprobaciones específicas.

Para evitar el pandeo lateral, suele ser suficiente que el perfil está atado a un forjado. En caso de abolladura del alma, bajo cargas puntuales o apoyos en el centro del vano importantes se limita con rigidizadores verticales soldados al alma.

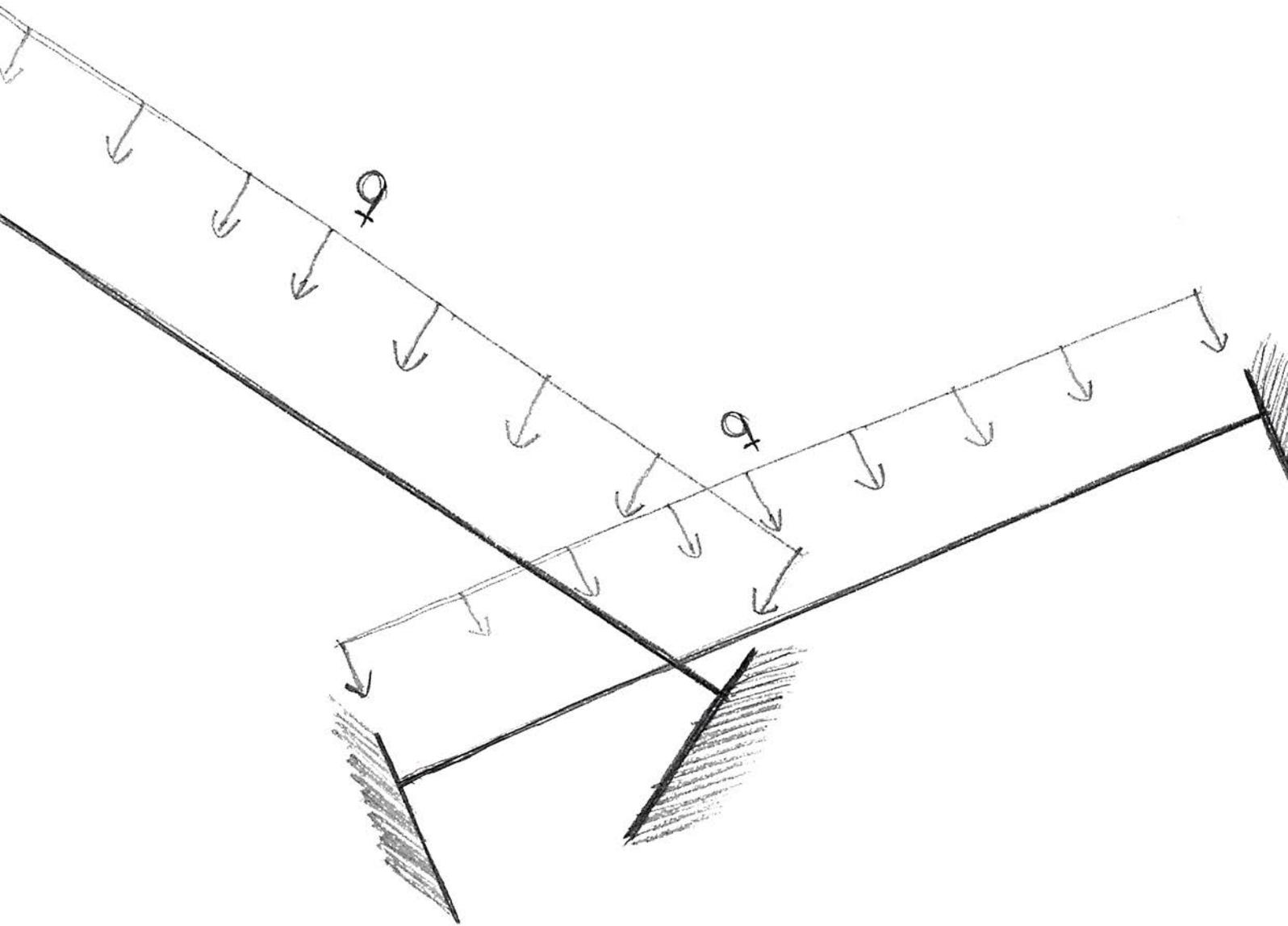
4. Requisitos del cálculo plástico

- En estructuras de hormigón armado es necesario para la aplicación del método cuidar los detalles constructivos de las secciones críticas, en sus piezas hiperestáticas, para conseguir un comportamiento “dúctil”.

Si bien no es el objeto de este trabajo el estudio de estos detalles constructivos si podemos mencionar algunas recomendaciones básicas: límites siempre que sea posible en la cuantía de armadura traccionada; disposición de armaduras de compresión, adecuadamente anclada en las secciones fuertemente solicitadas; aumentar cercado en secciones críticas ya que el zunchado mejora la ductilidad del hormigón.

- Limitar las rotaciones plásticas exclusivamente a las secciones críticas necesarias para llegar al mecanismo de colapso.

5- HÍPÓTESIS INICIALES DEL CÁLCULO PLÁSTICO



JURADO CABAÑES, CARLOS (2013)
Capítulo 15. Cálculo plástico de estructuras
En *Cálculo de estructuras*, Tomo II.

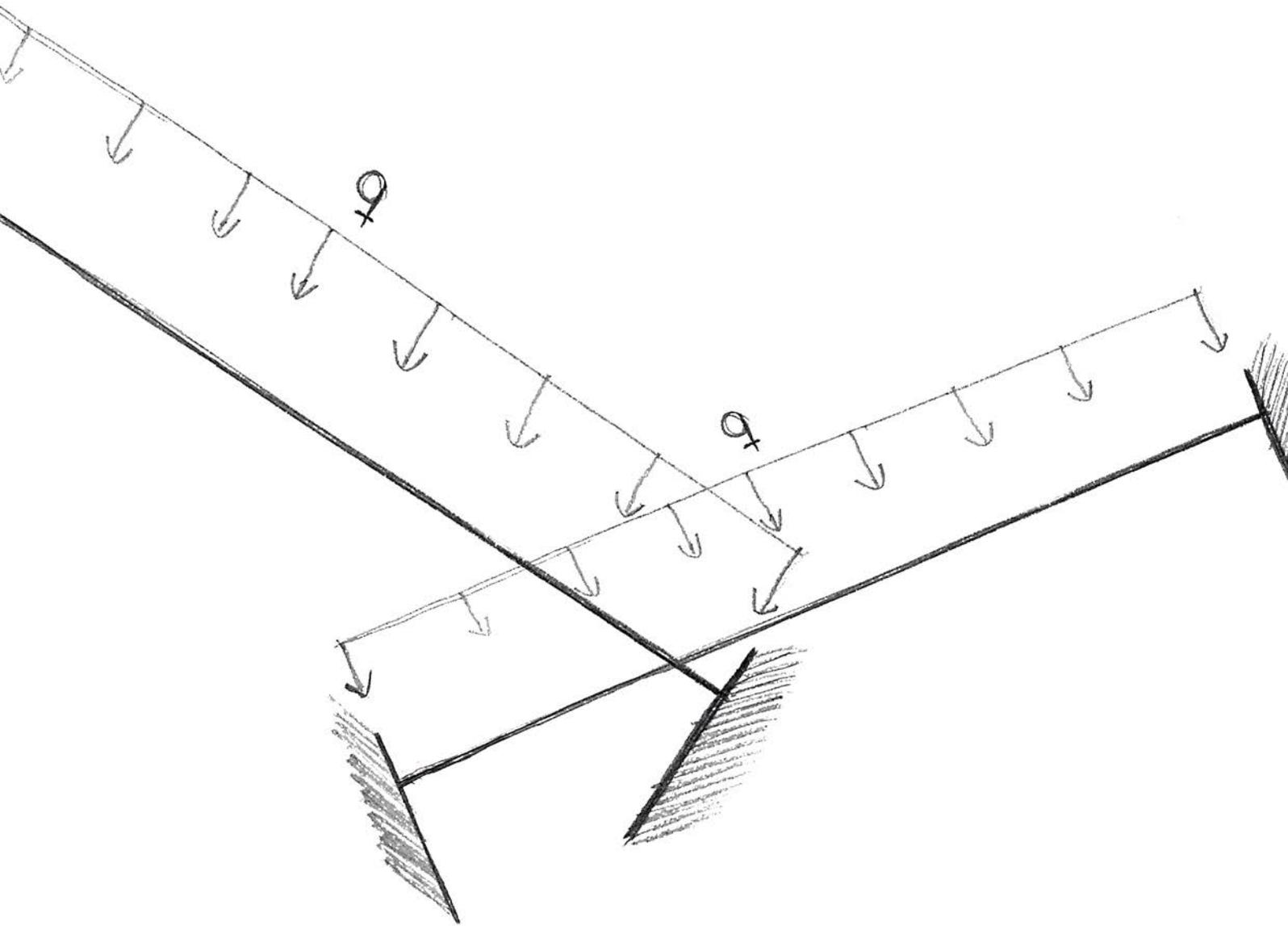
RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

5. Hipótesis iniciales del cálculo plástico

Como hipótesis iniciales del cálculo plástico, que permitirán llegar a una solución única del mismo, se consideran las siguientes:

- Las estructuras a analizar se encuentran en equilibrio estable.
- Se admite que en la fase elástica las estructuras se comportan de acuerdo con las leyes de la Resistencia de Materiales.
- En la fase plástica las deformaciones no modifican el punto de aplicación de las cargas exteriores.
- Se admite que los materiales son homogéneos e isotrópicos y que se deforman de tal forma que a mayor carga corresponde mayor deformación.
- Se considera que el módulo y límite elástico del material son iguales a tracción y a compresión.
- Se admite que la rebanada se deforma proporcionalmente a las cargas hasta alcanzar el límite elástico, a partir de este punto fluye continuamente, aumentando las deformaciones a tensión constante.
- Durante la plastificación de la rebanada se admite la hipótesis de Navier en el que las secciones planas se deforman conservándose planas.
- Durante la fase elástica es válido el principio de superposición, sin embargo durante la fase plástica no es aplicable.
- Se considera un crecimiento proporcional de las cargas exteriores al pasar de un estado de cargas a otro superior (**estado de cargas proporcional**).

6- CONCEPTOS INICIALES DEL CÁLCULO PLÁSTICO



JURADO CABAÑES, CARLOS (2013)
Capítulo 15. Cálculo plástico de estructuras
En *Cálculo de estructuras*, Tomo II.

RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

http://ing.unne.edu.ar/pub/e3_cap5.pdf
Análisis plástico de Estructuras
Estabilidad III. Facultad de Ingeniería U.N.N.E.

6.1. Rótula plástica:

Cuando un momento flector solicita una rebanada, esta pasa por tres fases:

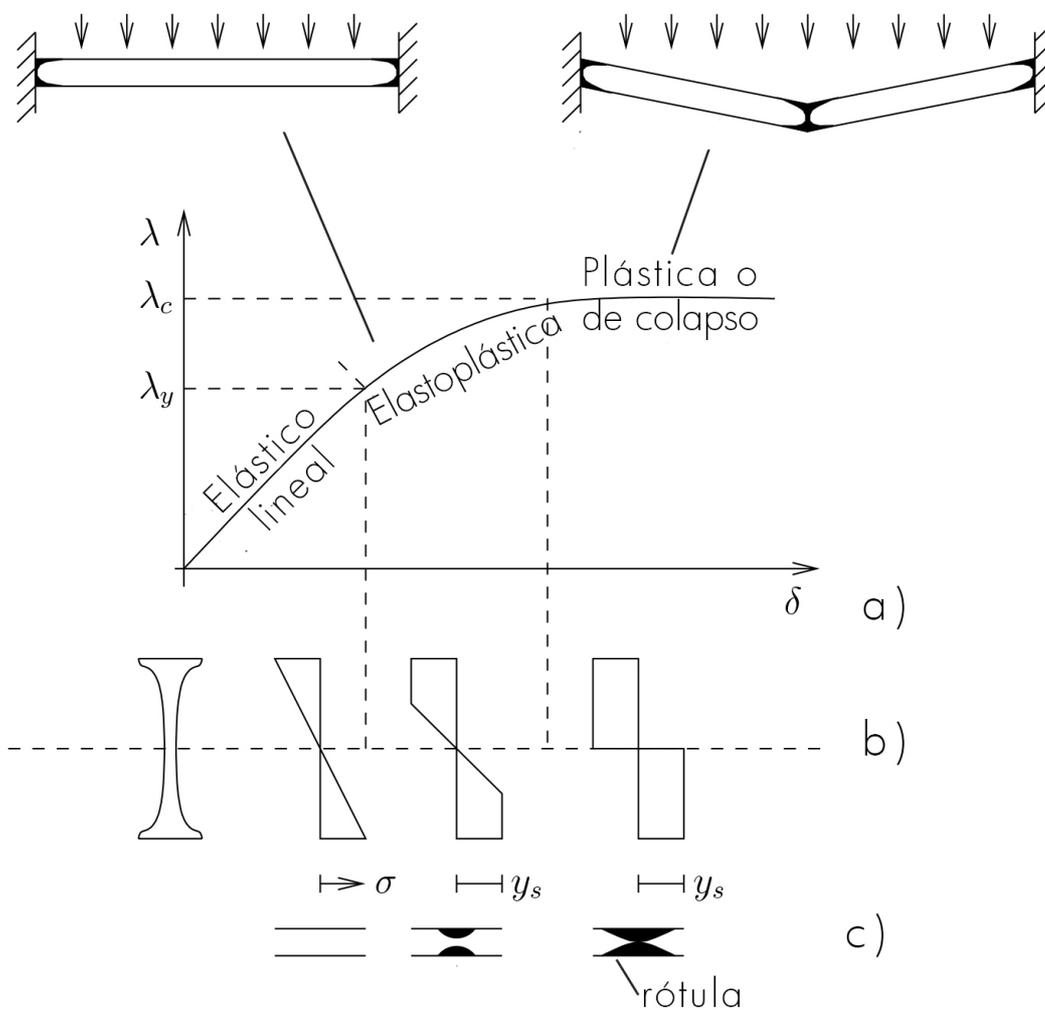


Figura 13a: Muestra la evolución del factor de la carga conforme crece la deflexión en un punto.

Figura 11b: Fases de distribución de tensiones en el punto conforme crece la carga.

Figura 11c: Distribución especial de la zona plástica.

6. Conceptos fundamentales del cálculo plástico

Fase elástica lineal: el momento flector que actúa sobre la rebanada es igual o inferior a M_e y la distribución de tensiones normales es línea. Si la sección es simétrica cuando $M = M_e$, la tensión normal en las fibras externas de la rebanada es igual a σ_f . La tensión es proporcional a la deformación.

Fase elastoplástica: el momento flector M_{ep} está comprendido entre el momento elástico y el momento plástico, el alargamiento unitario supera al límite elástico por lo que empiezan a producirse deformaciones permanentes. Hay zonas plásticas y otras en régimen elástico.

Fase plástica: el momento flector iguala al momento plástico M_p , plastificándose todas las fibras de la sección y el giro entre las dos caras de la rebanada aumenta mientras actúe dicho momento, hasta que se llegue a la deformación de rotura del material, cuando la rebanada actúa como rótula plástica. La sección pierde la capacidad para seguir absorbiendo más carga, suponiendo su incremento el **colapso** de la viga.

En la Figura 13, que se muestra a continuación, se aprecia la gráfica momento - curvatura, la relación entre momento flector y la deformación de la pieza y la tensión de la rebana en la rótula desde que entra en carga hasta que se agota la estructura. Para una sección característica de acero y una de hormigón. Se puede ver como a diferencia del acero el hormigón no se comporta de una manera "ideal" ni en la fase elástica, en la cual de hecho ya aparece fisuración.

DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA TÍPICO DE UNA SECCIÓN DE ACERO

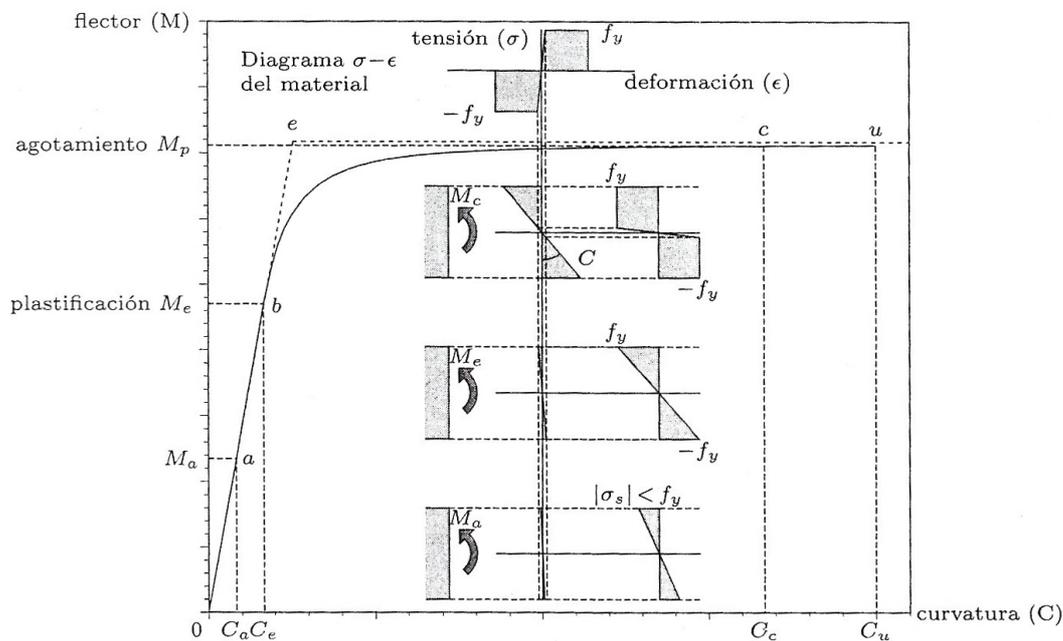


DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA TÍPICO DE UNA SECCIÓN DE HORMIGÓN

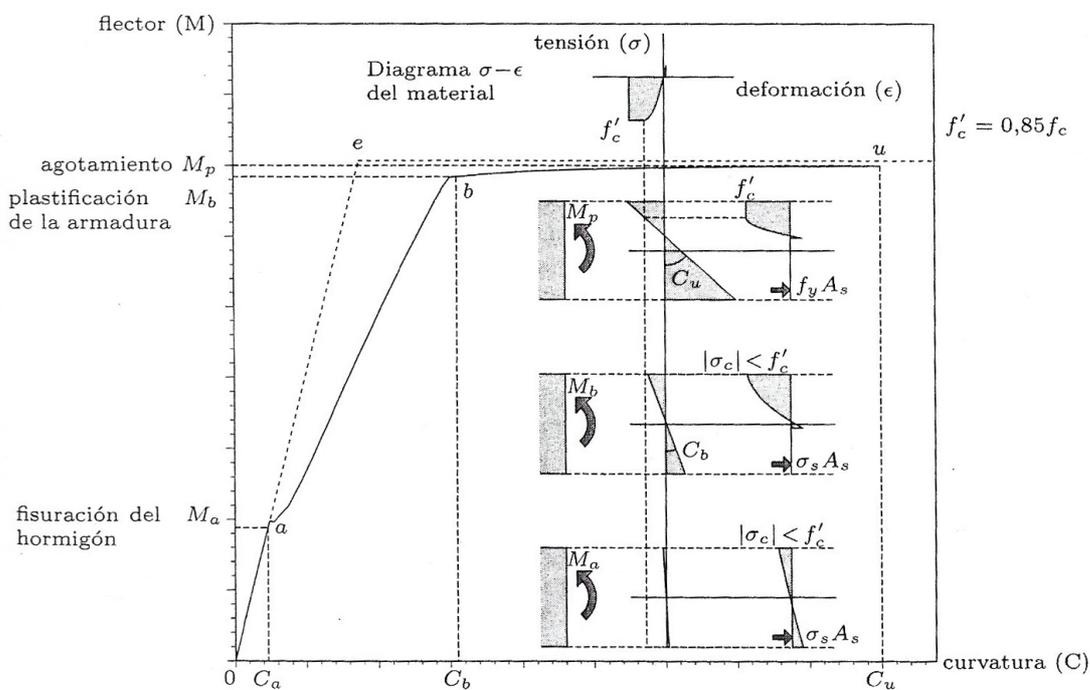


Figura 14: Diagrama momento-curvatura en acero y hotmigón

Fuente: Estructuras de IEdificación, Análisis lineal y no lineal

Jesús Ortiz, jose Ignacio Hernando, Ariel Ciencia, pág. 277 Fig. 61

6.2. Momento plástico. Factor de forma:

En apartados anteriores ya se ha hecho referencia a los conceptos momento elástico y plástico, que ahora se definirán:

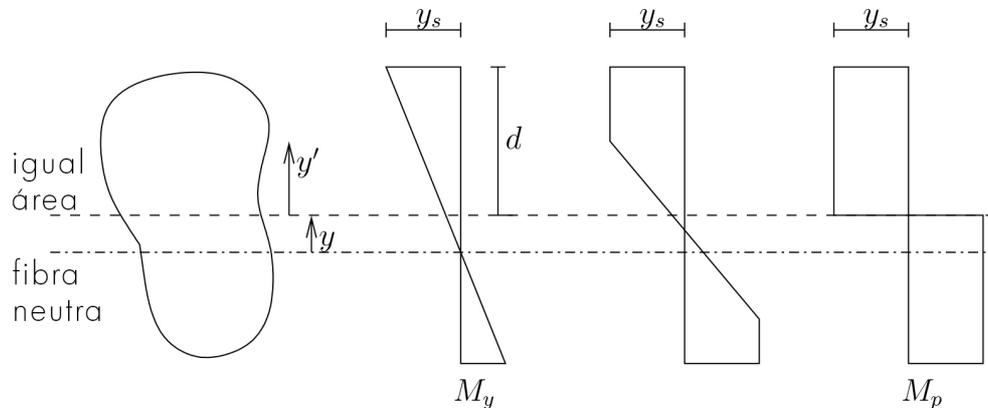


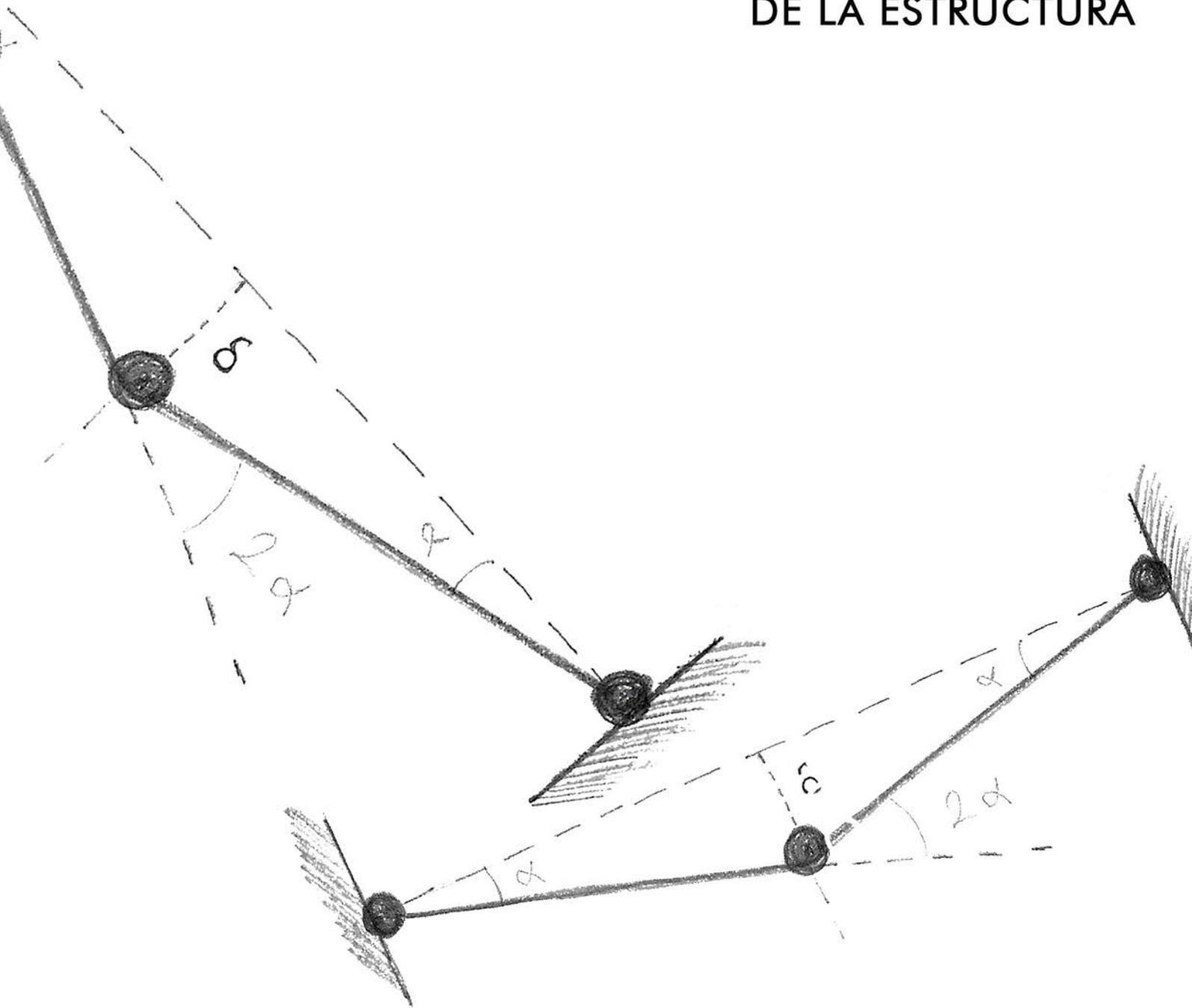
Figura 15: Determinación y transición del momento plástico al elástico.

Momento elástico M_e : el momento necesario para que se alcance en la primera fibra de la sección, la más alejada de la fibra neutra, la tensión de planificación σ_f .

Momento plástico M_p : el valor de momento actuante sobre la rebanada que hace que todas las fibras de la misma estén plastificadas con una tensión normal igual a $\pm\sigma_f$. Se suele denominar **momento plástico total**, para distinguirlo del momento plástico de inicio, que es aquel en el que comienza a plastificar la sección una vez se sobrepasa el momento elástico; viene determinado por la inercia elástica medida en la fibra neutra.

Una vez calculados ambos momentos, M_p y M_e , se llama **factor de forma λ** a la razón entre ambos.

7- AGOTAMIENTO DE LA ESTRUCTURA



JURADO CABAÑES, CARLOS (2013)
Capítulo 15. Cálculo plástico de estructuras
En *Cálculo de estructuras*, Tomo II.

RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

ORTIZ HERRERA, JESÚS (2002)
Estructuras de Esificación. Análisis lineal y no lineal.
Edición Ariel Ciencia y Tecnología

7.1. Criterios para mecanismo de colapso válido:

Ya definido el concepto de rótula plástica estableceremos el criterio de agotamiento de una estructura por plastificación (formación del número suficiente de rótulas plásticas, como para que la estructura se considere un mecanismo). Para lo que se tendrán en cuenta las siguientes consideraciones:

- Se supondrá que todas las cargas (repartidas, puntuales o momentos) a las que los elementos estructurales están sometidos se incrementaran de forma proporcional, **estado proporcional de carga**.
- Las cargas que originen por primera vez en un sección de la estructura la tensión normal en la primera fibra se denominaran cargas o momentos elásticos, con el supíndice e.
- Las cargas que producen el suficiente número de rótulas plásticas para que la estructura se agote, se designaran cargas o momentos plásticos con el supíndice p.
- Para que una estructura se agote son necesarias tantas rótulas plásticas como reacciones hiperestáticas haya más una.

Sin embargo si la estructura está constituida por varias piezas (viga continua, pórticos, etc.) basta con que se agote una pieza para que se considere agotada la estructura y entonces el número de rótulas plásticas puede ser menor que el grado de hiperestabilidad de la estructura.

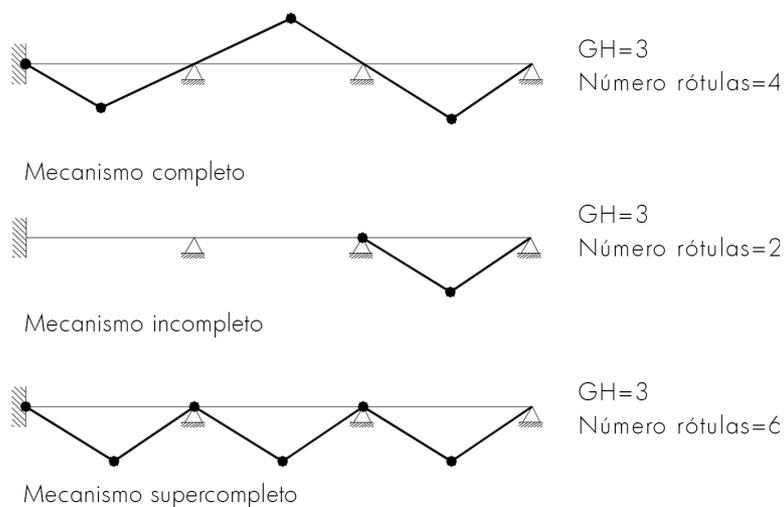


Figura 16: Tipos de mecanismo según la relación entre el grado de hiperestatismo (GH) y el número de rótulas.

7. Agotamiento de la estructura

- Si el agotamiento de una estructura se produce por la aparición de menos rótulas que el grado de hiperestabilidad más uno, se denominará “**mecanismo incompleto**”. Y si necesitan más rótulas, “**mecanismo supercompleto**”.
- Las deformaciones en el instante en que se produce el agotamiento son pequeñas y no modifican la posición de las cargas exteriores.
- En una pieza se formarán rótulas plásticas en las secciones más solicitadas (empotramientos, puntos de aplicación de las cargas, etc.). El orden en el que se producirán las rótulas hasta el colapso puede ser deducido mediante los métodos de la resistencia de materiales, si bien es indiferente para la aplicación del cálculo plástico.

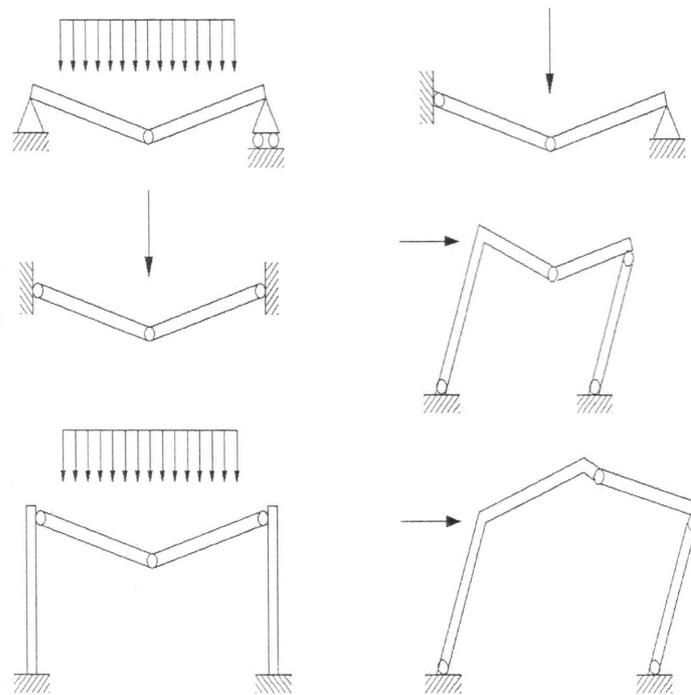


Figura 17: Ejemplos de mecanismos de agotamiento o colapso

Observando los mecanismos de agotamiento anteriores se aprecia que en una misma estructura pueden diferenciarse varios mecanismos de agotamiento o colapso, incluso para un mismo tipo de cargas. No obstante ya ha quedado establecido que solo puede existir una solución, para determinar el mecanismo correcto y asegurarse de que solo hay uno, se tendrán en cuenta los teoremas de máximo o teorema cinemático y mínimo o teorema estático.

7.2. Teorema de la unicidad:

El valor de la carga de colapso que satisface simultáneamente las tres condiciones de equilibrio, mecanismo y plastificación es único.

$$\lambda = \lambda_c \text{ (Unicidad)} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Mecanismo} \\ \text{Equilibrio} \\ \text{Plastificación} \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \lambda \geq \lambda_c \text{ (Mínimo)} \\ \lambda \leq \lambda_c \text{ (Máximo)} \end{array}$$

Equilibrio: los momentos flectores han de representar una ley de equilibrio entre las fuerzas internas y las fuerzas aplicadas o externas.

Mecanismo: En el colapso, el momento flector ha de igualarse al momento plástico, en un número suficiente de secciones como para constituir un mecanismo en toda la estructura, o parte de ella.

Plastificación: en ninguna sección el momento flector puede superar al momento plástico.

7.3. Teorema del mínimo:

“En el análisis plástico de una estructura, una elección arbitraria del mecanismo de colapso proporcionará una estimación de la carga de colapso (o factor de carga) mayor o igual a la correcta.” Es decir, los tanteos proporcionan acotaciones superiores o iguales al factor de forma es igual o mayor del mecanismo real.

En otras palabras si se tiene un mecanismo de rotura en equilibrio y los momentos flectores en cada sección son iguales o menores que los momentos plásticos correspondientes, el estado de cargas que lo ha originado es menor o igual que el de agotamiento de la estructura.

La incógnita del proceso de trabajo es la selección del mecanismo de colapso.

1) Se determinarán los mecanismos de trabajo probables, de acuerdo a lo estudiado anteriormente y al grado de hiperestatismo.

2) Conociendo el momento plástico máximo de la estructura. Se comprueba que la ley de momentos valga el momento plástica en las tres rótulas y se despeja el factor de forma que multiplica al momento elástico en el punto de la rótula.

3) Se repite el proceso con los otros mecanismos de colapso posibles y será válido aquel en el que factor de forma sea menor. O se comprueba que cumpla la condición de cedencia en los otros mecanismo de colapso posibles.

No conociendo el Momento plástico se realiza un proceso similar y se comprueba la condición de cedencia con el mayor momento plástico en primer lugar y descendiendo.

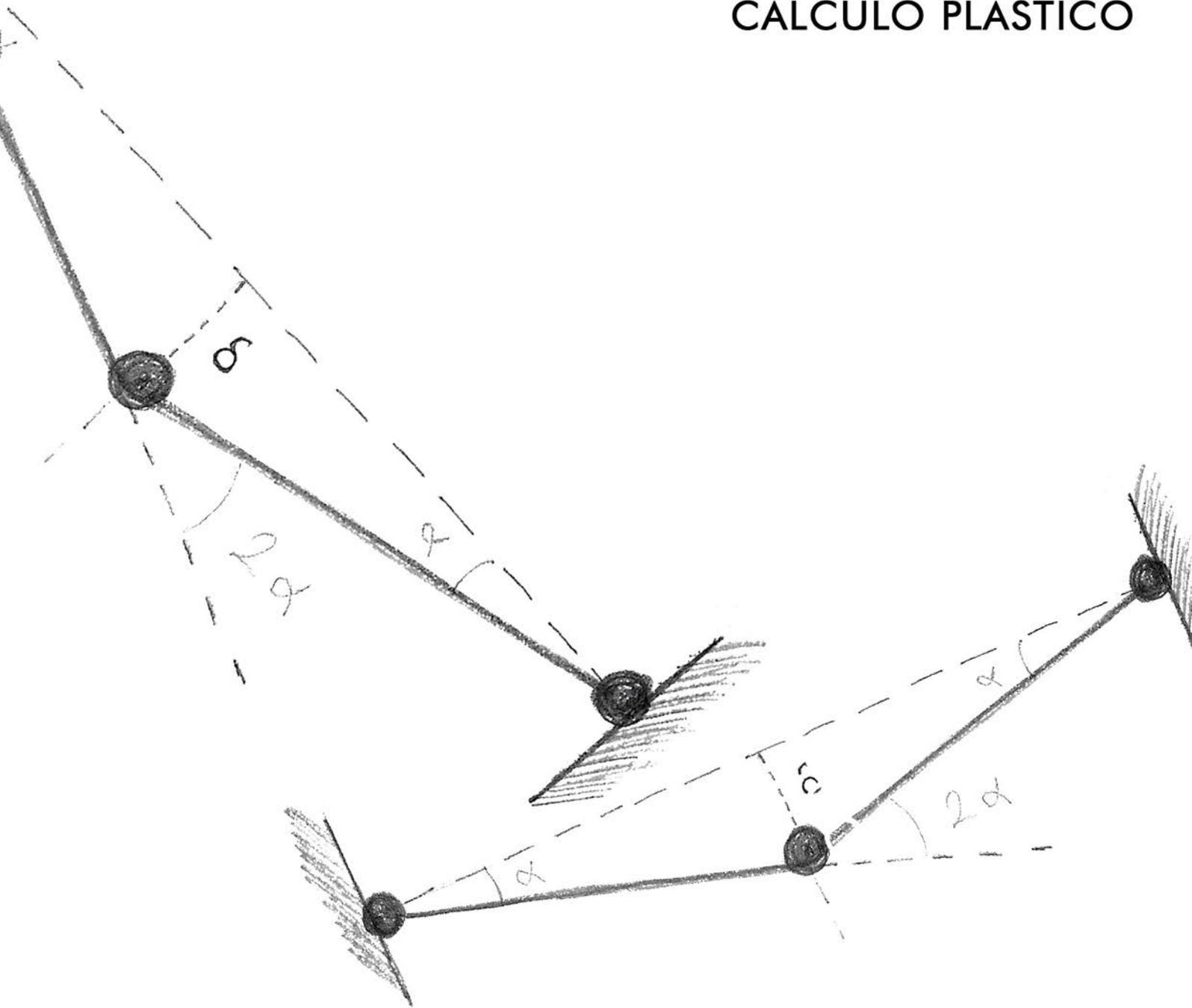
7.4. Teorema del máximo:

“Una condición de equilibrio arbitraria que satisfaga la condición de plasticidad proporcionará una estimación de la carga de colapso menor o igual a la correcta.”

Esto significa encontrar un estado arbitrario que satisfaga las condiciones de equilibrio y plastificación, sin asegurar que el mecanismo está del lado de la seguridad.

El teorema se demuestra indicando que si se imagina un número suficiente de rótulas plásticas para convertir la estructura es un mecanismo y se aplica el teorema de los trabajos virtuales, la carga que se obtiene para ese mecanismo. Debe ser la correcta o menos, pero nunca mayor.

8- MÉTODOS DE CÁLCULO PLÁSTICO



JURADO CABAÑES, CARLOS (2013)
Capítulo 15. Cálculo plástico de estructuras
En *Cálculo de estructuras*, Tomo II.

MCCORMAC, JACK C. (2011)
Análisis de estructuras métodos clásico y matricial
Editor: Marcombo, Alfaomega

RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

Existen tres métodos de cálculo plástico para determinar la carga de agotamiento de una estructura:

8.1. Método iterativo de generación de rótulas plásticas:

Consiste en estudiar en cada estado las leyes de momentos flectores de acuerdo con la Resistencia de Materiales y asignar una rótula plástica al momento flector mayor. A continuación por aplicación de la Resistencia de Materiales se vuelven a calcular las leyes de momentos flectores y al de mayor valor se le asigna la segunda rótula plástica y así sucesivamente.

Por medio de este método se garantiza en cada estado la condición de equilibrio; el momento de agotamiento en cada rótula es el mismo y el que determina el material y la unicidad de la solución. Nos llevará por lo tanto al valor correcto, pero es muy laborioso.

8.2. Método estático:

Este método se basa en dos teoremas:

- 1) La distribución de momentos flectores en cualquier sección de la estructura ha de ser menor en valor absoluto a la del Momento Plástico.
- 2) Debe existir en cualquier estado, equilibrio entre las cargas exteriores y los esfuerzos.

El proceso operativo consiste en suponer conocidas las reacciones hiperestáticas e ir calculando en cada sección susceptible de alcanzar el agotamiento plástico, los momentos flectores en función de las cargas exteriores y de las reacciones hiperestáticas. Así se eliminan las reacciones hiperestáticas y obteniendo un sistema de ecuaciones en el que se relacionan los momentos flectores con las cargas exteriores. Al momento de la sección donde se ha supuesto las rótulas plásticas se le asigna el valor M_p (del momento plástico), de manera que cumple la Resistencia de Materiales y el mecanismo corresponde a la solución única.

8.3. Método de los trabajos virtuales:

Puede aplicar a cualquier estructura, permitiendo calcular los desplazamientos y rotaciones, así como las deformaciones causadas por efectos de cambios de temperatura.

Este principio relaciona un sistema de fuerzas en equilibrio con un sistema compatible para esa estructura de desplazamiento. La palabra virtual significa no de hecho sino equivalente, es decir, las cantidades virtuales que se consideran no existen en sentido real. Cuando se habla de desplazamiento virtual es pues un desplazamiento ficticio que se impone a la estructura.

El Principio de los Trabajos Virtuales fue utilizado por Galileo para el diseño y cálculo de mecanismo y desarrollado teóricamente con un enunciado más formal por La Grange . En lo concerniente a su aplicación a la mecánica de cuerpos rígidos, dado que estos no sufren deformaciones sino desplazamiento, por que le debió ser reformulado. Lo que hizo Johan Bernoulli. En 1717 de la siguiente manera:

“Dado un cuerpo rígido mantenido en equilibrio por un sistema de fuerzas, el trabajo virtual efectuado por ese sistema, durante un desplazamiento virtual es nulo”

“Si se aplica un desplazamiento a un cuerpo deformable que está en equilibrio bajo una carga o cargas conocidas, el trabajo externo efectuado por la carga existente debido a este nuevo desplazamiento será igual al trabajo interno efectuado por los esfuerzos que existen en el cuerpo y que fueron acusados por la carga o cargas original”

El en presente trabajo se empleará como método principal para el Calculo Plástico, sirviendo la exposición anterior, además de como breve introducción histórica al desarrollo del método, para aclarar que no es un método exclusivo o formulado especialmente para el cálculo de estado límites. Su simplicidad en el cálculo así como la posibilidad de calcular distintos valores (cargas, desplazamientos, giros esfuerzos y tensiones internas) a la vez se emplea por físico-matemáticos reconocidos desde el S.XVI – XVII, mucho antes de que Navier desarrollara el cálculo elástico en el siglo XIX.

Se basa en suponer los diferentes mecanismos de rotura, disponiendo las rótulas plásticas en los lugares posibles, estudiados anteriormente. En cada mecanismo de rotura se establece, para la deformación compatible con los enlaces y las rótulas plásticas, de forma que el trabajo desarrollado por los esfuerzos internos sea igual al realizado por las cargas exteriores, es decir: el sumatorio de momentos plásticos en la rótula por su giro sea igual al sumatorio de cargas aplicadas por el desplazamiento eficaz en el mismo punto.

En la aplicación de este método deben utilizarse los teoremas de máximo y mínimo, siendo la carga de colapso de la estructura la menor de todos los mecanismos de colapso válido.

$$\sum M \cdot \alpha = \sum F \cdot d$$

*Figura 18: Fórmula 8.3.
Principio Trabajos Virtuales*

donde:

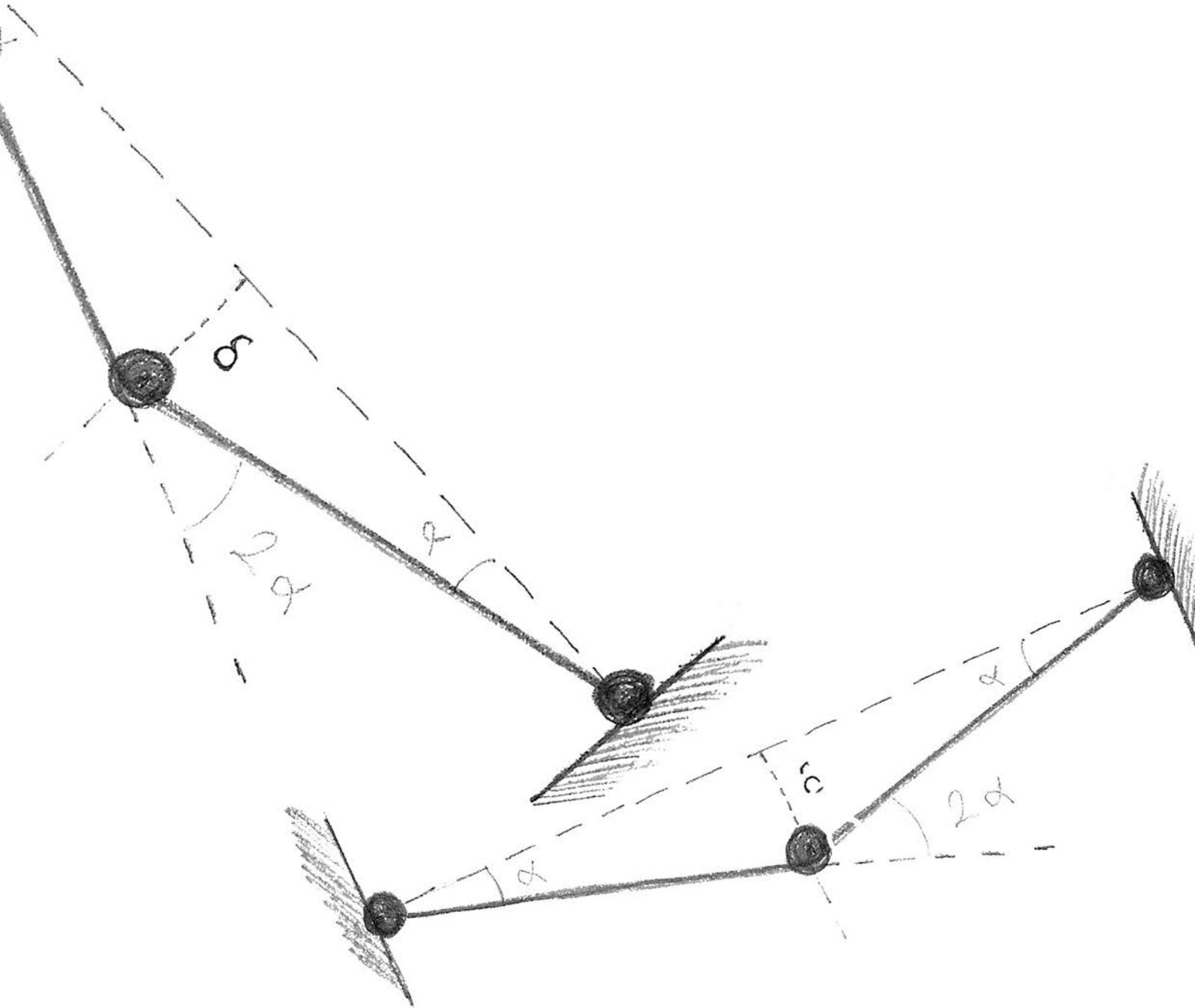
M= momento plástico en la rótula

a= giro de dicha rótula

F= cargas aplicadas a la sección

d= es el desplazamiento eficaz con F en la sección

9- CÁLCULO DE VIGAS



DALMAU, M.R. y VILARDELL (2003)
Apartado 3.4: Vigas continuas
En Análisis Plásticos. Introducción
Edición de la Universidad Politécnica de Cataluña, S.L.

JURADO CABAÑES, CARLOS (2013)
Capítulo 15. Cálculo plástico de estructuras
En Cálculo de estructuras, Tomo II.

RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

9.1. Cálculo de vigas simples:

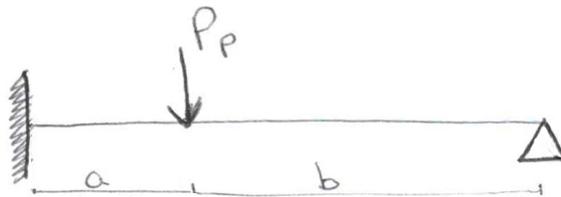
-Viga isostática:

En el caso de vigas isostáticas $M_p = M_e$, para la formación del mecanismo de colapso sólo es necesario que se genere un rótula plástica en la sección de mayor momento flector. Por tanto en todos ellos se verifica que el factor de carga y factor de forma es igual a la razón del momento plástico y elástico.

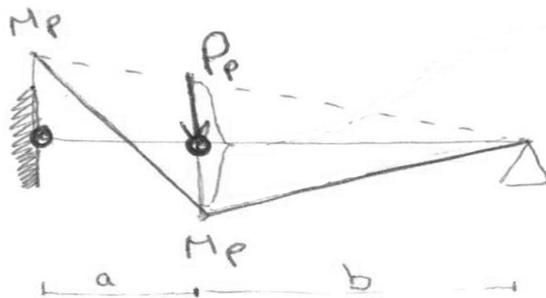
-Vigas hiperestáticas simples:

En este caso para determinar el mecanismo de colapso y momento plástico válido se emplearán los teoremas de mínimo, máximo y unicidad con los métodos de cálculo anteriormente expuestos.

-Viga empotrada-apoyada con carga puntual:



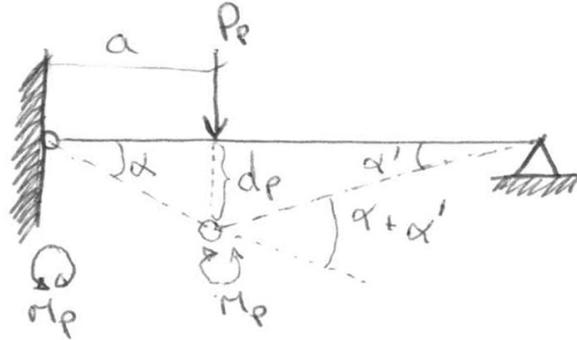
Método estático



$$\frac{LM_p + bM_p}{K} = \frac{P_p ab}{K} \Rightarrow M_p(b+L) = P_p ab \Rightarrow$$

$$\Rightarrow M_p(L-a+L) = P_p a(L-a) \Rightarrow M_p = \frac{P_p a(L-a)}{2L-a}$$

Método de trabajos virtuales:



$$d_p = a \cdot \alpha = (L - a) \alpha' \Rightarrow \alpha' = \frac{a}{L - a} \alpha$$

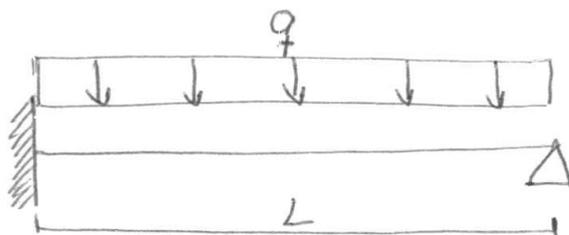
$$\sum P \cdot d_p = \sum M_p \cdot \alpha$$

$$P_p \cdot d_p = M_p \cdot \alpha + M_p (\alpha + \alpha')$$

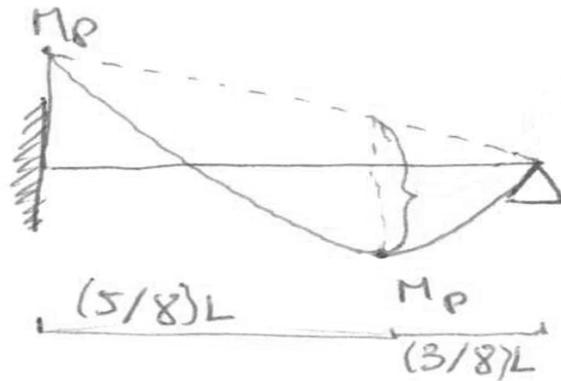
$$P_p a \alpha = M_p \left(2\alpha + \frac{a}{L - a} \alpha \right)$$

$$M_p = \frac{P_p a (L - a)}{2L - a}$$

-Viga empotrada-apoyada con carga repartida:

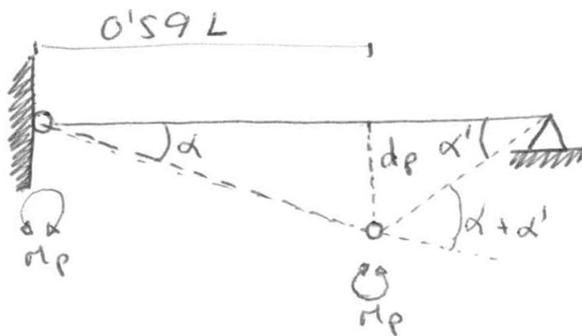


Método estático



$$M_p + 0.375 M_p = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow M_p = \frac{qL^2}{11}$$

Método de trabajos virtuales



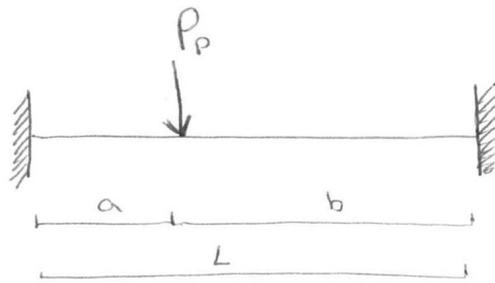
$$d_p = \frac{5}{8} L \alpha = \frac{3}{8} L \alpha' \Rightarrow \alpha' = \frac{5}{3} \alpha = 1.667 \alpha$$

$$\sum P \cdot d_p = \sum M_p \alpha$$

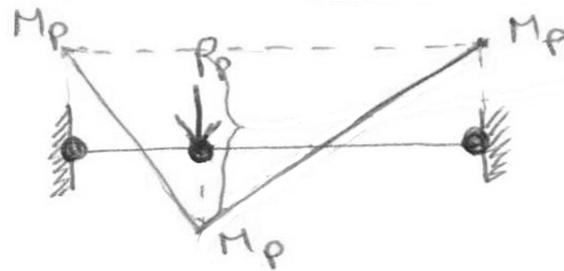
$$q \cdot \frac{1}{2} \cdot L \cdot \frac{5}{8} L \alpha = M_p \left(\alpha + \alpha + \frac{5}{3} \alpha \right)$$

$$M_p = \frac{qL^2}{11}$$

-Viga biempotrada con carga puntual:

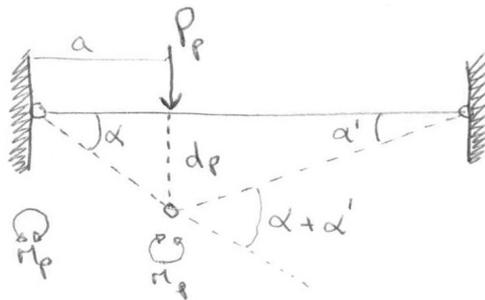


Método estático



$$2M_p = \frac{P_p a b}{L} \Rightarrow M_p = \frac{P_p a b}{2L}$$

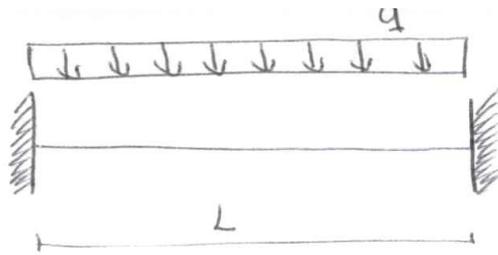
Método trabajos virtuales:



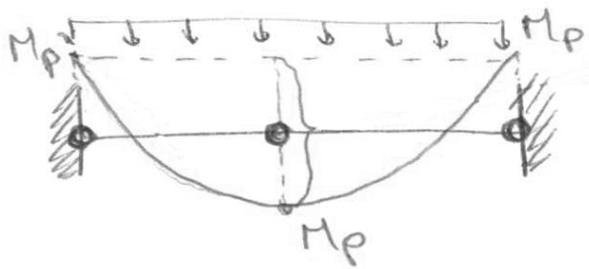
$$P_p \cdot a \cdot d = M_p \left[\alpha + \frac{a}{L-a} \alpha + \alpha \left(1 + \frac{a}{L-a} \right) \right]$$

$$M_p = \frac{P_p a (L-a)}{2L} = \frac{P_p a b}{2L}$$

-Viga biempotrada con carga repartida:

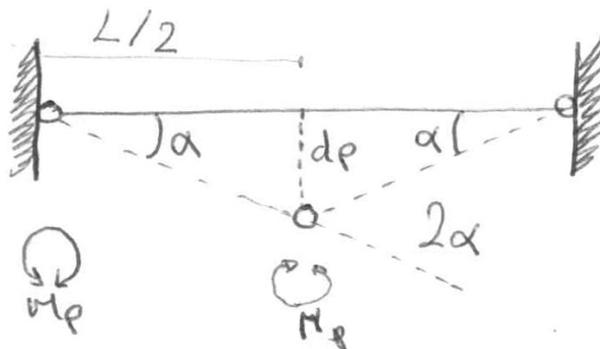


Método estático:



$$2M_p = \frac{qL^2}{8} \Rightarrow M_p = \frac{qL^2}{16}$$

Método trabajos virtuales:



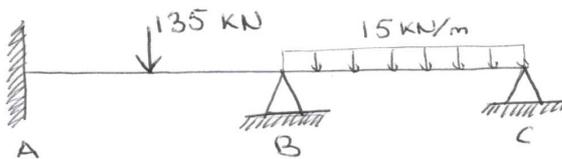
$$q \left(\frac{L}{2} \cdot \frac{L\alpha}{2} \right) = M_p (\alpha + 2\alpha + \alpha)$$

$$M_p = \frac{qL^2}{16}$$

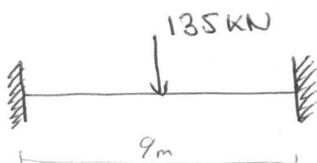
9.2. Cálculo vigas compuestas:

Aquí aunque el grado de hiperestabilidad es igual o mayor al número de apoyos más uno, no son necesarias ese número de rótulas para colapsar, la viga continua se considera agotada cuando colapse uno solo de sus vanos.

De este modo la viga se estudia tramo a tramo sustituyendo al resto de la viga por empotramientos, comprobando el de M_p mayor con la condición de cedencia. O aplicando el teorema de máximo o mínimo (método elástico) seguido de la corroboración de la condición de cedencia. El mayor momento plástico nos lo da el mecanismo I con la rótula en el tramo AB, por lo que sobre este comprobamos la condición de cedencia.



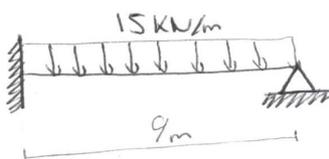
MECANISMO I - TRAMO AB



Viga biempotrada con carga puntual

$$M_p = \frac{P_p \cdot a \cdot b}{2L} = \frac{135 \text{ kN} \cdot 4.5 \text{ m} \cdot 4.5 \text{ m}}{2 \cdot 9 \text{ m}} = 151.88 \text{ kNm}$$

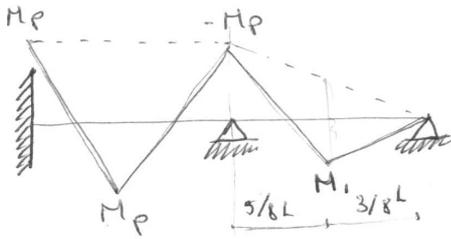
MECANISMO II - TRAMO BC



Viga empotrada-apoyada con carga repartida

$$M_p = \frac{qL^2}{11} = \frac{15 \text{ kN/m} \cdot (9 \text{ m})^2}{11} = 110.5 \text{ kNm}$$

9. Cálculo plástico de vigas



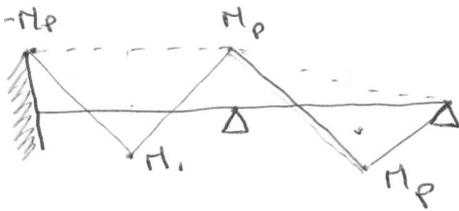
$$M_i + 3'375 M_p = \frac{15 \text{ KN/m} \cdot (9\text{m})^2}{8}$$

$$M_i = \frac{15 \text{ KN/m} \cdot (9\text{m})^2}{8} - 3'375 \cdot 160'31 \text{ KNm}$$

$$M_i = 91'76 \text{ KN/m} < M_p$$

Cumple la condición de cedencia por lo que no habría de comprobarlo en el Mecanismo II, no obstante en esta ocasión lo haremos para comprobar la teoría de unicidad.

MECANISMO II

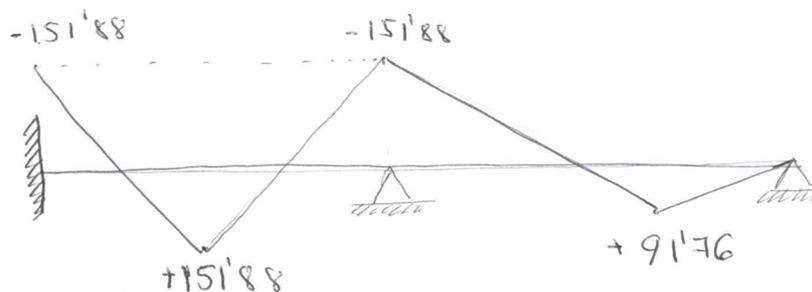


$$M_p + M_i = \frac{135 \text{ KN} \cdot 4'5\text{m} \cdot 4'5\text{m}}{9\text{m}}$$

$$M_i = 193'25 > M_p$$

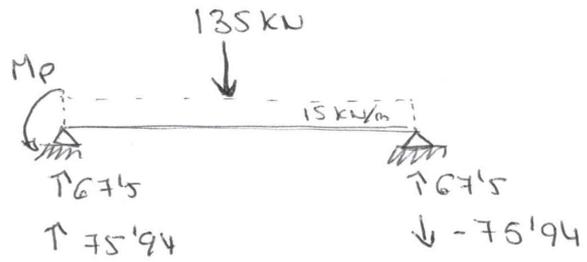
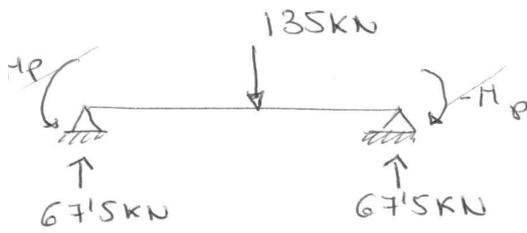
Comprobamos que el mecanismo II, con la rótula en el tramo BC, no cumple la condición de cedencia. Quedando así demostrado que se cumple la teoría de unicidad. A partir de aquí ya tenemos el diagrama de momentos determinado y desde los momentos podremos calcular los cortantes y las reacciones:

DIAGRAMA DE MOMENTOS

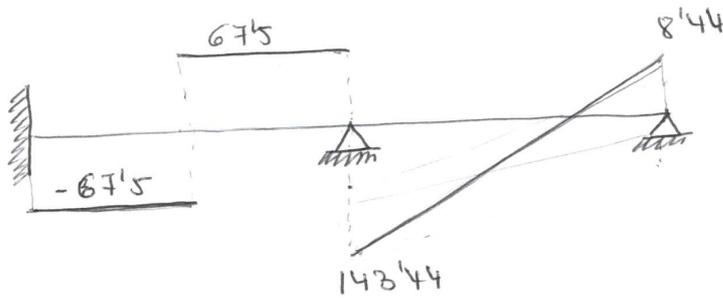


9. Cálculo plástico de vigas

CORTANTES

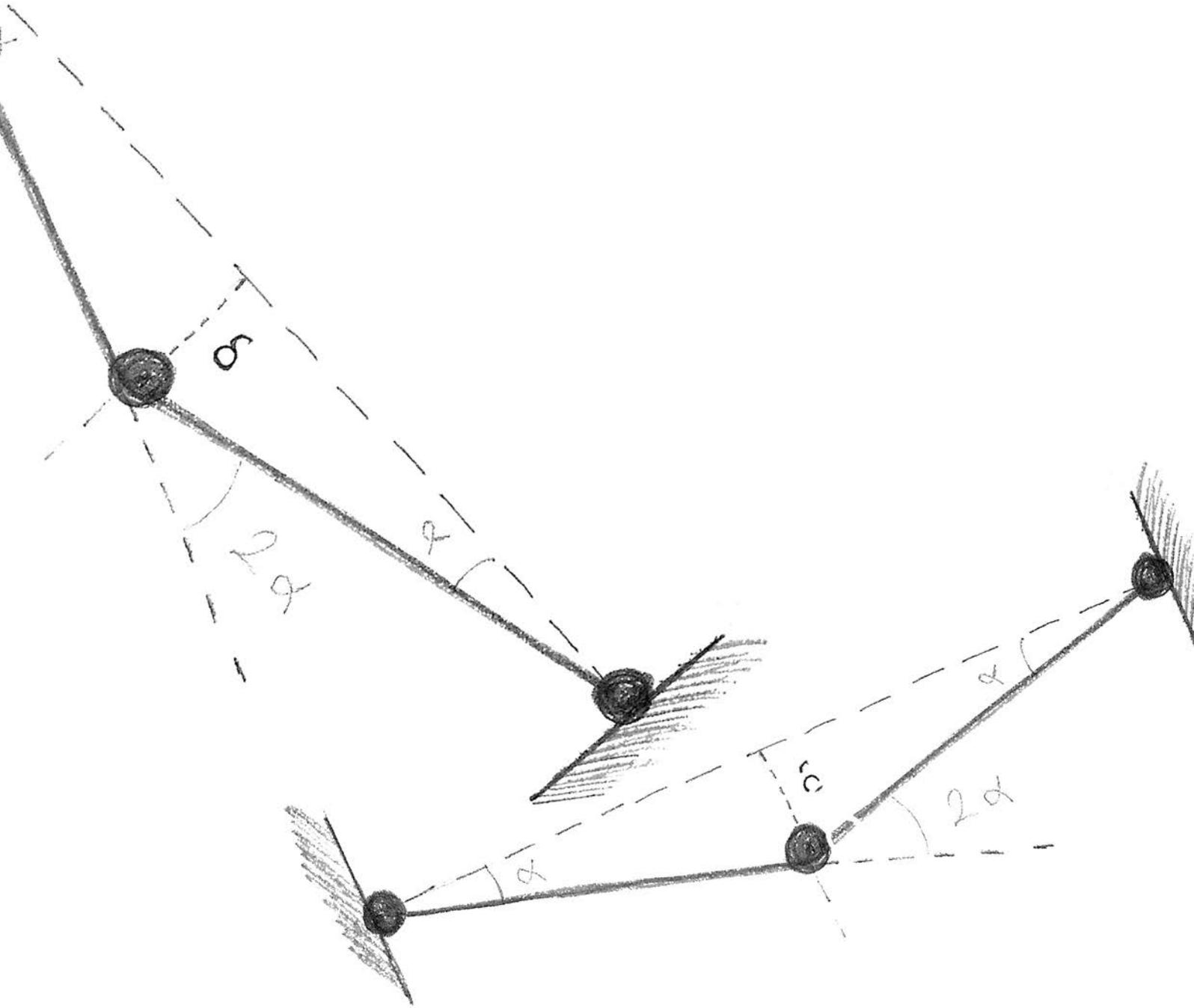


"



$$\begin{aligned} R_a &= 67,5 \text{ kN} \\ M_a &= 151,88 \text{ kNm} \\ R_b &= 210,94 \text{ kN} \\ R_c &= -8,44 \text{ kN} \end{aligned}$$

10- CÁLCULO DE PÓRTICOS



DALMAU, M.R. y VILARDELL (2003)
Apartado 3.5: Pórticos simples
En Análisis Plásticos. Introducción
Edición de la Universidad Politécnica de Cataluña, S.L.

JURADO CABAÑES, CARLOS (2013)
Capítulo 15. Cálculo plástico de estructuras
En Cálculo de estructuras, Tomo II.

RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Calculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

Para determinar el mecanismo de colapso válido en el cálculo plástico de pórticos, donde no suele ser evidente, se tendrán en cuenta las consideraciones contempladas en el apartado 8. Además de la consideración del pórtico como conjunto de piezas rectas prismáticas enlazadas entre sí mediante nudos, donde no concurrirán más de tres piezas.

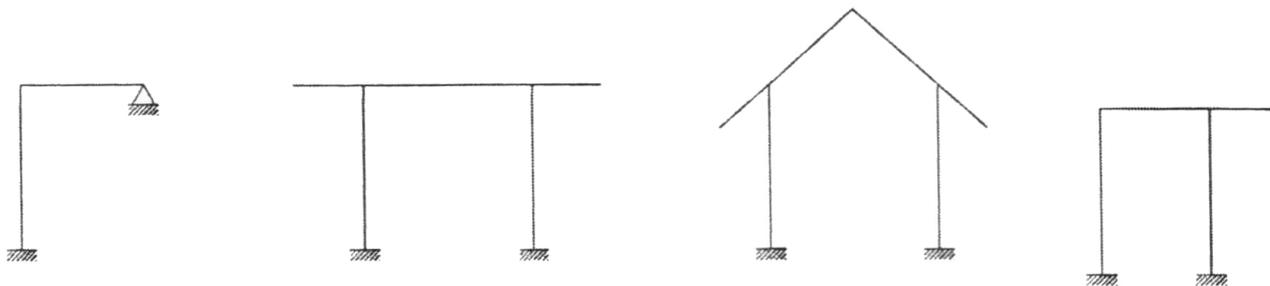


Figura 19: Pórticos válidos en cálculo plástico según criterios e hipótesis iniciales.

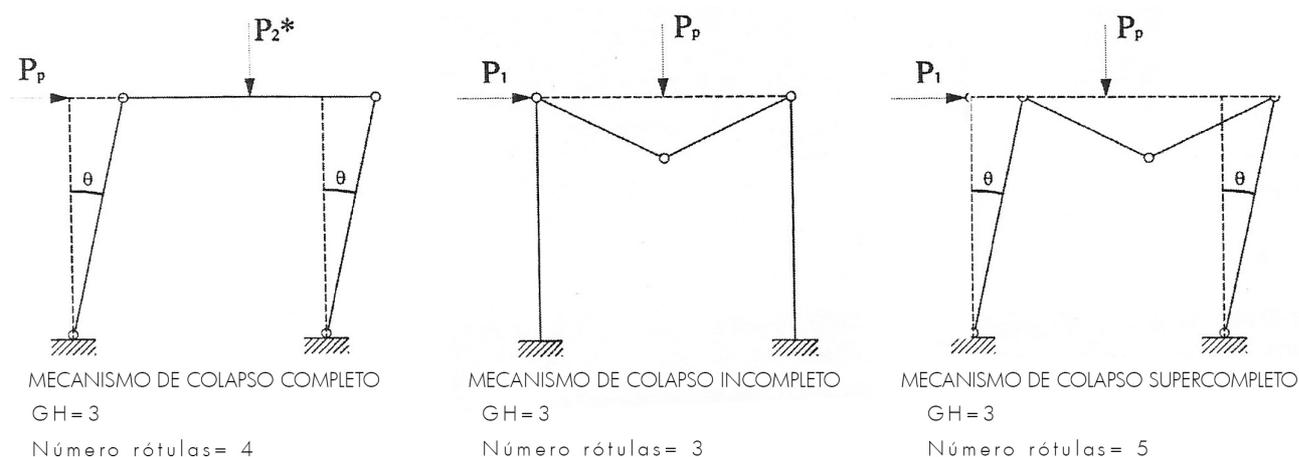


Figura 20: Tipos de pórticos según la relación entre el grado de hiperestatismo (GH) y el número de rótulas.

Métodos de cálculo plástico en pórticos:

Serán válidos los tres métodos expuestos en el apartado 8: método iterativo de generación de rótulas plásticas, método estático y método de trabajos virtuales.

A uno de los dos últimos se ha de añadir el "método de combinación de mecanismos" que no es un método propiamente dicho, sino un proceso que simplifica la búsqueda del mecanismo de colapso válido. Ya que permite

comprobar en los que el número de rótulas es mínimo y luego combinar los que sean independientes, es decir, se consideran unos mecanismos como la combinación lineal de otros que sean independientes entre sí. Teniéndose en cuenta que siempre que sea posible deben combinarse mecanismos independientes que tengan rótulas comunes y alguna de ellas con ángulos opuestos.

El número de mecanismos independientes es igual al número de ecuaciones de equilibrio planteadas independientemente, y será igual al número de secciones críticas o extremos locales de la ley de momentos (lugares donde hay cargas puntuales, en los vientres de las leyes de curvas y en los extremos de cada barra) menos el grado de hiperestatismo.

Los mecanismos de colapso independientes más comunes son:

-Mecanismo de cimbreo: la viga superior se desplaza como sólido rígidamente, sin sufrir descenso la carga vertical. El momento de la rótula plástica siempre se produce en la dirección de giro de la misma, de manera que siempre dan trabajos positivos.

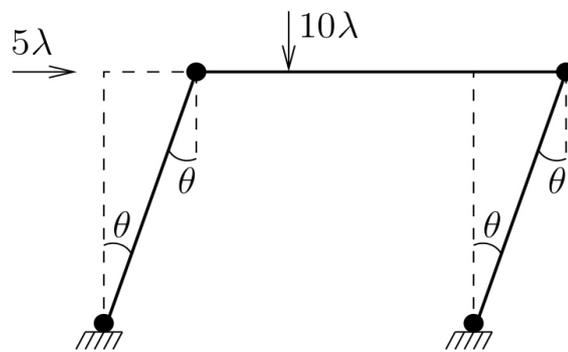


Figura 21: Mecanismo de cimbreo en pórtico simple

-Mecanismo de barra: solo se produce desplazamientos en la carga

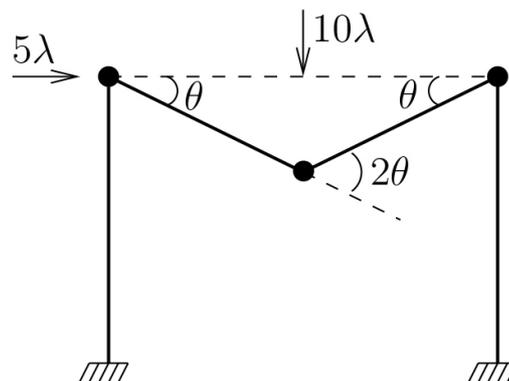


Figura 22: Mecanismo de barra en pórtico simple

10. Cálculo plástico de pórticos

-Mecanismo vertical (en la barra horizontal), sin sufrir los puntales ninguna flexión y sin que la carga horizontal desplazamiento.

-Mecanismos combinados: en general hay infinitos mecanismos de colapso posibles que serán las combinaciones lineales de los mecanismos independientes anteriores (tantos como resulten de la diferencia entre secciones críticas y el GH. No será necesario corroborarlos todos, sólo aquellos en los que el número de rótulas que se forman sea el mínimo necesario para producirse el colapso. Estudiando estos bajo los teoremas máximo o mínimo, mediante el método elástico o de trabajos virtuales, se deduce cual será el real o crítico.

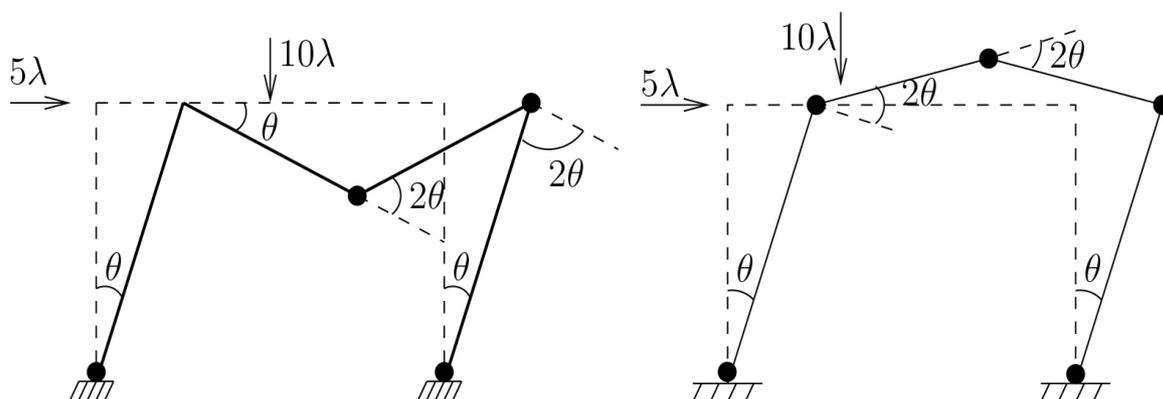
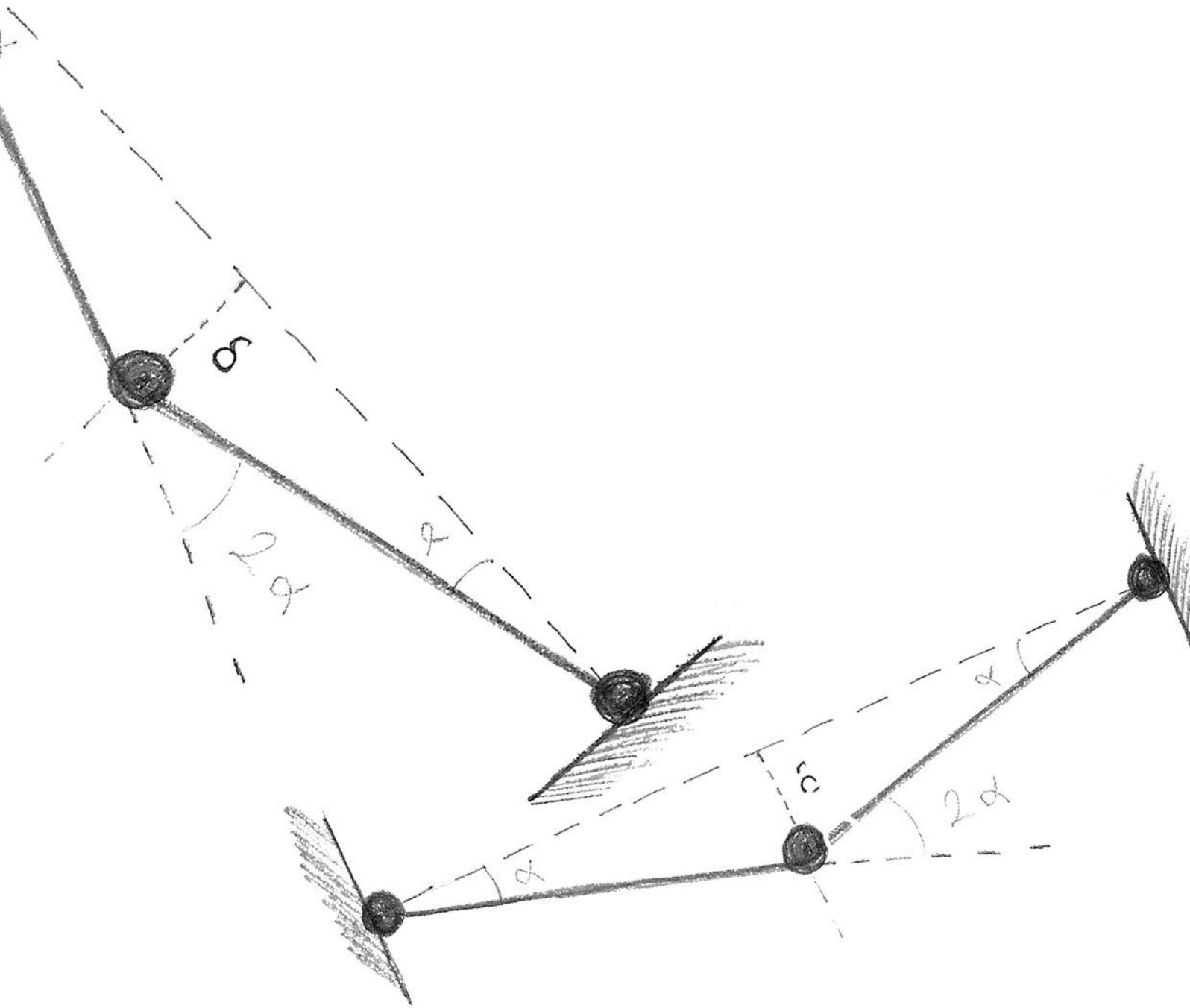


Figura 23: Diferentes mecanismo combinados, siendo además el de la izquierda completo y el de la derecha supercompleto.

11- DIMENSIONADO



DALMAU, M.R. y VILARDELL (2003)
Apartado 2.6. Deformaciones.
En Análisis Plásticos. Introducción
Edición de la Universidad Politécnica de Cataluña, S.L.

RUS CARLBORG, GUILLERMO (2008)
Capítulo 5. Dimensionamiento óptimo
En Cálculo plástico de estructuras de barras
Editor: Universidad de Granada

A la hora de diseñar y dimensionar las estructuras una cuestión a tener en cuenta es que optimizando este proceso se consigue aprovechar del mejor modo posible los materias primas, recursos humanos y económicos. El corte de la estructura se obtiene de una interacción entre el corte de los materiales, la manipulación, montaje y transporte.

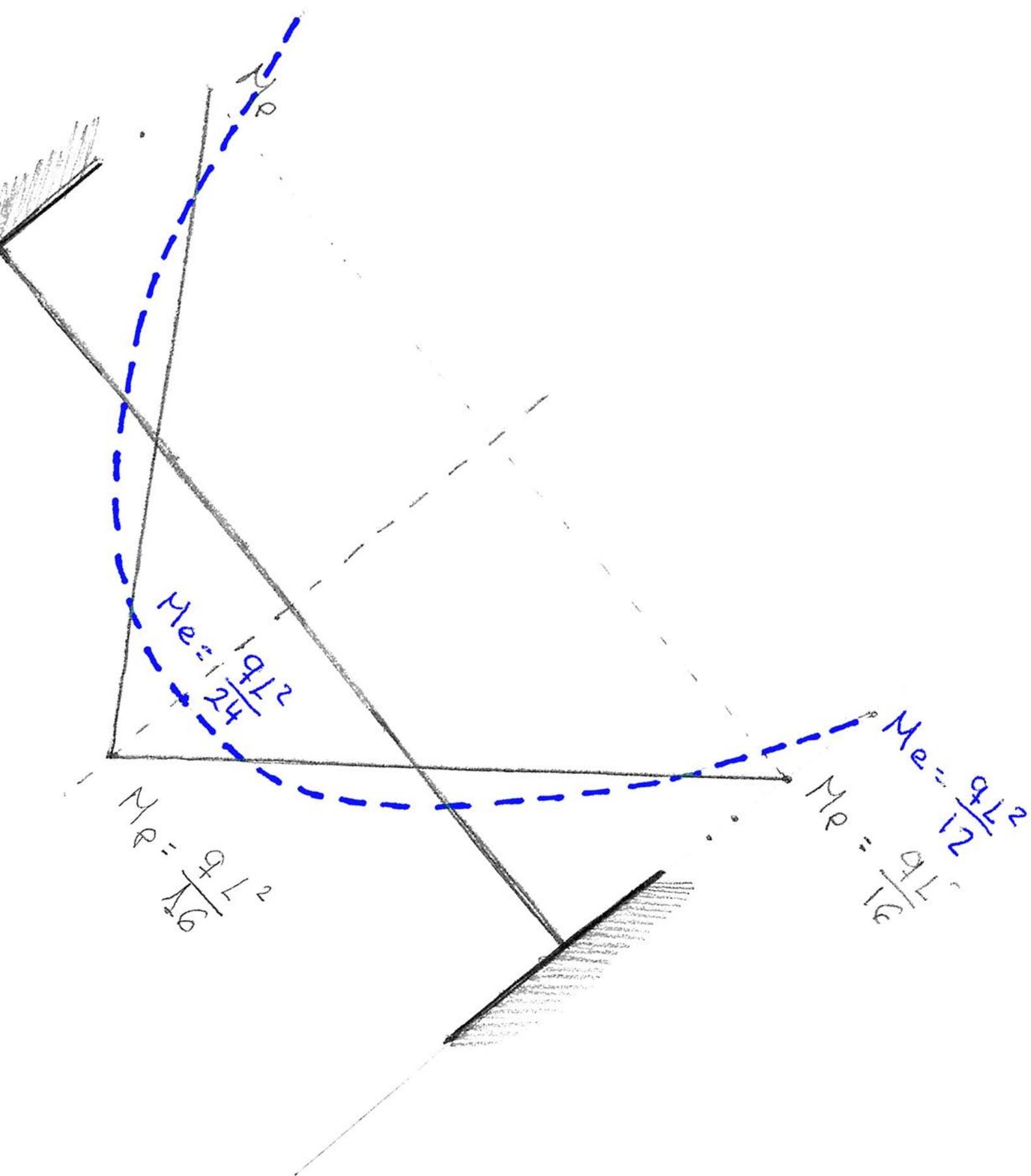
El primer problema es establecer el criterio de optimización, como la relación entre el coste del material, la distancia del proveedor y por consiguiente los gastos derivados de transporte, así como los gastos derivados del transporte serán aquellos en los que el proyectista valore de manera conjunta en los casos reales.

Lo que sí se puede afirmar es que existe una relación entre el peso de la estructura y su coste. Y en esto es en lo que nos ayuda el cálculo plástico.

Lo que cambia respecto al cálculo elástico es el modo de calcular el esfuerzo máximo o límite de la estructura. En su dimensionado sigue el mismo proceso, a excepción de que no aplica coeficientes de seguridad más que a las cargas, que es donde mayor incertidumbre encontramos, puesto que el método plástico demuestra que las imperfecciones del material y de la condición de contorno no afectan a la estructura, además tanto en lo que respecta a dimensionado se puede emplear la tensión de rotura del material (con un coeficiente de reducción de 0,9). El empleo de la tensión elástica o de rotura del material depende del criterio del calculista: en algunos casos se emplea la tensión elástica en cuyo caso no es preciso el empleo de coeficiente de seguridad y en otros la tensión de rotura, donde sí es recomendable aplicar un reducción. En el presente trabajo se realizaran ambos métodos para sumarlos a la comparativa.

La comprobación de la deformación (rigidez) de la estructura no permite que la estructura llegue al colapso dado a que la deformación permitida por ley es la misma. No obstante empleando los principios del cálculo plástico sí podemos en muchos casos reducir el peso de la estructura, puesto que al no tener condiciones de contorno en la comprobación de la deformación siempre se considera bi-empotrada. No siendo siempre así con el cálculo elástico donde sí varían las condiciones de contorno. Disminuyendo de esta manera la deformación y condiciones de rigidez.

12- CASOS REALES



12.1. Previsión de cargas:

12.1.2. ACCIONES EN LA EDIFICACIÓN (SE-AE)

ACCIONES PERMANENTES (G):	Peso Propio de la estructura:	Obtenido de anejo C tabla 5, forjados.
	Cargas Muertas:	Se estiman uniformemente repartidas en la planta. Son elementos tales como el pavimento y la tabiquería.
	Peso propio de tabiques pesados y de cerramiento:	Éstos se consideran al margen de la sobrecarga de tabiquería. En el anejo C del DB-SE-AE se incluyen los pesos de algunos materiales y productos.
ACCIONES VARIABLES (Q):	La sobrecarga de uso:	Se adoptarán los valores de la tabla 3.1.
	Las acciones climáticas:	<u>El viento:</u> Teniendo en cuenta un valor de presión de viento valor uniforme de la zona en la que nos encontramos urbana. <u>La nieve:</u> Se toma el valor base de edificios en terrenos de localidades de altitud menor a 1000m.

Tabla obtenida del CTE-DB-SE-A

12.1.2. CARGAS GRAVITATORIAS:

Conforme a lo establecido en el DB-SE-AE en la tabla 3.1 y al Anexo A.1 y A.2 de la EHE, las acciones gravitatorias, así como las sobrecargas de uso, tabiquería y nieve que se han considerado para el cálculo de la estructura de este edificio son las indicadas:

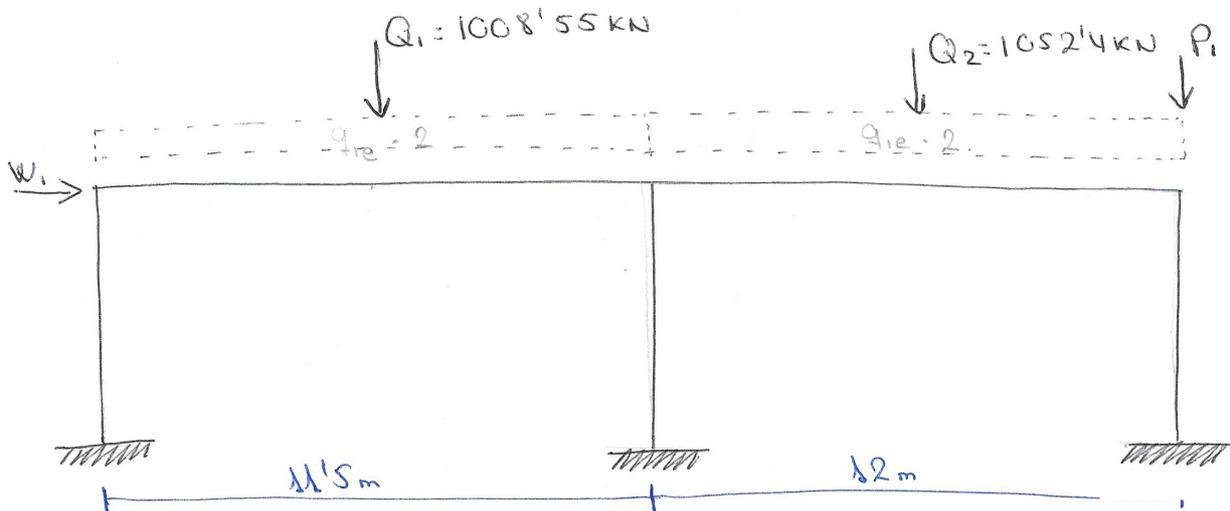
Niveles	Sobrecarga de Uso	Sobre carga de nieve	Total cargas variables	Peso propio	Tabiquería/ Peldañeado	Pavimento/ cobertura	Total cargas permanentes
Planta de Cubierta	1,00 KN/m ²	1,00 KN/m ²	2,00 KN/m ²	5,00 KN/m ²	-	1,00 KN/m ²	6,00 KN/m ²
Planta tipo	3,00 KN/m ²	-	3,00 KN/m ²	5,00 KN/m ²	1,00 KN/m ²	1,00 KN/m ²	7,00 KN/m ²
Escalera	4,00 KN/m ²	-	4,00 KN/m ²	-	2,00 KN/m ²	-	2,00 KN/m ²

Cargas de cerramiento

CERRAMIENTO	7,00 KN/m ²
TABIQUERÍA INSTALACIONES	2,00 KN/m ²

12.2. Cálculo plástico:

-Modelado: para mayor claridad en el análisis estructural se transforman las cargas repartidas reales en carga puntual (acción que en cualquier caso está de lado de la seguridad).



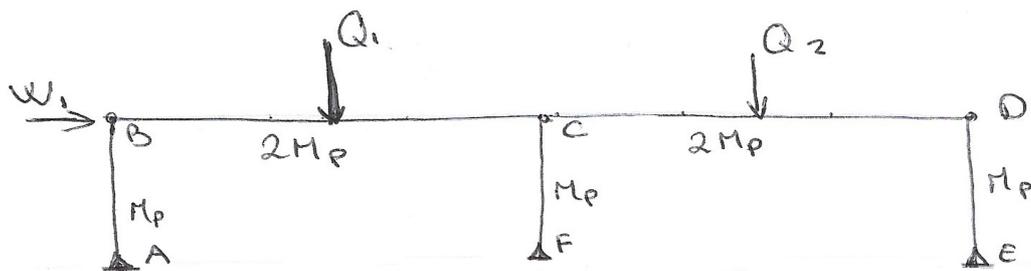
$$W_{ip} = W_{ie} = 42 \text{ kN}$$

$$P_{ip} = P_{ie} = 17,1 \text{ kN}$$

$$Q_1 = (q_{ie} \cdot 2) \cdot 11,5 \text{ m} = 87,7 \text{ kN/m} \cdot 11,5 \text{ m} = 1008,55 \text{ kN}$$

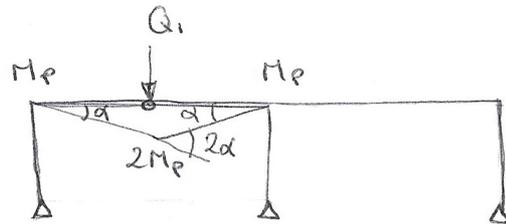
$$Q_2 = (q_{ie} \cdot 2) \cdot 12 \text{ m} = 87,7 \text{ kN/m} \cdot 12 \text{ m} = 1052,4 \text{ kN}$$

Una vez obtenidos los valores de las cargas puntuales y del viento se asignan distinto valor de momento a las vigas de los pilares, puesto que las primeras soportarán mayores esfuerzos.



-Mecanismos de colapso: teniendo en cuenta las cargas y esfuerzos del modelado se procede a comprobar los posibles mecanismos de agotamiento de la estructura:

I

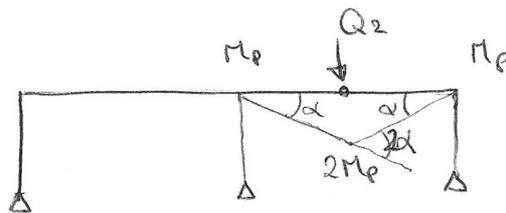


$$1008'55 \text{ kN} \cdot 3\alpha = M_p \alpha + 2M_p(2\alpha + \alpha)$$

$$3025'65 \alpha = 7M_p \alpha$$

$$M_p = 432'23 \text{ kNm}$$

II

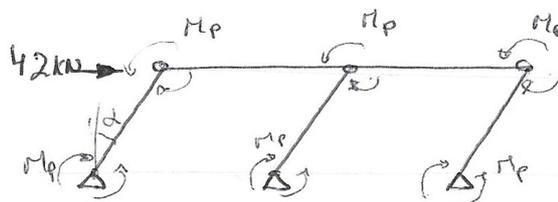


$$1052'4 \cdot 3\alpha = M_p \alpha + 2M_p(2\alpha + \alpha)$$

$$3157'2 \alpha = 7M_p \alpha$$

$$M_p = 451'02 \text{ kNm}$$

III

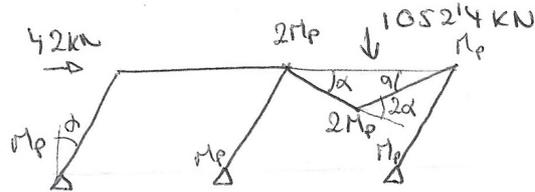


$$42 \text{ kN} \cdot 6\alpha = M_p \cdot 6\alpha$$

$$252 \alpha = 6M_p \alpha$$

$$M_p = 42 \text{ kNm}$$

IV



$$42 \cdot 6\alpha + 10524 \cdot 3\alpha = M_p \cdot 4\alpha + 2M_p \cdot 4\alpha$$

$$3409'2\alpha = 12\alpha M_p$$

$$M_p = 284'1 \text{ KNm}$$

Se deduce que el mecanismo de colapso válido es aquel que requiere un momento plástico máximo, es decir, mecanismo de colapso II, $M_p = 451,02 \text{ KNm}$; siempre que cumpla con la **condición de cedencia**.

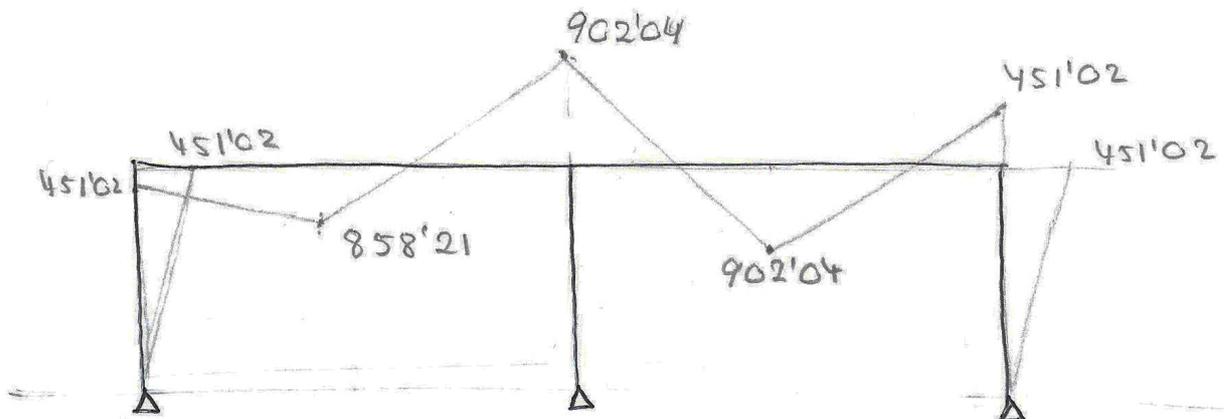
$$1008'55 \cdot 3\alpha = (-451'02 + 902'05 + 3M')\alpha$$

$$3025'65 \alpha = (451'02 + 3M')\alpha$$

$$M' = 858'21 \text{ KNm} < 2M_p$$

El resultado comprobando en valor del mecanismo II, en los otros mecanismos es menos que el valor de M_p , por lo que podemos concluir que es el mecanismo de colapso válido. De esta comprobación obtenemos además el valor del momento en el vano BC.

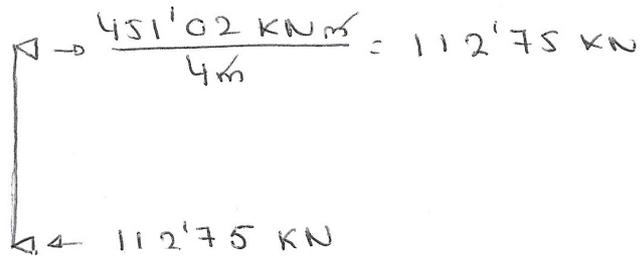
MOMENTOS KN m



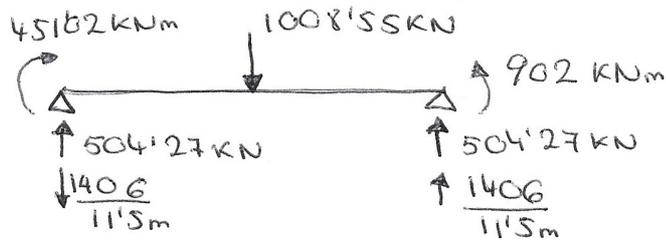
En base a los momentos obtenidos y los esfuerzos a los que está sometido el pórtico obtenemos los esfuerzos a cortante:

CORTANTES KN

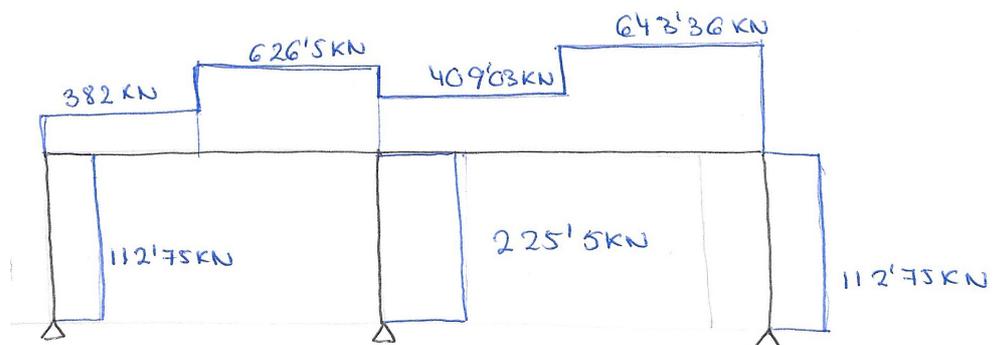
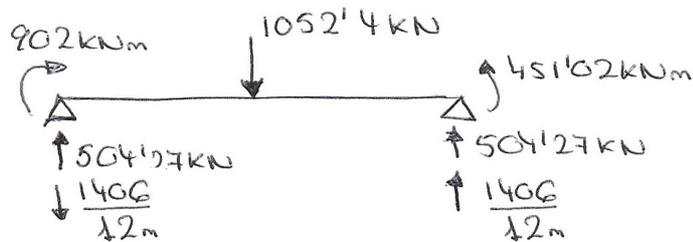
AB



BC



CD



Una vez obtenidos los esfuerzos internos de la estructura estamos en disposición de dimensionar las secciones que los soporten. En primer lugar se realizará tomando como tensión máxima del acero la tensión elástica (recomendada por aquellos autores conservadores) y es segundo lugar la tensión de rotura con un código de seguridad.

-Dimensionado plástico tensión = 27,5 KN/cm²

Comenzamos siguiendo el procedimiento habitual en el dimensionado de estructuras, haciendo una estimación aproximada basándose en la relación entre la tensión máxima del material y la razón entre los momentos y el módulo resistente de la sección en función del eje y. Despejando la ecuación obtenemos el módulo resistente para con este seleccionar el primer perfil a comprobar.

$$\sigma = \frac{M}{W}$$

Fórmula 12.2.1.

$$W = \frac{M_{max}}{\sigma} = \frac{902'04 \text{ KNm} \cdot 100}{27'5 \text{ KN/cm}^2} = 3280'15 \text{ cm}^3$$

HE 450B	{	$W_p = 3982 \text{ cm}^3$		$t_w = 1'4 \text{ cm}$
		$I_x = 79890 \text{ cm}^4$		$t_f = 2'6 \text{ cm}$
		$h = 45 \text{ cm}$		$A_{alma} = (45 - (2 \cdot 2'6)) \cdot 1'4 = 55'72 \text{ cm}^2$
		$b = 30 \text{ cm}$		$d = \frac{45}{2} - 2'6 = 19'9 \text{ cm}$

Para realizar una comprobación más exhaustiva de la resistencia de la sección se comprobará el mayor momento flector y el mayor cortante de la viga, en los puntos críticos de tensión y cortante de la sección. En este caso el mayor momento y cortante coinciden en el mismo punto de la viga, el apoyo central.

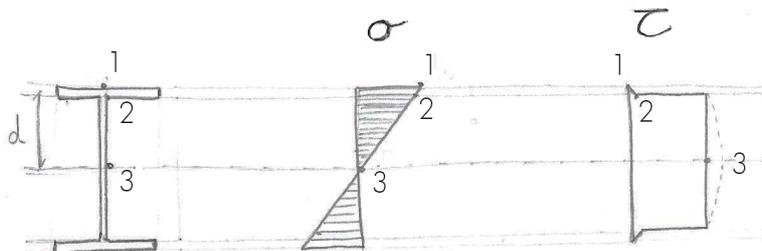


Figura 24: Puntos de críticos de estudio de la rebanada de la sección

$$\begin{array}{lll} \textcircled{1} \sigma_1 = \frac{M_{\max}}{W} & \textcircled{2} \sigma_2 = \frac{M_{\max}}{I_y} \cdot d & \textcircled{3} \sigma_3 = 0 \\ \tau_1 = 0 & \tau_2 = \frac{V_{\max}}{A \cdot a_{alma}} & \tau_3 = \tau_2 = \frac{V_{\max}}{A \cdot a_{alma}} \end{array}$$

Fórmulas 12.2.2.: Tensión y cortantes en los tres puntos críticos de la rebanada

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_y$$

Fórmula 12.2.3.
Comprobación no superan
el valor de la tensión
máxima del acero.

$$A = \begin{cases} M_{\max} = 902'04 \text{ kNm} = 90204 \text{ kNcm} \\ V_{\max} = 643'36 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W_p} = \frac{90204 \text{ kNcm}}{3982 \text{ cm}^3} = 22'6 \text{ kN/cm}^2 \quad \left. \vphantom{\frac{M_{\max}}{W_p}} \right\} \begin{array}{l} 22'9 \text{ kN/cm}^2 < 27'5 \text{ kN/cm}^2 \\ \text{Cumple} \end{array}$$

$$\tau = 0 \text{ kN/cm}^2$$

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{S} \cdot d = \frac{90204 \text{ kNcm}}{79890 \text{ cm}^4} \cdot 19'9 \text{ cm} = 22'47 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau = \frac{V_{\max}}{A_{alma}} = \frac{643'36 \text{ kN}}{55'72 \text{ cm}^2} = 11'54 \text{ kN/cm}^2$$

Comprobamos el punto 1, con la fórmula 12.2.2. en el que sólo interviene la tensión puesto que el cortante es nulo y observamos que cumple con el requerimiento, según la Formula 12.2.3.

Comprobamos el punto 2, en el que sí intervienen tensión y cortante.

$$f_y = 27'5 \text{ kN/cm}^2 \not\geq \sqrt{(22'47 \text{ kN/cm}^2)^2 + 3(11'54 \text{ kN/cm}^2)^2} = 30'07 \text{ kN/cm}^2$$

No cumple

En este caso sobrepasa la tensión elástica máxima por lo que pasaríamos al siguiente perfil. Y realizaríamos el mismo proceso anterior, con las formulas 12.2.2. y 12.2.3.

$$\text{HE 500B} \left\{ \begin{array}{l} W_p = 4815 \text{ cm}^3 \\ I = 107200 \text{ cm}^4 \\ h = 50 \text{ cm} \\ b = 30 \text{ cm} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} t_w = 1'45 \text{ cm} \\ t_f = 2'8 \text{ cm} \\ A_{alma} = (50 - (2 \cdot 2'8)) \cdot 1'45 = 64'38 \text{ cm}^2 \\ d = \frac{50}{2} - 2'8 = 22'2 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Punto 1 de la sección:

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W_p} = \frac{90204 \text{ kNcm}}{4814 \text{ cm}^3} = 18'74 \text{ kN/cm}^2 \left. \vphantom{\frac{M_{max}}{W_p}} \right\} \begin{array}{l} 18'74 \text{ kN/cm}^2 < 27'5 \text{ kN/cm}^2 \\ \text{Cumple} \end{array}$$

$$\tau = 0 \text{ kN/cm}^2$$

Punto 2 de la sección:

$$\sigma = \frac{M_{max}}{I} \cdot d = \frac{90244 \text{ kNcm}}{107200 \text{ cm}^4} \cdot 22'2 \text{ cm} = 18'6 \text{ kN/cm}^2$$

$$\tau = \frac{643'36 \text{ kN}}{64'38 \text{ cm}^2} = 9'9 \text{ kN/cm}^2$$

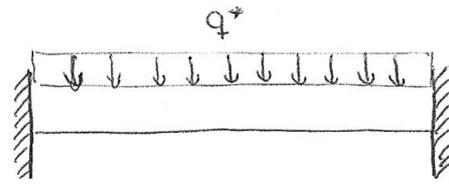
$$f_y = 27'5 \text{ kN/cm}^2 \geq \sqrt{(18'6 \text{ kN/cm}^2)^2 + 3(9'9 \text{ kN/cm}^2)^2} = 25'29 \text{ kN/cm}^2$$

Cumple

Punto 3 de la selección:

$$\sigma = 0 \left. \vphantom{\sigma} \right\} \begin{array}{l} \text{Cumple} \\ \tau_1 = \tau_2 = 9'9 \text{ kN/cm}^2 \end{array}$$

Un vez comprobado que la sección cumple por resistencia en todos sus puntos, se comprueba por rigidez, mediante la deformación.



$$\delta = \frac{q^* L^4}{384 E I}$$

Fórmula 12.2.4 Fórmula flecha viga

Para esto recuperamos el modelo de cargas real y no la versión simplificada empleada en el cálculo y aplicamos la carga sin coeficientes de mayoración.

$$q^* = 2 [(6 + 2) \text{ kN/m}^2] \cdot 3'95\text{m} = 63'2 \text{ kN/m}$$

$$q^* = 0'632 \text{ kN/cm}$$

$$\delta_{\text{máx}} = \frac{L}{400}$$

Fórmula 12.2.5.

Flecha máxima acabados flexibles.

$$\delta_{BC} = \frac{0'632 \text{ kN/cm} \cdot (1150 \text{ cm})^4}{384 \cdot 2'1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2 \cdot 107200 \text{ cm}^4} = 1'2 \text{ cm}$$

$$\delta_{CD} = \frac{0'632 \text{ kN/cm} \cdot (1200 \text{ cm})^4}{384 \cdot 2'1 \cdot 10^4 \text{ kN/cm}^2 \cdot 107200 \text{ cm}^4} = 1'5 \text{ cm}$$

Como podemos ver en ambos vanos cumple la deformación máxima permitida para el tipo de acabados del proyecto, que sería 2,875 y 3 cm respectivamente.

Por tanto podemos afirmar que empleando el método de estado límite y la tensión elástica del acero el perfil resultante para la viga es HE 500 B.

Dimensionado plástico tensión = 41 KN/cm²

En este caso en lugar de usar la tensión elástica del acero, emplearemos la tensión de rotura de este mismo material, lo cual puesto que se trata de un cálculo de estado límites parece lo más lógico. No obstante posicionándonos del lado de la seguridad se le aplicará a esta tensión límite un coeficiente de reducción, a parte de los coeficientes ya utilizados en la previsión de cargas del modelado.

$$\sigma = 41 \text{ KN/cm}^2 \cdot 0.9 = 37 \text{ KN/cm}^2$$

Obtenemos en módulo resistente en un pre-dimensionado con el procedimiento anterior, utilizando la fórmula 12.2.1, para tomar un primer perfil en el que comprobar los requerimientos de resistencia.

$$W = \frac{M_{\max}}{\sigma} = \frac{902'04 \text{ KNm} \cdot 100}{37 \text{ KN/cm}^2} = 2437'95 \text{ cm}^3$$

$$\text{HE 360 B} \left\{ \begin{array}{l} W_p = 2683 \text{ cm}^3 \\ I = 43190 \text{ cm}^4 \\ h = 36 \text{ cm} \\ b = 30 \text{ cm} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} t_w = 1'25 \text{ cm} \\ t_f = 2'25 \text{ cm} \\ A_{alma} = (36 \text{ cm} - 4'5) \cdot 1'25 = 39'375 \text{ cm}^2 \\ d = \frac{36}{2} - 2'25 \text{ cm} = 15'75 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Y de nuevo comprobamos en los tres puntos de la sección crítica de acuerdo a las formulas 12.2.2. y 12.2.3. aquel con mayor momento flector y mayor cortante, es el mismo puesto que no cambian las cargas ni el método de calcular las tensiones de la estructura, sólo la tensión límite que se le aplica al acero.

Punto 1 de la sección:

$$\sigma = \frac{90204 \text{ KNcm}}{2683 \text{ cm}^3} = 33'62 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau = 0 \text{ KN/cm}^2$$

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = 33'62 \text{ KN/cm}^2 \\ \tau = 0 \text{ KN/cm}^2 \end{array} \right\} 33'62 \text{ KN/cm}^2 < 41 \text{ KN/cm}^2$$

Cumple

Punto 2 de la sección:

$$\sigma = \frac{90204 \text{ KNcm}}{43190 \text{ cm}^4} \cdot 15'75 \text{ cm} = 32'89 \text{ KN/cm}^2$$

$$C = \frac{643'36 \text{ KN}}{39'375 \text{ cm}^2} = 16'33 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sqrt{(32'89 \text{ KN/cm}^2)^2 + 3(16'33 \text{ KN/cm}^2)^2} = 43'37 \text{ KN/cm}^2 > 41 \text{ KN/cm}^2$$

No cumple

Al no cumplir el requerimiento en el punto dos de la sección, no cumple por resistencia toda la sección, por lo que se pasa a la comprobación del siguiente perfil nominal.

$$\text{HE 400 B} \left\{ \begin{array}{l} W_p = 3232 \text{ cm}^3 \\ I = 57680 \text{ cm}^4 \\ h = 40 \text{ cm} \\ b = 30 \text{ cm} \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} t_w = 1'35 \text{ cm} \\ t_f = 2'4 \text{ cm} \\ A_{alma} = (40 - (2 \cdot 2'4)) \cdot 1'35 = 47'52 \text{ cm}^2 \\ d = \frac{40}{2} - 2'4 \text{ cm} = 17'6 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Punto 1 de la sección:

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = \frac{90204 \text{ KNcm}}{3232 \text{ cm}^3} = 27'9 \text{ KN/cm}^2 \\ C = 0 \text{ KN/cm}^2 \end{array} \right\} 27'9 \text{ KN/cm}^2 < 41 \text{ KN/cm}^2$$

Cumple

Punto 2 de la sección:

$$\sigma = \frac{90204 \text{ KNcm}}{57680 \text{ cm}^4} \cdot 17'9 \text{ KN/cm}^2$$

$$C = \frac{643'36 \text{ KN}}{47'52 \text{ cm}^2} = 13'53 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sqrt{(17'9 \text{ KN/cm}^2)^2 + 3(13'53 \text{ KN/cm}^2)^2} = 29'5 \text{ KN/cm}^2 < 41 \text{ KN/cm}^2$$

Cumple

$$\left. \begin{array}{l} \sigma = 0 \text{ KN/cm}^2 \\ C_3 = Z_2 = 13'53 \text{ KN/cm}^2 \end{array} \right\} \text{Cumple}$$

Punto 3 de la sección:

Una vez comprobado que el perfil cumple por resistencia, se corrobora la rigidez mediante las mismas fórmulas de deformación máxima 12.2.4. y 12.2.5.

$$\begin{array}{l} \delta \text{ vano } \overline{BC} \\ \delta_{\max} = \frac{l}{400} = 2'875 \text{ cm} \end{array} \quad \delta_{\overline{BC}} = \frac{0'632 \text{ KNcm} (1150 \text{ cm})^4}{384 \cdot 2'1 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2 \cdot 57680 \text{ cm}^4} = 2'8 \text{ cm}$$

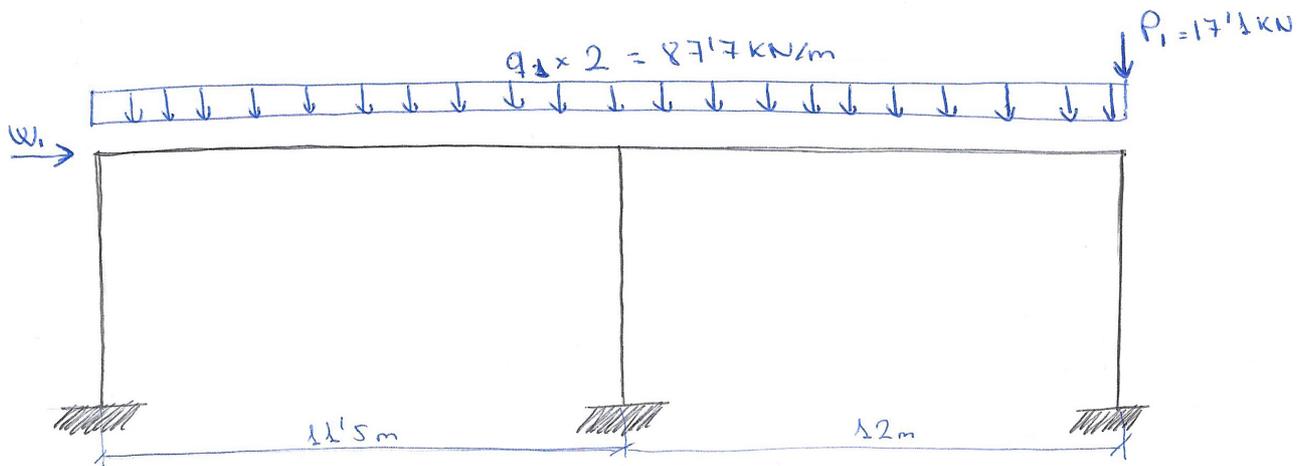
$$\begin{array}{l} \delta \text{ vano } \overline{CD} \\ \delta_{\max} = \frac{l}{400} = 3 \text{ cm} \end{array} \quad \delta_{\overline{CD}} = \frac{0'632 \text{ KNcm} (1200 \text{ cm})^4}{384 \cdot 2'1 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2 \cdot 57680 \text{ cm}^4} = 2'82 \text{ cm}$$

Como podemos ver en ambos vanos cumple la deformación máxima permitida para el tipo de acabados del proyecto, que serían las mismas que en el caso de cálculo anterior puesto que la luz y los requerimientos de flexibilidad de acabados son las mismas, 2,875 y 3 cm respectivamente.

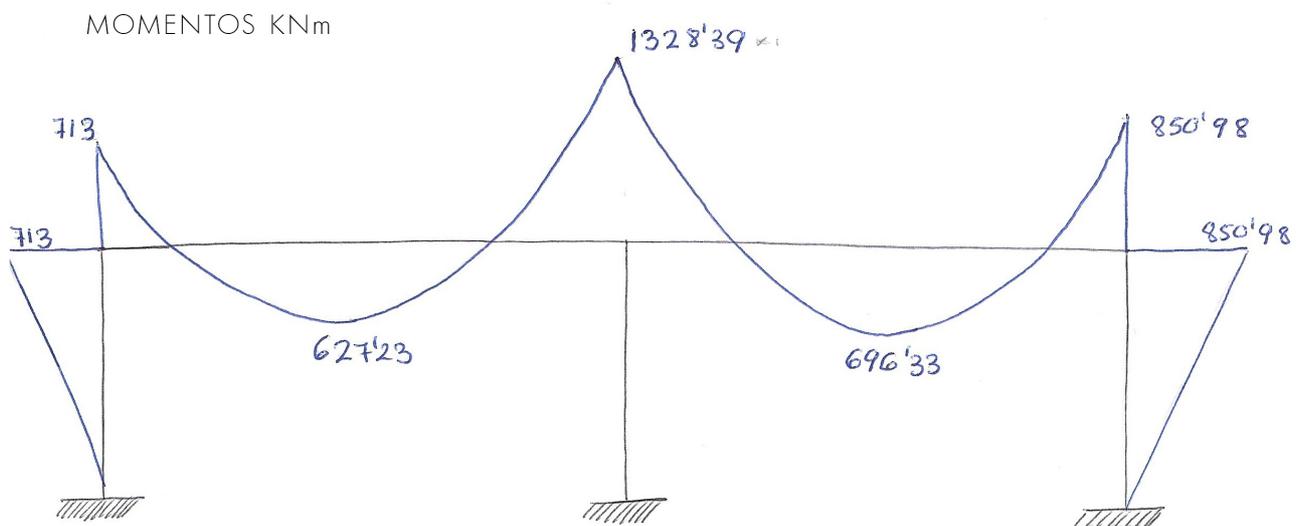
Por tanto podemos afirmar que empleando el método de estado límite y la tensión de rotura o límite del acero, el perfil resultante para la viga es HE 400 B.

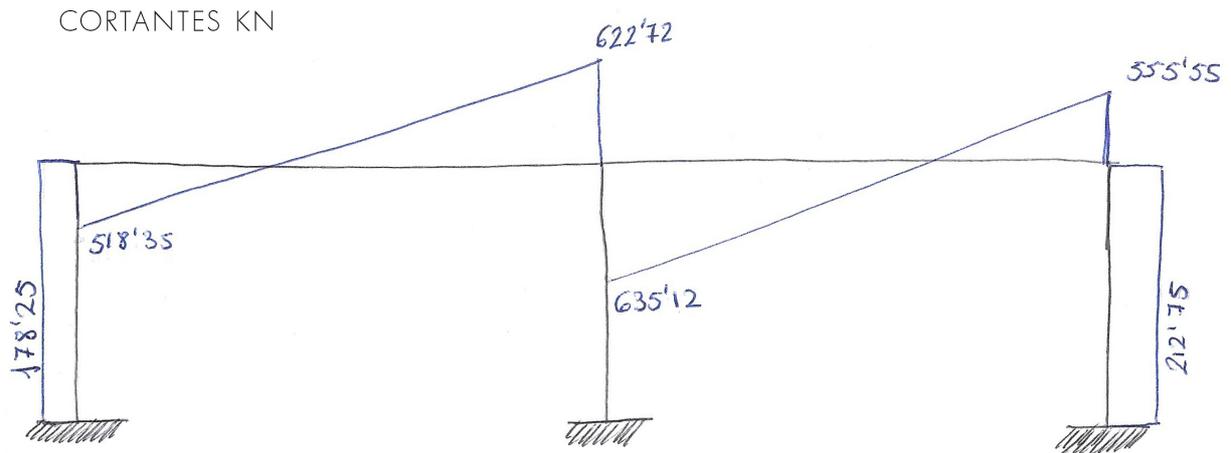
12.3. Cálculo elástico:

-Modelado: en el cálculo elástico utilizaremos el modelado real de cargas repartidas en lugar de la conversión de estas en cargas puntuales en el centro de ambos vanos empleados en modelo de cálculo anterior.



-Esfuerzos: los esfuerzos se han determinado mediante el software SAP2000, no siendo este el fin del presente trabajo sino el medio que nos permite comparar los resultados en cuanto a estos esfuerzos y los dimensionados resultantes de ambos métodos de cálculo en un ejemplo práctico además de las diferencias teóricas citadas anteriormente.





-Dimensionado elástico:

En este caso utilizaremos los esfuerzos, momentos y cortantes, producto del cálculo elástico y la tensión elástica, la misma del primer supuesto plástico.

Y de nuevo obtendremos el módulo resistente en un pre-dimensionado con el procedimiento de la fórmula 12.2.1, para tomar un primer perfil del que comprobar la resistencia.

$$W = \frac{M_{\max}}{\sigma} = \frac{1328'39 \text{ KNm} \cdot 100}{27'5 \text{ KN/cm}^2} = 4830'5 \text{ cm}^3$$

$$\text{HE 550B} \left\{ \begin{array}{l} W = 4971 \text{ cm}^3 \\ I_y = 136700 \text{ cm}^4 \\ h = 55 \text{ cm} \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} b = 30 \text{ cm} \\ e_w = 1'5 \text{ cm} \\ e_d = 2'9 \text{ cm} \end{array} \right.$$

Comprobamos en los tres puntos de la sección crítica de acuerdo a las formulas 12.2.2. y 12.2.3. aquel con mayor momento flector y mayor cortante, que de nuevo es el mismo, aunque con distintos valores.

$$A \left\{ \begin{array}{l} M_{\max} = 1328'39 \text{ KNm} \\ V_{\max} = -635'12 \text{ KN} \end{array} \right.$$

Punto 1 de la sección:

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W} = \frac{1328'39 \text{ KNm} \cdot 100}{4971 \text{ cm}^3} = 26'7 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau = 0$$

$$f_y = 27'5 \geq \sqrt{26'7^2 + 3 \cdot 0^2}$$

Cumple

Punto 2 de la sección:

$$\sigma = \frac{1328'39 \text{ KNcm}}{136700 \text{ cm}^4} \cdot \left(\frac{55 \text{ cm}}{2} - 2'9 \text{ cm} \right) = 23'9$$

$$\tau = \frac{635'12 \text{ KN}}{73'8 \text{ cm}^2} = 8'6 \text{ KN/cm}^2$$

$$f_y = 27'5 < \sqrt{23'9^2 + 3 \cdot 8'6^2} = 28'16 \text{ KN/cm}$$

No cumple

Al no cumplir el requerimiento en este punto de la sección, no cumple por toda la sección, por lo que se pasa al siguiente perfil nominal de la serie.

$\text{HE 600 B } \begin{cases} W = 5701 \text{ cm}^3 \\ I_y = 171000 \text{ cm}^4 \\ h = 60 \text{ cm} \\ b = 30 \text{ cm} \end{cases}$	$\begin{cases} e_w = 1'55 \text{ cm} \\ t_f = 3 \text{ cm} \\ A_{alma} = (60 - (2 \cdot 3)) \cdot 1'5 = 81 \text{ cm}^2 \\ d = \frac{60}{2} - 3 = 27 \text{ cm} \end{cases}$
---	--

Punto 1 de la sección:

$$\sigma = \frac{1328'39 \text{ KNcm}}{5701 \text{ cm}^3} = 23'3 \text{ KN/cm}^2 < f_y = 27'5 \text{ KN/cm}^2 \text{ Cumple}$$

Punto 2 de la sección:

$$\sigma = \frac{132839 \text{ KNcm}}{171000 \text{ cm}^3} \cdot 27 \text{ cm} = 20'97 \text{ KN/cm}^2$$

$$\tau = \frac{635'12 \text{ KN}}{81 \text{ cm}^2} = 7'8 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sqrt{(20'97 \text{ KN/cm}^2)^2 + 3(7'8 \text{ KN/cm}^2)^2} = 24'9 \text{ KN/cm}^2 < 27'5 \text{ KN/cm}^2$$

Cumple

Punto 3 de la sección:

$$\sigma = 0$$

$$\tau_3 = \tau_2 = 7'8 \text{ KN/cm}^2$$

$$\sqrt{3 \cdot (7'8 \text{ KN/cm}^2)^2} = 13'5 \text{ KN/cm}^2 < 27'5 \text{ KN/cm}^2$$

Cumple

Ya comprobado que el perfil HE 600 B cumple por resistencia con los requerimientos de la estructura, se corrobora la rigidez mediante las mismas fórmulas de deformación máxima 12.2.4. y 12.2.5. Y con los mismos estados de carga, sin mayorar.

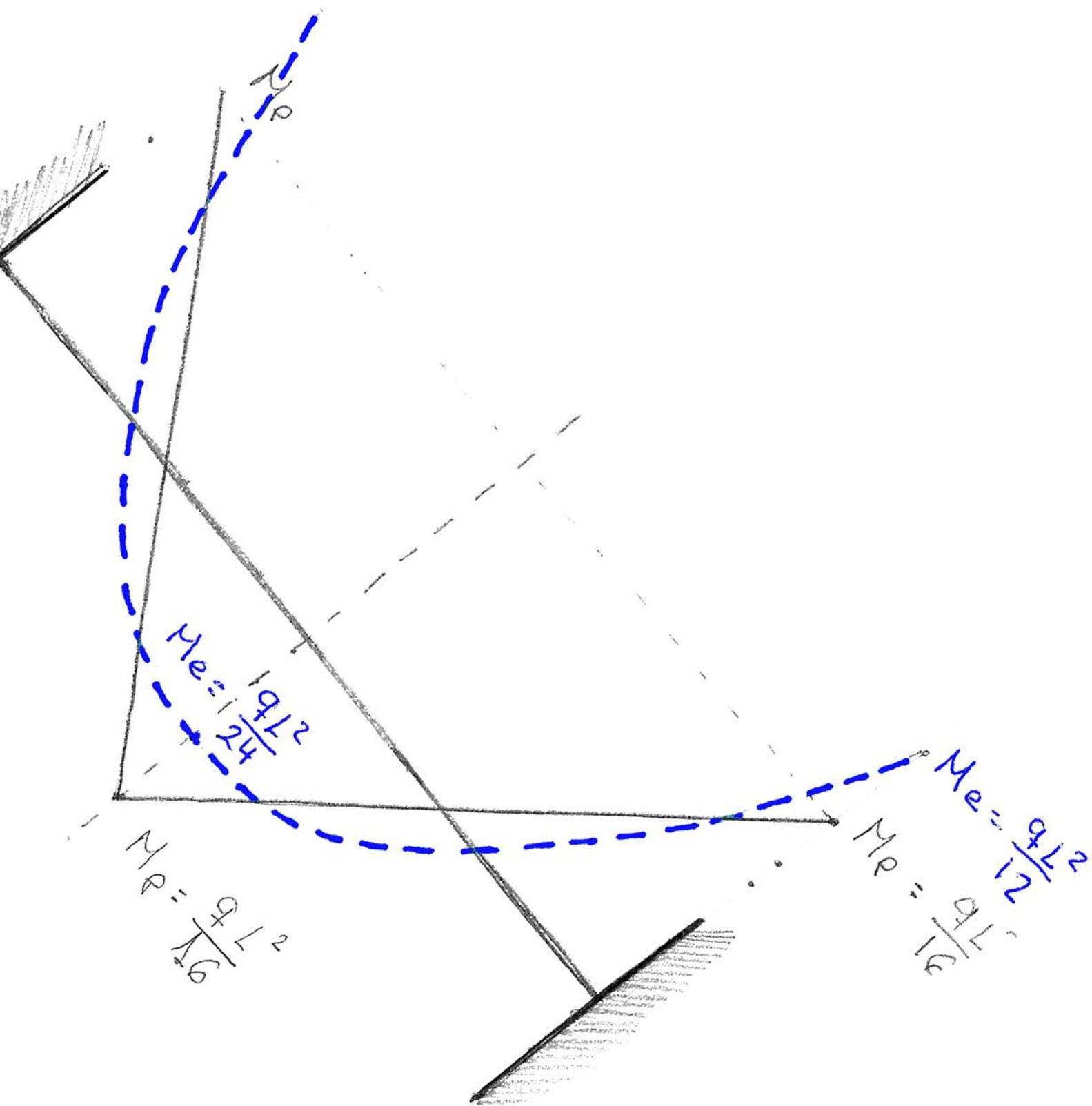
$$\delta_{bc} = \frac{0'632 \text{ KN/cm} \cdot (1150 \text{ cm})^4}{384 \cdot 2'1 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2 \cdot 171000 \text{ cm}^4} = 0'8 \text{ cm}$$

$$\delta_{c0} = \frac{0'632 \text{ KN/cm} \cdot (1200 \text{ cm})^4}{384 \cdot 2'1 \cdot 10^4 \text{ KN/cm}^2 \cdot 171000 \text{ cm}^4} = 0'95 \text{ cm}$$

Como podemos ver presenta deformaciones mucho menores que en el otro caso, siempre dando por hecho que el cálculo es perfecto, así como la ejecución, el material y las condiciones de contorno. Pero son los mismos los requerimientos legales ante las mismas luces y sollicitación de acabados 2,875 y 3 cm respectivamente.

Por tanto podemos afirmar que empleando el método elástico y la tensión elástica del acero, el perfil resultante para la viga es HE 600 B.

13- COMPARACIÓN CÁLCULO PLÁSTICO vs ELÁSTICO



13.1. Diferencias conceptuales

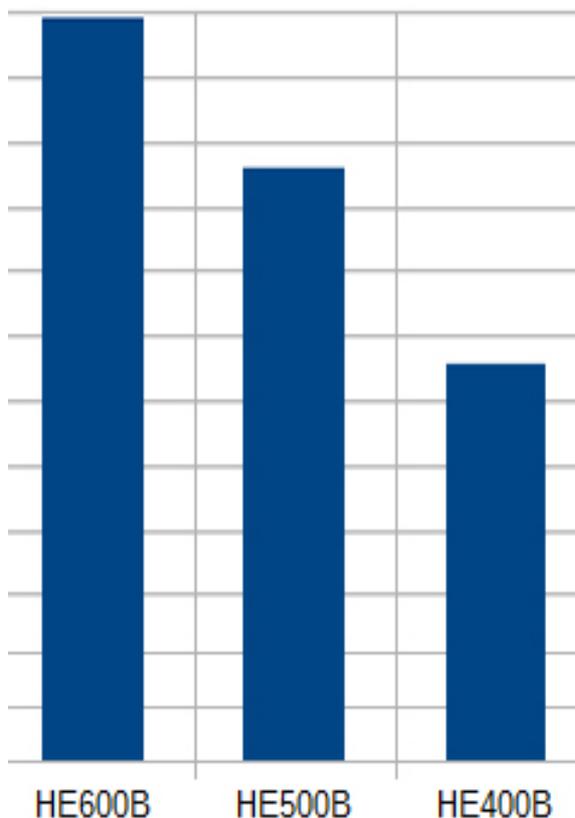
ANÁLISIS PLÁSTICO		ANÁLISIS ELÁSTICO	
MATERIALES			
Las tensiones son proporcionales a las deformaciones hasta un valor denominado tensión de fluencia, a partir del cual aumentan a carga constante		Las tensiones son proporcionales a las deformaciones en forma ilimitada	
EQUILIBRIO			
Se verifica el equilibrio interno y externo.			
El equilibrio es estable hasta la formación de un mecanismo de colapso.		El equilibrio es estable y compatible con los vínculos internos y externos	
DEFORMACIONES			
Los desplazamientos son pequeños respecto de las dimensiones de la estructura. El equilibrio se verifica en la estructura sin deformar, es decir, de primer orden. No se tienen en cuenta efectos de segundo orden.			
Las secciones se mantienen planas luego de la deformación.			
CARGAS			
Las cargas aplicadas deben incrementarse proporcionalmente entre sí. Un crecimiento cualquiera de las distintas cargas actuales producirá distintas cargas de colapso		Las cargas pueden actuar en cualquier orden y superponerse luego	
No es válido el principio de superposición.		Es válido el principio de superposición.	

13.2. Diferencias empíricas:

	Mmáx. Knm	Vmáx KN	perfil	kg/m	m
Calculo elástico	1328,39	635,12	HE600B	212	23,5
calculo plástico	902,04	643,36	HE500B	187	23,5
calculo plástico	902,04	643,36	HE400B	155	23,5

	kg	€/kg	€
Calculo elástico	4982	0,84	4184,88
calculo plástico	4394,5	0,84	3691,38
calculo plástico	3642,5	0,84	3059,7

	MJ/kg	MJ	Kg CO2/ kg	Kg CO2
Calculo elástico	41,5	206753	4	19928
calculo plástico	41,5	182371,75	4	17578
calculo plástico	41,5	151163,75	4	14570



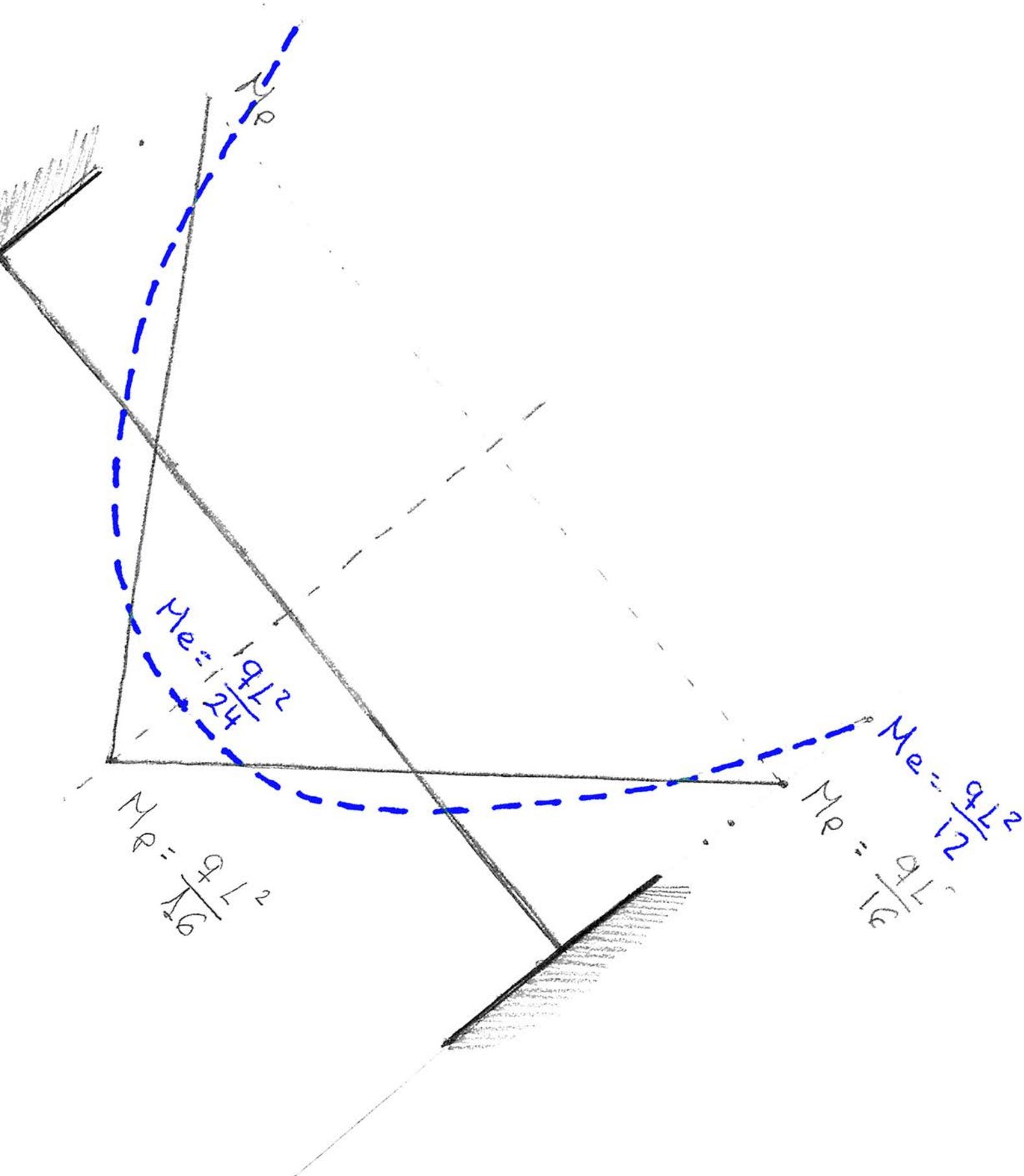
Se pueden ver en las tablas y gráficas aportadas con los valores obtenidos en los diferentes cálculos aportados en los apartados anteriores.

En ellos se aprecia el notable ahorro que encontramos entre un método de cálculo, el plástico con tensión límite y el método elástico; incluso en caso del cálculo límite con tensión elástica para del lado de la "seguridad".

Este ahorro no se refleja solo en kilogramos de acero que precisa la estructura, sino que también se muestra en otros parámetros en los que el acero repercute, como pueden ser indudablemente el precio, pero también

los costos energéticos y contaminantes derivados de la producción o el transporte a obra. Es decir ambos cálculos plásticos reflejan un ahorro económico, energético y de recursos sustancial con respecto al cálculo elástico.

14- CONCLUSIONES



El cálculo plástico, también denominado como cálculo de estados límites, es un método con un desarrollo histórico experimental y teórico en el que se ha comprobado su mayor proximidad con la realidad que en el método elástico formulado por Navier. Dando sus teorías y métodos un sistema sencillo en su cálculo, que disminuye los costos de las estructuras, sin dejar de estar del lado de la seguridad.

Del estudio histórico se puede concluir que surge por la necesidad de conciliar las diferencias entre los resultados de experimentos y los valores arrojados en el cálculo. Estos experimentos fueron controlados en el caso de Kazinczy o Maier-Leibniz, y sobre estructuras de edificios construidos como fue el caso de J.F.Baker, en su trabajo para el Comité de Investigación de Estructuras de Acero de Gran Bretaña. Así mismo, el proceso de desarrollo interrumpido por los acontecimientos históricos y la intervención de científicos con especialidades e inquietudes dispares son una garantía, no es la hipótesis puntual de un investigador en un momento determinado, sino la tesis desarrollada y comprobada por diversos investigadores y profesionales a lo largo del tiempo.

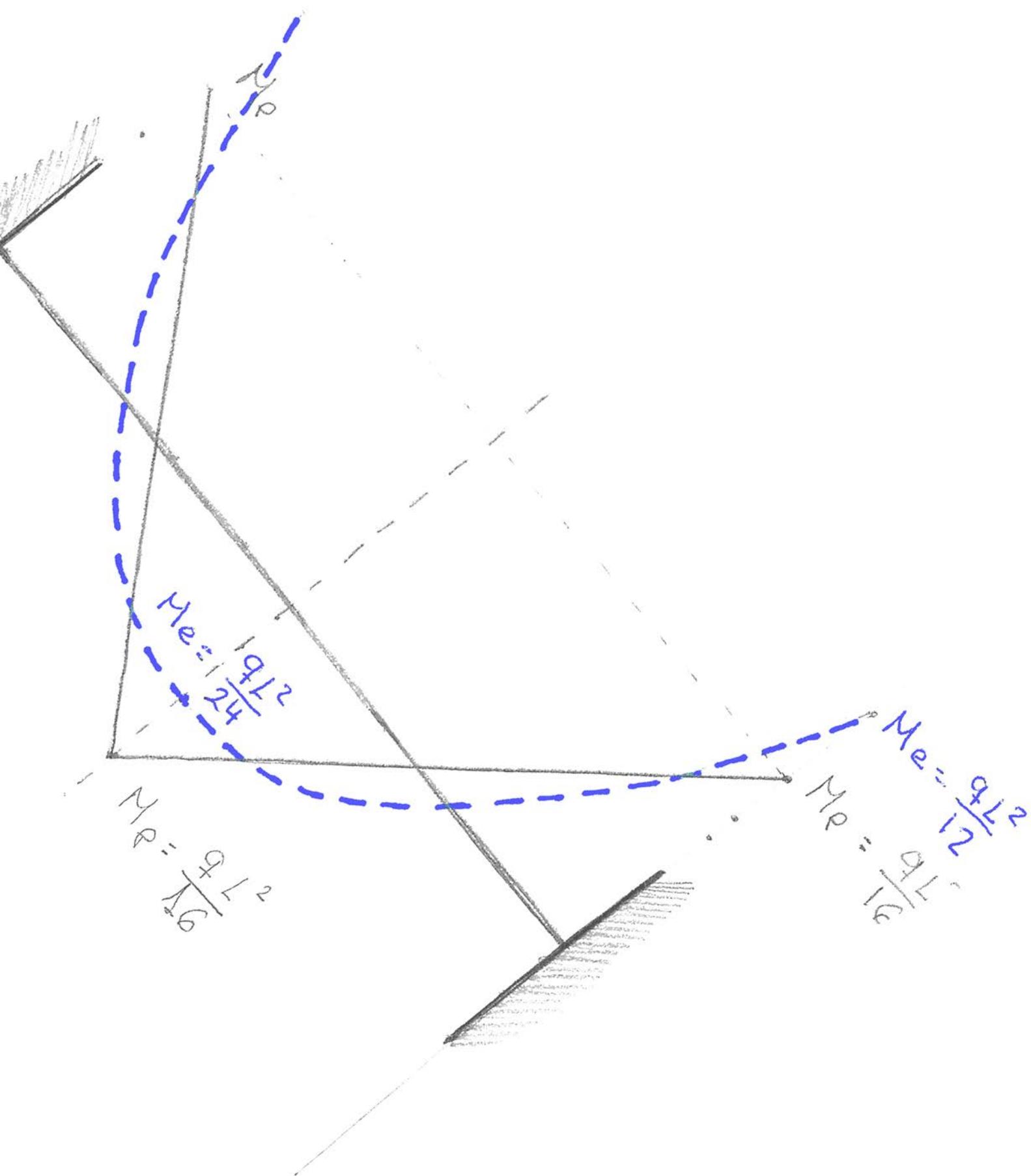
Esta teoría de cálculo estructural tiene un amplio campo teórico que responde a la experimentación real, en la que se observa que los esfuerzos se redistribuyen en la estructura hasta llegar al mecanismo de colapso con la formación de rótulas plásticas necesarias. Así como unos métodos determinados de cálculo que responden a la teoría de materiales y a la teoría de trabajos virtuales, desarrollada y comprobada en siglo XVI. Para aquellos más escépticos, se sitúa del lado de la seguridad gracias a la comprobación necesaria de deformación, es decir, gracias al cumplimiento no solo de resistencia sino también de rigidez, de acuerdo a la norma aplicable en cada caso.

Tras aplicar los métodos comprobados anteriormente y la restricciones de rigidez, las secciones siguen siendo más livianas con el consiguiente ahorro económico y de recursos. No obstante su empleo en la actualidad esta muy por debajo del uso de método elástico. ¿Por qué es mayor el uso de un método que es ajeno a la realidad y supone mayores costes?. Nos negamos a cambiar un método conocido, que además con su complejidad nos da la sensación de mayor precisión. El miedo a lo desconocido nos impide arriesgarnos cuando las mismas normas no recogen de manera precisa el método de aplicación.

La ciencia, en todas sus disciplinas, siempre ha avanzado gracias al valor, a plantear preguntas sin respuestas y experimentar en su búsqueda, atendiendo a la realidad y planteando hipótesis que son válidas hasta el momento en que se demuestra su divorcio de la realidad, momento en el cual empieza el proceso de nuevo. En este caso el proceso se ha paralizado por los costes derivados de la posibilidad de fallos de esta nueva teoría, pero la realidad es que estos fallos están debidamente prevenidos.

Sin poder estar seguros de que éste sea el modelo definitivo, sí podemos afirmar que es más preciso que el anterior, que es seguro y con una trayectoria histórica ya probada. Por lo que no se puede despreciar el ahorro de costes que puede aportar y las ventajas de un modelo que tolera los desperfectos propios de la producción y la construcción. Además de que es necesario dar un paso más en el recorrido científico, para avanzar en nuestro conocimiento de las estructuras y su comportamiento.

ANEJO 1: BIBLIOGRAFÍA



A1.1. BIBLIOGRAFÍA Y DOCUMENTACIÓN:

- ARGÜELLES ÁLVAREZ, R; ARRIAGA MARTITEGUI, F; ARGÜELLES BUSTILLO, R; ATIENZA REALES, J.R. 2005. *Estructuras de acero. Cálculo, Norma Básica y Eurocódigo*. 2ª edición. Madrid. Ed. Bellisco.
- BELL, J.F. 1984. *Mechanics of Solids Volume I: In The experimental foundations of solid mechanics*. Editors: Truesdel, C.
- CANDELA, FELIX. 1962. *Hacia una nueva filosofía de las estructuras*. Buenos Aires, Ediciones 3. Cuaderno Taller n.º 12. Serie: Estabilidad y sistemas constructivos
- CÁTEDRA DE ESTRUCTURAS IV, *Estabilidad III – Capítulo III: Análisis plástico de estructuras de barras*, Edición: Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Nordeste, Argentina. Disponible en : http://ing.unne.edu.ar/pub/e3_cap5.pdf
- DALMAU, M. R. y VILARDELL, J. 2003. *Análisis plástico de estructuras. Introducción*. Barcelona. Edición: UPC, Universitat Politècnica de Catalunya, SL Disponible en: <http://switch2011.upa.edu.mx/biblioteca/Ingenier%C3%ADa/%5Bebook%5D%20Edicions%20UPC%20-%20An%C3%A1lisis%20pl%C3%A1stico%20de%20estructuras%20Introducci%C3%B3n%20-%20Spanish%20Espa%C3%B1ol.pdf>
- ESCUELA DE INGENIEROS AGRÓNOMOS, UCLM. *Estructuras de acero. Cálculo plástico de secciones*. Universidad de Castilla - la Mancha. Disponible en: https://www.uclm.es/area/ing_rural/Trans_const/EA_Comprobaciones_p.pdf
- ESCUELA DE INGENIEROS DE CAMINOS, ESTRUCTURAS METÁLICAS, 2003. *Tema 3: Análisis estructural*. Universidad de A Coruña, Grado Ingeniería de Obras Públicas. Disponible en: http://caminos.udc.es/info/asignaturas/grado_itop/411/
- GONZÁLEZ CUEVAS, OSCAR M. 2002. *Análisis estructural*. México, Universidad Autónoma Metropolitana. Editorial: Limusa S.A. de C.V. GRUPO NORIEGA EDITORES

- GUARDIOLA VILLORA, ARIANNA. *Cálculo elástico y cálculo plástico de vigas de acero solicitadas a flexión*. Departamento de Mecánica del Medio Continuo y Teoría de Estructuras, Escuela Técnica superior de Arquitectura de la Universidad Politécnica de Valencia. Disponible en: <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/10882/c%C3%A1lculo%20pl%C3%A1stico.pdf>
- HERRADDA VILLANUEVA, JOEL. *Elasticidad de Materiales Sólidos*. Disponible en: <http://mecatronica4b.blogspot.com.es/2011/11/diagrama-esfuerzo-deformacion-unitaria.html>
- HEYMAN, JACQUES. 1998. *Teoría, historia y restauración de estructuras de fábrica. Colección de ensayos*. Edición: Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- HEYMAN, JACQUES. 1999. *El esqueleto de piedra mecánica de la arquitectura de fábrica*. Edición: Instituto Juan de Herrera y Centro de Estudios Históricos de Obras Públicas y Urbanismo (CEHOPU)
- HEYMAN, JACQUES. 2001. *La ciencia de las estructuras*. Edición: Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- HEYMAN, JACQUES. 2002. *Vigas y pórticos*. Edición: Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- HEYMAN, JACQUES. 2004. *Análisis de Estructuras: un estudio histórico*. Edición: Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- HEYMAN, JACQUES. 2011. *Teoría básica de estructuras*. Edición: Instituto Juan de Herrera. Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Madrid.
- Hill, RODNEY. 1950. *The mathematical theory of plasticity*. Oxford University Press.

- HUANG, SUJIAN and KHAN, AKHTAR S. 1995. *Continuum theory of plasticity*. Wiley interscience Publications.
- HUERTA FERNÁNDEZ, SANTIAGO, (Ed.) (2005) *Essays in the history of the theory of structures in honour of Jacques Heyman*. Edición: Centro de Publicaciones del Ministerio de Foment, Instituto Juan de Herrera y Centro de Estudios Históricos de Obras Publicas y Urbanismo (CEHOPU)
- KAZINCZY, G. 1914, Ensayo sobre vigas empotradas (publicado en húngaro)
- KAZINCZY, G. 1933, "Die Plastizitat des Eisenbetons. " (La plasticidad del hormigón armado, publicado en alemán)
- JURADO CABAÑES, CARLOS, 2013. *Cálculo de estructuras estructuras articuladas, reticuladas, arcos, cables, cálculo matricial, cálculo dinámico, cálculo plástico*, Tomo II. Madrid. Editorial: Autor- Editor
- McCORMAC, JACK C. 2011, *Análisis de estructuras. Métodos clásico y matricial*. Editor: Alfaomega Marcombo, Ediciones técnicas.
- MONFORTE LLEONART, J. 2006. *Estructuras metálicas para edificación: adaptado al CTE*. Universidad Politécnica de Valencia. Valencia.
- NEAL, B. G. 1959. *The Plastic Methods of Structural Analysis*. Edición: London Chapman and Hall.
- ORTIZ HERRERA, JESUS, 2002. *Estructuras de edificación. Análisis lineal y no lineal*. Editorial: Ariel, Ciencia y Tecnología.
- PERELLI BOTELLO, JORGE. 2010. Resistencia de Materiales, Elasticidad y Plasticidad. Parte 2: Plasticidad. Madrid. RETINEO Ingeniería. Disponible en: <http://www.retineo.es/archivos/Plasticidad2013.pdf>
- PETERS, TOM F. 2011. *The International Association for Bridge and Structural Engineering. The First 80 years 1929-2009*. Zurich, Edición: International Association for Bridge and Structural Engineering

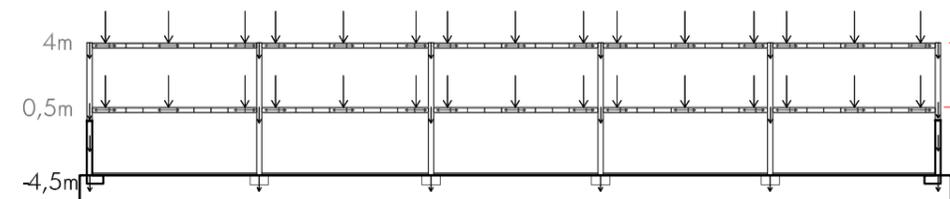
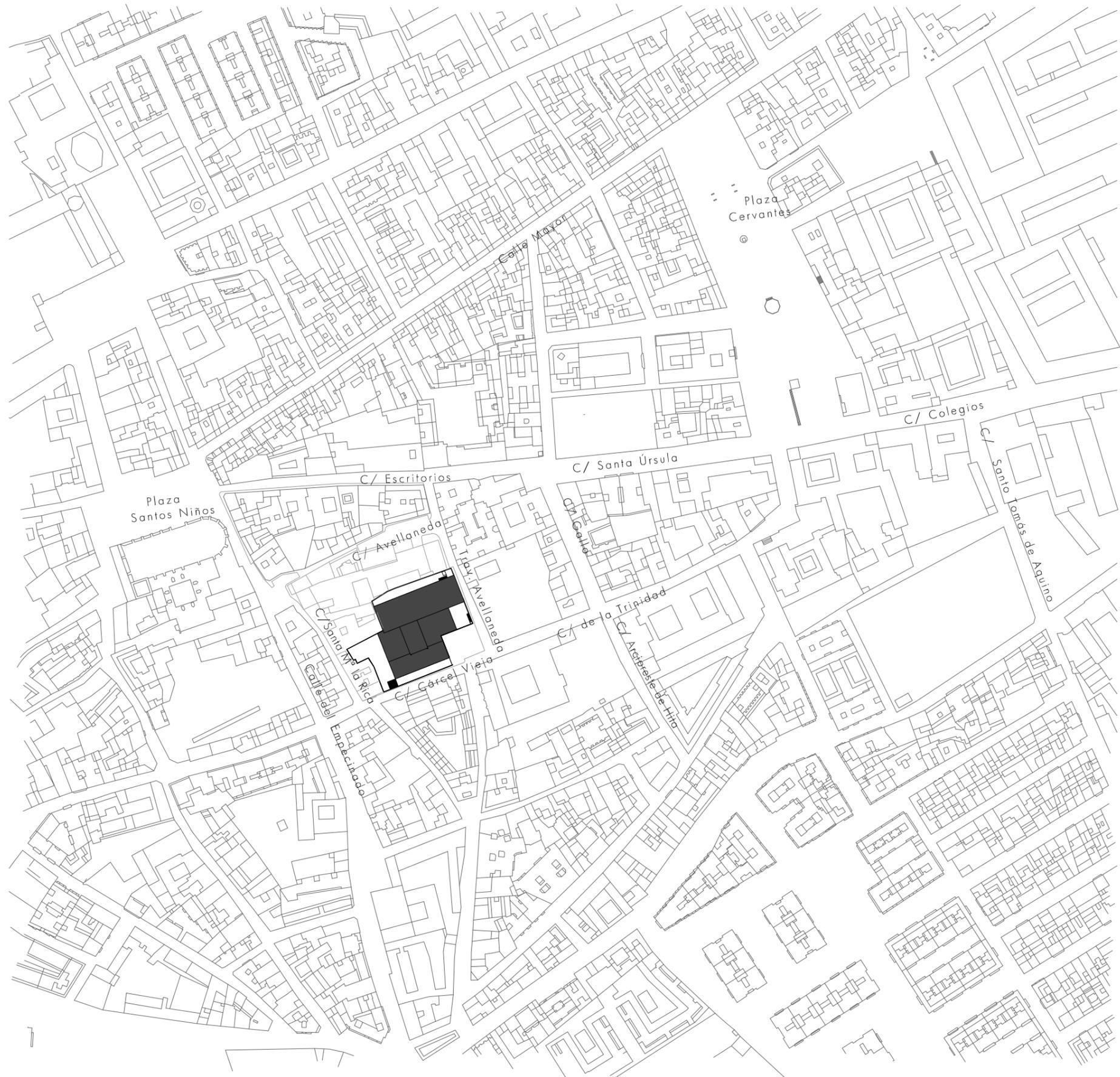
- RODRIGUEZ BOLARDO, RAMIRO; MARTÍNEZ LASHERAS, CARLOS: MARTÍNEZ LASHERAS RAFAEL. 2002. *Prontuario de estructuras metálicas*. Madrid, CEDEX; Centro de Estudios y Experimentacion de Obras Publicas. Laboratorio Central de Estructuras y Materiales.
- ROMERO, IGNACIO. 2015, *Mecánica de sólidos. Capítulo 8: Plasticidad*. Escuela Tecnica Superior Ingenieros Industriales, Universidad Politécnica de Madrid. Disponible en: <http://bigmac.mecaest.etsii.upm.es/~ignacio/resources/MSD/Apuntes/MSDcap8.pdf>
- RUS CARLBORG, GUILLERMO, 2008. *Cálculo Plástico de Estructuras de Barras: Teoría*. Editor: Departamento de Mecánica de Estructuras, Universidad de Granada. Disponible en: http://www.ugr.es/~grus/docencia/aei/download/libro_plasticidad.pdf

A1.2. NORMATIVAS Y DOCUMENTOS OFICIALES:

- Normativa Básica de la Edificación NBE EA-95. Consejo Superior de los Colegios de Arquitectos de España.
- MINISTERIO de la VIVIENDA, 2008. *Documento Básico Seguridad Estructural, Acero, Código Técnico de Edificación, CTE – DB – SE – A*. Madrid. Disponible en: <http://www.codigotecnico.org/>
- MINISTERIO de la VIVIENDA, 2009. *Documento Básico Seguridad Estructural, Acciones en la edificación, Código Técnico de Edificación, CTE – DB – SE – AE*. Madrid. Disponible en: <http://www.codigotecnico.org/>
- MINISTERIO DE FOMENTO (2011). *EAE Instrucción de acero estructural*. Madrid. Edición: Centro de Publicaciones Secretaria General Técnica Ministerio de Fomento. Disponible en: http://www.fomento.gob.es/MFOM/LANG_CASTELLANOORGANOS_COLEGIADOS/MASORGANOS/CPA/INSTRUCCIONES/VERSION_CASTELLANO/
- EUROCODIGO 3. *Proyecto de estructuras de acero*, AENOR, 2008.
- AMERICAN INSTITUTE OF STEEL CONSTRUCTION, 2010. *ANSI/AISC 360-10: Specification for Structural Steel Building*. Chicago, Edición: AISC Committee on Specifications.
- The Steel Construction Institute, 2000. *BS5950: Introduction to Steelwork Design*. Ascot, Berkshire, Reino Unido

S I T U A C I Ó N

e = 1 / 3 0 0 0



PROYECTO DE: FACULTAD DE BELLAS ARTES		
TRABAJO DE FIN DE GRADO		ALUMNO: ANDREA BALLESTEROS BARRANCO
SITUACIÓN: CALLE CÁRCEL VIEJA 3, 2880, ALCALÁ DE HENARES, Madrid		TUTOR: MÓNICA MARTÍNEZ MARTÍNEZ
PLANO DE: SITUACIÓN		FECHA: JULIO 2016
SITUACIÓN		ESCALA: 1/3000
		Nº PLANO: 1

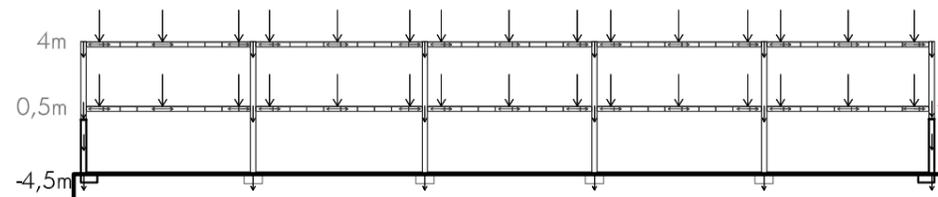
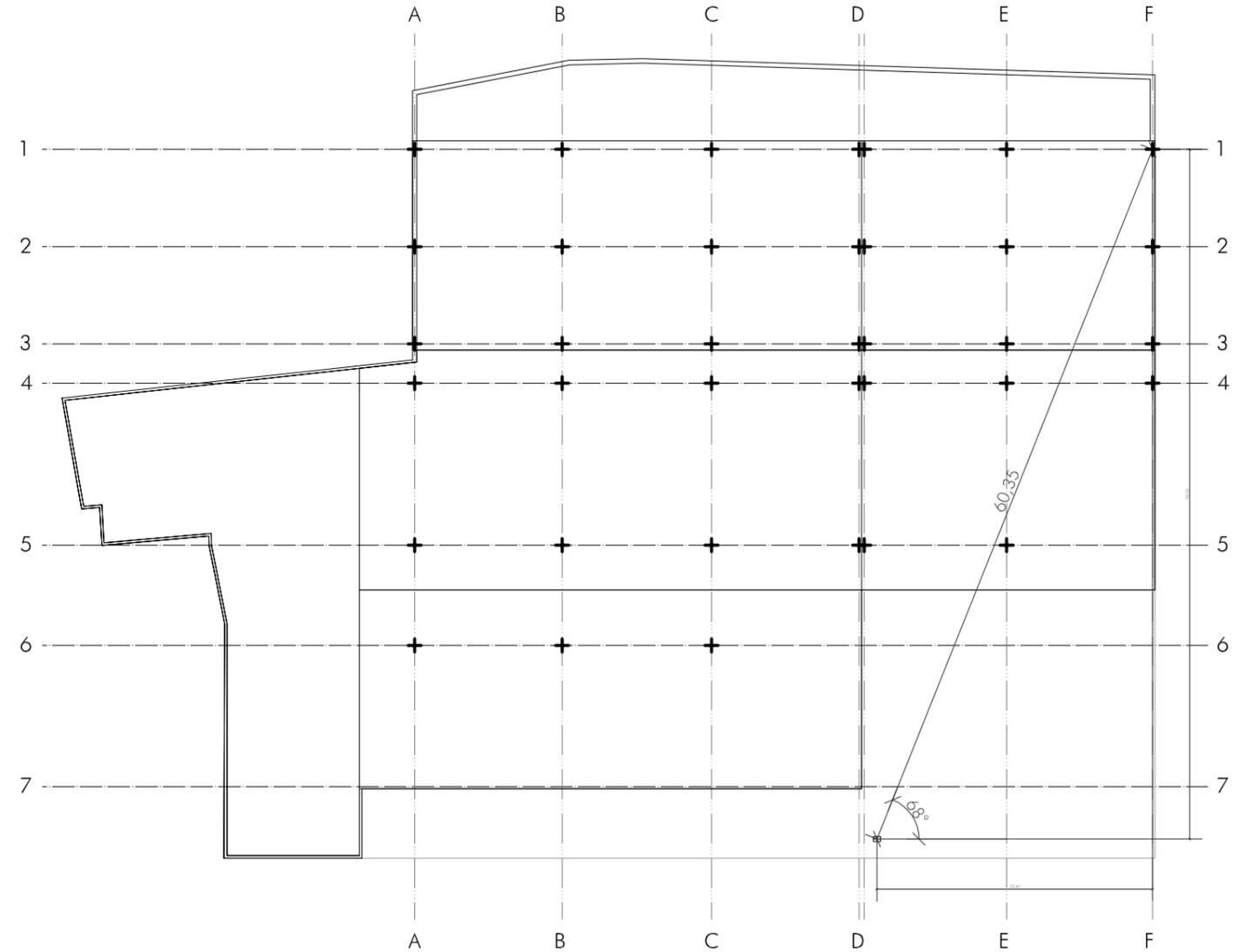
UBICACIÓN

e = 1 / 2000

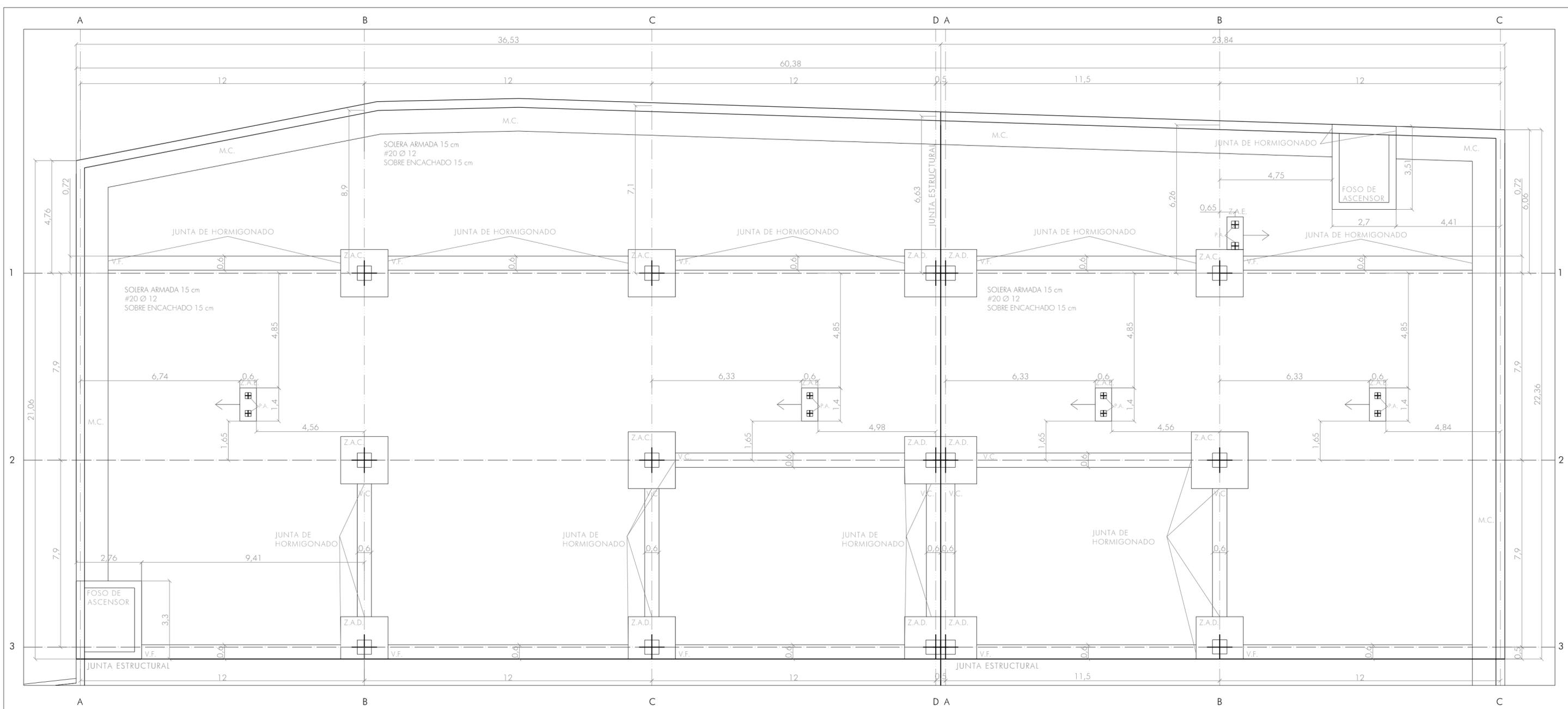


REPLANTEO

e = 1 / 500

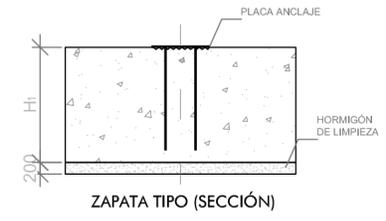
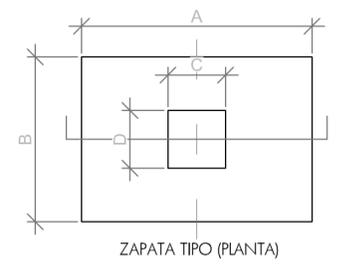


PROYECTO DE: FACULTAD DE BELLAS ARTES		ALUMNO: ANDREA BALLESTOS BARRANCO	
TRABAJO DE FIN DE GRADO		TUTOR: MÓNICA MARTÍNEZ MARTÍNEZ	
SITUACIÓN: CALLE CÁRCEL VIEJA 3, 2880, ALCALÁ DE HENARES, Madrid		FECHA: JULIO 2016	Nº PLANO: 2
PLANO DE: SITUACIÓN UBICACIÓN Y REPLANTEO		ESCALA: INDICA EN PLANOS	



LEYENDA

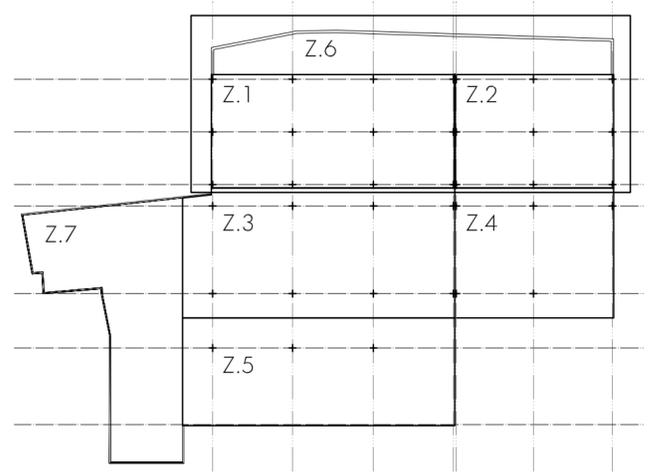
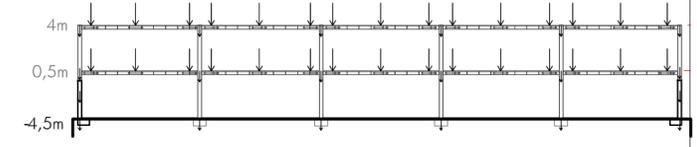
- Z.P.C. ZAPATA AISIADA CENTRADA
- Z.P.D. ZAPATA AISIADA DESCENTRADA
- Z.P.E. ZAPATA AISIADA ESCALERAS
- V.C. VIGA CENTRADORA 60cm
- V.F. VIGA DE FACHADA 60cm
- M.C. MURO DE CONTENCIÓN
e = 35cm
base = 1.4m
- P.A. PLACA ANCLAJE PILARES METÁLICOS



DIMENSIONES DE ZAPATAS (m)					
ZAPATA	A	B	C	D	H ₁
Z.A.C.	2,5000	2,5000	0,4000	0,4000	1,2000
Z.A.D.	2,5000	1,8000	0,4000	0,4000	1,2000
Z.A.E.	1,4	0,6000	0,2	0,2	0,6000

RECUBRIMIENTOS NOMINALES		
Recubrimiento inferior en contacto con hormigón de limpieza		4cm
Recubrimiento superior libre		4/5cm
Recubrimiento lateral en contacto con el terreno		8cm
Recubrimiento lateral libre		4/5cm

DATOS GEOTÉCNICOS	
Tensión admisible del terreno considerada	2 MPa (20Kg/cm ²)



CARACTERÍSTICAS DE MATERIALES - ZAPATAS Y MURO DE CONTENCIÓN									
MATERIAL	Elemento Zona/ Planta	HORMIGÓN				ACERO			
		Nivel control	Coef. Ponde.	Control Tipo	Características	Nivel control	Coef. Ponde.	Control Tipo	
Hormigón limpieza	Z1	Estadístico	1,5	HA-25/B/30/1la	Blanda 6-9cm	25/30 mm	Normal	1,15	B 400 S
	Z2	Estadístico	1,5	HA-25/B/30/1la	Blanda 6-9cm	25/30 mm	Normal	1,15	B 400 S
	Z3	Estadístico	1,5	HA-25/B/30/1la	Blanda 6-9cm	25/30 mm	Normal	1,15	B 400 S
	Hormigón limpieza	Estadístico	1,5	HM-15/B/20/1la	Blanda 6-9cm	15/20 mm	—	—	—

PROYECTO DE:
FACULTAD DE BELLAS ARTES

TRABAJO DE FIN DE GRADO

SITUACIÓN:
CALLE CÁRCEL VIEJA 3, 2880, ALCALÁ DE HENARES, Madrid

PLANO DE:
CIMENTACIÓN

PLANTA CIMENTACIÓN Z1, Z2, Z6

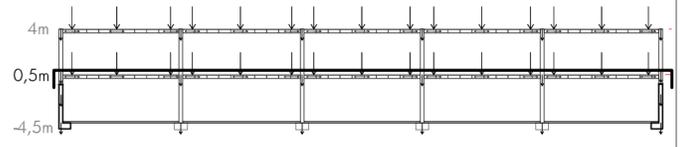
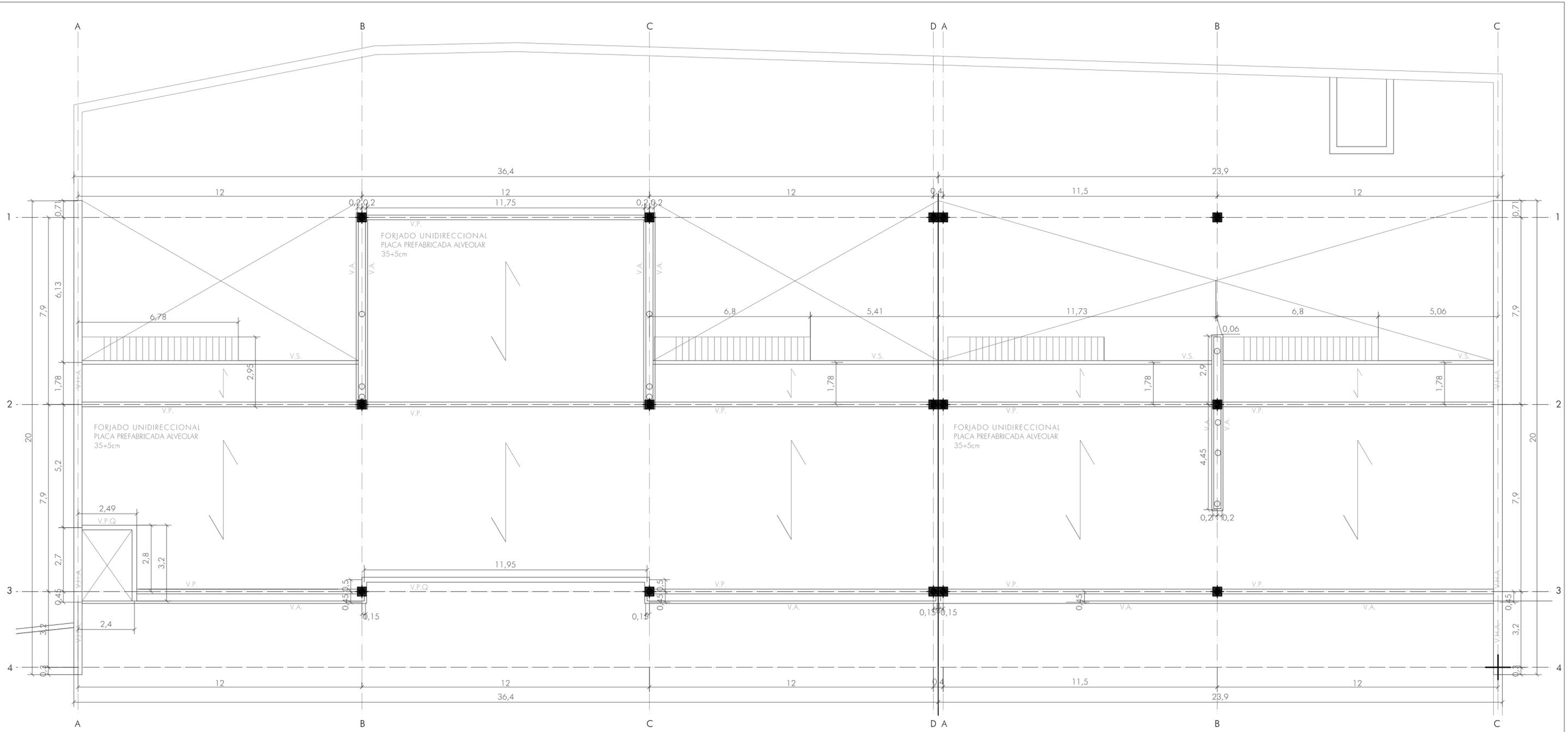
ALUMNO:
ANDREA BALLESTEROS BARRANCO

TUTOR:
MÓNICA MARTÍNEZ MARTÍNEZ

FECHA:
JULIO 2016

Nº PLANO:
3

ESCALA:
1/100

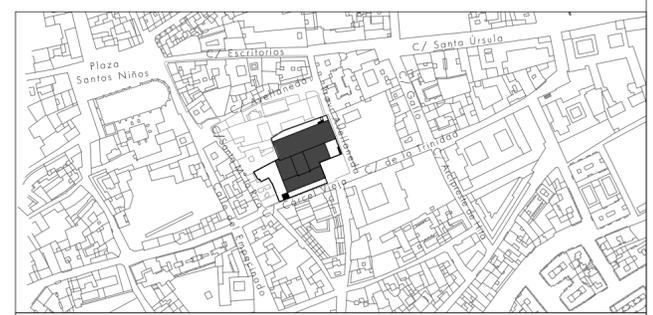
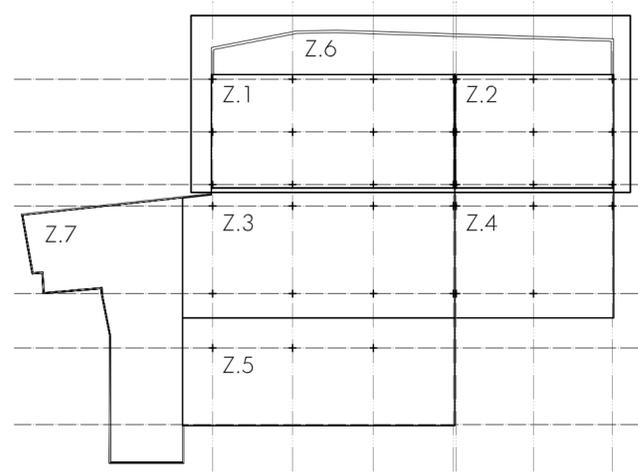


LEYENDA

- V.P. . VIGA PRINCIPAL HE 400B
- V.P.Q. VIGA PRINCIPAL QUEBRADA HE 400B
- V.S. VIGA SECUNDARIA HE 300B
- V.A. VIGA AUXILIAR HE 100B
- V.H.A. VIGA HORMIGÓN ARMADO 0,35x0,35

TIPO	DESCRIPCIÓN	CANTO (cm)	LUZ (m)	VIGA SOPORTE	MALLAZO	ARMADURAS
Forjado planta tipo	Forjado de placa alveolar	30 + 5	12	HE 400 B	e6 #20x20	Ø12

TABLA MATERIALES ELEMENTOS	MATERIAL	COEF.	CARGAS
Placa alveolar	HP25/IIa	1,1	PESO PROPIO 3 KN/m ²
Hormigón vertido en obra	HA - 25 / B / 6 / 1	1,5	TABICQUERIA 1 KN/m ²
Acero refuerzos y negativos	B 500 S	1,1	PAVIMENTO 1 KN/m ²
Acero mallazo	B 400 S	1,1	USO 3 KN/m ²



PROYECTO DE:
FACULTAD DE BELLAS ARTES

TRABAJO DE FIN DE GRADO

SITUACIÓN:
CALLE CÁRCEL VIEJA 3, 2880, ALCALÁ DE HENARES, Madrid

PLANO DE:
ESTRUCTURA

ALUMNO:
 ANDREA BALLESTEROS BARRANCO

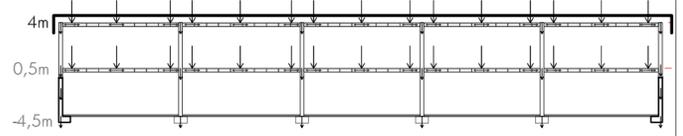
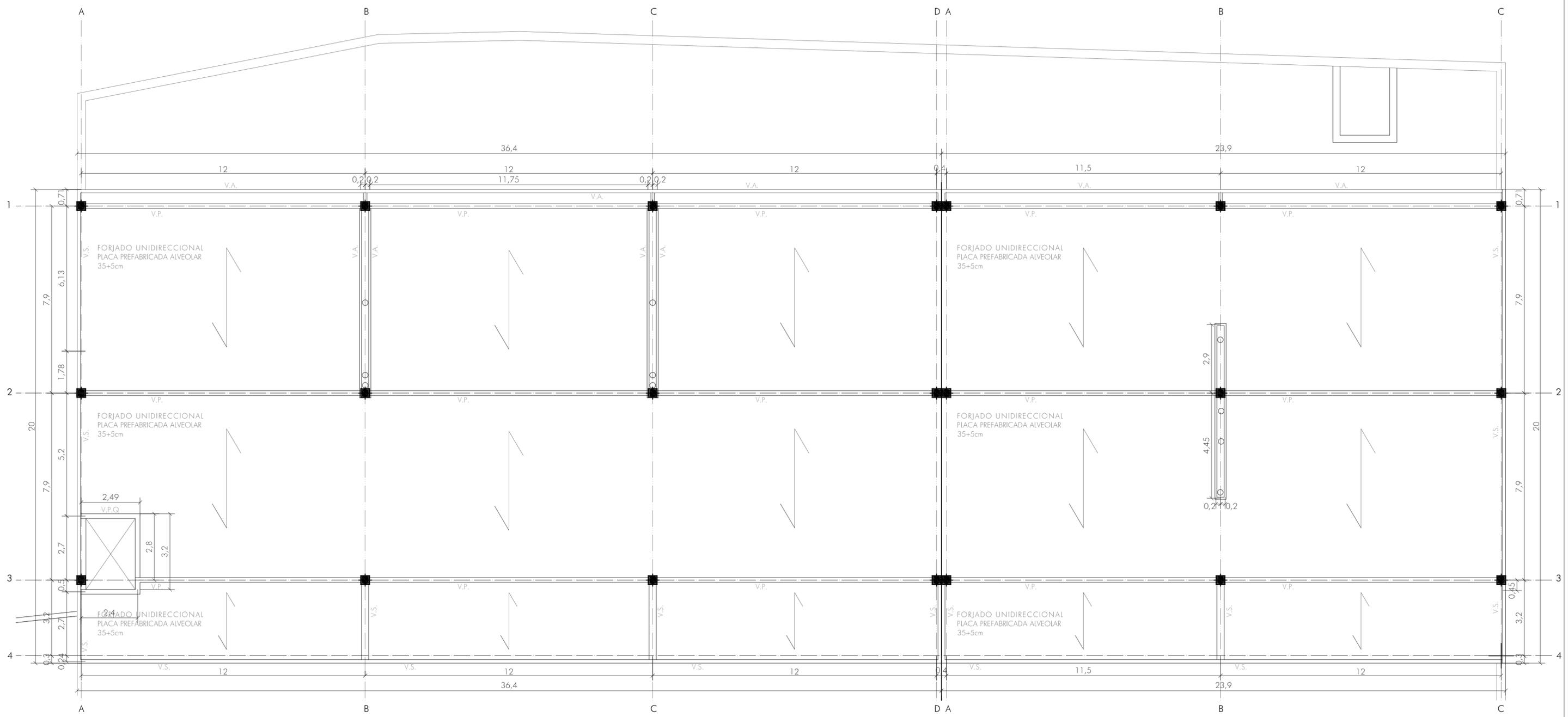
TUTOR:
 MONICA MARTINEZ MARTINEZ

FECHA:
 JULIO 2016

Nº PLANO:
4

ESCALA:
 1/100

PLANTA 1 DE ESTRUCTURA Z1, Z2

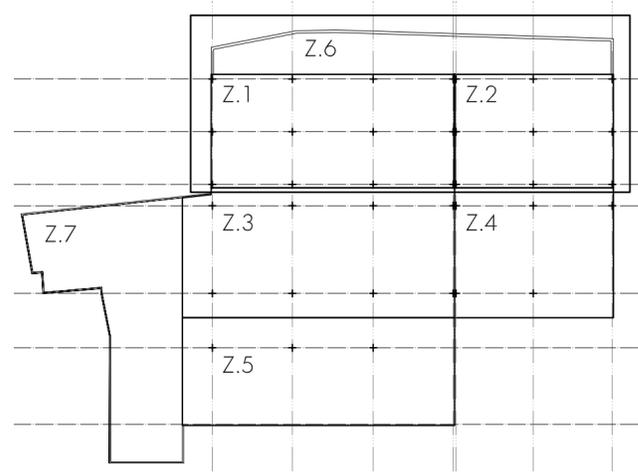


LEYENDA

- V.P. . VIGA PRINCIPAL HE 400B
- V.P.Q. VIGA PRINCIPAL QUEBRADA HE 400B
- V.S. VIGA SECUNDARIA HE 300B
- V.A. VIGA AUXILIAR HE 100B
- V.H.A. VIGA HORMIGÓN ARMADO 0,35x0,35

TIPO	DESCRIPCIÓN	CANTO (cm)	LUZ (m)	VIGA SOPORTE	MALLAZO	ARMADURAS
Forjado planta tipo	Forjado de placa alveolar	30 + 5	2,5	HE 400 B	e6 #20x20	Ø12

TABLA MATERIALES ELEMENTOS	MATERIAL	COEF.	CARGAS	
Placa alveolar	HP25/IIa	1,1	PESO PROPIO	3 KN/m ²
Hormigón vertido en obra	HA - 25 / B / 6 / 1	1,5	TABICQUERIA	1 KN/m ²
Acero refuerzos y negativos	B 500 S	1,1	PAVIMENTO	1 KN/m ²
Acero mallazo	B 400 S	1,1	USO	3 KN/m ²



PROYECTO DE:
FACULTAD DE BELLAS ARTES
TRABAJO DE FIN DE GRADO

SITUACIÓN:
CALLE CÁRCEL VIEJA 3, 2880, ALCALÁ DE HENARES, Madrid

PLANO DE:
ESTRUCTURA
PLANTA 2 DE ESTRUCTURA Z1, Z2

ALUMNO:
 ANDREA BALLESTEROS BARRANCO

TUTOR:
 MONICA MARTÍNEZ MARTÍNEZ

FECHA:
 JULIO 2016

ESCALA:
 INDICA EN PLANOS

Nº PLANO:
5

