

Universidad de Alcalá
Escuela Politécnica Superior

GRADO EN INGENIERÍA DE TECNOLOGÍAS DE
TELECOMUNICACIÓN



Trabajo Fin de Grado

Análisis y Simulación de PMUs

ESCUELA POLITECNICA

Autor: Diego Garzón Domínguez

Tutor: Francisco Javier Rodríguez Sánchez

2016

UNIVERSIDAD DE ALCALÁ

Escuela Politécnica Superior

**Grado en Ingeniería de Tecnologías de
Telecomunicación**

Trabajo Fin de Grado

ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DE PMUs

Autor: Diego Garzón Domínguez

Director: Francisco Javier Rodríguez Sánchez

TRIBUNAL:

Presidente: Emilio José Bueno Peña

Vocal 1º: José Antonio Jiménez Calvo

Vocal 2º: Francisco Javier Rodríguez Sánchez

CALIFICACIÓN:.....

FECHA:.....

A mi familia, en especial a mis padres, por apoyarme y darme la oportunidad de estudiar lo que quería, y darme ánimos cuando los necesitaba.

A los profesores de la carrera, que han participado en mi educación.

A mis compañeros de clase, por acompañarme durante esta etapa.

A mi tutor Francisco Javier, por su ayuda y guía.

Al pequeño Alvarito, por estar ahí.

RESUMEN

En este trabajo de fin de grado se realiza un estudio y análisis de los sistemas de medición de fasores, necesarios para el control y supervisión de las redes eléctricas. En concreto, el trabajo se centra en las unidades PMU (Unidad de Medida de Fasores), y dos de sus algoritmos de implementación: el modelo por DFT (Transformada discreta de Fourier), el más comúnmente utilizado, y el modelo basado en PLL (Lazo de Seguimiento de Fase).

Introductoramente, se define lo que es un sincrofasor. Se presenta el esquema de las unidades de medición, y todo el sistema en el que se engloban. Se incluye una breve presentación del estándar que rige dichos sistemas.

El primer método estudiado es el de la DFT, que se explica empleando como punto de partida las series de Fourier, su transformada, y analizando su funcionamiento de una manera concisa. A continuación, se plantean los distintos algoritmos de medida de fasores mediante DFT, junto con las adaptaciones ante distintos tipos de perturbaciones en una señal de entrada. Finalmente se muestra un modelo de implementación del algoritmo según lo planteado.

Seguidamente se estudia el método basado en PLL, explicando primero los fundamentos de un PLL, para seguidamente introducir el concepto del EPLL, modelo que se usará para las simulaciones posteriores. De este modelo se analiza su linealidad, el ajuste de los parámetros internos de forma teórica para conseguir los mejores resultados, y las diferentes extensiones que se deben añadir para, al igual que con DFT, adaptar el algoritmo a los diferentes tipos de perturbaciones que se pueden presentar en la señal entrante.

Por último, se realizan simulaciones con el *software* MATLAB-SIMULINK, primero paso a paso para los diferentes ajustes de parámetros y extensiones explicados, comprobando el buen funcionamiento ante diferentes tipos de entrada, y finalmente, poniendo todo en conjunto y planteando un modelo final, al que se le realizan distintas pruebas, analizando su rendimiento.

Palabras clave: Fasores, PMU (*Phasor Measurement Unit*), Fourier, DFT (*Discrete Fourier Transform*), PLL (*Phasor Locked Loop*), EPLL (*Enhanced PLL*).

ABSTRACT

In this degree final Project, a study and analysis of the phasor measurement systems is done, for its utility in the control and supervision of the power grids. In particular, the project focuses on the PMU (Phasor Measurement Unit), and two of the algorithms used on it: DFT (Discrete Fourier Transform) model, most commonly used, and a PLL (Phase Locked Loop) based model.

As an introduction, the concept of synchrophasor is defined. A scheme of the measurement units is presented, and the whole system in which they are englobed. A brief submission of the standard that rule those systems.

The first method studied is the DFT one, which is explained with the Fourier series as starting point, its transform, and analyzing its performance in a concise way. Hereafter, distinct algorithms of phasor measurement by DFT are presented, with the adaptations against different disturbances in an input signal. Finally, an algorithm implementation model is shown, as it has been raised.

Next, the PLL based method is studied, explaining first the fundamentals of a PLL, and then introducing the concept of EPLL, model to be used in the further simulations. The linearity of this model is analyzed, its internal parameters adjust in a theoretical way in order to get the best results, and the different modifications to be added for, as in the DFT method, adapt the algorithm to the disturbances that could appear in the input signal.

Lastly, several simulations are realized with the MATLAB-SIMULINK software, firstly step by step for all the parameters and modifications explained before, checking the good behavior against different kinds of input, and finally, putting all together and raising a final model. A varied set of proofs are made over this last model, analyzing its throughput.

RESUMEN EXTENDIDO

Debido a la necesidad de monitorización de las redes eléctricas actuales, para el control de estabilidad de las mismas, se ha incrementado la instalación de equipos de sincrofasores, como las PMU (Unidades de Medida de Fasores), en localizaciones dispersas a lo largo de los sistemas de potencia. Dado este crecimiento, es de interés que estos equipos sean eficientes y precisos a la hora de aportar datos. En este proyecto se realiza un estudio sobre los sistemas de adquisición de fasores, analizando sus dos principales técnicas, DFT y PLL, y simulando un modelo de la segunda.

Primero se define el concepto de sincrofasor, que se trata de una representación de un número complejo utilizado para representar una oscilación, con su magnitud y su fase, que además se calcula relativo a una señal de referencia, con una frecuencia fundamental. Los sincrofasores se obtienen periódicamente. En el caso que nos atañe, esa señal de referencia es una onda coseno universal, asociado al segundo UTC.

La medición de los fasores se realiza en las PMU, cuyo esquema incluye unas entradas analógicas, con el debido acondicionamiento, un conversor analógico/digital, el microprocesador que realiza el algoritmo de adquisición, un receptor de GPS a partir del cual creara la señal de referencia, y un sistema de comunicaciones para transmitir los datos conseguidos. Una PMU da diversos datos, además de la magnitud y fase, también suele dar frecuencia y tasa de cambio de frecuencia. De las PMU, los datos siguen su recorrido por la red de control.

El estándar que regula estos dispositivos es el IEEE C37.118, actualizado en 2011. Interesa de este estándar la definición de TVE, que es el vector total de error, que sirve para calcular lo erróneo que resultan los datos recibidos. En las pruebas que se le realicen al PMU, el TVE debe estar por debajo del 1% en régimen estacionario, para unos límites de error determinados, como puede ser ± 5 Hz fuera de la frecuencia nominal, o armónicos de hasta el 10% de la amplitud de la fundamental.

El primer método bajo estudio es el método por DFT. Basado en las series y la transformada de Fourier, llevado al ámbito discreto, se centra en el modo de enventanado de los datos recibidos y su tasa de muestreo, prestando atención a los efectos de *aliasing*, cumpliendo el criterio de Nyquist, y evitando el *leakage*.

En su estudio, se contemplan dos maneras de implementarlo: no recursiva y recursivamente. La primera es simple y estable, pero requiere un gran esfuerzo de computación. La segunda, al contrario, es más inestable, pero de gran eficiencia de computación, por lo que suele ser la elegida para muchas aplicaciones.

Además de esto, hay que tener en cuenta los efectos del ruido y las distorsiones que puedan aparecer en la señal de entrada, que puede ser reducido aumentando la tasa de muestreo, aumentando la longitud de ventana. Ante estados transitorios de error, se puede implementar un método de monitorización de calidad de fasor, que detecte fallos y actúe en consecuencia. Si el error se da por una aparición de componente continua, se puede aplicar un sistema de cálculo que la elimine, en base a la estimación del atenuamiento que se producirá después de que aparezca.

Es muy importante en el método de la DFT, tener en cuenta la manera de estimar fasores de entradas que no estén a la frecuencia nominal. Para ello se definen unos

factores P y Q que corregirán los valores calculados y estimarán a su vez la variación de frecuencia respecto a la nominal. Pero estos coeficientes también conllevan una atenuación, un error en la amplitud medida, que deben ser compensados mediante otros métodos como tablas de calibración, medias o filtros de remuestreo.

El segundo método, basado en PLL, se estudia como alternativa al primero, que es el más utilizado en la actualidad. Con este método, se intentan mejorar los errores que puede presentar la DFT, por los efectos de *leakage*, del hecho de solo poder utilizar un número de componentes finito, y la cantidad de cómputo que conlleva.

Un PLL o lazo de seguimiento de fase, es un sistema realimentado que engancha la fase de su señal de salida con la fase de la señal de entrada. Consta básicamente de un comparador de fase, un filtro paso bajo, y un oscilador VCO. Se va a utilizar un modelo mejorado, que quita la doble frecuencia que se genera en el comparador del PLL básico, y además incluye un bucle de estimación de amplitud. Este modelo mejorado se denomina EPLL. Al analizar su estructura, se pueden deducir su sistema de ecuaciones, y las constantes de las que depende. Es posible linealizar el modelo, de manera que pueden establecerse teóricamente sus parámetros para conseguir el mejor funcionamiento posible.

Hay que tener en cuenta los errores y distorsiones que puede traer consigo la señal de entrada, por lo que al modelo se le deben añadir modificaciones, distintas ramas al lazo de control principal, para rechazar las componentes continuas y armónicas. Mediante el lugar de las raíces de los distintos sistemas de control podemos ajustar los parámetros de nuevo, y comprobar que posibilidades nos otorga cada configuración.

Es necesario hacer una breve introducción a cómo realizar el modelo para señales trifásicas. Básicamente, el modelo es parecido al comentado, pero se debe hacer una transformación de esas señales trifásicas abc a un sistema $dq0$, mediante la transformación de Park.

A continuación, se realizan las simulaciones para el EPLL estudiado. Comenzando por el EPLL simple, sin extensiones o modificaciones, con los valores analizados en teoría; se consiguen resultados esperados en cuanto a tiempo de establecimiento, y el comportamiento ante la variación de los parámetros es el esperado. La entrada es una señal de frecuencia nominal, sin variaciones o errores.

Después se incluye el lazo de estimación de frecuencia, y se introduce una señal de frecuencia distinta a la nominal. Los resultados siguen siendo muy parejos a la simulación anterior, y el enganche es muy bueno, llegando a la conclusión tras un par de pruebas, que el ajuste óptimo es el calculado en teoría.

Las siguientes pruebas se realizan incluyendo, primero, la rama de rechazo de componente DC, y después la de rechazo de armónicos (para el 3º y 5º). Los resultados empeoran respecto a las anteriores simulaciones: aumentan los tiempos de establecimiento o enganche, y en el caso de los armónicos, existe un error en régimen permanente significativo. Para mejorar este resultado se hace un ajuste de los parámetros, analizando también los lugares de las raíces, de manera que se mejora notablemente el error, pero empeora el transitorio.

Finalmente se realiza un modelo de EPLL completo incluyendo todas las ramas, y sobre este, se hacen pruebas distintas, introduciendo errores: saltos de amplitud, de frecuencia, de fase, inclusión de componentes frecuenciales no nominales (DC y

armónicos). Los resultados son satisfactorios, se hace un análisis también del TVE, y se comprueba que se cumplen los objetivos del estándar.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

1	INTRODUCCIÓN AL TRABAJO DE FIN DE GRADO	1
1.1	Introducción al tema	1
1.2	Objetivos	2
1.3	Organización de la memoria	2
2	SINCROFASORES.....	5
2.1	Concepto de fasor	5
2.2	Definición de sincrofasor.....	7
2.3	Generación de la onda coseno universal en la PMU.....	7
3	UNIDAD DE MEDIDA DE FASORES.....	9
4	ESTÁNDAR SINCROFASORES	11
5	ESTUDIO DE LOS MÉTODOS: DFT	15
5.1	Series de Fourier	15
5.2	Transformada de Fourier	17
5.3	Transformada Discreta de Fourier	20
5.4	Fenómeno de “Leakage”	22
5.5	Representación de fasores con la DFT	23
5.6	Estimación de fasores de entradas de frecuencia nominal	24
5.6.1	Actualización no recursiva.....	25
5.6.2	Actualización recursiva.....	26
5.6.3	Efecto de la señal de ruido y la longitud de la ventana.....	27
5.6.4	Calidad del fasor estimado y monitorización de transitorio	29
5.6.5	Tratamiento del offset DC en las señales de entrada	31
5.7	Estimación de fasores de entradas de frecuencia no nominal	32
5.8	Modelo de algoritmo de procesamiento de fasor por DFT.....	38
6	ESTUDIO DE LOS MÉTODOS: EPLL.....	41
6.1	Resumen funcionamiento sistema PLL	41
6.2	Estructura del EPLL.....	43
6.3	Ajuste de los parámetros del EPLL	48
6.4	Tratamiento de componente DC.....	49
6.5	Tratamiento de componentes armónicas.....	51
6.6	Breve introducción al EPLL para sistemas trifásicos.	54
7	SIMULACIONES EPLL.....	57
7.1	Simulación LTI-EPLL	57

7.2	Simulación EPLL con estimador de frecuencia.....	59
7.3	Simulación EPLL con rama de rechazo de DC.....	62
7.4	Simulación EPLL con rama de rechazo de armónicos	65
7.5	Verificación del funcionamiento de un EPLL como PMU	71
7.5.1	Prueba de salto de amplitud	72
7.5.2	Prueba de salto de frecuencia.....	73
7.5.3	Prueba de componente continua.....	74
7.5.4	Prueba de componentes armónicas 3 y 5.....	75
7.5.5	Prueba de salto de fase	78
7.5.6	Prueba final conjunta	79
8	CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS	81
8.1	Conclusiones.....	81
8.2	Líneas futuras	82
9	PRESUPUESTO	83
10	Bibliografía	85

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 . EQUIVALENCIA ENTRE LA ONDA COSENO Y EL VECTOR ROTATORIO.	5
FIGURA 2. REPRESENTACIÓN EN EL PLANO COMPLEJO DEL FASOR X	6
FIGURA 3. COMPARACIÓN DE TRES ONDAS DE IGUAL FRECUENCIA.	7
FIGURA 4. CÁLCULO DE FASE DE UNA ONDA DE FRECUENCIA IGUAL A LA NOMINAL.	8
FIGURA 5. CÁLCULO DE FASE DE UNA ONDA DE FRECUENCIA POR ENCIMA DE LA NOMINAL.	8
FIGURA 6. PRINCIPALES BLOQUES DE UNA UNIDAD PMU.	9
FIGURA 7. REPRESENTACIÓN DE UNA RED DE SINCRFASORES.	10
FIGURA 8. ONDA PERIÓDICA DE PULSOS CUADRADOS DE PERIODO T.	16
FIGURA 9. ONDA CUADRADA APROXIMADA POR LOS 7 PRIMEROS TÉRMINOS DE SU SERIE DE FOURIER.	16
FIGURA 10. TRANSFORMADA DE FOURIER DE UNA FUNCIÓN DE INFORMACIÓN MUESTREADA.	18
FIGURA 11. EJEMPLOS DE FUNCIONES EN TIEMPO Y EN EL DOMINIO TRANSFORMADO DE $x(t)$, $\Delta(t)$ Y $w(t)$	20
FIGURA 12. (A) VENTANA RECTANGULAR Y (B) SU TRANSFORMADA, JUNTO CON (C) LA VENTANA DE HANNING Y (D) SU TRANSFORMADA.	22
FIGURA 13. ACTUALIZACIÓN DE FASORES CON VENTANAS DE N MUESTRAS.	25
FIGURA 14. PERIODO TRANSITORIO DE UNA SEÑAL CUANDO OCURRE UN FALLO. LAS VENTANAS SOMBREADAS CONTIENEN DATOS QUE NO INTERESAN.....	29
FIGURA 15. GRÁFICA DE OFFSET DE P EN FUNCIÓN DE LA DESVIACIÓN DE FRECUENCIA RESPECTO A LA NOMINAL.....	34
FIGURA 16. GRÁFICA DE OFFSET DE Q EN FUNCIÓN DE LA DESVIACIÓN DE FRECUENCIA RESPECTO A LA NOMINAL.	35
FIGURA 17. MAGNITUD DEL FASOR ESTIMADO DE UNA SEÑAL A 60.5HZ.	36
FIGURA 18. ÁNGULO DE FASE DEL FASOR ESTIMADO DE UNA SEÑAL A 60.5HZ.....	36
FIGURA 19. MAGNITUD DEL FASOR ESTIMADO DE UNA SEÑAL A 60.5HZ USANDO EL FILTRO DE MEDIA MÓVIL DE TRES PUNTOS.	37
FIGURA 20. FASE DEL FASOR ESTIMADO DE UNA SEÑAL A 60.5HZ USANDO EL FILTRO DE MEDIA MÓVIL DE TRES PUNTOS.....	37
FIGURA 21. ARQUITECTURAS BÁSICAS DE ESTIMACIÓN DE FASORES.	39
FIGURA 22. ESQUEMA DEL ALGORITMO DE PROCESAMIENTO DE FASORES POR DFT.	39
FIGURA 23. ESTRUCTURA PLL ESTÁNDAR.	41
FIGURA 24. MODELO LINEAL DE UN PLL.	42
FIGURA 25. DIAGRAMA DE BLOQUES DE UN EPLL.....	43
FIGURA 26. ESTRUCTURA DE LAZO ABIERTO DEL LTI-EPLL.....	46
FIGURA 27. LAZO ABIERTO DEL EPLL CON EL BUCLE ADAPTATIVO DE FRECUENCIA/FASE.....	47
FIGURA 28. ESTRUCTURA DE EPLL CON RAMA DE RECHAZO DE DC.	49
FIGURA 29. LUGAR DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS DEL SISTEMA DE LA FIGURA 33.	50
FIGURA 30. GRÁFICA DE VALORES DE M_0 EN FUNCIÓN DE LOS VALORES DE M.....	50
FIGURA 31. ESTRUCTURA DE EPLL CON UNA RAMA DE RECHAZO DE COMPONENTES FRECUENCIALES ARMÓNICAS NO DESEADAS.	51
FIGURA 32. LUGAR DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS DEL SISTEMA DE LA FIGURA 36 PARA LOS ARMÓNICOS 3, 5 Y 7, CON $M=222$	52
FIGURA 33. LUGAR DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS DEL SISTEMA DE LA FIGURA 36 PARA EL ARMÓNICO 7, CON $M=444$	52
FIGURA 34. LUGAR DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS DEL SISTEMA DE LA FIGURA 36 PARA EL ARMÓNICO 5, CON $M=444$	53

FIGURA 35. LUGAR DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS DEL SISTEMA DE LA FIGURA 36 PARA EL ARMÓNICO 3, CON $M=444$	53
FIGURA 36. ESTRUCTURA DE UN SRF-PLL ESTÁNDAR.	54
FIGURA 37. ESTRUCTURA LTI-EPLL SIMULADA EN SIMULINK.	57
FIGURA 38. PANTALLA SCOPE, COMPROBACIÓN TIEMPO ESTABLECIMIENTO PARA LTI-EPLL, M DE 444.	58
FIGURA 39. PANTALLA SCOPE, COMPROBACIÓN TIEMPO ESTABLECIMIENTO PARA LTI-EPLL, M DE 1600.	58
FIGURA 40. PANTALLA SCOPE, COMPROBACIÓN TIEMPO ESTABLECIMIENTO PARA LTI-EPLL, M DE 160.	59
FIGURA 41. ESTRUCTURA EPLL CON BUCLE DE ESTIMACIÓN DE FRECUENCIA EN SIMULINK.	60
FIGURA 42. PANTALLA SCOPE, COMPROBACIÓN TIEMPO ESTABLECIMIENTO PARA EPLL CON BUCLE DE ESTIMACIÓN DE FRECUENCIA, M DE 444 Y M_2 DE 50000, PARA UNA SEÑAL DE 53Hz.	60
FIGURA 43. PANTALLA SCOPE, COMPROBACIÓN TIEMPO ESTABLECIMIENTO PARA EPLL CON BUCLE DE ESTIMACIÓN DE FRECUENCIA, M DE 222 Y M_2 DE 12500, PARA UNA SEÑAL DE 53Hz.	61
FIGURA 44. PANTALLA SCOPE, COMPROBACIÓN TIEMPO ESTABLECIMIENTO PARA EPLL CON BUCLE DE ESTIMACIÓN DE FRECUENCIA, M DE 666 Y M_2 DE 112500, PARA UNA SEÑAL DE 53Hz.	61
FIGURA 45. ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE PRUEBAS EN SIMULINK, PARA EVALUAR EL IMPACTO DE COMPONENTE DC.....	62
FIGURA 46. PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, A LA QUE SE AÑADE UNA DC DE -0.4, EN EL INSTANTE $T=0.4s$. LA M_0 VALE 70.....	63
FIGURA 47. PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 53Hz, A LA QUE SE AÑADE UNA DC DE -0.4, EN EL INSTANTE $T=0.4s$. LA M_0 VALE 70.....	63
FIGURA 48. PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 53Hz, A LA QUE SE AÑADE UNA DC DE -0.4. LA M_0 VALE 150.....	64
FIGURA 49. PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 53Hz, A LA QUE SE AÑADE UNA DC DE -0.4. LA M_0 VALE 40.....	64
FIGURA 50. ESTRUCTURA DEL SISTEMA DE PRUEBAS EN SIMULINK, PARA EVALUAR EL IMPACTO DE COMPONENTES ARMÓNICAS.....	65
FIGURA 51. ESTRUCTURA INTERNA DEL BLOQUE EPLL ARMÓNICO 3.....	66
FIGURA 52. PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, A LA QUE SE AÑADEN SU TERCER Y QUINTO ARMÓNICO DE 0'1 DE AMPLITUD EN EL INSTANTE $T = 0.5s$	66
FIGURA 53. DETALLE DEL ERROR EN LA AMPLITUD DE LA FIGURA 57.	67
FIGURA 54. DETALLE DEL ERROR EN LA AMPLITUD DEL CASO DE LA FIGURA 57, PARA UNA $k=1.5$	67
FIGURA 55. LUGAR DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS DEL SISTEMA PARA EL ARMÓNICO 3, CON $M=666$	68
FIGURA 56. . LUGAR DE LAS RAÍCES DE LOS POLOS DEL SISTEMA PARA EL ARMÓNICO 3, CON $M=666$	68
FIGURA 57. PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, A LA QUE SE AÑADEN SU TERCER Y QUINTO ARMÓNICO DE 0'1 DE AMPLITUD EN EL INSTANTE $T = 0.5s$. LA k SE HA LLEVADO A 1.5, RESPECTO A SU VALOR INICIAL 1, Y LOS POLOS HAN SIDO AJUSTADOS MEDIANTE EL LUGAR DE LAS RAÍCES.....	69
FIGURA 58. DETALLE DEL ERROR EN LA AMPLITUD DEL CASO DE LA FIGURA 57, PARA UNA $k=1.5$	69

FIGURA 59. PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 53Hz, A LA QUE SE AÑADEN SU TERCER Y QUINTO ARMÓNICO DE 0'1 DE AMPLITUD EN EL INSTANTE $T = 0.5s$	70
FIGURA 60. DETALLE DEL ERROR EN LA AMPLITUD DEL CASO DE FIGURA 59, PARA UNA $K=1.5$	70
FIGURA 61. ESTRUCTURA DEL SISTEMA COMPLETO DE PRUEBAS EN SIMULINK.....	71
FIGURA 62. DETALLE DE LA PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, QUE AUMENTA SU AMPLITUD EN $T=0.5s$	72
FIGURA 63. TVE DEL CASO ESTUDIADO EN LA FIGURA 62.	72
FIGURA 64. DETALLE DE LA PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, QUE EXPERIMENTA UN SALTO DE FRECUENCIA DE 4 Hz EN $T=0.5s$	73
FIGURA 65. TVE DEL CASO ESTUDIADO EN LA FIGURA 64.	73
FIGURA 66. DETALLE DE LA PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, AL QUE SE INTRODUCE UNA COMPONENTE DC DE -0.4 EN EL INSTANTE $T=0.5s$	74
FIGURA 67. TVE DEL CASO ESTUDIADO EN LA FIGURA 66, Y EL DETALLE EN RÉGIMEN ESTACIONARIO.	74
FIGURA 68. DETALLE DE LA PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, AL QUE SE INTRODUCEN COMPONENTES ARMÓNICAS DE ORDEN 3 Y 5, DE 0.1 DE AMPLITUD, EN EL INSTANTE $T=0.5s$	75
FIGURA 69. TVE DEL CASO ESTUDIADO EN LA FIGURA 68.	75
FIGURA 70. LUGAR DE LAS RAÍCES PARA EL BLOQUE DC, CON $K=1.5$	76
FIGURA 71. DETALLE DE LA PANTALLA SCOPE, PARA EL MISMO CASO QUE EN LA FIGURA 68, CON LA K ESTABLECIDA EN 1.5.	77
FIGURA 72. TVE DEL CASO ESTUDIADO EN LA FIGURA 68.	77
FIGURA 73. DETALLE DE LA PANTALLA SCOPE, PARA UNA SEÑAL DE FRECUENCIA DE 50Hz, QUE EXPERIMENTA UN CAMBIO DE FASE DE $\pi/2$ EN EL INSTANTE $T=0.5s$	78
FIGURA 74. TVE DEL CASO ESTUDIADO EN LA FIGURA 73.	78
FIGURA 75. TVE DE LA PRUEBA FINAL, CON LA SEÑAL A 50Hz ACOMPAÑADA DE SU QUINTO ARMÓNICO, QUE SUFREN UN SALTO DE AMPLITUD Y FRECUENCIA EN EL INSTANTE $T=0.5s$	79
FIGURA 76. GRÁFICA DE FRECUENCIA ESTIMADA PARA LA PRUEBA ÚLTIMA.	80
FIGURA 77. GRÁFICAS DE PORCENTAJE DE ERROR DE AMPLITUD (IZQ.) Y ERROR DE FASE EN GRADOS (DCHA.) DE LA PRUEBA ÚLTIMA.....	80

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. TASA DE INFORMES POSIBLES PARA 50 O 60Hz.....	12
TABLA 2. LÍMITES Y RANGOS DE ERROR PARA LOS NIVELES 0 Y 1.....	13
TABLA 3. EJEMPLO DE UNA ESTIMACIÓN DE FASORES PARA LOS MÉTODOS NO RECURSIVO Y RECURSIVO.....	27
TABLA 4. COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE ERROR ANTE UNA SEÑAL RUIDOS CON DISTINTAS TASAS DE MUESTREO.	28
TABLA 5. EFECTO DE LA TASA DE MUESTREO SOBRE P CON F=62Hz, SIENDO F ₀ =60Hz.	34
TABLA 6. EFECTO DE LA TASA DE MUESTREO SOBRE Q CON F=62Hz, SIENDO F ₀ =60Hz.....	35

1 INTRODUCCIÓN AL TRABAJO DE FIN DE GRADO

1.1 Introducción al tema

Las perturbaciones en un sistema de transmisión de potencia pueden causar oscilaciones de baja frecuencia en los ángulos de los rotores de los generadores. Si no se atenúa de manera efectiva o sumado a perturbaciones adicionales, las oscilaciones pueden evolucionar en inestabilidad angular del sistema de potencia. Un ejemplo típico es el del Agosto de 1996 en Norteamérica, en el que se produjo un apagón debido a la escasa atenuación de las oscilaciones interzonales, y el aislamiento del sistema que ocasionó cortes de potencia en cascada. Se puede leer más de este acontecimiento en la referencia [1].

Por tanto, la monitorización online y el descubrimiento de oscilaciones de baja frecuencia en los sistemas de transmisión pasan a ser aspectos críticos dentro de las redes de energía eléctrica. En los años recientes, han aumentado las instalaciones de PMUs (Unidades de medida de fasores), que proporcionan medidas sincronizadas por GPS con una alta frecuencia de muestreo, del orden de los KHz. Colocados en localizaciones críticas convenientemente elegidas, los sincrofasores pueden proveer de información continua de medidas a una herramienta de monitorización de oscilaciones para estimar parámetros modales como la frecuencia, atenuación, fase y amplitud, y la coherencia (ej. la correlación) entre los datos de diferentes sincrofasores. Este conjunto de parámetros es lo que se define como la forma modal del sistema.

Actualmente, los métodos de monitorización de oscilaciones basados en el análisis de espectro son los más usados. Típicamente, los enfoques de análisis de espectros estiman la frecuencia mediante la DFT, aplican análisis de Prony [2] o transformadas Wavelet [3] para estimar la atenuación, y estudiar la forma modal por análisis de espectro cruzado [4].

Sin embargo, la precisión de este enfoque está limitada por la naturaleza del algoritmo de DFT: presenta efectos de *leakage* o manchado espectral cuando se utiliza sobre señales limitadas en el tiempo, y solo considera un número finito de componentes frecuenciales por la complejidad computacional. Por tanto, la fase y frecuencia estimadas pueden estar fuertemente influenciadas por las componentes frecuenciales próximas. Consecuentemente, aparecen errores significativos en otros parámetros modales. Esta desventaja se vuelve mayor cuando varios modos de oscilación tienen frecuencias cercanas. Además, en un sistema de potencia, las señales capturadas por los sincrofasores suelen mostrar parámetros modales flotantes, que se muestran cambiantes, especialmente para las frecuencias y fases en periodos transitorios que siguen a perturbaciones, debidos a la naturaleza no lineal de los sistemas de potencia. El análisis de espectro cruzado puede entonces presentar errores significativos en la estimación de la forma modal. Para la estimación de atenuación, el análisis Prony presenta errores ante las no-linealidades de una señal, y la transformada Wavelet descompone la señal en múltiples bandas de frecuencia, cuya precisión está limitada por la escala de resolución.

Con un enfoque basado en la técnica de PLL (lazo de seguimiento de fase) se pueden hacer estimaciones más eficientes y precisas por depender menos del número de componentes frecuenciales y la duración de la señal medida, y dado que la frecuencia y la fase se rastrean adaptativamente con una alta precisión por el PLL.

1.2 Objetivos

En el presente trabajo de fin de grado se analizan en detalle varias técnicas de medida de fasores de la red eléctrica, y se estudian los métodos de implementación de las unidades encargadas de estas mediciones, las denominadas PMU.

Para ello, se ubican los sincrofasores y las PMU dentro de un sistema de control de la red eléctrica, y se centra el estudio en dos métodos de interés: DFT y PLL. Para ambos, se realizará un estudio de sus fundamentos teóricos y de las técnicas de implementación del algoritmo en la medición de fasores, y en el caso del PLL, se realizará la simulación de un sistema completo, incluyendo señales con perturbaciones, para estudiar sus prestaciones y rendimiento.

1.3 Organización de la memoria

La memoria de este trabajo de fin de grado está dividida en capítulos, según la estructura que se describe a continuación.

En el capítulo 0, se ha introducido el trabajo, contextualizando y explicando la motivación del tema, junto con los objetivos que se persiguen [5].

En el capítulo 2, se explica el concepto de fasor, y la extensión de los mismos para ser sincrofasores con el concepto de coseno universal [6] [7].

En el capítulo 3, se realiza una breve introducción sobre la historia de las PMU, y a continuación se explican los esquemas básicos de implementación y sus características [8] [9] [10].

En el capítulo 4, se exponen los puntos que conciernen al trabajo sobre el estándar de sincrofasores y medición de los mismos [11].

En el capítulo 5, se desarrolla el método de la DFT, empezando por las bases de este algoritmo (**apartados 5.1, 5.2, 5.3 y 5.4**), continuando por las distintas formas de implementarlo, sus aplicaciones y mejoras (**apartados 5.5, 5.6 y 5.7**), y terminando con el modelo básico de implementación (**apartado 5.8**) [8] [12] [13].

En el capítulo 6, se desarrolla el otro método estudiado, el basado en PLL, igualmente explicando las bases del mismo (**apartados 6.1 y 6.2**), el ajuste de sus parámetros y características (**apartado 6.3**), y las extensiones a aplicar para el rechazo de perturbaciones o componentes no deseadas (**apartados 6.4 y 6.5**), finalizando con una breve introducción a la implementación en sistemas trifásicos (**apartado 6.6**) [14] [15].

En el capítulo 7, se llevan a cabo las simulaciones de los análisis teóricos del capítulo 6 para la implementación del método basado en PLL.

En el último capítulo, el 8, se exponen las conclusiones alcanzadas y posibles vías de estudio futuras.

2 SINCROFASORES

2.1 Concepto de fasor

Las tensiones e intensidades de la red eléctrica son señales básicamente sinusoidales que vienen representadas, de forma genérica, por la ecuación:

$$x(t) = X_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) \quad (1)$$

Donde X_m representa el valor de pico de la onda, φ la fase en radianes, en el instante $t=0$, y $\omega=2\pi \cdot f$ la frecuencia en radianes por segundo. Esta onda coseno puede ser representada por la proyección en el eje de abscisas, equivalente a la parte real, de un vector representado en el plano complejo, que rota a una velocidad ω , y que forma en el instante de tiempo 0, un ángulo φ con respecto al eje real. En la Figura 1 se muestra esa equivalencia (el plano complejo está girado 90°).

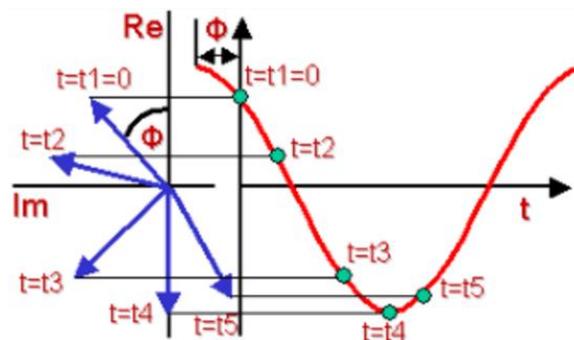


Figura 1 . Equivalencia entre la onda coseno y el vector rotatorio.

De esta manera, la ecuación (1) se podrá expresar así:

$$x(t) = \text{Re} [X_m \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}] \quad (2)$$

O lo que es lo mismo

$$x(t) = \text{Re} [X_m \cdot e^{j\omega t} e^{j\varphi}] \quad (3)$$

Por la dificultad para representar un vector rotatorio girando a esa velocidad ω en el plano complejo, se representará únicamente en determinados instantes de tiempo, lo más común es en el $t=0$. Se obtendría entonces el vector estático que se representa en la Figura 2, al que se le denomina fasor.

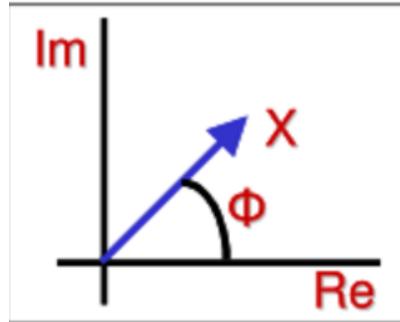


Figura 2. Representación en el plano complejo del fasor X

La ecuación del fasor quedaría de la siguiente manera representada:

$$X = X_m \cdot e^{j\varphi} = X_m \cdot (\cos\varphi + j\sin\varphi) = X_m \angle \varphi \quad (4)$$

En ingeniería eléctrica los módulos de los fasores se suelen representar por su valor eficaz, $X_{RMS} = X_m / \sqrt{2}$, en lugar de por el valor máximo.

Al definir fasor se prescinde del término $e^{j\omega t}$, que contiene información del tiempo y la frecuencia, pero hay que tener en cuenta que cada diagrama fasorial está asociado a un instante de tiempo y a una frecuencia ω .

Los instantes de tiempo en los que se “fotografía” el vector rotativo definen los valores máximos de una onda de referencia $x_{ref}(t)$, de forma que la fase del fasor X representa el desfase entre esa onda coseno referencia, y la observada $x(t)$. Si las dos ondas coseno tienen la misma frecuencia, el diagrama fasorial permanece constante. Si por el contrario, la frecuencia entre ambas es distinta, la fase del fasor calculado varía con el tiempo según la ecuación $2\pi \cdot (f - f_{ref}) \cdot T_{ref}$, donde f_{ref} y T_{ref} representan la frecuencia de la onda de referencia y su periodo respectivamente.

En la obtención del fasor antes descrita se ha considerado una onda sinusoidal pura, con módulo, fase y frecuencia constantes, es decir, en régimen estacionario. En un sistema real eléctrico las señales contienen componentes sinusoidales de distintas frecuencias (p.e. armónicos), y sus parámetros pueden variar con el tiempo (régimen transitorio). Ante esta circunstancia, el objetivo sigue siendo obtener el fasor de la frecuencia de interés, que suele corresponder con la nominal. Para ello se emplearán distintas técnicas algunas de las cuales se tratarán en este trabajo.

En la Figura 3, se puede observar un ejemplo con tres ondas sinusoidales con la misma frecuencia, pero que varían en amplitud y fase. Se puede ver que la representación del fasor se basa en la posición de la onda, y que la distancia relativa entre cada fasor es siempre la misma, independientemente del momento elegido de captura. Este hecho se produce por tener la misma frecuencia todas las ondas., de otro modo, la diferencia de fase iría variando.

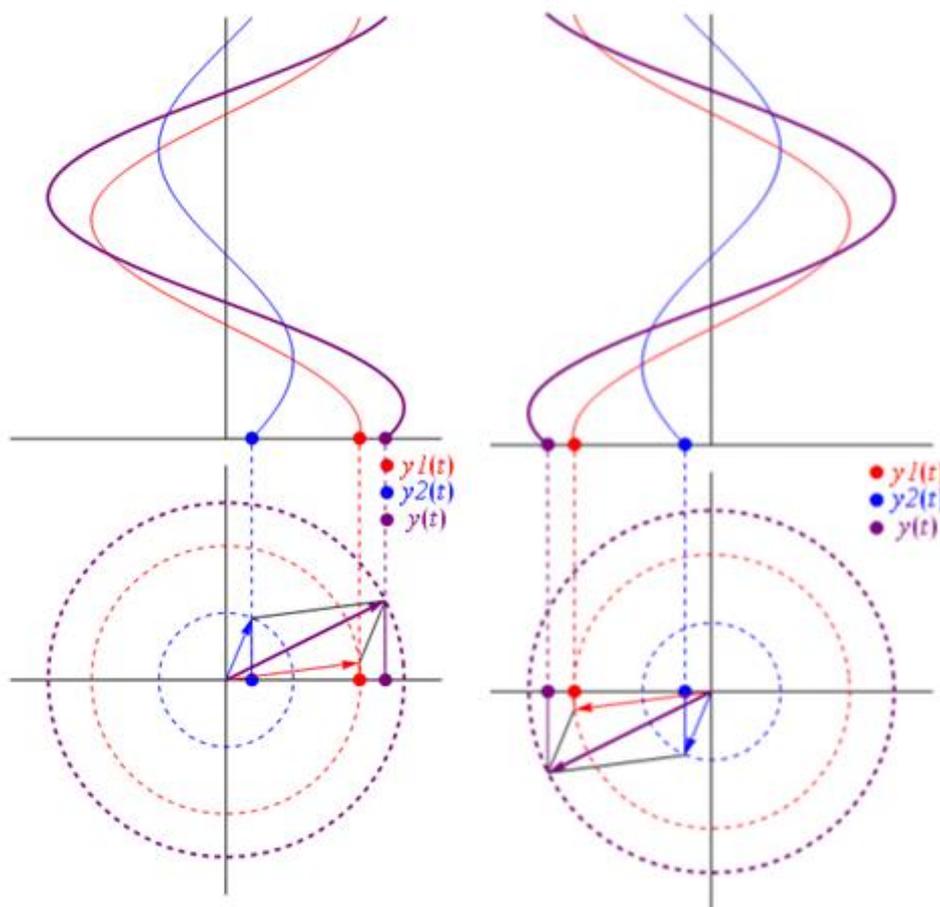


Figura 3. Comparación de tres ondas de igual frecuencia.

2.2 Definición de sincrofasor

Un sincrofasor es un fasor referido a una onda coseno de frecuencia nominal, que va a ser de 50 o 60 Hz según la región del mundo de que se trate, y que se encuentra sincronizada con la hora UTC (Universal Time Coordinated), es decir, que alcanza su valor máximo en el cambio de segundo UTC. Para calcular un sincrofasor X asociado a una onda coseno, se necesitará tener la lectura tanto de esta onda como la de la onda coseno de referencia sincronizada con UTC. A partir de ahora llamaremos a esta última “onda coseno universal” para abreviar.

2.3 Generación de la onda coseno universal en la PMU

Para que la PMU construya la onda universal debe conocer con exactitud el momento en el que cambia el segundo UTC, donde alcanza su máximo de amplitud en la onda, a través de los denominados PPS. Son señales de sincronización (Pulse per Second, Pulso por segundo), y se trata de un tren de pulsos cuadrados de 1Hz con el flanco de subida coincidiendo con el cambio de segundo.

Por otro lado, la unidad de medida deberá poder asociar la hora UTC exacta a dicho segundo, de modo que se pueda adjuntar a cada fasor una etiqueta de tiempo. La mejor fuente para dicha sincronización es el sistema GPS. También es factible usar protocolos de distribución de tiempo en redes de comunicaciones (NTP), si bien en circunstancias muy controladas.

Contando con ello, la PMU sólo dispondría como referencia externa de los máximos de onda del coseno universal, que se producen cada segundo. El resto de instantes deben ser definidos por la PMU con su reloj interno. Cada instante de cálculo de sincrofasor, que suele estar entre los 50 o 60 por segundo dependiendo de la frecuencia nominal, se denomina fracción de segundo. El PPS coincide con la fracción 0.

Por las derivas que pueden tener el reloj interno y el de GPS, estas deberán corregirse para definir las fracciones de segundo en los instantes adecuados. El reloj de la PMU medirá el tiempo entre PPS, que puede variar de los 1000 ms, y lo validará y usará como tiempo de separación entre las fracciones de segundo aplicando

$$T_{\text{seg_medido}} / n^{\circ}_fracciones_seg$$

De no efectuarse esta operación las últimas fracciones de segundo podrían acumular un error importante de tiempo.

La etiqueta de tiempo de un sincrofasor vendrá dada por el SOC (Second of the Century) y el número de la fracción de segundo. La etiqueta de SOC consiste en un entero de 32 bits que cuenta el número de segundos que han pasado desde el 1 de Enero de 1970 (será válido hasta el año 2106).

En la Figura 4 podemos ver un ejemplo simple de la adquisición de la fase de una onda de frecuencia nominal, que sería por ejemplo de 50Hz, y en la Figura 5 lo que pasa cuando la frecuencia está fuera de la nominal, en este caso 1Hz por encima.

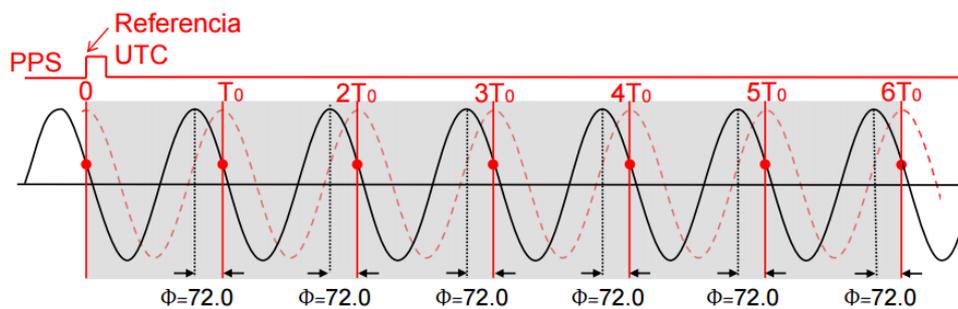


Figura 4. Cálculo de fase de una onda de frecuencia igual a la nominal.

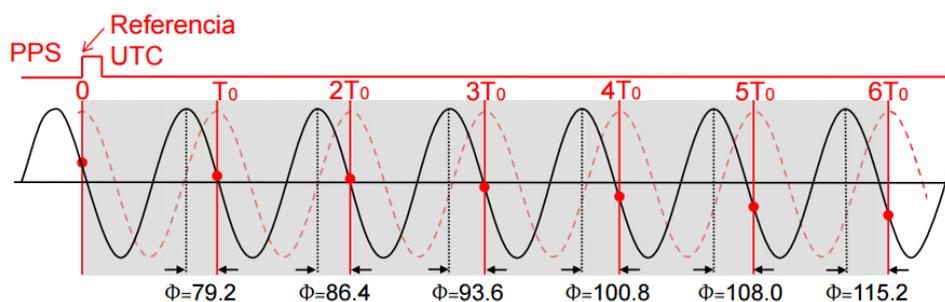


Figura 5. Cálculo de fase de una onda de frecuencia por encima de la nominal.

3 UNIDAD DE MEDIDA DE FASORES

La unidad de medida de fasores PMU de la que se ha ido comentando previamente es el elemento en el cual está basado el sistema de medición fasorial. Las primeras unidades de PMU comerciales aparecieron en 1991, de mano de la empresa Virginia Tech en colaboración con Macrodyne. Actualmente existen un número creciente de empresas que manufacturan estas unidades, que son cada vez más usadas e implementadas en las Smart Grid y sistemas de distribución de potencia. Se considera que las PMUs pasarán a ser uno de los dispositivos más importantes en los sistemas de potencia en los próximos años, y el estudio de técnicas y algoritmos para su funcionamiento es cada vez más floreciente.

Las PMUs de cada fabricante difieren unas de las otras en diversos aspectos, por lo que es difícil discutir que configuración hardware es la más universalmente aplicable. Sin embargo, se puede presentar una PMU genérica, con los componentes esenciales.

En la Figura 6 podemos observar el esquema básico de una PMU moderna. Las entradas analógicas se corresponden con las corrientes y voltajes adquiridos por los bobinados secundarios de los transformadores de dichas magnitudes.

Las tres fases de corriente y voltaje se manejan para poder obtener medidas de secuencia positiva.

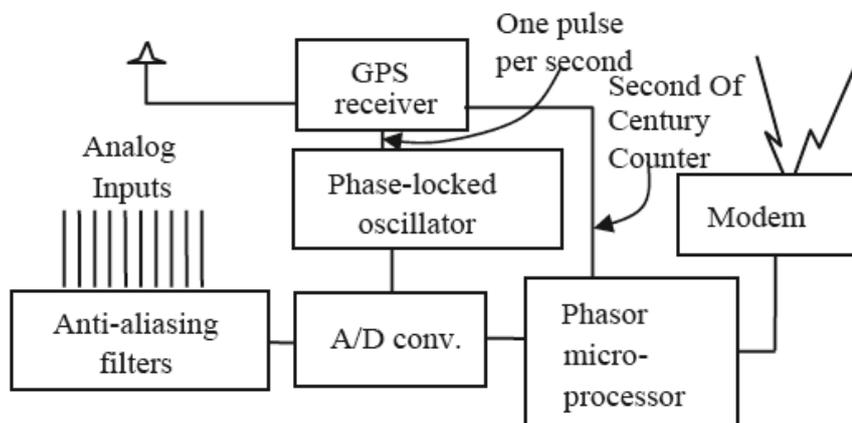


Figura 6. Principales bloques de una unidad PMU [8].

Las corrientes y voltajes se transforman a voltajes con los circuitos de acondicionamiento adecuados (que suelen estar entre los ± 10 voltios) para respetar los requerimientos de los conversores analógico-digitales. La frecuencia de muestreo elegida para el proceso de muestreo dicta la respuesta en frecuencia de los filtros anti-aliasing. En la mayoría de los casos se trata de filtros analógicos con una frecuencia de corte que satisface el criterio de Nyquist.

El reloj de muestreo, como se ha descrito en la sección anterior, está enganchado en fase con el pulso de reloj de GPS. La tasa de muestreo ha crecido a lo largo de los años,

de los primeros PMU con 12 muestras por ciclo de la frecuencia nominal hasta las 96 o 128 muestras que se implementan actualmente. Esta tasa seguirá superándose ya que a mayor muestreo, mejor será la precisión al hacer las estimaciones.

El microprocesador se encarga de calcular las estimaciones de secuencia positiva adquiridas de la red. Además, otras estimaciones de interés son la frecuencia y la tasa de cambio de la frecuencia que se denomina por sus siglas en inglés RoCoF, ambas incluidas en la salida de datos de la PMU.

Esa salida de datos son las medidas obtenidas, junto con la marca de tiempo, que deben ser transmitidas por los enlaces de comunicación al siguiente nivel en la jerarquía de control de la red.

Este nivel superior lo constituyen los llamados PDC, Concentradores de Datos de Fasores. Como se puede deducir de su nombre, son servidores que recolectan los datos de fasores y eventos de PMUs y otros PDCs, y los transmite a otras aplicaciones de control. Los procesos que lleva a cabo un PDC son principalmente recoger los datos de los PMUs, rechazar información corrupta o incorrecta, alinear las marcas de tiempo y crear un registro coherente de la información adquirida simultáneamente de la zona correspondiente de la red de potencia.

A continuación se muestra en la Figura 7 cómo puede quedar la red final de medida y control fasorial de la red.

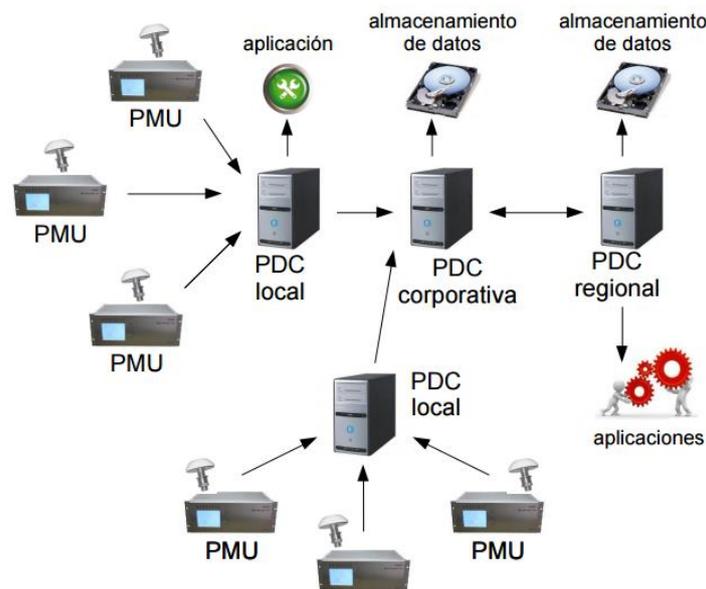


Figura 7. Representación de una red de sincrofasores.

4 ESTÁNDAR SINCRASFASORES

El estándar que regula la transferencia de datos de sincrofasores en sistemas de potencia es el IEEE C37.118, cuya última versión es de 2011. El primer estándar de este tipo se completó en 1995, correspondía al IEEE 1344-1995, que especificaba la sincronización con la hora UTC, precisión de tiempo y los requerimientos de muestreo de la forma de onda. Estableció la referencia de ángulo de fase con el coseno universal.

Incluía también la codificación de la información y el modo de comunicación, basado en el estándar IRIG-B con algunas especificaciones más estrictas, entre las PMUs y un dispositivo de procesamiento de datos, pues todavía no se especificaba ningún tipo de jerarquía.

El estándar IEEE 1344 fue sustituido por el C37.118-2005, la versión anterior a la vigente en el momento de redactar esta memoria, donde se introdujeron cambios significativos en el método de evaluación del rendimiento de la medición. Se definió el vector de error total o TVE, que se centra en los resultados de la medición más que en el método, lo que permitió ampliar el uso de cualquier algoritmo o método que obtuviese buenos resultados. Este estándar especifica los requerimientos de precisión para condiciones de régimen estacionario.

También se rehízo el sistema de mensajes y comunicación, con nuevas cabeceras y cambios en la longitud del mensaje y sus apartados.

El estándar actual establece además de las condiciones de error en régimen estacionario, requerimientos para estados dinámicos, como son la frecuencia y el RoCoF. También mejora esos requerimientos del funcionamiento en régimen estacionario.

El IEEE C37.118 de 2011 se divide en IEEE C37.118.1 y el IEEE C37.118.2, donde el primero se centra en los aspectos de medida de los sincrofasores, mientras el segundo se centra en la comunicación de los datos. En cuanto a estas comunicaciones, permanecen casi invariables respecto al estándar de 2005, y permite el uso de cualquier sistema de comunicación para transportar los mensajes. Actualmente, se aconseja y se describe el protocolo IP para la transferencia de estos mensajes en los anexos del estándar.

En términos generales, el estándar define la representación del sincrofasor \mathbf{X} de la señal $\mathbf{x}(t)$ por el valor complejo:

$$X = X_r + jX_i = \frac{X_m}{\sqrt{2}} \cdot (\cos \varphi + j \cdot \sin \varphi) \quad (5)$$

donde $X_m/\sqrt{2}$ es el valor RMS de la señal $\mathbf{x}(t)$ y φ es el ángulo de fase instantáneo, relativo al coseno universal.

Todas las medidas deben ir etiquetadas con tres números que darán información sobre su marca de tiempo, que son la cuenta SOC (Second of the Century), la cuenta de fracción de segundo, y un valor de estado temporal.

La tasa de generación de informes puede estar entre los siguientes valores:

System frequency	50 Hz		60 Hz				
Reporting rates (F _s —frames per second)	10	25	10	12	15	20	30

Tabla 1. Tasa de informes posibles para 50 o 60Hz

El aspecto más a tener en cuenta es el TVE, que define los límites de precisión. Su ecuación se especifica a continuación:

$$TVE = \sqrt{\frac{(X_r(n) - X_r)^2 + (X_i(n) - X_i)^2}{X_r^2 + X_i^2}} \quad (6)$$

donde $X_r(n)$ y $X_i(n)$ son los valores medidos, y X_r y X_i son los valores teóricos o reales de la señal de entrada en el instante de medida, determinados por la ecuación (5).

Básicamente, la ecuación se simplificaría así:

$$TVE = \frac{|X_{medido} - X_{ideal}|}{|X_{ideal}|} \cdot 100 \quad (7)$$

El TVE no debe superar el 1%, combinando tres fuentes de error: magnitud, fase y sincronización de tiempo.

En ausencia de las otras dos fuentes, un 1% de TVE corresponde al 1% de error en la amplitud, 0'57° de error en la fase y 26 μs de error de temporización. El estándar requiere que el TVE permanezca por debajo del 1% dentro de las operaciones en régimen estacionario y para las siguientes condiciones: en un rango de ±5 Hz de la frecuencia fuera de la nominal, cambios de la amplitud dentro del 10% y el 120% del valor estimado, variaciones del ángulo entre ±π, presencia de armónicos hasta el quincuagésimo, cada uno de hasta 10%, y un 10% de una señal de interferencia fuera de banda. Este es el llamado nivel 1 (se contemplan nivel 0 y 1, siendo el 1 más estricto).

En la Tabla 2, aparecen las condiciones y nivel de error que puede presentar el sistema, para los niveles comentados.

Influence quantity	Reference condition	Range of influence quantity change with respect to reference and maximum allowable TVE in percent (%) for each compliance level			
		Level 0		Level 1	
		Range	TVE (%)	Range	TVE (%)
Signal frequency	F_{nominal}	± 0.5 Hz	1	± 5 Hz	1
Signal magnitude	100% rated	80% to 120% rated	1	10% to 120% rated	1
Phase angle	0 radians	$\pm \pi$ radians	1	$\pm \pi$ radians	1
Harmonic distortion	<0.2% (THD)	1%, any harmonic up to 50th	1	10%, any harmonic up to 50th	1
Out-of-band interfering signal, at frequency f_i where $ f_i - f_0 > F_s/2$, F_s = phasor reporting rate, $f_0 = F_{\text{nominal}}$	<0.2% of input signal magnitude	1.0% of input signal magnitude	1	10% of input signal magnitude	1

Tabla 2. Límites y rangos de error para los niveles 0 y 1.

5 ESTUDIO DE LOS MÉTODOS: DFT

En este capítulo se explica el concepto de DFT, partiendo de las series y la transformada de Fourier. Se tratan los distintos aspectos que afectan a la medida de fasores.

5.1 Series de Fourier

Dada una señal periódica $x(t)$ en función de t , con un periodo T , esta puede ser expresada como una serie de Fourier:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \quad (8)$$

Donde las constantes a_k y b_k vienen dadas por las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt, \quad k = 0, 1, 2, \dots, \\ b_k &= \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \sin\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt, \quad k = 1, 2, \dots. \end{aligned} \quad (9)$$

Las series de Fourier también pueden ser escritas en forma exponencial de la siguiente manera:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \alpha_k e^{\frac{j2\pi kt}{T}} \quad (10)$$

con

$$\alpha_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) e^{-\frac{j2\pi kt}{T}} dt, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots. \quad (11)$$

Si cogemos por ejemplo una señal periódica de pulsos cuadrados de ancho de pulso igual a $T/4$:

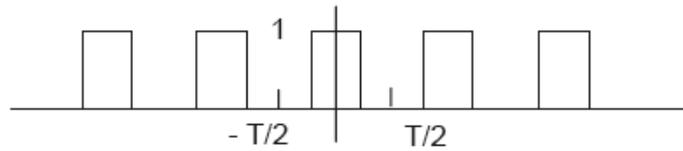


Figura 8. Onda periódica de pulsos cuadrados de periodo T .

Y calculamos los coeficientes de Fourier en forma exponencial tendremos:

$$\begin{aligned}\alpha_k &= \frac{1}{T} \int_{-T/4}^{+T/4} e^{-j2\pi kt} dt, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ &= \frac{1}{\pi k} \sin\left(\frac{k\pi}{2}\right).\end{aligned}\tag{12}$$

Obtenemos los coeficientes

$$\alpha_0 = 1/2,$$

$$\alpha_1 = 1/\pi, \quad \alpha_{-1} = 1/\pi,$$

$$\alpha_3 = -1/(3\pi), \quad \alpha_{-3} = -1/(3\pi),$$

$$\alpha_5 = 1/(5\pi), \quad \alpha_{-5} = 1/(5\pi), \dots$$

Todos los coeficientes pares son iguales a 0.

Por tanto, la serie de Fourier de la onda de señal cuadrada es

$$x(t) = \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left[\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) - \frac{1}{3} \cos\left(\frac{6\pi t}{T}\right) + \frac{1}{5} \cos\left(\frac{10\pi t}{T}\right) - \dots \right]\tag{13}$$

Al sumar los primeros términos de la serie obtenemos una onda como la de la Figura 9.

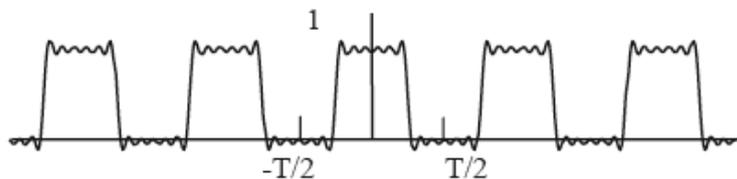


Figura 9. Onda cuadrada aproximada por los 7 primeros términos de su serie de Fourier.

Si continuásemos añadiendo términos, llegaríamos a la forma exacta del tren de pulsos cuadrados.

5.2 Transformada de Fourier

La ecuación de la transformada de Fourier de una señal periódica viene dada a continuación:

$$X(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt \quad (14)$$

y la transformada inversa de Fourier recobra la función temporal de la siguiente manera:

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df \quad (15)$$

Se nombrarán a continuación algunas de sus propiedades más relevantes:

Propiedad 1. La transformada de Fourier de una convolución es igual al producto de las transformadas de Fourier de las funciones a convolucionar.

$$s(t) = x(t) * y(t) \text{ es en el dominio transformado } S(f) = X(f) \cdot Y(f)$$

Del mismo modo, a la inversa tenemos que la convolución de dos transformadas de Fourier es el producto de las transformadas inversas.

Propiedad 2. La transformada de Fourier de una función par es una función par en frecuencia, y si esa función es además real, su transformada será entonces real además de par.

Propiedad 3. La transformada de Fourier de una función impar es una función impar en frecuencia. Si esa función es real, la transformada de Fourier es imaginaria aparte de impar.

Propiedad 4. La transformada de Fourier de una función real tiene una parte real y par y una parte imaginaria impar.

Propiedad 5. La transformada de Fourier de una función periódica es una serie de funciones impulso de frecuencia.

Propiedad 6. La transformada de Fourier de una serie de impulsos es una función de series de impulsos en el dominio de la frecuencia.

A la hora de procesar datos para obtener los fasores, se necesita operar de manera digital. Por ello, la información muestreada es el punto inicial del proceso. Considerando una señal de entrada $x(t)$, la someteríamos a un muestreo quedando una señal $x(k\Delta T)$. Tendríamos por tanto que observar la información muestreada como $x'(t)$, una función de tiempo, que consiste en impulsos separados uniformemente, con magnitud $x(k\Delta T)$:

$$x'(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k\Delta T) \delta(t - k\Delta T) \quad (16)$$

Con esta señal, y aplicando las propiedades de la transformada de Fourier, tendríamos que su transformada de Fourier sería la convolución de la transformada de la señal $\mathbf{x}(t)$ y la transformada del tren de impulsos, cuya ecuación resulta ser:

$$\Delta(f) = \frac{1}{\Delta T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{\Delta T}\right) \quad (17)$$

La transformada de los datos muestreados quedaría entonces como la convolución de $\mathbf{X}(f)$ y $\Delta(f)$:

$$\begin{aligned} X'(f) &= \frac{1}{\Delta T} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\phi) \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{k}{\Delta T} - \phi\right) d\phi \\ &= \frac{1}{\Delta T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\phi) \delta\left(f - \frac{k}{\Delta T} - \phi\right) d\phi \\ &= \frac{1}{\Delta T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X\left(f - \frac{k}{\Delta T}\right) \end{aligned} \quad (18)$$

La comparación entre $\mathbf{x}(t)$ y $\mathbf{x}'(t)$ se muestran en la Figura 10.

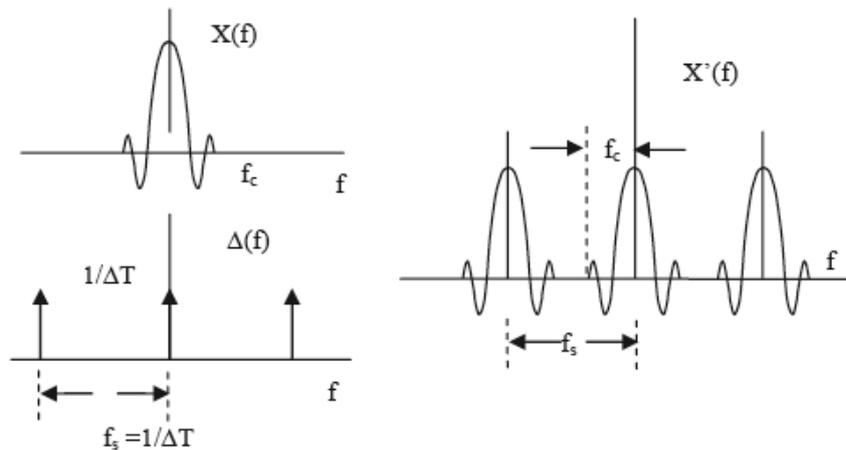


Figura 10. Transformada de Fourier de una función de información muestreada.

Podemos observar que la transformada de Fourier de la señal sin muestrear está limitada en banda, es decir, que no tiene componentes más allá de la frecuencia de corte f_c . Por su parte, la transformada de Fourier del sistema muestreado consiste en un tren infinito de transformadas de $\mathbf{x}(t)$ centradas en los intervalos de frecuencia $(k/\Delta T)$. Tomamos que la frecuencia de muestreo es $f_s = (1 / \Delta T)$.

Si se da el caso en el que la frecuencia de corte f_c es mayor que la mitad de la frecuencia de muestreo f_s , se producirá un solapamiento que implica el error de componentes a las frecuencias solapadas. Este efecto se denomina “**aliasing**” y el requisito para evitarlo

asegurando el doble de frecuencia de muestreo que ancho de banda, es conocido como el **criterio de Nyquist**.

Por estos motivos, se deberán implementar filtros anti-aliasing que limiten en banda las señales de entrada.

5.3 Transformada Discreta de Fourier

La DFT es un método de calcular la transformada de Fourier de un número limitado de muestras tomadas de una señal de entrada. El resultado es calculado en una serie de pasos discretos en el dominio de la frecuencia, del mismo modo que se muestrea la señal de entrada en instantes discretos e el dominio del tiempo.

Habrá que considerar el número de muestras que se cogerán de la señal de entrada, N muestras, de manera que tendremos $x(k\Delta T)$ donde $k = [0, 1, 2, \dots, N-1]$, siendo ΔT el intervalo de muestreo. Esto es lo que se llama “enventanar” la función mediante la multiplicación de los datos muestreados por la “función ventana”. En adelante, esta función se definirá por $w(t)$, que se tratará de una función rectangular en el tiempo de magnitud 1 y ancho de $N\Delta T$.

La función resultante de la multiplicación del conjunto de factores quedaría de la siguiente manera:

$$y(t) = x(t)\delta(t)w(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta T) \delta(t - k\Delta T). \quad (19)$$

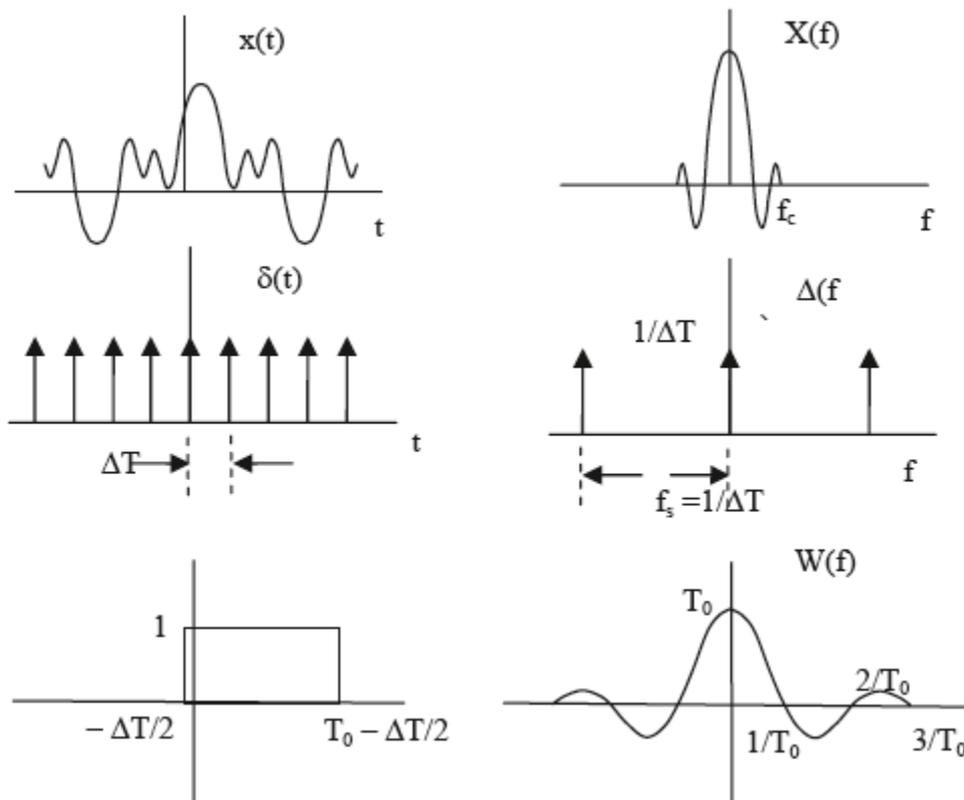


Figura 11. Ejemplos de funciones en tiempo y en el dominio transformado de $x(t)$, $\delta(t)$ y $w(t)$.

A su vez, la transformada de $y(t)$ deber ser muestreada en el dominio de la frecuencia. Estos pasos discretos en los que se muestrea la señal en frecuencia deben ser múltiplos de $1/T_0$, donde T_0 es el ancho de la función ventana.

La función de muestreo en frecuencia, y su transformada inversa, vendrían dadas por:

$$\Phi(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T_0}\right) \quad (20)$$

$$\phi(t) = T_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0).$$

Finalmente, tendríamos la señal de entrada muestreada y enventanada $x'(t)$ al convolucionar la señal $y(t)$ con $\phi(t)$:

$$\begin{aligned} x'(t) = y(t) * \phi(t) &= \left[\sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta T) \delta(t - k\Delta T) \right] * \left[T_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT_0) \right] \\ &= T_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta T) \delta(t - k\Delta T - nT_0) \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

Si queremos sacar su equivalente transformado, debemos tener en cuenta que será una secuencia de impulsos, como se dijo en la propiedad 5 de la Transformada de Fourier; que los límites de integración se limitan a un periodo igual al ancho de la ventana, que hay N muestras en dicha ventana T_0 , y que por tanto, la transformada $X'(f)$ tendrá N valores distintos en las frecuencias $f = n/T_0$ con n en el rango de 0 a $N-1$:

$$X'\left(\frac{n}{T_0}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} x(k\Delta T) e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}, \text{ with } n = 0, 1, 2, \dots, N-1. \quad (22)$$

Los coeficientes de la serie de Fourier de una señal periódica pueden obtenerse de la DFT, dividiendo por el número de muestras recogidas N .

5.4 Fenómeno de "Leakage"

El cálculo de la DFT implica truncar los datos que quedan fuera de la ventana. El objetivo del muestreo y enventanado de datos es crear una función periódica que replica las muestras de la función original en repetidas ventanas de datos. En general, esta nueva función presenta discontinuidades en los límites de la ventana, que conllevan un espectro espurio. Los lóbulos laterales de la transformada de Fourier de la ventana se superponen al espectro de la señal original dentro de la ventana de datos.

A esto se denomina el efecto de *leakage*.

La razón principal del fenómeno estriba en que, al forzar en el muestreo un periodo distinto del propio de la señal, intentamos realmente reconstruir una señal más compleja (usualmente con más discontinuidades) que la original y que requiere, por tanto, de un mayor número y variedad de frecuencias.

Podemos ver en la Figura 12 como la transformada de Fourier de la ventana rectangular tiene lóbulos laterales, que son los responsables de los efectos de *leakage*. Alternativamente, se pueden usar otros tipos de ventana, como la de Hanning, que produce lóbulos menores. También se muestran en la Figura 12.

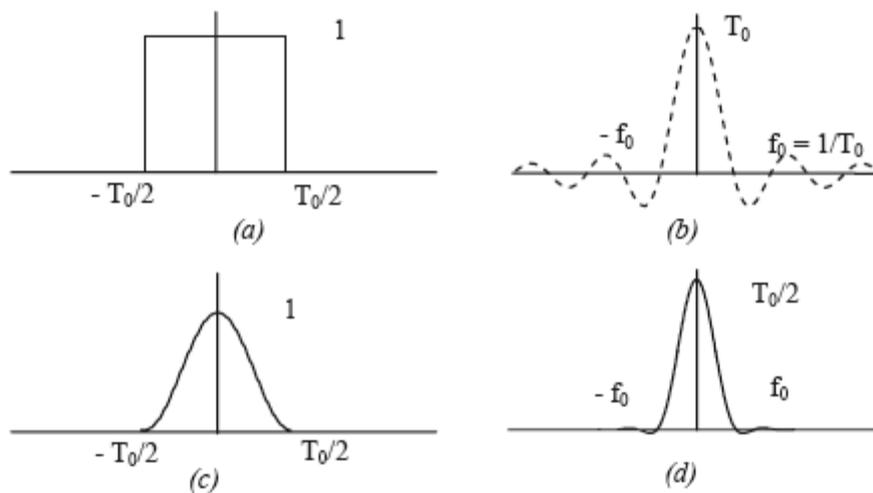


Figura 12. (a) Ventana rectangular y (b) su transformada, junto con (c) la ventana de Hanning y (d) su transformada.

Dado que la principal contribución al efecto de *leakage* son las frecuencias fuera de la nominal, ya que la frecuencia de muestreo se centra en la frecuencia nominal de los sistemas de potencia, y que estos sistemas no se suelen desviar apenas más de unos Hz, la ventana rectangular es muy utilizada porque las discontinuidades en los límites de ventana son pequeños y por su simplicidad.

5.5 Representación de fasores con la DFT

Una señal sinusoidal $\mathbf{x}(t)$ de frecuencia $k\mathbf{f}_0$ como esta:

$$\begin{aligned} x(t) &= a_k \cos(2\pi k f_0 t) + b_k \sin(2\pi k f_0 t) \\ &= \left\{ \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \right\} \cos(2\pi k f_0 t + \phi) \quad \text{where } \phi = \arctan\left(\frac{-b_k}{a_k}\right) \end{aligned} \quad (23)$$

presenta una representación fasorial del siguiente modo:

$$X_k = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \right\} e^{j\phi} \quad (24)$$

donde la raíz de 2 se usa para obtener el valor RMS de la sinusoide.

Si aplicamos la relación con la serie de Fourier a partir de la DFT, la representación de un armónico vendría dada por:

$$\begin{aligned} X_k &= \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta T) e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n\Delta T) \left\{ \cos\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) - j \sin\left(\frac{2\pi kn}{N}\right) \right\} \end{aligned} \quad (25)$$

Si tomamos $\mathbf{x}(n\Delta T)$ como \mathbf{x}_n , y $2\pi/N$ como θ , el ángulo de muestreo; tenemos que la representación fasorial del armónico k queda:

$$\begin{aligned} X_k &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \{ \cos(kn\theta) - j \sin(kn\theta) \} \\ X_{kc} &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos(kn\theta) \\ X_{ks} &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin(kn\theta) \end{aligned} \quad (26)$$

Quedando finalmente que el fasor $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}_{kc} - j\mathbf{X}_{ks}$.

5.6 Estimación de fasores de entradas de frecuencia nominal

Como el interés principal de la medida de fasores es calcular el fasor de la componente fundamental de la frecuencia, se establecerá la $k = 1$ en la ecuación (26).

Analizando la aplicación de esa ecuación a una entrada coseno con la fórmula:

$$x(t) = X_m \cos(2\pi f_0 t + \phi) \quad (27)$$

obtenemos, en el caso de la suma coseno:

$$\begin{aligned} X_c^{N-1} &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cos(n\theta) = \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_m \cos(n\theta + \phi) \cos(n\theta) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{N} X_m \sum_{n=0}^{N-1} [\cos(\phi) \cos^2(n\theta) - \frac{1}{2} \sin(\phi) \sin(2n\theta)] = \frac{X_m}{\sqrt{2}} \cos(\phi) \end{aligned} \quad (28)$$

El superíndice $N-1$ se usa para identificar el número de fasor ya que se tiene ese número de muestras, siendo en este caso la última de ellas. La suma del término $\sin(2n\theta)$ es igual a 0 tomado sobre un periodo, del mismo modo que la suma de $\cos^2(n\theta)$ resulta igual a $\frac{1}{2}$.

En el caso de la suma seno se da un caso parecido:

$$\begin{aligned} X_s^{N-1} &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n \sin(n\theta) = \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_m \cos(n\theta + \phi) \sin(n\theta) \\ &= \frac{\sqrt{2}}{N} X_m \sum_{n=0}^{N-1} [\frac{1}{2} \cos(\phi) \sin(2n\theta) - \sin(\phi) \sin^2(n\theta)] \\ &= -\frac{X_m}{\sqrt{2}} \sin(\phi) \end{aligned} \quad (29)$$

El fasor entonces dado por:

$$X^{N-1} = X_c^{N-1} - jX_s^{N-1} = \frac{X_m}{\sqrt{2}} [\cos(\phi) + j \sin(\phi)] = \frac{X_m}{\sqrt{2}} e^{j\phi} \quad (30)$$

Ya que el cálculo de fasores se trata de un proceso continuo, es necesario usar algoritmos que actualicen las estimaciones según se adquieran nuevas muestras.

A continuación se considerarán dos métodos de actualización de fasores: actualización no recursiva y actualización recursiva.

5.6.1 Actualización no recursiva

Este es el proceso más simple, en el que se repiten los cálculos de las ecuaciones (28), (29) y (30), para la nueva ventana de datos, desde $n = 1$ hasta $n = N$.

$$\begin{aligned}
 X^{N-1} &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n [(\cos(n\theta) - j \sin(n\theta))] \\
 X^N &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_{n+1} [(\cos(n\theta) - j \sin(n\theta))]
 \end{aligned}
 \tag{31}$$

En la Figura 13 se muestra como se realiza el método con dos ventanas.

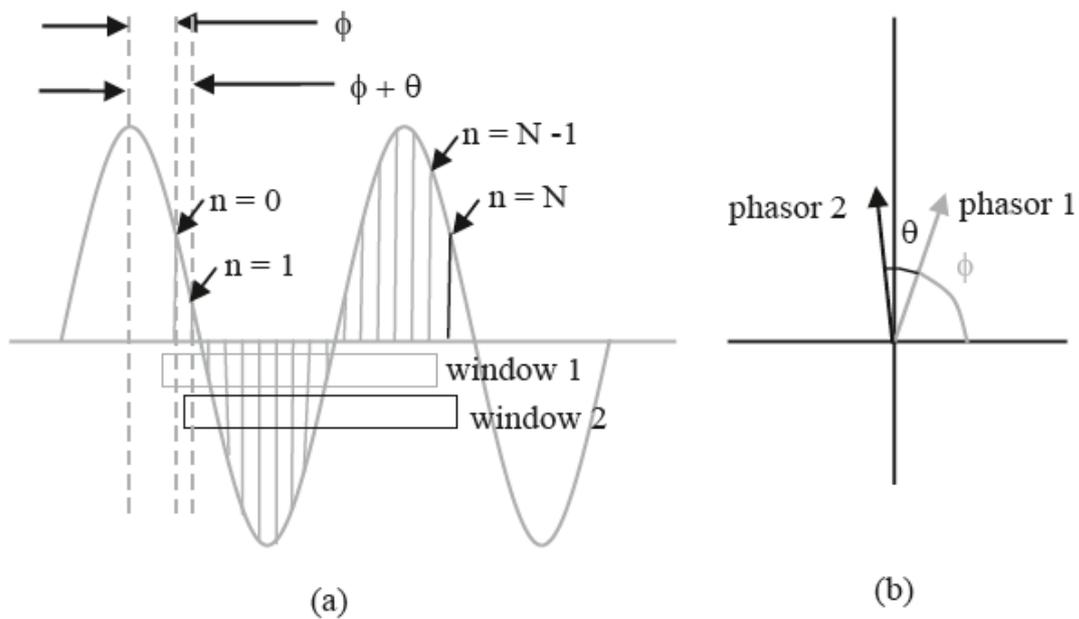


Figura 13. Actualización de fasores con ventanas de N muestras.

El fasor 1 es resultado de la estimación sobre la ventana 1, que coge los valores $n=0, \dots, N-1$, mientras el fasor se calcula con la ventana 2, que usa los valores $n=1, 2, \dots, N$. El ángulo θ es el que distan sucesivas muestras basándonos en el periodo de la frecuencia fundamental. La primera muestra de la primera ventana se retrasa del pico de la sinusoide en un ángulo ϕ , mientras que la primera muestra de la ventana 2 lo hace en $(\phi + \theta)$.

En general, el fasor obtenido de esta manera, de una senoide de frecuencia nominal, tendrá una amplitud constante, y rotará en sentido anti horario con un ángulo θ según avanza la ventana de datos en una muestra.

Este método es muy estable numéricamente, pero se hace un esfuerzo de computación excesivo, ya que la nueva ventana de datos tiene $N-1$ muestras en común con la anterior. Actualmente, las muestras se guardan en tablas de seno y coseno, y se usan repetidamente en cada ventana que lo necesite.

5.6.2 Actualización recursiva

En el caso recursivo, se considera que, según el ejemplo dado con el sistema no recursivo, al ser las muestras para $n = 1, 2, \dots, N-1$ comunes a ambas ventanas, se podrían organizar los multiplicadores para ser reusados para las muestras comunes en las dos ventanas, ahorrando una cantidad de computación notable.

Si se multiplican ambos lados de la segunda ecuación de (31) por $e^{-j\theta}$ obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned}\widehat{X}^N &= e^{-j\theta} X^N = \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_{n+1} e^{-j(n+1)\theta} \\ &= X^{N-1} + \frac{\sqrt{2}}{N} (x_N - x_0) e^{-j(0)\theta}\end{aligned}\tag{32}$$

donde se aprovecha que $e^{-j(0)\theta} = e^{-jN\theta}$, ya que N muestras son un periodo de la frecuencia fundamental. Advertimos que x_N es exclusiva de la segunda ventana y x_0 de la primera.

El fasor definido mediante este método difiere del no recursivo en que no hay retraso de θ . La ventaja de usar este algoritmo es que hay $N-1$ multiplicaciones de coeficientes de Fourier que son iguales en la primera y la segunda ventana, y solo se necesita hacer una actualización recursiva del viejo fasor para obtener el nuevo.

Generalizando la ecuación, cuando la última muestra de una ventana de datos es $N+r$, la estimación viene dada por:

$$\begin{aligned}\widehat{X}^{N+r} &= e^{-j\theta} X^{N+r-1} + \frac{\sqrt{2}}{N} (x_{N+r} - x_r) e^{-jr\theta} \\ &= \widehat{X}^{N+r-1} + \frac{\sqrt{2}}{N} (x_{N+r} - x_r) e^{-jr\theta}\end{aligned}\tag{33}$$

y cuando la señal de entrada es una senoide constante, x_{N+r} es igual a x_r , y el segundo término de (33) desaparece.

Este método es numéricamente inestable en general; el efecto de un error en la estimación de una ventana se presentará en las estimaciones sucesivas. Este aspecto se tendrá que tener en cuenta al implementar el algoritmo en la práctica. A pesar de ello, debido a su gran eficiencia de computación, el método recursivo suele ser la opción elegida en muchas aplicaciones.

Sample no.	Sample x_n	Nonrecursive phasor estimate	Recursive phasor estimate
0	70.7107		
1	25.8819		
2	-25.8819		
3	-70.7107		
4	-96.5926		
5	-96.5926		
6	-70.7107		
7	-25.8819		
8	25.8819		
9	70.7107		
10	96.5926		
11	96.5926		
12	70.7107	70.701∠45°	70.701∠45°
13	25.8819	70.701∠75°	70.701∠45°
14	-25.8819	70.701∠105°	70.701∠45°
15	-70.7107	70.701∠135°	70.701∠45°
16	-96.5926	70.701∠165°	70.701∠45°
17	-96.5926	70.701∠195°	70.701∠45°

Tabla 3. Ejemplo de una estimación de fasores para los métodos no recursivo y recursivo.

5.6.3 Efecto de la señal de ruido y la longitud de la ventana

En los sistemas eléctricos encontramos de forma habitual ruido en la señal de entrada, que en esta aproximación se modelará como un proceso de ruido Gaussiano de media cero. Considerando un conjunto de muestras con ruido:

$$x_n = X_m \cos(n\theta + \phi) + \varepsilon_n, \{n = 0, 1, 2, \dots, N-1\} \quad (34)$$

donde ε_n es el ruido Gaussiano de media cero, con varianza igual a σ^2 . Para reducir el impacto de este error, se deben introducir tasas de muestreo más altas, ya que la covarianza del error en la estimación de fasores es (σ^2/N) , al aplicar la solución de mínimos cuadrados ponderados [8] [16].

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{W}] &= \sigma^2[\mathbf{I}] \\
 [\hat{\mathbf{X}}] &= [\mathbf{S}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{S}]^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{W}^{-1} [\mathbf{x}] \\
 [\hat{\mathbf{X}}] &= [\mathbf{S}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{S}]^{-1} [\mathbf{S}^T \mathbf{W}^{-1}] [\mathbf{x}] = [\mathbf{S}^T \mathbf{S}]^{-1} [\mathbf{S}^T] [\mathbf{x}] = \frac{1}{N} [\mathbf{S}^T] [\mathbf{x}] \\
 \mathbf{E} \left[[\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}] [\hat{\mathbf{X}} - \mathbf{X}]^T \right] &= [\mathbf{S}^T \mathbf{W}^{-1} \mathbf{S}]^{-1}
 \end{aligned} \tag{35}$$

Por ejemplo, con una entrada $\mathbf{x}(t) = 100 \cos(120\pi t + \pi/4) + \boldsymbol{\varepsilon}(t)$, teniendo el ruido Gaussiano $\boldsymbol{\varepsilon}$ media cero y desviación estándar 1; muestreando a 8, 16, 32, 64, 128 y 256 veces por ciclo, se obtendrían los resultados de la Tabla 4.

No. of samples per cycle(N)	Standard deviation of input noise	Standard deviation of phasor estimate error (volts)	σ/\sqrt{N}
8	1	0.3636	0.3536
16	1	0.2601	0.2500
32	1	0.1794	0.1768
64	1	0.1231	0.1250
128	1	0.0880	0.0884
256	1	0.0626	0.0625

Tabla 4. Comparación de resultados de error ante una señal ruidosa con distintas tasas de muestreo.

5.6.4 Calidad del fasor estimado y monitorización de transitorio

Cuando tiene lugar un fallo en el sistema de potencia, van a existir una serie de ventanas con información pre y post fallo. Aunque la estimación de fasores debe estar disponible para todas las ventanas de datos, las que interesan son las que corresponden únicamente a los datos pre y post fallo.

En la Figura 14 podemos ver una representación de dicho fallo en el sistema.

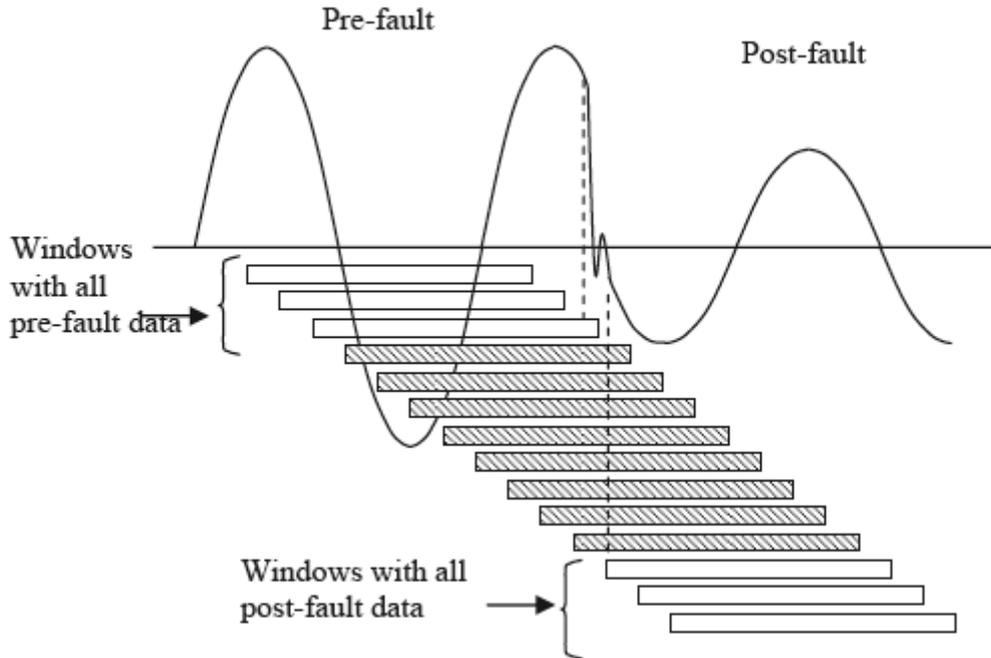


Figura 14. Periodo transitorio de una señal cuando ocurre un fallo. Las ventanas sombreadas contienen datos que no interesan.

Para detectar los estados mezclados (de pre y post fallo), dentro de una ventana de datos, se utiliza la técnica de monitor de transitorio, que indica la “calidad” de una estimación.

Partiendo de un conjunto de muestras estimadas \hat{x}_n :

$$[\hat{x}_n] = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \cos(0) & -\sin(0) \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(2\theta) & -\sin(2\theta) \\ \vdots & \vdots \\ \cos[(N-1)\theta] & -\sin[(N-1)\theta] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_r \\ \hat{X}_i \end{bmatrix} \quad (36)$$

Aplicaremos de nuevo el método de mínimos cuadrados a los fasores estimados, según (35). Sustituyendo:

$$[\hat{x}_n] = \sqrt{2} \begin{bmatrix} \cos(0) & -\sin(0) \\ \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \cos(2\theta) & -\sin(2\theta) \\ \cdot & \cdot \\ \cos[(N-1)\theta] & -\sin[(N-1)\theta] \end{bmatrix} \times \frac{\sqrt{2}}{N} \begin{bmatrix} \cos(0) & \cos(\theta) & \cos(2\theta) & \cdot & \cos[(N-1)\theta] \\ -\sin(0) & -\sin(\theta) & -\sin(2\theta) & \cdot & -\sin[(N-1)\theta] \end{bmatrix} [x_n] \quad (37)$$

Si se multiplican las matrices y se simplifica:

$$[\hat{x}_n] = \frac{2}{N} \begin{bmatrix} 1 & \cos(\theta) & \cos(2\theta) & \cdot & \cos[(N-1)\theta] \\ \cos(\theta) & 1 & \cos(\theta) & \cdot & \cos(0) \\ \cos(2\theta) & \cos(\theta) & 1 & \cdot & \cos(\theta) \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cos[(N-1)\theta] & \cos(0) & \cos(\theta) & \cdot & 1 \end{bmatrix} [x_n] \quad (38)$$

La diferencia entre los datos de entrada y la información computada de la estimación del fasor que se ha mostrado antes, sería el error de estimación $[t_n]$:

$$[t_n] = [x_n - \hat{x}_n] = \begin{bmatrix} 1 - \frac{2}{N} & -\frac{2}{N}\cos(\theta) & -\frac{2}{N}\cos(2\theta) & \cdot & -\frac{2}{N}\cos[(N-1)\theta] \\ -\frac{2}{N}\cos(\theta) & 1 - \frac{2}{N} & -\frac{2}{N}\cos(3\theta) & \cdot & -\frac{2}{N}\cos(0) \\ -\frac{2}{N}\cos(2\theta) & -\frac{2}{N}\cos(3\theta) & 1 - \frac{2}{N} & \cdot & -\frac{2}{N}\cos(\theta) \\ \cdot & \cdot & \cdot & 1 - \frac{2}{N} & \cdot \\ -\frac{2}{N}\cos[(N-1)\theta] & -\frac{2}{N}\cos(0) & -\frac{2}{N}\cos(\theta) & \cdot & 1 - \frac{2}{N} \end{bmatrix} [x_n] \quad (39)$$

En el caso de que la entrada de la señal sea una senoide pura, a la frecuencia fundamental, todas las entradas de $[t_n]$ serán igual a 0. Si esto no es así, por ruido o por que la ventana contiene dos sinusoides diferentes, se puede usar el sumatorio T_n como medida de estimación de error:

$$T_n = \sum_{k=0}^{N-1} |t_k| \quad (40)$$

Este sería el denominado monitor de transitorio, usado para medir la calidad de la estimación de fasor.

5.6.5 Tratamiento del offset DC en las señales de entrada

Otro tipo de error común en los sistemas de potencia es la inclusión de una componente continua, que decae a valores despreciables en pocos ciclos. Para evitar que la estimación del fasor se vea afectada por este error, se va a llevar a cabo la siguiente técnica, que considera que el offset DC viene dado por una corriente de falla o de cortocircuito.

Teniendo una señal de corriente $i(t)$ con una componente continua:

$$\begin{aligned} i(t) &= A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t) - C e^{-t/T} \quad \text{for } t \geq 0 \\ &= A - C \quad \text{for } t = 0-. \end{aligned} \quad (41)$$

Esta expresión asume que la corriente justo después de ese fallo es $A - C$, y que el offset de continua decae según la constante T . De esta corriente se obtiene el conjunto de datos siguiente:

$$i_n = A \cos(n\theta) + B \sin(n\theta) - Cr^n, \text{ for } \{n = 0, 1, 2, \dots, M-1\} \quad (42)$$

donde r es el factor de decremento de la componente DC en una muestra de tiempo, $r = e^{-\Delta t/T}$.

Asumiendo que el factor de decrecimiento es conocido, tenemos las incógnitas A, B y C:

$$\begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ \vdots \\ i_{M-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ \cos \theta & \sin \theta & -r \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \cos(M-1)\theta & \sin(M-1)\theta & -r^{M-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} \quad (43)$$

La ecuación puede ser resuelta para A, B y C, y después se puede añadir Cr^n a la muestra correspondiente para anular la componente continua.

Aun no sabiendo exactamente el valor de la constante de tiempo T exactamente, el algoritmo tolera errores en el valor de r .

5.7 Estimación de fasores de entradas de frecuencia no nominal

En el caso de señales cuya frecuencia no sea la nominal, tendremos que la entrada $\mathbf{x}(t) = X_m \cos(\omega t + \phi)$ tendrá una frecuencia:

$$\omega = \omega_0 + \Delta\omega \quad (44)$$

Su fasor vuelve a ser $(X_m/\sqrt{2}) \cdot (e^{j\phi})$, puesto que la representación de un fasor de una senoide es independiente de la frecuencia.

Se debe tener en cuenta que en los sistemas de potencia normales las desviaciones en frecuencia suelen ser bastante pequeñas.

La señal de entrada antes definida podrá expresarse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x(t) &= X_m \cos(\omega t + \phi) = \sqrt{2} \operatorname{Re} [(X_m/\sqrt{2})(e^{j\phi})(e^{j\omega t})] \\ &= \sqrt{2} \operatorname{Re} \{X e^{j\omega t}\}, \end{aligned} \quad (45)$$

donde X es el valor correcto del fasor a la frecuencia no nominal. Si expresamos el valor real, dado por $\operatorname{Re}\{j\}$, como la media entre el número complejo y su conjugado complejo:

$$x(t) = (\sqrt{2}/2) \{X e^{j\omega t} + X^* e^{-j\omega t}\} \quad (46)$$

La muestra k -ésima de la señal anterior vendría entonces dada por:

$$x_k = (1/\sqrt{2}) \{X e^{j\omega k \Delta t} + X^* e^{-j\omega k \Delta t}\} \quad (47)$$

El fasor de la señal de $\mathbf{x}(t)$, que denominaremos X' , ya que es diferente de X , se calcula usando la ecuación (33), con x_r como primera muestra. Tendremos entonces:

$$\begin{aligned} X'_r &= \frac{\sqrt{2}}{N} \sum_{k=r}^{r+N-1} x_k e^{-jk\omega_0 \Delta t} \\ &= \frac{1}{N} \sum_{k=r}^{r+N-1} \{X e^{jk\omega \Delta t} + X^* e^{-jk\omega \Delta t}\} e^{-jk\omega_0 \Delta t} \end{aligned} \quad (48)$$

y haciendo uso de la identidad:

$$\begin{aligned} e^{jx} - 1 &= e^{jx/2} (e^{jx/2} - e^{-jx/2}) \\ &= 2j e^{jx/2} \sin(x/2) \end{aligned} \quad (49)$$

Podremos expresar los sumatorios de (48) como:

$$\begin{aligned}
 X_r' = & X \varepsilon^{jr(\omega - \omega_0)\Delta t} \left\{ \frac{\sin \frac{N(\omega - \omega_0)\Delta t}{2}}{N \sin \frac{(\omega - \omega_0)\Delta t}{2}} \right\} \varepsilon^{j(N-1)\frac{(\omega - \omega_0)\Delta t}{2}} \\
 & + X^* \varepsilon^{-jr(\omega + \omega_0)\Delta t} \left\{ \frac{\sin \frac{N(\omega + \omega_0)\Delta t}{2}}{N \sin \frac{(\omega + \omega_0)\Delta t}{2}} \right\} \varepsilon^{-j(N-1)\frac{(\omega + \omega_0)\Delta t}{2}}
 \end{aligned} \tag{50}$$

A partir de esta ecuación, definimos los coeficientes P y Q, que corresponderán a las siguientes ecuaciones:

$$P = \left\{ \frac{\sin \frac{N(\omega - \omega_0)\Delta t}{2}}{N \sin \frac{(\omega - \omega_0)\Delta t}{2}} \right\} \varepsilon^{j(N-1)\frac{(\omega - \omega_0)\Delta t}{2}} \tag{51}$$

$$Q = \left\{ \frac{\sin \frac{N(\omega + \omega_0)\Delta t}{2}}{N \sin \frac{(\omega + \omega_0)\Delta t}{2}} \right\} \varepsilon^{-j(N-1)\frac{(\omega + \omega_0)\Delta t}{2}} \tag{52}$$

Que permiten simplificar la ecuación (45) a la siguiente:

$$X_r' = PX \varepsilon^{jr(\omega - \omega_0)\Delta t} + QX^* \varepsilon^{-jr(\omega + \omega_0)\Delta t} \tag{53}$$

Se ha de tener en cuenta que las ganancias complejas P y Q atenúan el fasor estimado X . Los efectos del coeficiente P pueden calcularse fácilmente a partir del tamaño de ventana N , la desviación de frecuencia $\Delta\omega$, y el periodo de muestreo Δt . La magnitud de P es un coeficiente de atenuación, y el ángulo de fase es un offset constante en los ángulos de fase medidos. Para una desviación de $\pm 5\text{Hz}$, la Figura 15 muestra los valores de P , su atenuación y su offset de fase.

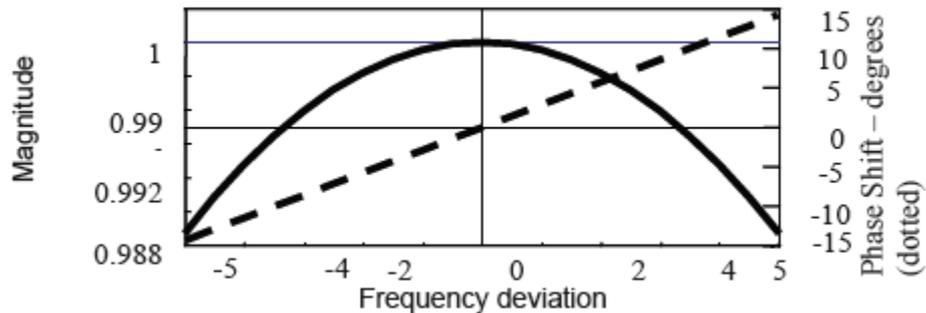


Figura 15. Gráfica de offset de P en función de la desviación de frecuencia respecto a la nominal.

Teniendo en cuenta la tasa de muestreo, la atenuación y la fase se ven muy poco afectadas. En la Tabla 5 se recogen los valores correspondientes a diferentes tasas.

Sampling rate	$ P $	$\angle P$ (degrees)
12	0.9982	5.5
24	0.9982	5.75
36	0.9982	5.83
48	0.9982	5.87
60	0.9982	5.9
72	0.9982	5.92
84	0.9982	5.93
96	0.9982	5.94
108	0.9982	5.94
120	0.9982	5.95

Tabla 5. Efecto de la tasa de muestreo sobre P con $f=62\text{Hz}$, siendo $f_0=60\text{Hz}$.

Por tanto P se puede estimar fácilmente y almacenar sus valores en una tabla para calibrar.

En el caso de Q , se introducen variaciones de magnitud y fase a la frecuencia de $2 \cdot \omega_0$ aproximadamente (en realidad es a $2\omega_0 + \Delta\omega$). Esta oscilación no es tan fácil de quitar.

Podemos ver, para Q , en la Figura 16 y en la Tabla 6, la misma gráfica y misma tabla que para P (Figura 15 y Tabla 5):

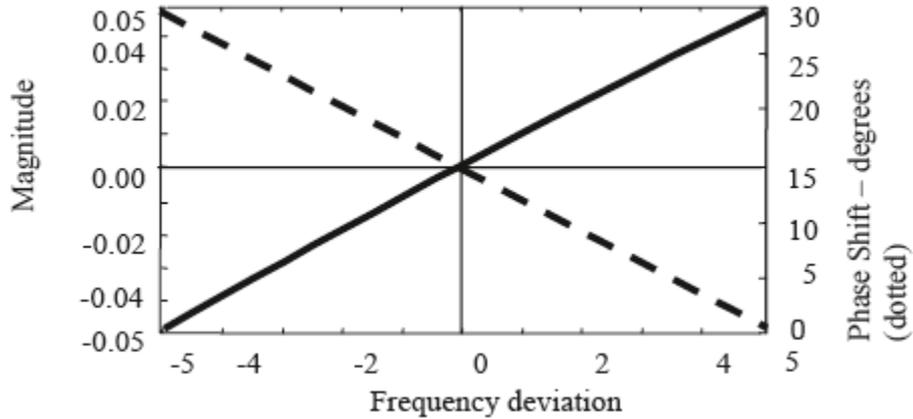


Figura 16. Gráfica de offset de Q en función de la desviación de frecuencia respecto a la nominal.

Sampling rate	$ Q $	$\angle Q$ (degrees)
12	0.0172	24.5
24	0.0166	9.25
36	0.0164	4.17
48	0.0164	1.62
60	0.0164	0.1
72	0.0164	-0.92
84	0.0164	-1.64
96	0.0164	-2.19
108	0.0164	-2.61
120	0.0164	-2.95

Tabla 6. Efecto de la tasa de muestreo sobre Q con $f=62\text{Hz}$, siendo $f_0=60\text{Hz}$.

En este caso si vemos como el efecto del muestreo es significativo en la fase, no del mismo modo en la atenuación.

Para corregir los errores introducidos por el factor Q , un método efectivo consiste en hacer la media de tres valores sucesivos de la estimación, cuyos ángulos relativos sean 60° y 120° a la frecuencia fundamental, que corresponderían a 120° y 240° para el segundo armónico. Este filtro de media móvil de tres puntos puede reducir los armónicos en más del 50%.

En un ejemplo numérico, con una senoide de valor RMS igual a 100, a frecuencia 60.5Hz, con fase $\pi/4$, cuyo fasor sería $X=100 e^{j\pi/4}$. Muestreando la señal a 1440Hz para un sistema de 60Hz (24 por ciclo), los valores de los coeficientes P y Q serían $P=0.9999\angle 1.44^\circ$ y $Q=0.0042\angle 13.56^\circ$.

La magnitud del fasor estimado y su fase se muestran en la Figura 17 y Figura 18, donde se puede observar el efecto del segundo armónico, que es de 0.42, idéntico al que da Q .

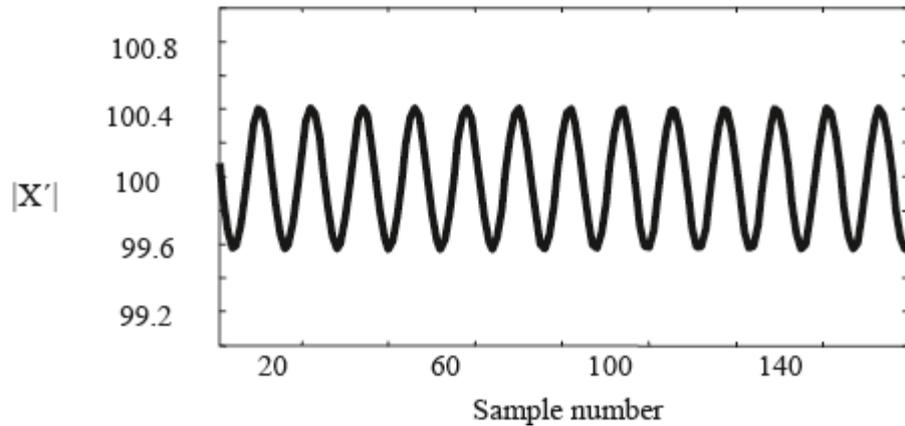


Figura 17. Magnitud del fasor estimado de una señal a 60.5Hz.

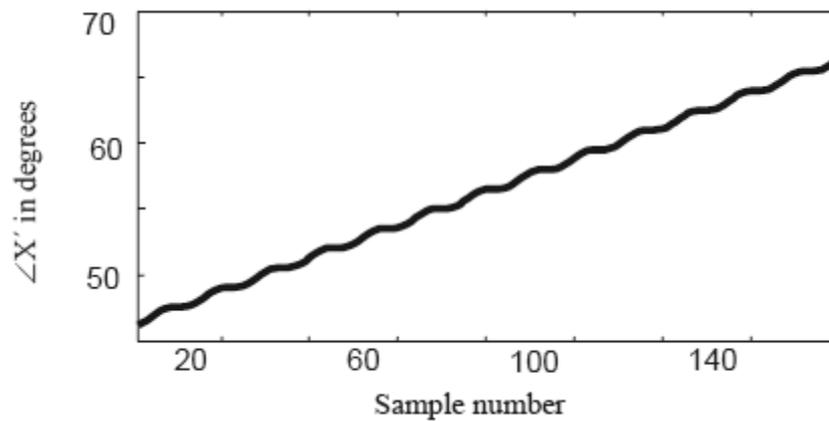


Figura 18. Ángulo de fase del fasor estimado de una señal a 60.5Hz.

Si aplicamos el filtro de media de tres puntos, los resultados que recogemos son los siguientes:

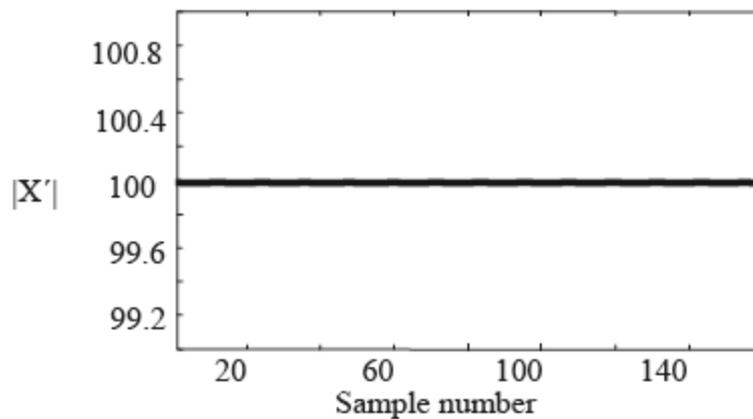


Figura 19. Magnitud del fasor estimado de una señal a 60.5Hz usando el filtro de media móvil de tres puntos.

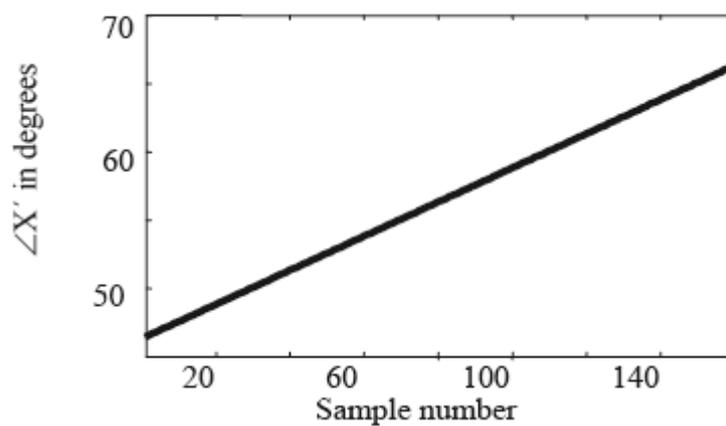


Figura 20. Fase del fasor estimado de una señal a 60.5Hz usando el filtro de media móvil de tres puntos.

Otro filtro muy efectivo es el denominado filtro de “remuestreo”. Derivando de la fase estimada en el fasor, obtenemos la frecuencia estimada, y usando una fórmula de interpolación se puede calcular las muestras con una tasa de muestreo correspondiente a dicha frecuencia.

5.8 Modelo de algoritmo de procesamiento de fasor por DFT

En la Figura 21 y Figura 22 podemos ver los diagramas de bloques de una implementación de adquisición y procesado de fasores mediante DFT. En la Figura 21 vemos dos arquitecturas, que se diferencian en si la frecuencia de muestreo es fija o variable. Los dos esquemas tienen dos partes diferenciadas: una de muestreo y filtrado y otra de estimación de frecuencia y de fasor.

El esquema de la Figura 21 de la izquierda es el método con tasa de muestreo fija, que será la que se refleje en la Figura 22 de forma más detallada. La mayoría de desarrollos de algoritmos PMU exploran nuevas formas de mejorar la metodología de muestreo uniforme, por ser más simple el proceso de adquisición y de análisis.

El esquema de la Figura 22 se basa en la fórmula $X^{est} = PX^{true} + Q (X^{true})^*$, igual a la ecuación (53).

Las atenuaciones y offset que introduce P se estiman en base a frecuencia, tamaño de ventana y el periodo de muestreo. Estos valores se guardan en una tabla como se puede ver en el bloque 1 de la Figura 22, dentro del área de post-procesado.

El otro bloque de filtrado se encarga de las variaciones introducidas por las ganancias complejas P y Q que aparecen a la frecuencia aproximada de $2\omega_0$.

La estimación de frecuencia se llevará a cabo según alguna de las múltiples metodologías existentes: Cruce por cero [17], filtros Kalman [18], Demodulación [19], por citar a los más importantes.

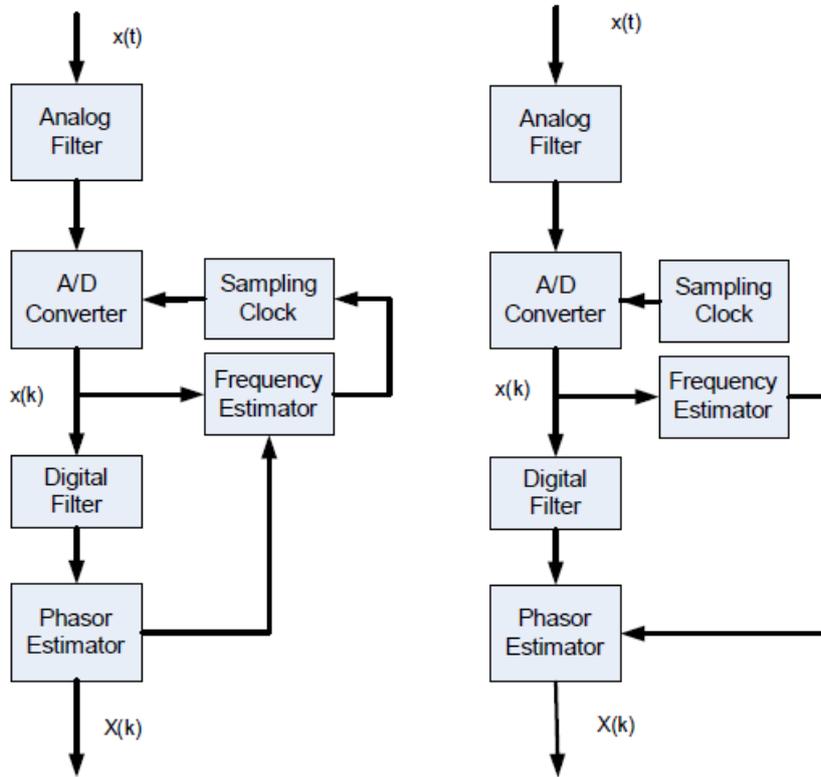


Figura 21. Arquitecturas básicas de estimación de fasores.

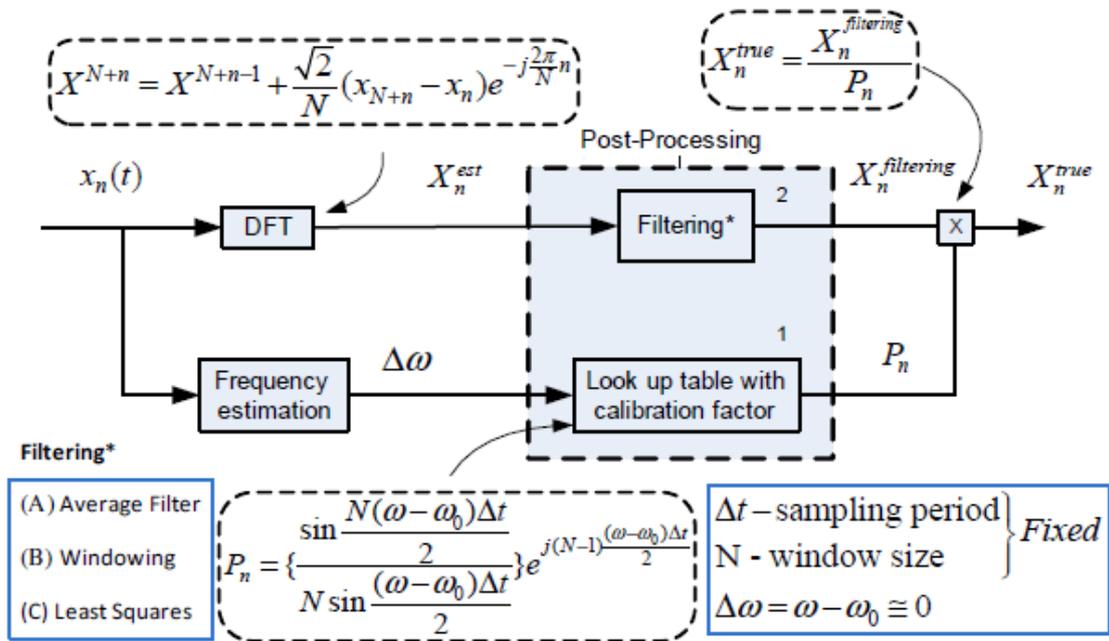


Figura 22. Esquema del algoritmo de procesamiento de fasores por DFT.

6 ESTUDIO DE LOS MÉTODOS: EPLL

6.1 Resumen funcionamiento sistema PLL

Un PLL o lazo de seguimiento de fase, es un sistema realimentado que engancha la fase de su señal de salida con la fase de la señal e entrada. La estructura de un PLL estándar se muestra en la figura Figura 23.

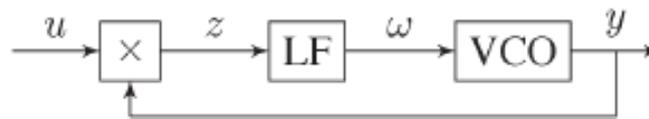


Figura 23. Estructura PLL estándar.

Lo forman un multiplicador o detector de fase (PD, representado por X en el diagrama de bloques de la Figura 23), un filtro paso bajo (LF) y un oscilador controlado por voltaje VCO (Voltage Controlled Oscillator).

El VCO genera una señal sinusoidal cuyo ángulo de fase es proporcional a la integral de la entrada del VCO, de la siguiente manera:

$$\phi = \int^t \omega(\tau) d\tau \quad (54)$$

donde ω es la dicha entrada e $y(t) = \cos \phi$ sería la salida del VCO.

Asumiendo una señal sinusoidal dada por $u(t) = U \sin \theta$ donde U es el valor de pico y θ es la fase, a la salida del multiplicador, la señal z es igual a

$$\begin{aligned} z(t) &= u(t)y(t) \\ &= U \sin \theta \cos \phi \\ &= \underbrace{\frac{U}{2} \sin(\theta - \phi)}_{\text{low-frequency}} + \underbrace{\frac{U}{2} \sin(\theta + \phi)}_{\text{high-frequency}} \end{aligned} \quad (55)$$

La señal comprende dos términos: uno de baja frecuencia y otro de alta frecuencia. El primero queda determinado por la diferencia entre las fases de entrada y salida. Por ello, al multiplicador también se le denomina detector de fase (PD). Un modelo lineal

aproximado del PLL se puede obtener al obviar el término de alta frecuencia y linealizar la función seno.

El diagrama de la función de transferencia resultante es el mostrado en la Figura 24.

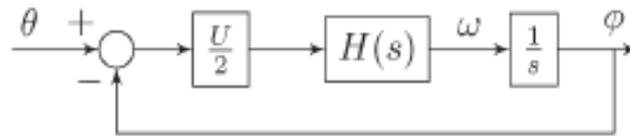


Figura 24. Modelo lineal de un PLL.

Donde $H(s)$ es la función de transferencia del filtro, la cual debe ser diseñada para que el lazo garantice que el error tiende a cero y mantiene ϕ igual a θ .

En los sistemas de potencia se agrega siempre un integrador para asegurar que se consigue una frecuencia sin error en estado estacionario. También se añade un filtrado de paso bajo para atenuar las altas frecuencias, así como filtros *notch* para evitar determinados armónicos. El diseño del sistema va orientado a mantener la estabilidad, y conseguir el menor tiempo de establecimiento posible.

La estructura típica queda por tanto, si tomamos $H(s) = h_0 + h_1/s$, es decir, un controlador PI, con la siguiente función de transferencia:

$$T(s) = \frac{\frac{Uh_0}{2}s + \frac{Uh_1}{2}}{s^2 + \frac{Uh_0}{2}s + \frac{Uh_1}{2}} \quad (56)$$

6.2 Estructura del EPLL

Una vez conocida la estructura del PLL básico, describiremos la del PLL mejorado o EPLL (Enhanced PLL). La principal mejora radica en cancelar los errores que genera la doble frecuencia. Esto se consigue mediante la estimación de la amplitud de la señal de entrada. Por ello, además de quitar las componentes de alta frecuencia, añade una estimación de dicha magnitud y una versión filtrada de la entrada.

El diagrama de bloques del EPLL es el que aparece en la Figura 25.

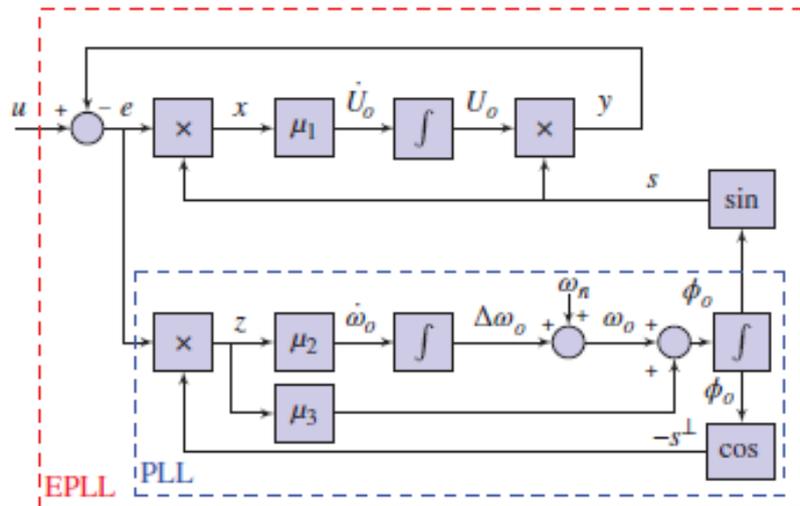


Figura 25. Diagrama de bloques de un EPLL.

Contiene un PLL cuya estructura se puede ver dentro de las líneas discontinuas azules, y una rama que es la que genera la señal $y = U_o \sin \phi_o$ que es la versión filtrada de la señal u de entrada. Por tanto, U_o estima el valor de pico de la entrada y ϕ_o , la fase. La frecuencia viene estimada por ω_o . La señal s es una señal sinusoidal en fase con la señal de entrada, que representa una referencia sincronizada estable.

Asumiendo $u = U_i \sin \phi_i$ e $y = U_o \sin \phi_o$, cuando $U_o = U_i$ y $\phi_o = \phi_i$, obviamente el EPLL está en equilibrio y la señal de error es 0.

La salida del multiplicador PD del PLL es:

$$\begin{aligned}
 z &= e \cos \phi_o = (U_i \sin \phi_i - U_o \sin \phi_o) \cos \phi_o \\
 &= \frac{U_i}{2} \sin(\phi_i - \phi_o) + \underbrace{\frac{U_i}{2} \sin(\phi_i + \phi_o) - \frac{U_o}{2} \sin(2\phi_o)}_{\text{double frequency}}
 \end{aligned}
 \tag{57}$$

En la situación descrita anteriormente, en régimen permanente, el término de alta frecuencia tiende a 0. Esto significa que la doble frecuencia desaparece del lazo.

Por otro lado, la salida del multiplicador superior sería igual a:

$$\begin{aligned} x &= e \sin\phi_o = (U_i \sin\phi_i - U_o \sin\phi_o) \sin\phi_o \\ &= \frac{U_i}{2} \cos(\phi_i - \phi_o) - \frac{U_o}{2} + \underbrace{\frac{U_o}{2} \cos(2\phi_o) - \frac{U_i}{2} \cos(\phi_i + \phi_o)}_{\text{double frequency}} \end{aligned} \quad (58)$$

Vemos que al igual que en la señal z, el término de alta frecuencia tiende a 0 de la misma manera.

Las ecuaciones diferenciales que se deducen del diagrama de bloques del EPLL quedarían del siguiente modo:

$$\begin{cases} \dot{U}_o = \mu_1 x = \mu_1 e \sin\phi_o \\ \dot{\Delta\omega}_o = \mu_2 z = \mu_2 e \cos\phi_o \\ \dot{\phi}_o = \omega_o + \mu_3 z = \omega_n + \Delta\omega_o + \mu_3 e \cos\phi_o \end{cases} \quad (59)$$

Considerando la anulación de los términos de alta frecuencia según (57) y (58), las ecuaciones que se obtienen son:

$$\begin{cases} \dot{U}_o = \mu_1 \frac{U_i}{2} \cos(\phi_i - \phi_o) - \mu_1 \frac{U_o}{2} \\ \dot{\Delta\omega}_o = \mu_2 \frac{U_i}{2} \sin(\phi_i - \phi_o) \\ \dot{\phi}_o = \omega_o + \mu_3 z = \omega_n + \Delta\omega_o + \mu_3 \frac{U_i}{2} \sin(\phi_i - \phi_o) \end{cases} \quad (60)$$

Si definimos $\tilde{U} = U_o - U_i$, $\tilde{\omega} = \omega_o - \omega_i$, y $\tilde{\phi} = \phi_o - \phi_i$, y linealizamos los resultados anteriores, realizando la aproximación de senos y cosenos pequeños al ángulo y a 1 respectivamente:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{U}} = -\frac{\mu_1}{2} \tilde{U} \\ \dot{\tilde{\omega}} = -\mu_2 \frac{U_i}{2} \tilde{\phi} \\ \dot{\tilde{\phi}} = \tilde{\omega} - \mu_3 \frac{U_i}{2} \tilde{\phi} \end{cases} \quad (61)$$

Observamos a partir del análisis de estas ecuaciones que:

- El bucle de estimación de amplitud está desacoplado del de fase/frecuencia. La dinámica de la amplitud es un sistema de primer orden con la constante de tiempo $\tau = (2/\mu_1)$.

- Las dinámicas de fase y frecuencia son las mismas que en un PLL convencional. Los modos se obtienen de la ecuación característica:

$$\lambda^2 + \frac{\mu_3 U_i}{2} \lambda + \frac{\mu_2 U_i}{2} = 0 \quad (62)$$

Finalmente, la función de transferencia del bucle de fase/frecuencia (que se corresponde con la zona marcada como PLL en azul en la Figura 25) viene dada por:

$$\frac{\frac{\mu_3 U_i}{2} s + \frac{\mu_2 U_i}{2}}{s^2 + \frac{\mu_3 U_i}{2} s + \frac{\mu_2 U_i}{2}} = \frac{2\zeta\omega_r s + \omega_r^2}{s^2 + 2\zeta\omega_r s + \omega_r^2} \quad (63)$$

Se deducen las siguientes igualdades:

Se puede ver que el EPLL no altera el modelo lineal del PLL convencional.

En [1], se propone un modelo, denominado PL-EPLL, en el que se estudian las propiedades de linealidad de las ecuaciones. El primer paso consiste en suprimir la dependencia de la amplitud de la señal de entrada de (59):

$$\begin{cases} \dot{U}_o = \mu_1 e \sin\phi_o \\ \dot{\Delta\omega}_o = \frac{\mu_2 e}{U_o} \cos\phi_o \\ \dot{\phi}_o = \omega_n + \Delta\omega_o + \frac{\mu_3 e}{U_o} \cos\phi_o \end{cases} \quad (64)$$

Se observa que para $\mu_1=\mu_3=\mu$ y $\mu_2=0$, el sistema (64) se reduce a un sistema LTI, que llamaremos LTI-EPLL. Las ecuaciones que lo definen son las siguientes:

$$\begin{cases} \dot{U}_o = \mu e \sin\phi_o \\ \dot{\phi}_o = \omega_n + \frac{\mu e}{U_o} \cos\phi_o \end{cases} \quad (65)$$

Por tanto, el EPLL de (65) se reduce a un filtro paso banda con una estructura interna como la de la Figura 26.

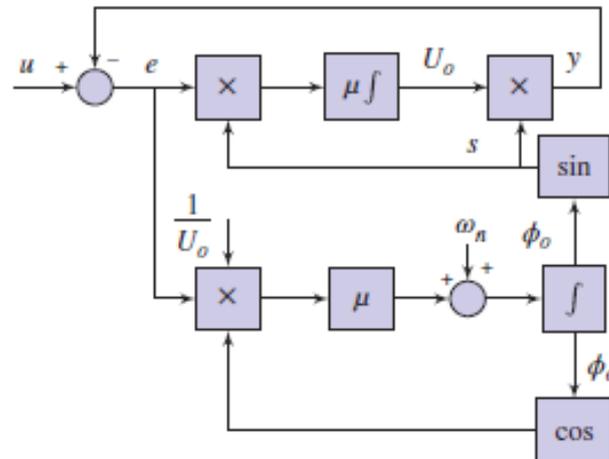


Figura 26. Estructura de lazo abierto del LTI-EPLL.

Su función de transferencia en lazo cerrado es:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mu s}{s^2 + \mu s + \omega_o^2} \quad (66)$$

La prueba de ello se realiza a continuación. Si definimos los cambios de coordenadas $y = U_o \sin \phi_o$, e $y^\perp = -U_o \cos \phi_o$, tendremos:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= \dot{U}_o \sin \phi_o + U_o \dot{\phi}_o \cos \phi_o = \mu e \sin^2 \phi_o + U_o \left(\omega_n + \frac{\mu e}{U_o} \cos \phi_o \right) \cos \phi_o \\ &= -\omega_n y^\perp + \mu e \\ \dot{y}^\perp &= \dot{U}_o \cos \phi_o - U_o \dot{\phi}_o \sin \phi_o = \mu e \sin \phi_o \cos \phi_o - U_o \left(\omega_n + \frac{\mu e}{U_o} \cos \phi_o \right) \sin \phi_o \\ &= \omega_n y \end{aligned} \quad (67)$$

De donde podemos representar:

$$\begin{cases} \dot{y} = -\omega_n y^\perp + \mu e \\ \dot{y}^\perp = \omega_n y \\ e = u - y \end{cases} \quad (68)$$

Entonces las funciones de transferencias se pueden deducir como:

$$\frac{Y(s)}{E(s)} = \frac{\mu s}{s^2 + \omega_n^2}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\mu s}{s^2 + \mu s + \omega_n^2}$$
(69)

Por tanto, matemáticamente, el LTI-EPLL es equivalente a un filtro paso banda de segundo orden, que muestra una estructura muy robusta, frente a implementaciones digitales.

Dicha estructura puede ser usada en aplicaciones donde la frecuencia de entrada no es constante si habilitamos el bucle de estimación de frecuencia ($\mu_2 \neq 0$), además de añadir un bloque de saturación para evitar desviaciones excesivas de frecuencia que se producen durante los transitorios de los sistemas. Volvemos de nuevo al modelo de (64).

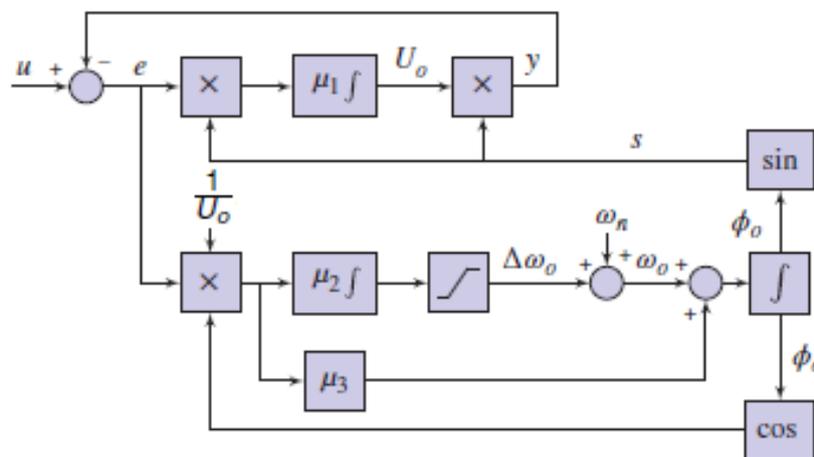


Figura 27. Lazo abierto del EPLL con el bucle adaptativo de frecuencia/fase.

6.3 Ajuste de los parámetros del EPLL

El EPLL tiene tres parámetros ajustables: μ_1 , μ_2 y μ_3 . El método de ajuste que se muestra a continuación se basa en la representación lineal de lo establecido anteriormente para el LTI-EPLL.

- Podemos definir $\mu = 2\xi_1\omega_n$, siendo ξ_1 el primer coeficiente de amortiguamiento del sistema, y ω_n la frecuencia natural de la señal de entrada. Por tanto, el primer paso es seleccionar ξ_1 para obtener μ_1 y μ_3 ya que $\mu_1 = \mu_3 = \mu$.
- Definimos también $2\xi_2\omega_r = \mu/2 = \xi_1\omega_n$, donde ξ_2 es el segundo coeficiente de amortiguamiento del sistema y ω_r es el ancho de banda correspondiente al bucle de fase/frecuencia. El segundo paso sería entonces, seleccionar ξ_2 y calcular μ_2 de $\omega_r^2 = \mu_2/2$.

Se suele asumir un valor de los coeficientes de amortiguamiento de valor $\sqrt{2}/2$, en ambos casos. Tendríamos entonces, para un valor de ω_n de $2\pi 50$ rad/s, que μ_1 y μ_3 tendrían un valor de 444; además $\omega_r = \omega_n/2$ establece el valor de μ_2 en 50000.

El tiempo de establecimiento se puede hacer más rápida o más lenta en función del aumento o disminución de los coeficientes de amortiguamiento.

Se recomienda establecer $\xi_1 = k\sqrt{2}/2$ y $\xi_2 = \sqrt{2}/2$, y atender a la compensación o relación entre las ganancias:

$$\begin{aligned}\mu_1 = \mu_3 &= \sqrt{2}k\omega_n = 444k \\ \mu_2 &= \frac{1}{4}\mu_1^2 \approx 50,000k^2\end{aligned}\tag{70}$$

Si aumentamos el valor de k las respuestas del sistema se hacen más rápidas, mientras que hacerlo menor consigue respuestas más estables. Ante señales con poca distorsión o ruido, se puede incrementar k , en el caso contrario, este debe ser reducido para evitar inestabilidad.

6.4 Tratamiento de componente DC

Aunque al LTI-EPLL no le afecte la presencia de componentes DC, ya que es un filtro paso banda con ganancia cero a frecuencia cero, otras variables del EPLL si se ven afectadas, como por ejemplo, la amplitud estimada, que presentará oscilación.

Para eliminar completamente el efecto de la componente continua, basándonos en el principio de modelo interno de la teoría de control, debemos añadir una rama nueva como se puede ver en la Figura 28.

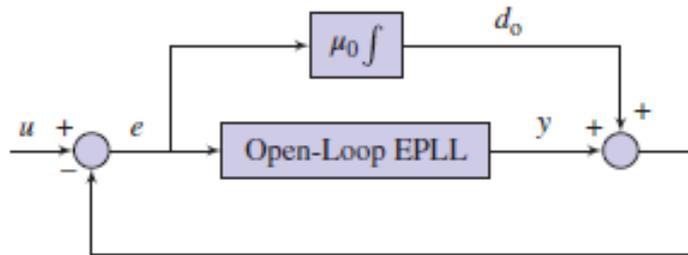


Figura 28. Estructura de EPLL con rama de rechazo de DC.

La rama añadiría un integrador con el modelo μ_0/s , con lo que tendríamos una ecuación característica dada por:

$$1 + \frac{\mu s}{s^2 + \omega_n^2} + \frac{\mu_0}{s} = 0 \tag{71}$$

Para analizar el lugar de las raíces de (71) de manera que podamos colocar los polos de forma adecuada, y así conseguir los valores de μ_0 y μ , se debe rehacer la ecuación:

$$1 + \mu_0 \frac{s^2 + \omega_n^2}{s(s^2 + \mu s + \omega_n^2)} = 0 \tag{72}$$

Teniendo en cuenta que tomamos la frecuencia nominal de 50Hz, siendo entonces ω_0 igual a 314, y que por tanto tendremos el valor $\mu = \sqrt{2\omega_0} = 444$; se realiza el lugar de las raíces para el rango de valores de μ_0 de 0 a 200, que se muestra en la Figura 29.

En $\mu_0 = 0$, tendremos los polos en $\{-222 \pm j222\}$. Los dos polos complejos se acercan al eje imaginario, mientras el polo real se aleja al incrementar μ_0 . Para un valor de 70, los 3 polos forman una línea vertical, es decir, todos tienen el mismo valor real.

En la Figura 30 muestra el ajuste de la ganancia del bucle de DC, μ_0 , para distintos valores de μ .

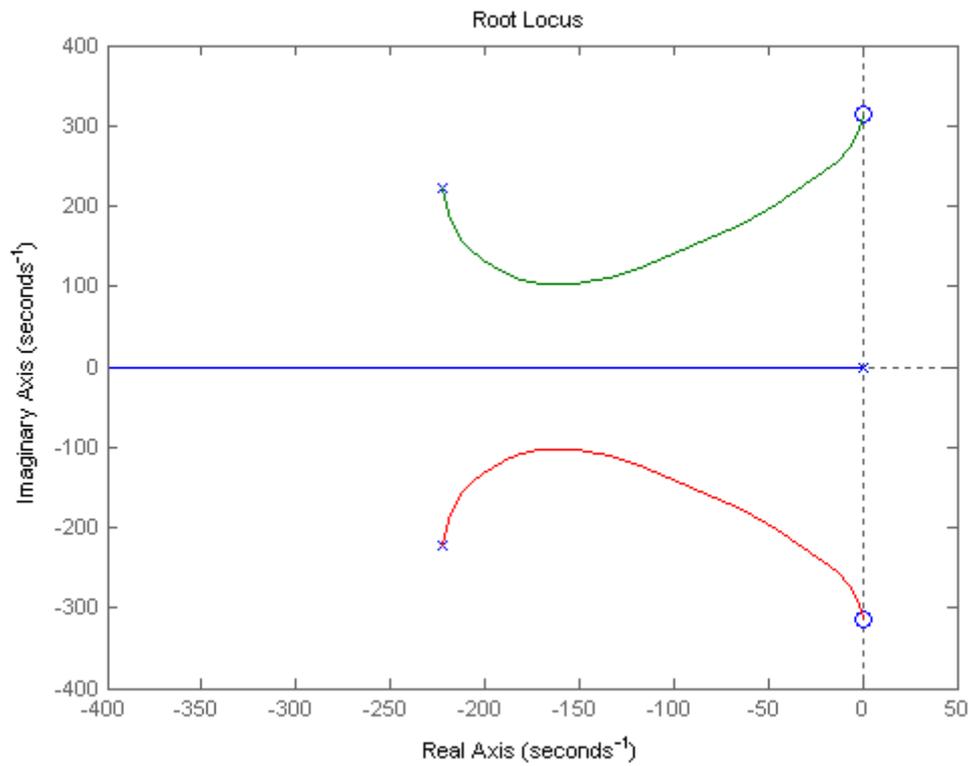


Figura 29. Lugar de las raíces de los polos del sistema de la figura 33.

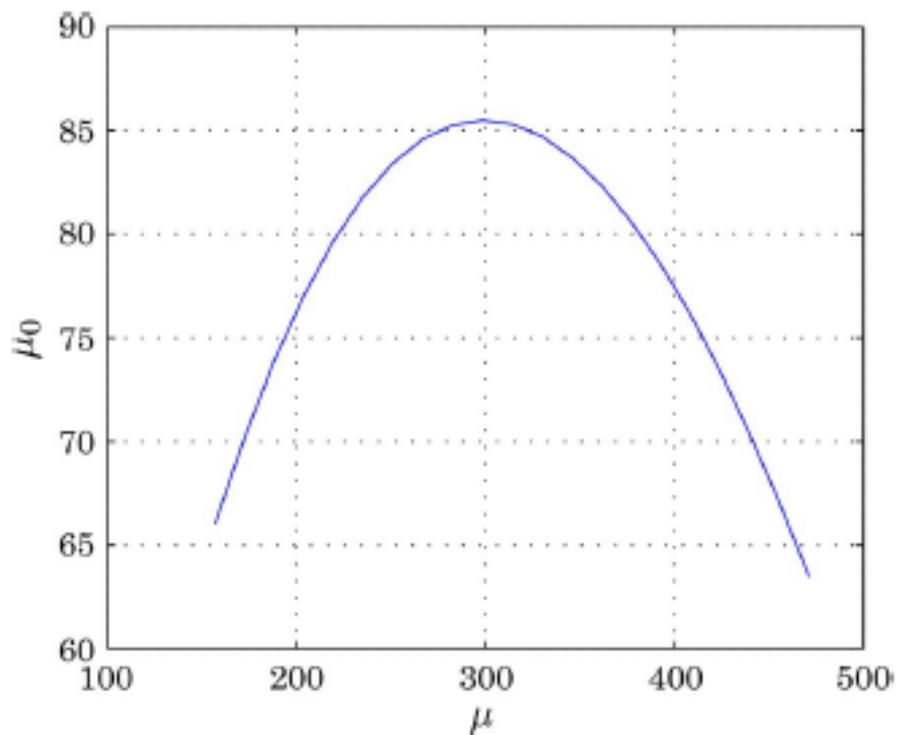


Figura 30. Gráfica de valores de μ_0 en función de los valores de μ .

6.5 Tratamiento de componentes armónicas

Del mismo modo que se ha tratado la componente continua, se deben eliminar los armónicos de la frecuencia nominal que no interesan. Se desarrolla la misma estrategia que en el punto anterior, con una estructura como la mostrada en la Figura 31.

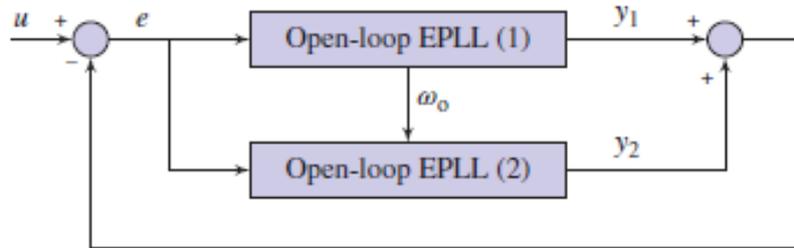


Figura 31. Estructura de EPLL con una rama de rechazo de componentes frecuenciales armónicas no deseadas.

Se asume una entrada que tiene la componente fundamental en ω_i y un armónico de frecuencia ω_{ih} siendo h el número de armónico. En la Figura 31 vemos el EPLL(1) que se corresponde con el de la Figura 27, mientras el EPLL(2) tendría la ganancia $\mu_2=0$, es decir, sería como el LTI-EPLL de la Figura 26, ya que la frecuencia estimada ya la proporciona el EPLL(1).

Tendríamos una ecuación característica con el siguiente aspecto:

$$1 + \frac{\sqrt{2}k\omega_n s}{s^2 + \omega_n^2} + \frac{\mu_h s}{s^2 + h^2\omega_n^2} = 0 \tag{73}$$

que se reorganizaría para poder aplicar el lugar de las raíces en función del parámetro μ_h :

$$1 + \mu_h \frac{s(s^2 + \omega_n^2)}{(s^2 + \sqrt{2}k\omega_n s + \omega_n^2)(s^2 + h^2\omega_n^2)} = 0 \tag{74}$$

Se elige primero un valor de $\mu=222$ (con $k=0.5$), y se realiza el lugar de las raíces para los armónicos tercero, quinto y séptimo, con la frecuencia nominal en 50Hz, y el resultado se muestra en la Figura 32. En ella vemos reflejados los armónicos tercero en azul, quinto en verde y séptimo en rojo, y una parte común en rosa. Igual que para la componente DC, se busca que los polos tengan la misma parte real, que aproxima el sistema a un control de segundo orden, lo que da robustez al sistema y mejora el tiempo de establecimiento. Se consigue, en los tres casos, cerca de la ganancia 250.

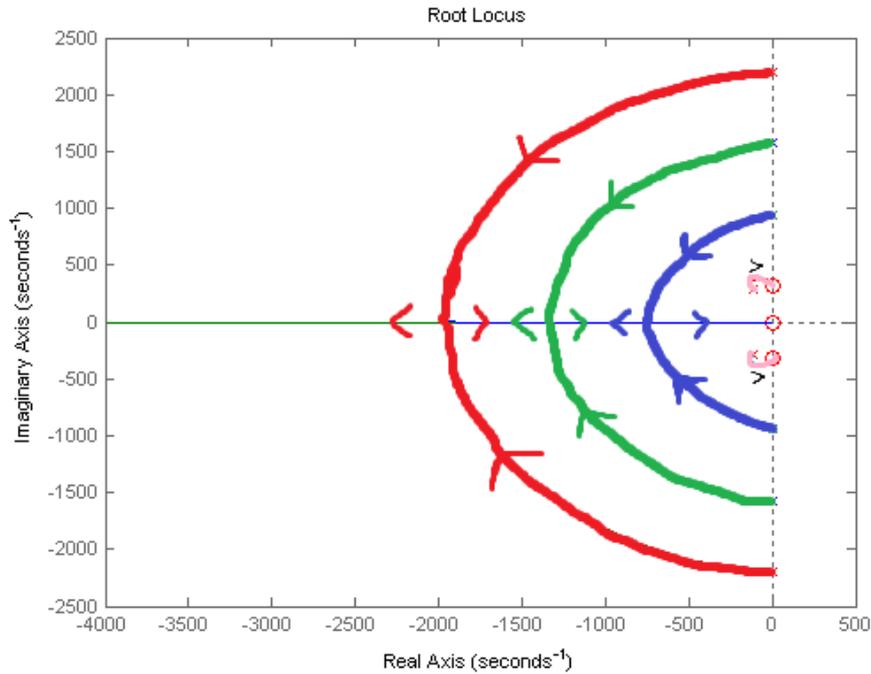


Figura 32. Lugar de las raíces de los polos del sistema de la figura 36 para los armónicos 3, 5 y 7, con $\mu=222$.

Si cogemos una μ mayor, como $\mu=444$ (con $k=1$), el lugar de las raíces cambia y no es posible tener el mismo valor real para todos los polos, en el caso del tercer armónico. Un buen valor de μ_0 sería 300, en este caso. Para el 5º armónico podemos alinear los polos con 550, y para el séptimo 490.

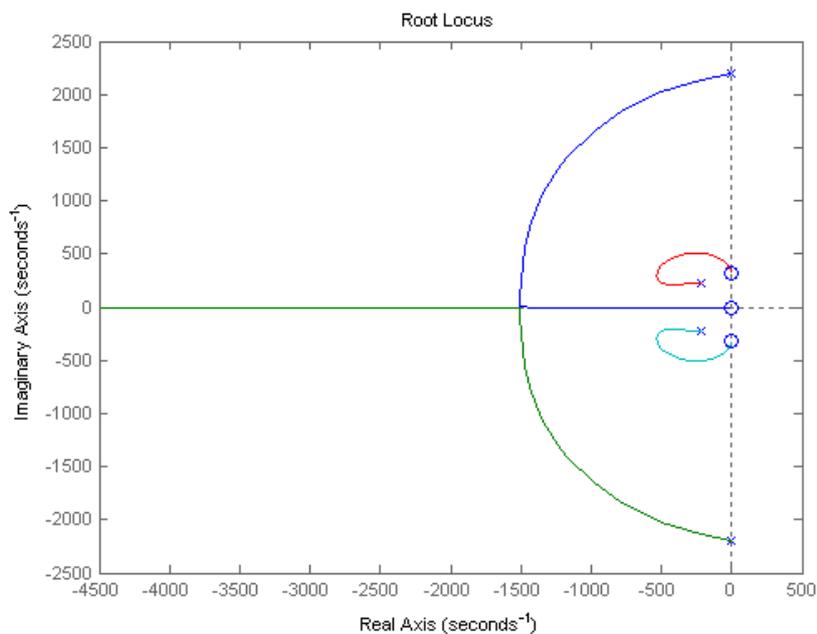


Figura 33. Lugar de las raíces de los polos del sistema de la figura 36 para el armónico 7, con $\mu=444$.

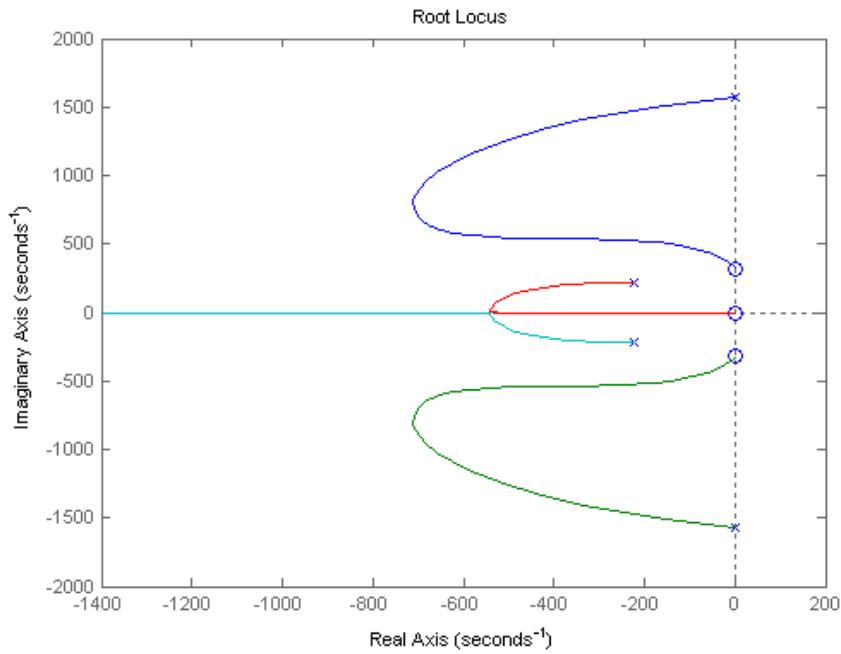


Figura 34. Lugar de las raíces de los polos del sistema de la figura 36 para el armónico 5, con $\mu=444$.

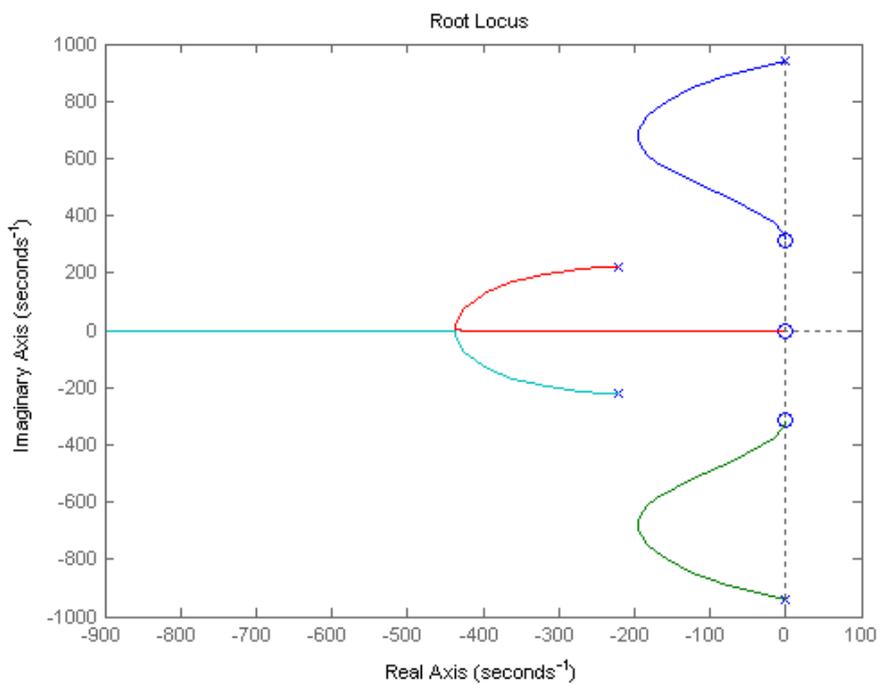


Figura 35. Lugar de las raíces de los polos del sistema de la figura 36 para el armónico 3, con $\mu=444$.

Cada lugar de las raíces cambiará en función de la k y del número de armónico, y deberían ser evaluados en cada caso.

6.6 Breve introducción al EPLL para sistemas trifásicos.

Cuando se necesite realizar la adquisición de fasores de una red trifásica, se debe usar un modelo de PLL denominado SRF-PLL [20], de las siglas en inglés *Synchronous Reference Frame Phase-Locked Loop*. Se trata de un concepto comúnmente utilizado en áreas de ingeniería de potencia. El SRF-PLL consigue evitar los problemas del error de doble frecuencia que aparecían en el PLL monofásico, además de mantener una estructura relativamente simple, y ofrece facilidades en el ajuste de parámetros.

La estructura estándar de un SRF-PLL se muestra en la Figura 36.

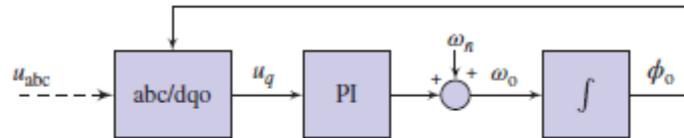


Figura 36. Estructura de un SRF-PLL estándar.

En el bloque *abc/dq0* se lleva a cabo la transformación de Park. Con esta transformación se consigue convertir las componentes de un sistema trifásico 'abc', variables sinusoidalmente, a valores constantes 'dq0', en régimen permanente. Se trata de un cambio de coordenadas, a un sistema coordenado giratorio. En el [14], se explica detalladamente como es el proceso que se lleva a cabo en la transformación.

La transformada de Park que se lleva a cabo dentro del bloque *abc/dq0*, se define por $\mathbf{u}_{dq0} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{u}_{abc}$, donde:

$$\mathbf{P} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \sin\phi_o & \sin(\phi_o - \frac{2\pi}{3}) & \sin(\phi_o + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos\phi_o & \cos(\phi_o - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\phi_o + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \quad (75)$$

Para un conjunto de señales trifásicas balanceadas:

$$\mathbf{u}_{abc}^T = \left(U \sin\phi_i, U \sin\left(\phi_i - \frac{2\pi}{3}\right), U \sin\left(\phi_i + \frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad (76)$$

el conjunto de señales transformadas resulta:

$$\mathbf{u}_{dq0}^T = (U \cos(\phi_i - \phi_o), U \sin(\phi_i - \phi_o), 0) \quad (77)$$

Si la frecuencia de salida ϕ_0 es igual a la de entrada ϕ_i , u_{dq0} es constante y no tiene oscilaciones de frecuencia doble. Al llevar u_q a 0, el SRF-PLL iguala ϕ_0 a ϕ_i , y u_d a U .

En [14] se realiza un estudio amplio de cómo diseñar y realizar el modelo lineal del SRF-PLL, y se analizan sus ventajas e inconvenientes. Principalmente, aunque es un sistema robusto y simple, sufre ante señales que no son balanceadas, presentan componente DC o están distorsionadas.

Esto lleva a plantear técnicas más avanzadas de PLL trifásico, que pueden verse también en la referencia [14]. Básicamente, se forma un denominado 3EPLL, que cuenta con un lazo de estimación de magnitud, como en el EPLL estudiado en el capítulo 6.2, y bucles externos que permiten la estimación y anulación de componentes no deseadas.

7 SIMULACIONES EPLL

7.1 Simulación LTI-EPLL

Tras el estudio de los algoritmos en el capítulo 6, se presentan diversas simulaciones con la herramienta Simulink de Matlab. Se creará el modelo básico, al que se irá añadiendo complejidad, mientras se realizan distintas comprobaciones con diferentes señales de entrada. El objetivo último de las simulaciones es comprobar si el EPLL funciona correctamente como PMU, cumpliendo el estándar.

Primero partimos de la estructura LTI-EPLL simple, mostrada en la Figura 37.

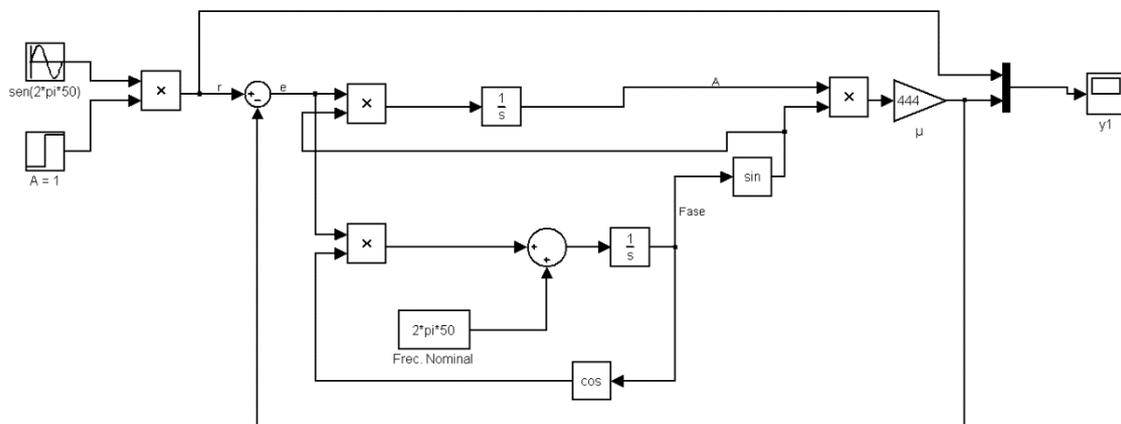


Figura 37. Estructura LTI-EPLL simulada en Simulink.

Se ha establecido el valor de μ en 444, que corresponde a $k=1$. En la Figura 38 podemos ver el resultado obtenido en el Scope, donde la señal roja es la entrada, y la verde es la estimación del modelo.

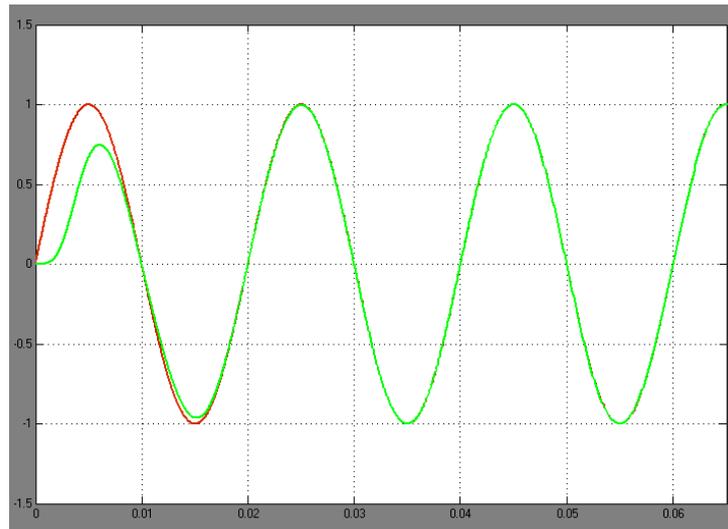


Figura 38. Pantalla Scope, comprobación tiempo establecimiento para LTI-EPLL, μ de 444.

La señal alcanza el régimen permanente a los 20ms, y existe error en régimen permanente pero que no sobrepasa el 0.2%.

Comprobamos con otros valores de μ : con una k mayor debería arrojar un tiempo de establecimiento menor, con lo que asignamos el valor 1600 (Figura 39), correspondiente a $k=3.6$; y también para un k menor (Figura 40), el tiempo aumentará, con el valor de 160 correspondiente a $k=0.36$.

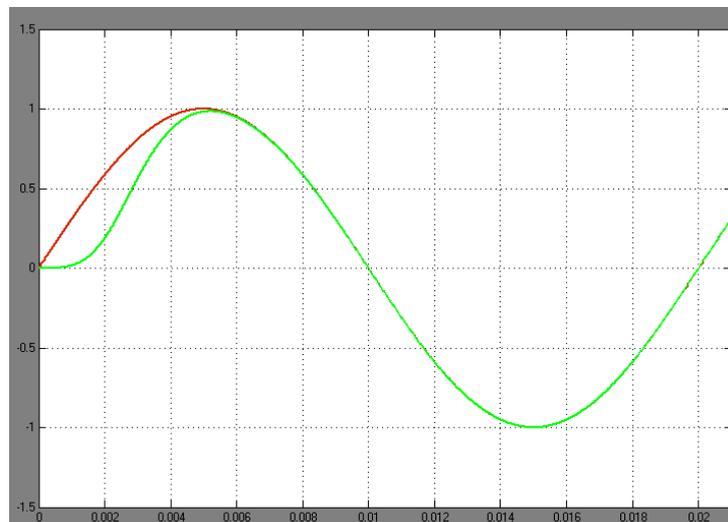


Figura 39. Pantalla Scope, comprobación tiempo establecimiento para LTI-EPLL, μ de 1600.

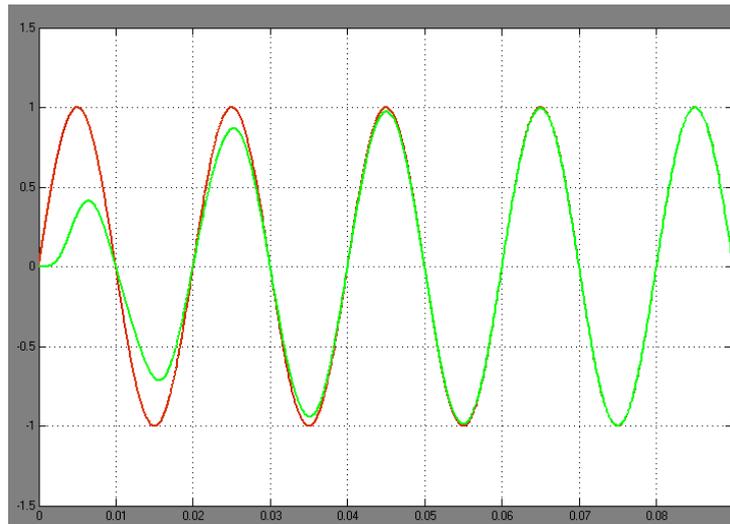


Figura 40. Pantalla Scope, comprobación tiempo establecimiento para LTI-EPLL, μ de 160.

En el caso de la Figura 39, el tiempo de establecimiento es de 6ms, y en el de la Figura 40, 46ms. El error en régimen permanente oscila para el primer caso entre 0.1% y 0.3%, mientras el segundo es algo mayor y se encuentra entre 0.1% y 0.45%.

Efectivamente, los tiempos de establecimiento varían en función de la k según se esperaba. También se ha comprobado que el sistema se asemeja a un sistema de segundo orden, ya que sus tiempos de establecimiento coinciden: en los sistemas de segundo orden $t_s=4/\xi\omega$ (2%), que en nuestro sistema se traduce por $t_s=8/\mu$. En los casos estudiados anteriormente tenemos $t_{s1}=8/444=18ms$, $t_{s2}=8/1600=5ms$ y $t_{s3}=8/160=50ms$. Si comprobamos en las Figura 38, Figura 39 y Figura 40, los tiempos de establecimiento coinciden, aproximadamente, con lo esperado.

7.2 Simulación EPLL con estimador de frecuencia

Una vez comprobado el buen funcionamiento del modelo LTI simple, pasamos a incluir la rama de adaptación de frecuencia. Para ello se añade el integrador y la nueva ganancia μ_2 , y la μ pasa a cada lazo en vez de estar al final de lazo abierto. La ganancia nueva tendrá un valor de 50000, que es la que equivale a μ de 444 y k de 1.

El esquema que queda finalmente es el de la Figura 41, cuya simulación se lleva cabo en la Figura 42.

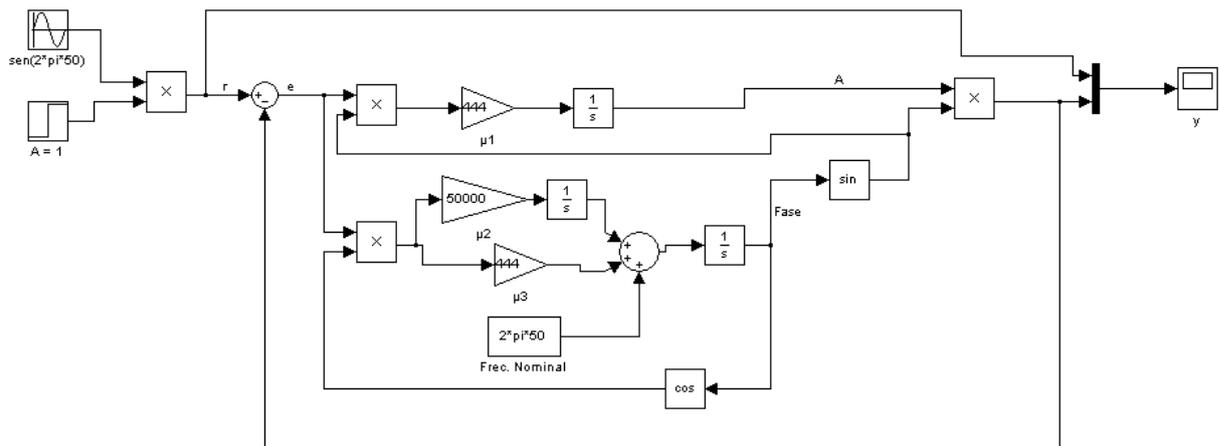


Figura 41. Estructura EPLL con bucle de estimación de frecuencia en Simulink.

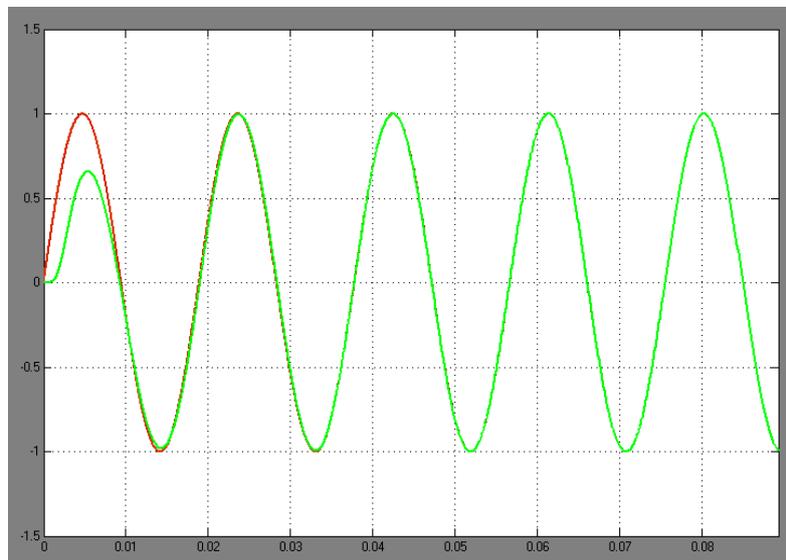


Figura 42. Pantalla Scope, comprobación tiempo establecimiento para EPLL con bucle de estimación de frecuencia, μ de 444 y μ_2 de 50000, para una señal de 53Hz.

El tiempo de establecimiento para una señal de 53Hz, es de 30ms, y el error que se aprecia en régimen permanente es de menos de 0.1%.

Podemos del mismo modo que para el LTI-EPLL, cambiar el valor de k y ver la variación en la respuesta. Primero, para una k menor, de 0.5, que equivale a $\mu=222$ y $\mu_2=12500$, en la Figura 43 y después, por el contrario, con una $k=1.5$, que nos deja valores de $\mu=666$ y $\mu_2=112500$, en la Figura 44.

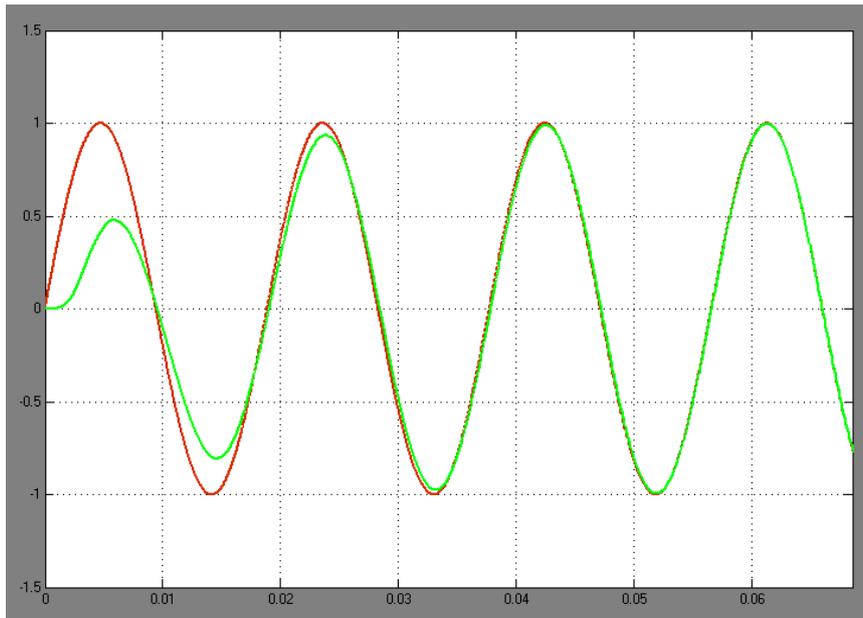


Figura 43. Pantalla Scope, comprobación tiempo establecimiento para EPLL con bucle de estimación de frecuencia, μ de 222 y μ_2 de 12500, para una señal de 53Hz.

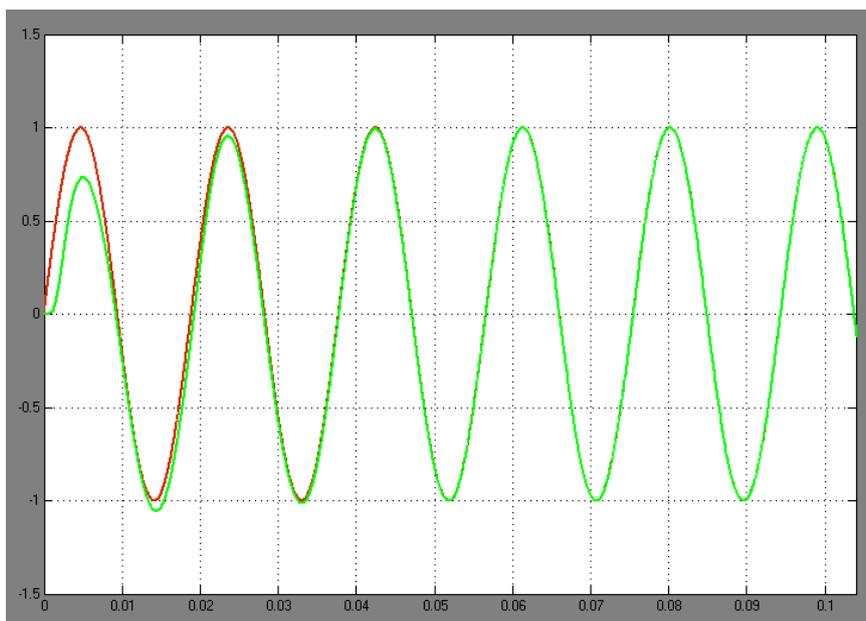


Figura 44. Pantalla Scope, comprobación tiempo establecimiento para EPLL con bucle de estimación de frecuencia, μ de 666 y μ_2 de 112500, para una señal de 53Hz.

Se puede apreciar que el tiempo de establecimiento aumenta en ambos casos, más concretamente a 50ms en el primero y a 40ms en el segundo, y el error en régimen permanente también aumenta para ambos, más pronunciadamente en el primer caso. De esto podemos deducir que se debe buscar una solución de compromiso en los casos de frecuencia distinta de la nominal.

7.3 Simulación EPLL con rama de rechazo de DC

En la siguiente prueba introducimos el EPLL en un bloque subsistema, para añadir las ramas de tratamiento de la componente DC, y de los armónicos. El aspecto del sistema de pruebas es el mostrado en la Figura 45, para el caso DC:

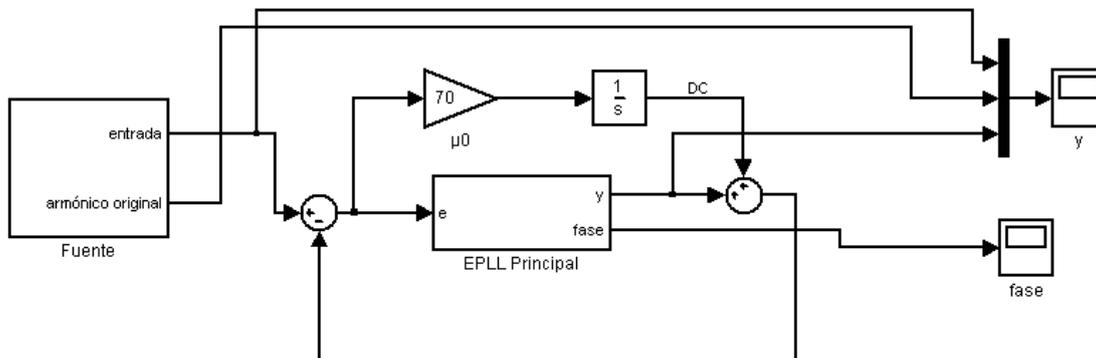


Figura 45. Estructura del sistema de pruebas en Simulink, para evaluar el impacto de componente DC.

Se establece en 70, como se analizó previamente, la ganancia μ_0 . En el EPLL principal dejamos de aquí en adelante los valores de 444 para μ y 50000 para μ_2 .

Se analizará el resultado para una aparición de una componente DC de -0.4 de amplitud, que se dará a los 0.4 segundos de simulación. Se verán primero los resultados para la frecuencia nominal, después para 3Hz por encima de la nominal, finalmente se probarán otros valores de μ_0 .

En las siguientes gráficas, aparecerán tres señales, que corresponden a la señal de **entrada en rojo**, el **armónico fundamental que interesa conseguir en verde**, y la **señal de salida en negro**.

La primera prueba este modelo se realiza para la señal a 50Hz, que presenta una componente DC de -0.4, que se introduce en el instante **$t=0.4s$** . El resultado se muestra en la Figura 46.

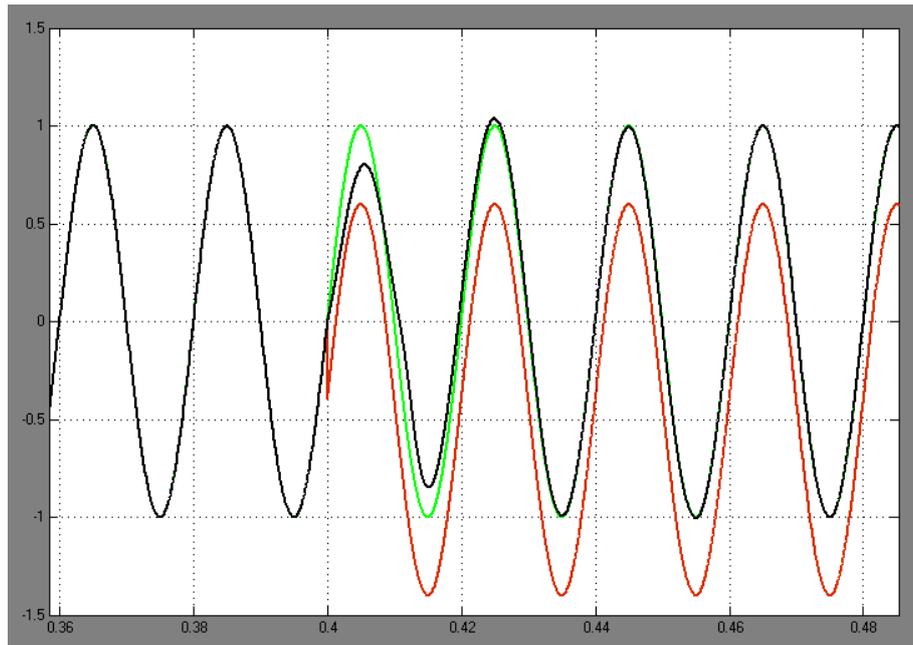


Figura 46. Pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, a la que se añade una DC de -0.4, en el instante $t=0.4s$. La μ_0 vale 70.

Ante la introducción de DC, el establecimiento ocurre a los 45ms, y el error en régimen permanente oscila sin llegar a sobrepasar el 0.15%.

La siguiente prueba consiste en introducir una señal de frecuencia distinta a la nominal, de 3Hz más como se adelantó previamente. El resultado de la simulación se observa en la Figura 47.

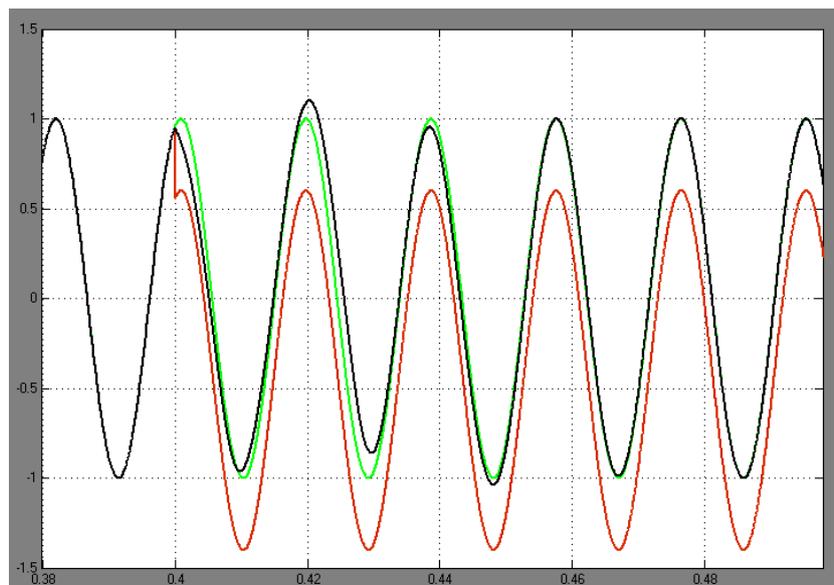


Figura 47. Pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 53Hz, a la que se añade una DC de -0.4, en el instante $t=0.4s$. La μ_0 vale 70.

La señal también consigue engancharse después de introducir la componente DC, en un tiempo ligeramente superior, en 47ms. Los valores de error en régimen permanente tampoco presentan cambios importantes.

Ahora se van a realizar variaciones de la ganancia de la rama de estimación de DC; en la Figura 48 se aumentará esa ganancia y en la Figura 49 se disminuirá.

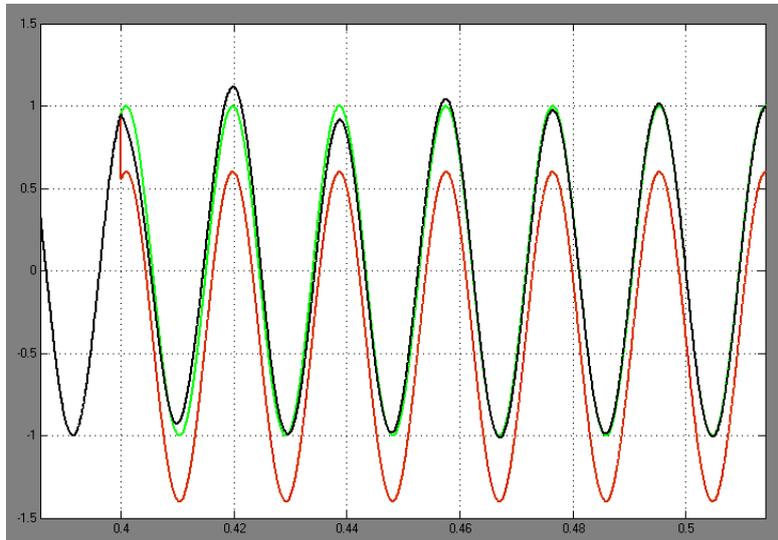


Figura 48. Pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 53Hz, a la que se añade una DC de -0.4. La μ_0 vale 150.

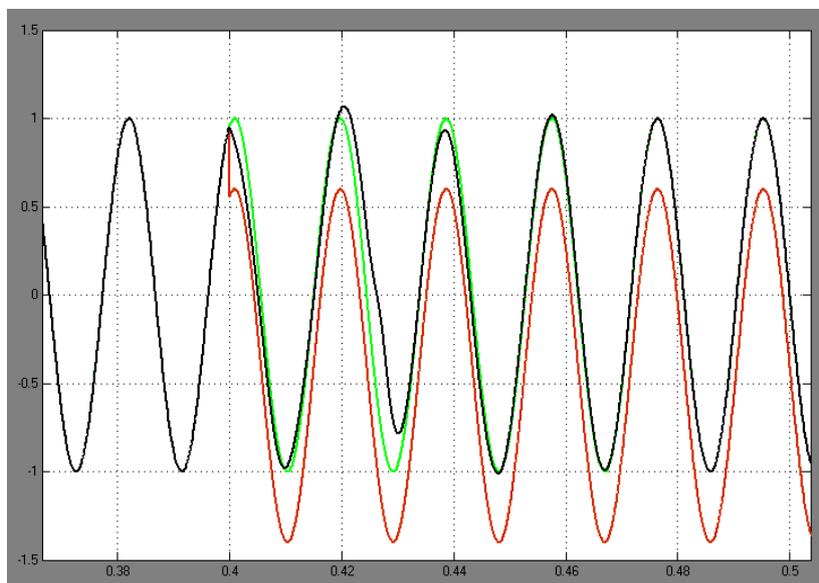


Figura 49. Pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 53Hz, a la que se añade una DC de -0.4. La μ_0 vale 40.

Ante un aumento de μ_0 el sistema presenta un mayor tiempo de enganche, de 51ms, aunque se puede decir que la fase se estabiliza antes que para el valor de 70. En el caso de disminución del valor, el enganche se hace ligeramente antes, a los 46ms. Los

errores en régimen permanente para estas dos variaciones presentan un ligero aumento.

7.4 Simulación EPLL con rama de rechazo de armónicos

La siguiente prueba consiste en introducir armónicos de 3er y 5º orden. La estructura en Simulink quedaría como se muestra en la Figura 50.

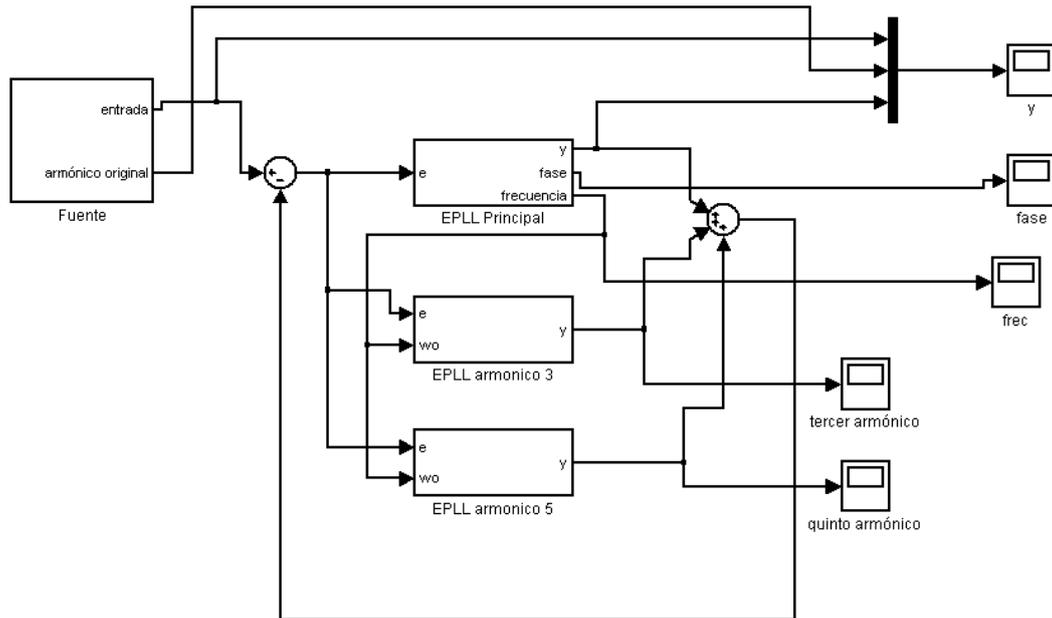


Figura 50. Estructura del sistema de pruebas en Simulink, para evaluar el impacto de componentes armónicas.

Para ampliar el número de armónicos a tratar, basta introducir un nuevo bloque EPLL por cada armónico. La estructura interna del mismo es igual a la del EPLL principal, excepto por la multiplicación de la frecuencia para hacerla coincidir con un armónico (hablamos de la frecuencia de referencia) y las ganancias μ .

En la Figura 51 podemos ver la estructura interna de bloque del armónico 3.

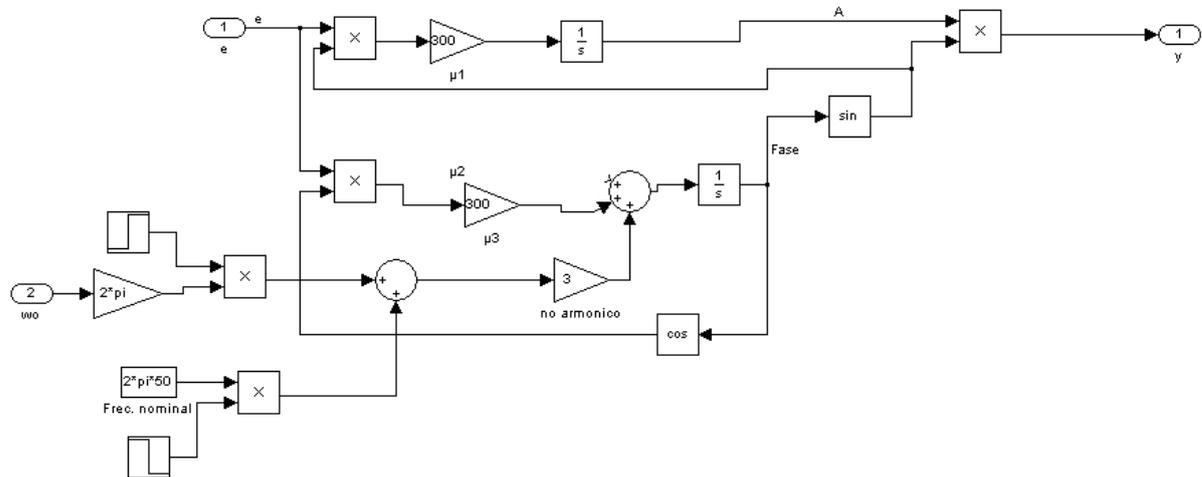


Figura 51. Estructura interna del bloque EPLL armónico 3.

Como la frecuencia nominal se hereda de la estimación en el bloque EPLL principal a los armónicos, con el objetivo de evitar la primera estimación de frecuencia, que sería incorrecta, se parte inicialmente de una constante igual a la frecuencia nominal. Este bloque tiene la μ igual a 300, pero en el caso del quinto armónico tendrá el valor 550, como se especificó en el apartado 6.5.

La primera prueba se realiza con la señal de entrada a 50Hz, junto con su tercer y quinto armónico, ambos a la amplitud del 10% respecto de la fundamental. El resultado aparece en la Figura 52.

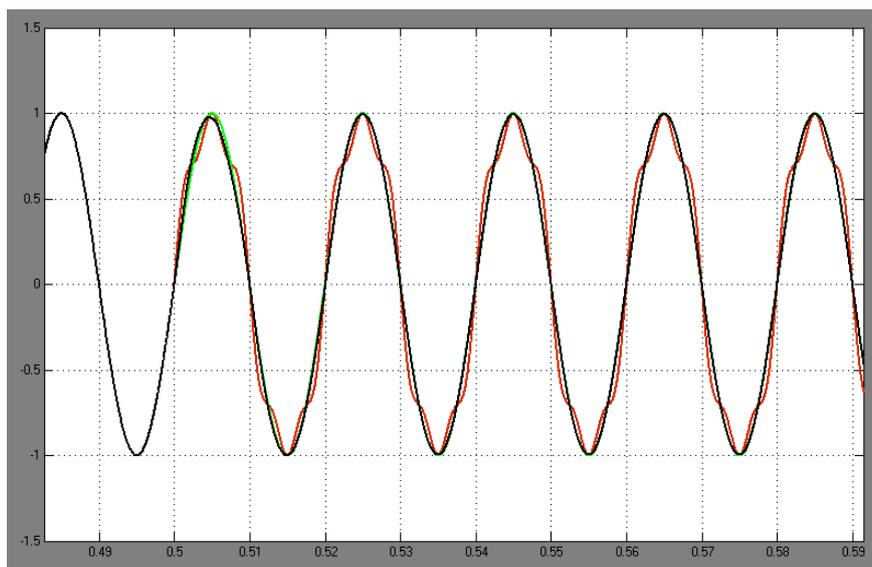


Figura 52. Pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, a la que se añaden su tercer y quinto armónico de 0.1 de amplitud en el instante $t = 0.5s$.

El enganche es muy rápido, de 15 ms. El error en régimen permanente oscila alrededor del 0.5%, y aunque sin pasar del 1%, es preferible reducirlo al máximo. En la Figura 53 se muestra en detalle el error de amplitud de lo recogido en la Figura 52.

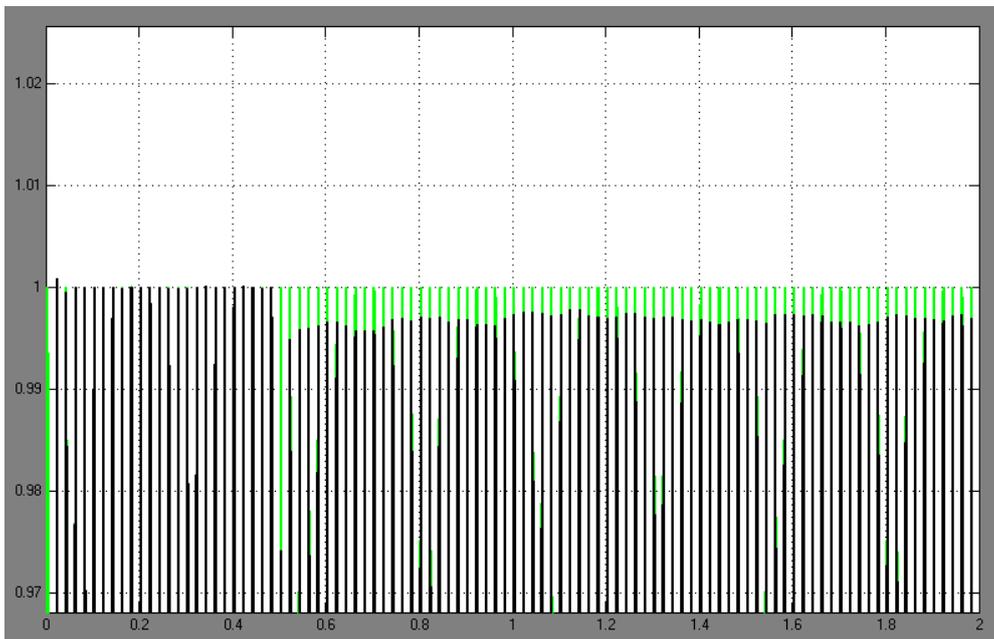


Figura 53. Detalle del error en la amplitud de la Figura 57.

Para eliminarlo, probamos a subir las ganancias, subiendo la k en el bloque principal, y de manera proporcional en los armónicos, a 1.5. El resultado se puede observar en la Figura 54.

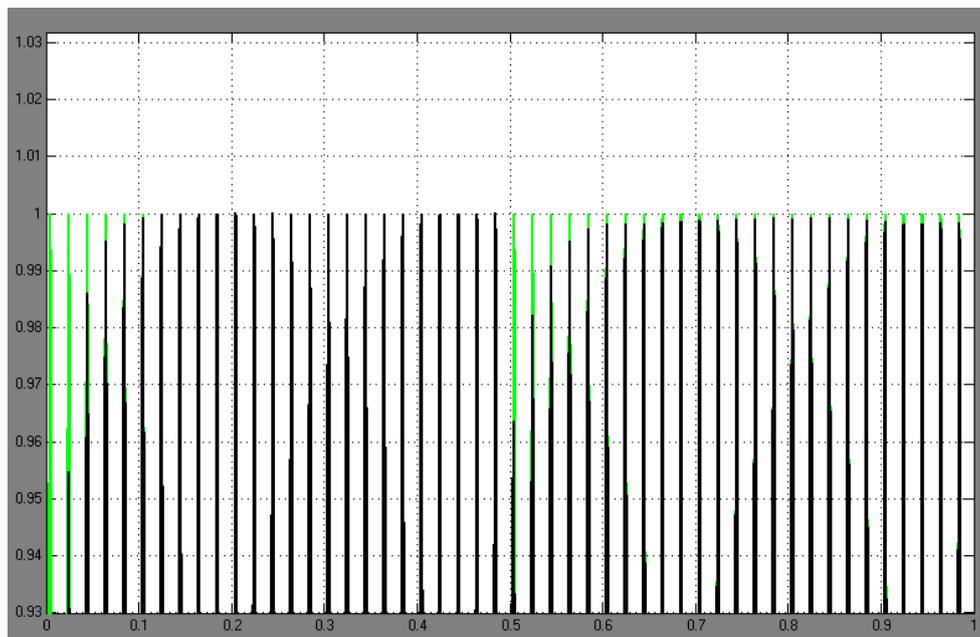


Figura 54. Detalle del error en la amplitud del caso de la Figura 57, para una $k=1.5$.

Se observa que el error en régimen estacionario disminuye, pero el transitorio empeora notablemente. Se deben evaluar el lugar de las raíces de nuevo para ajustar a un mejor resultado, ya que solo subir las ganancias respecto de k , para todas del mismo modo, no es un buen método, aunque si nos deja entrever hacia donde orientarnos.

Visto el lugar de las raíces para ambos armónicos, con $\mu=666$, se recurre a dejar los polos complejos lo más alejados del eje imaginario, en la medida de lo posible, como se puede observar en la Figura 55 para el armónico 3, y en la Figura 56 para el quinto armónico.

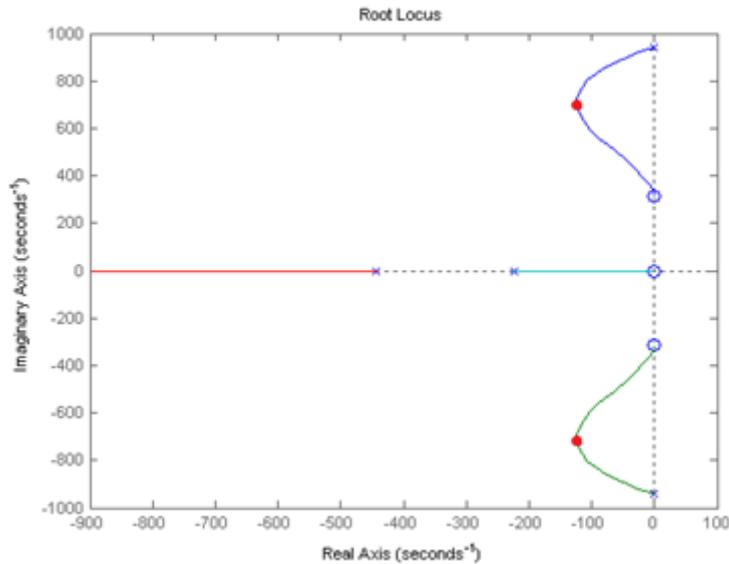


Figura 55. Lugar de las raíces de los polos del sistema para el armónico 3, con $\mu=666$.

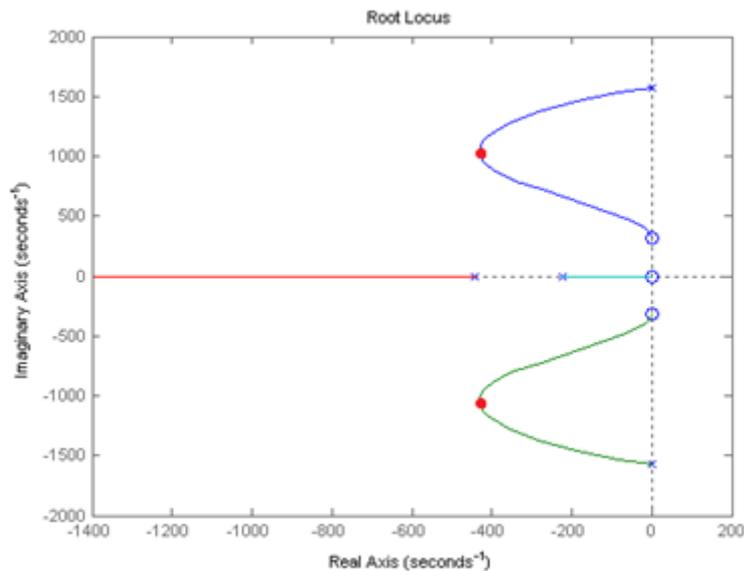


Figura 56. . Lugar de las raíces de los polos del sistema para el armónico 3, con $\mu=666$.

Los valores de μ para esa posición de los polos son 850 para el tercer armónico, y 1550 para el quinto. Los resultados que se consiguen para esa configuración se muestran en la Figura 57, con el detalle de la amplitud en la Figura 58.

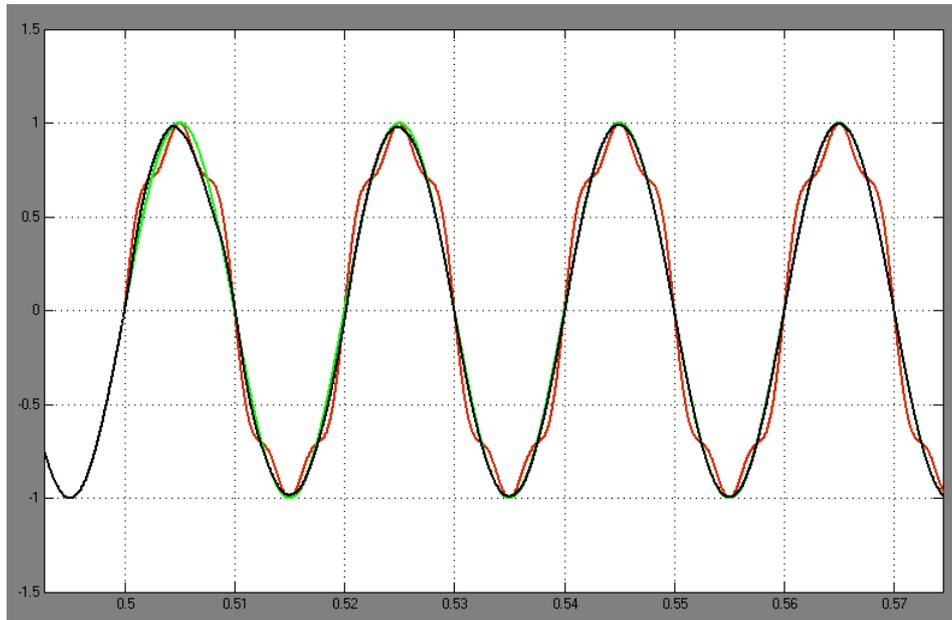


Figura 57. Pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, a la que se añaden su tercer y quinto armónico de 0'1 de amplitud en el instante $t = 0.5s$. La k se ha llevado a 1.5, respecto a su valor inicial 1, y los polos han sido ajustados mediante el lugar de las raíces.

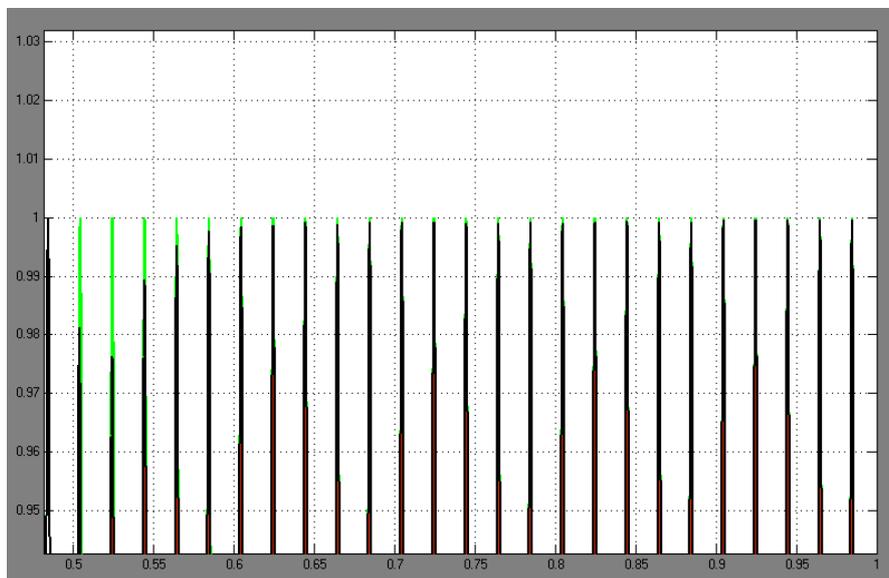


Figura 58. Detalle del error en la amplitud del caso de la Figura 57, para una $k=1.5$.

Los resultados de error mejoran notablemente, no llegando a superar el 0.2%, aunque el transitorio sigue siendo peor, el establecimiento se realiza en 90ms, pero es de mayor importancia lo conseguido para régimen estacionario.

Se va a hacer una última comprobación, para un caso de entrada de frecuencia no nominal, de 53Hz, para ver si el sistema consigue engancharse con buenos resultados, en la Figura 59. En la Figura 60 se puede ver el detalle de la amplitud.

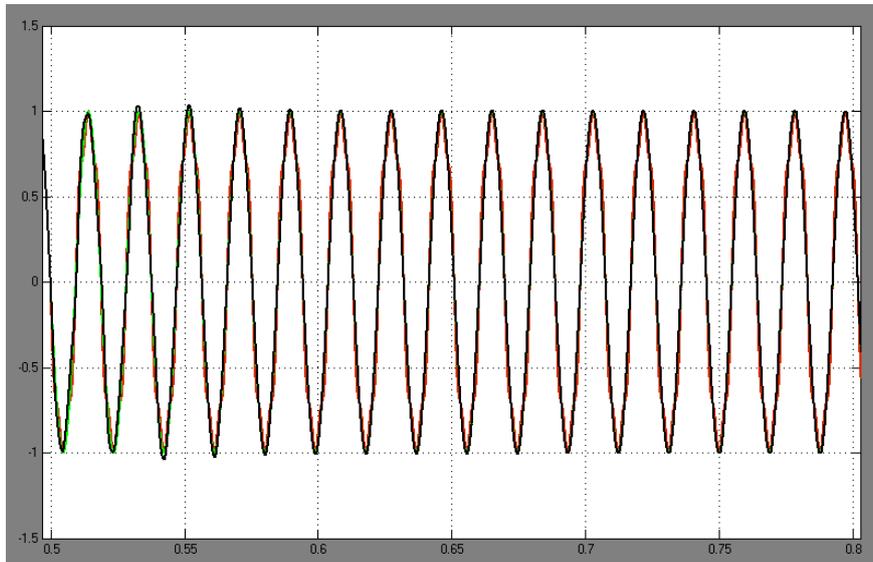


Figura 59. Pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 53Hz, a la que se añaden su tercer y quinto armónico de 0'1 de amplitud en el instante $t = 0.5s$.

Se obtiene una señal que se engancha en 60ms, que muestra algo de sobreimpulso, y cierto error en la amplitud que se va atenuando, hasta presentar un valor menor de 0.2%. El resultado es bastante satisfactorio.

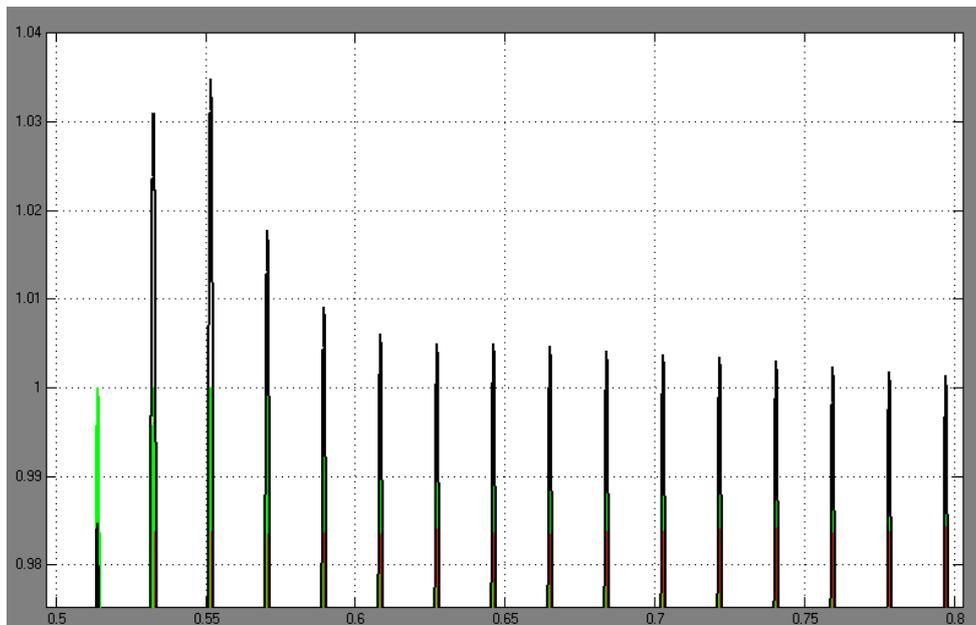


Figura 60. Detalle del error en la amplitud del caso de Figura 59, para una $k=1.5$.

7.5 Verificación del funcionamiento de un EPLL como PMU

Finalmente, unimos todas las partes del sistema en un EPLL completo, a modo de PMU. El objetivo es comprobar que se cumplen los requisitos del estándar mencionado en el capítulo 4, que se resume en conseguir que el TVE esté por debajo del 1% en régimen permanente, para perturbaciones en la señal de entrada dentro de los límites que se indica en la Tabla 2. La estructura en Simulink se muestra en la Figura 61.

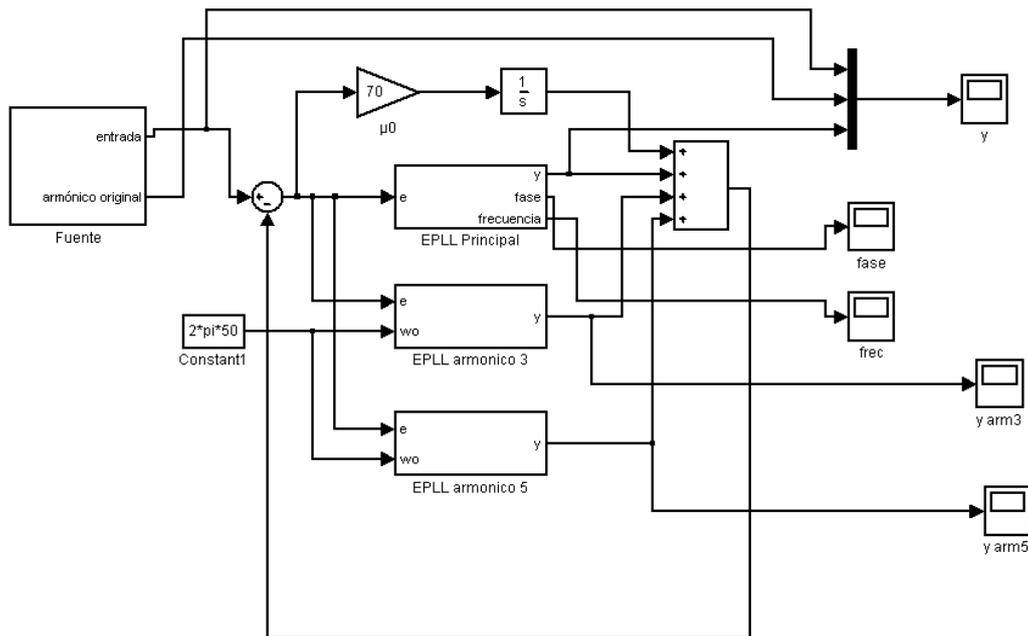


Figura 61. Estructura del sistema completo de pruebas en Simulink.

Los valores de las ganancias internas de cada bloque vienen condicionadas por la μ del bloque EPLL Principal, por lo que primero se establecerá esta en 444, $k=1$. El bloque de DC tendrá una ganancia igual a 70 y los de los armónicos 3º y 5º, 300 y 550. Más adelante se variarán los valores.

7.5.1 Prueba de salto de amplitud

La primera prueba se hace para una entrada de frecuencia nominal 50Hz, que cambia su valor de amplitud en un 20% en el instante $t=0.5s$. El resultado se muestra en la Figura 62, y el TVE en la Figura 63.

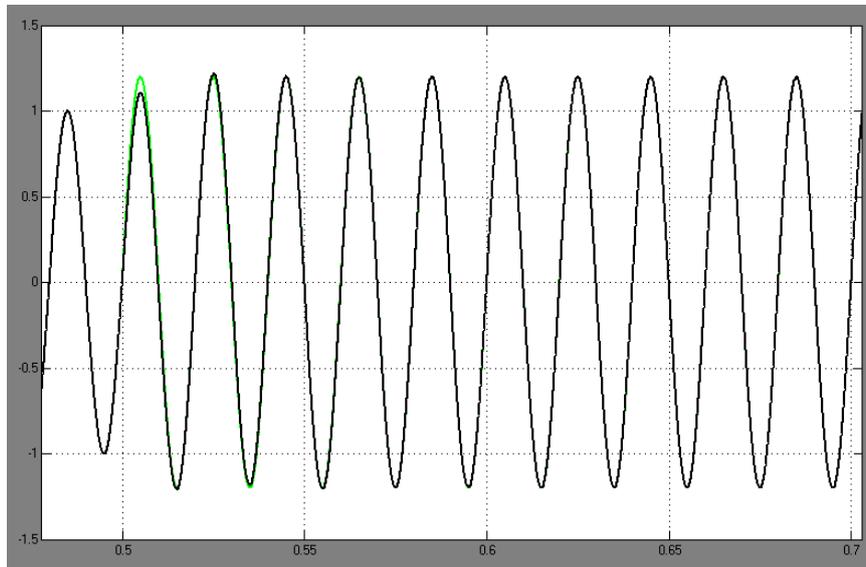


Figura 62. Detalle de la pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, que aumenta su amplitud en $t=0.5s$.

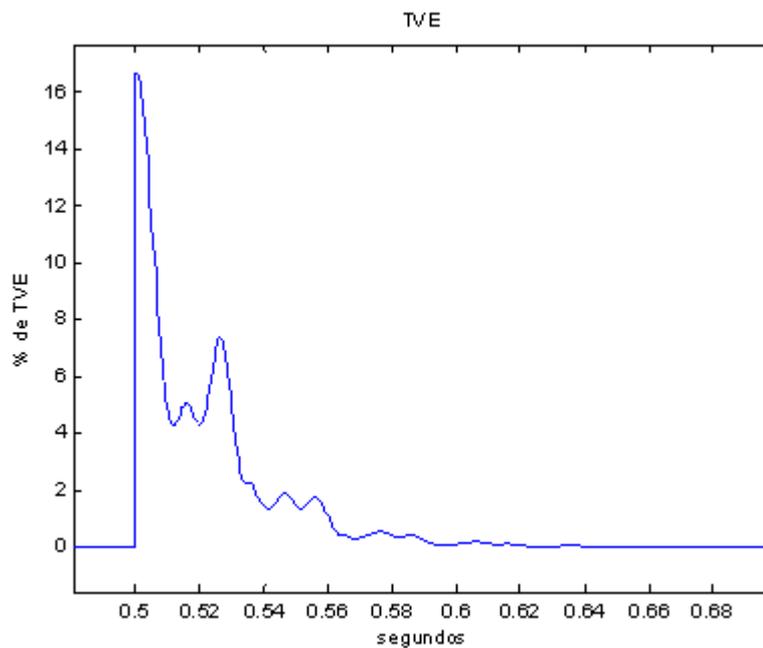


Figura 63. TVE del caso estudiado en la Figura 62.

Incluimos en la Figura 63, y de aquí en adelante, el resultado de TVE, tal como se definía en (7), la diferencia de fasor estimado y el real. Se puede observar que el vector de error acaba yendo a 0, después del periodo transitorio, que dura 40ms si tomamos que el 2% de TVE se considera la señal establecida.

7.5.2 Prueba de salto de frecuencia

La segunda prueba se realiza con un salto de frecuencia, de 4 Hz, en el instante $t=0.5$, mostrando los resultados en la Figura 64 y en la Figura 65.

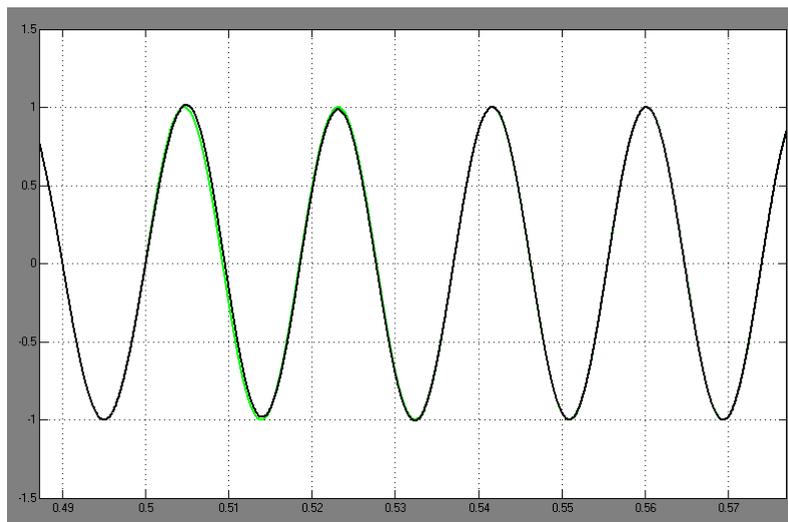


Figura 64. Detalle de la pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, que experimenta un salto de frecuencia de 4 Hz en $t=0.5s$.

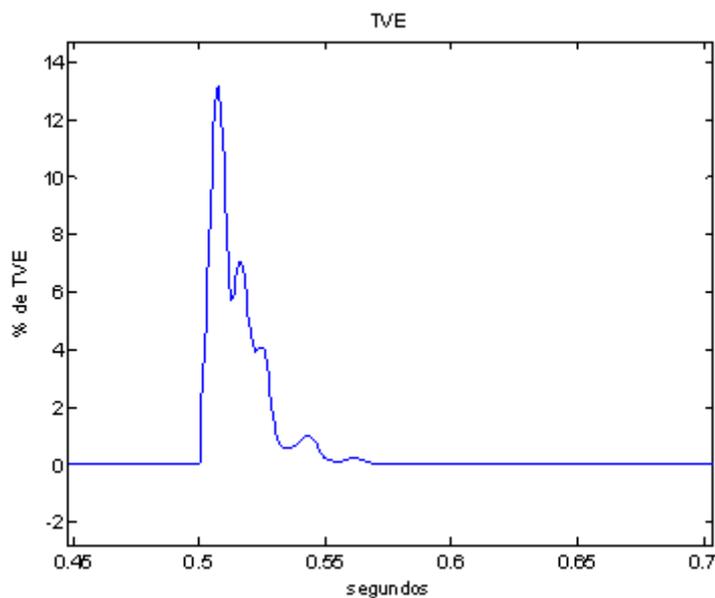


Figura 65. TVE del caso estudiado en la Figura 64.

Cumplimos una vez más los criterios de error, el régimen permanente presenta error despreciable o nulo, y el establecimiento al 2% se alcanza a los 30ms.

7.5.3 Prueba de componente continua

La tercera prueba consiste en introducir componente DC, en el instante $t=0.5s$, de un valor de -40% de la señal. De nuevo, los resultados se pueden ver en la Figura 66 y el TVE en la Figura 67.

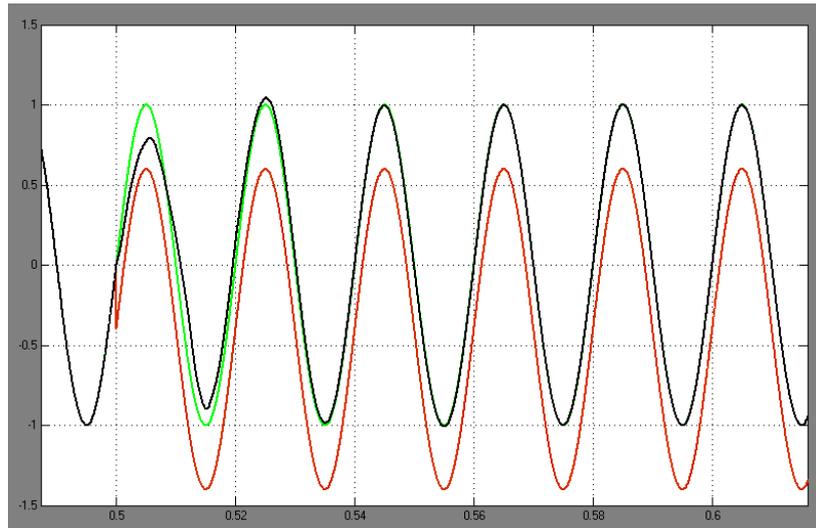


Figura 66. Detalle de la pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, al que se introduce una componente DC de -0.4 en el instante $t=0.5s$.

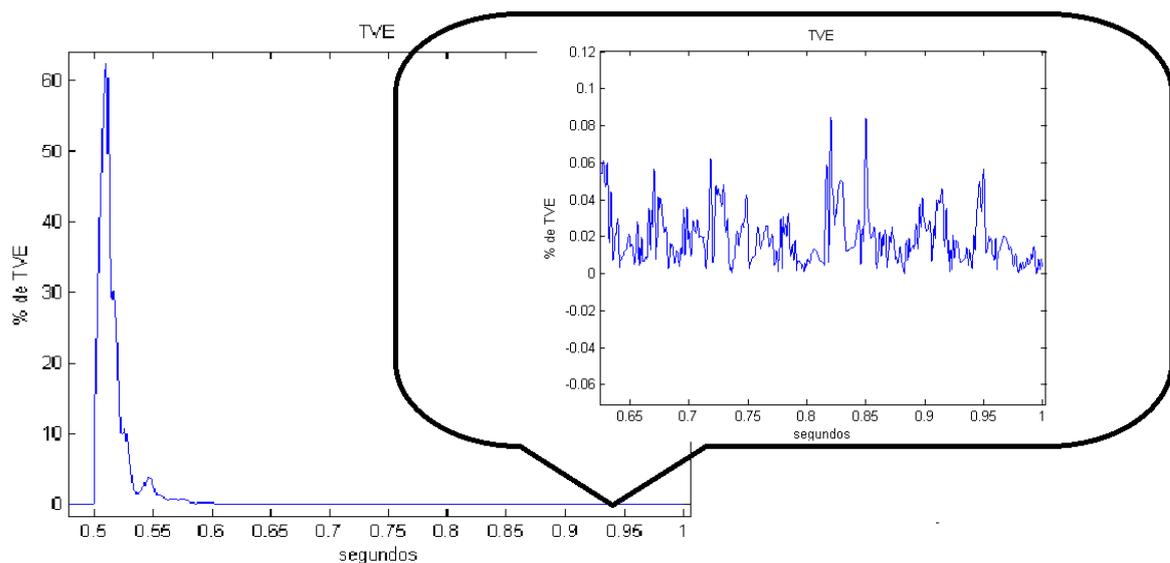


Figura 67. TVE del caso estudiado en la Figura 66, y el detalle en régimen estacionario.

Se observa que el sistema consigue alcanzar de nuevo el régimen permanente con un error casi nulo, y en un tiempo de establecimiento algo mayor que en las pruebas anteriores, 60ms.

7.5.4 Prueba de componentes armónicas 3 y 5

La cuarta prueba consiste en introducir las componentes armónicas tercera y quinta, ambas con un valor del 10% de la señal, en el instante $t=0.5s$. La Figura 68 muestra el resultado, y la Figura 69 el TVE correspondiente.

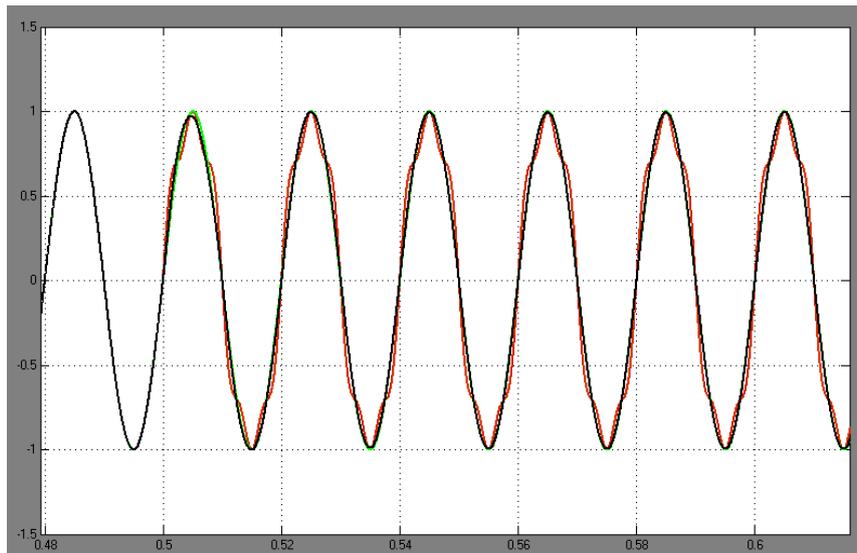


Figura 68. Detalle de la pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, al que se introducen componentes armónicas de orden 3 y 5, de 0.1 de amplitud, en el instante $t=0.5s$.

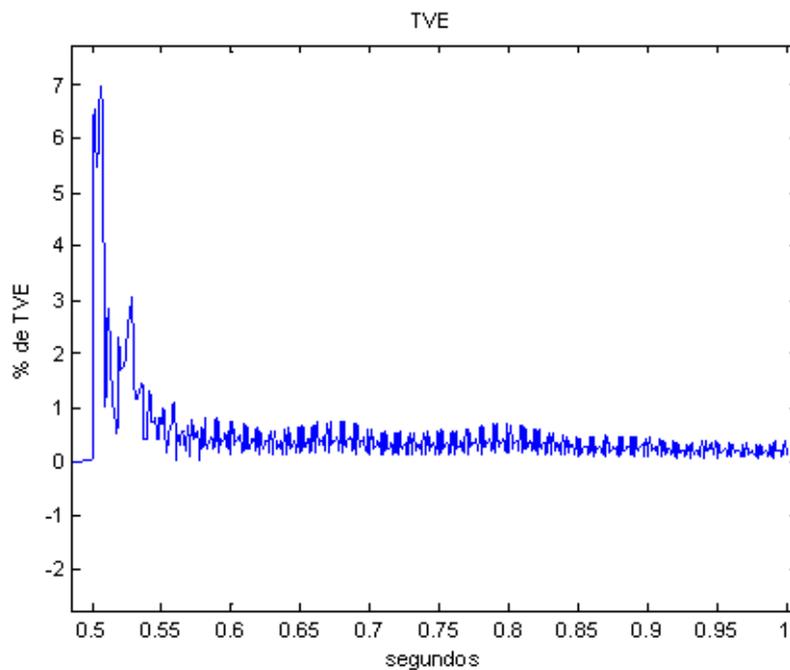


Figura 69. TVE del caso estudiado en la Figura 68.

En este caso, tenemos el error en régimen permanente que ya observamos ante la introducción de componentes armónicas, en el apartado 7.4. La solución sería variar la k tal como se hizo en ese apartado, aunque se debe comprobar que esto sea compatible con el resto de sistema completo.

Se prueba entonces el sistema para $k=1.5$, que provoca la alteración de las ganancias de los bloques de armónicos 3º y 5º a 850 y 1550 respectivamente.

Para el bloque de componente continua, también se debe hacer una variación en su ganancia. Para una ganancia de 666 en el bloque principal, el lugar de las raíces cambia completamente como se puede observar en la Figura 70.

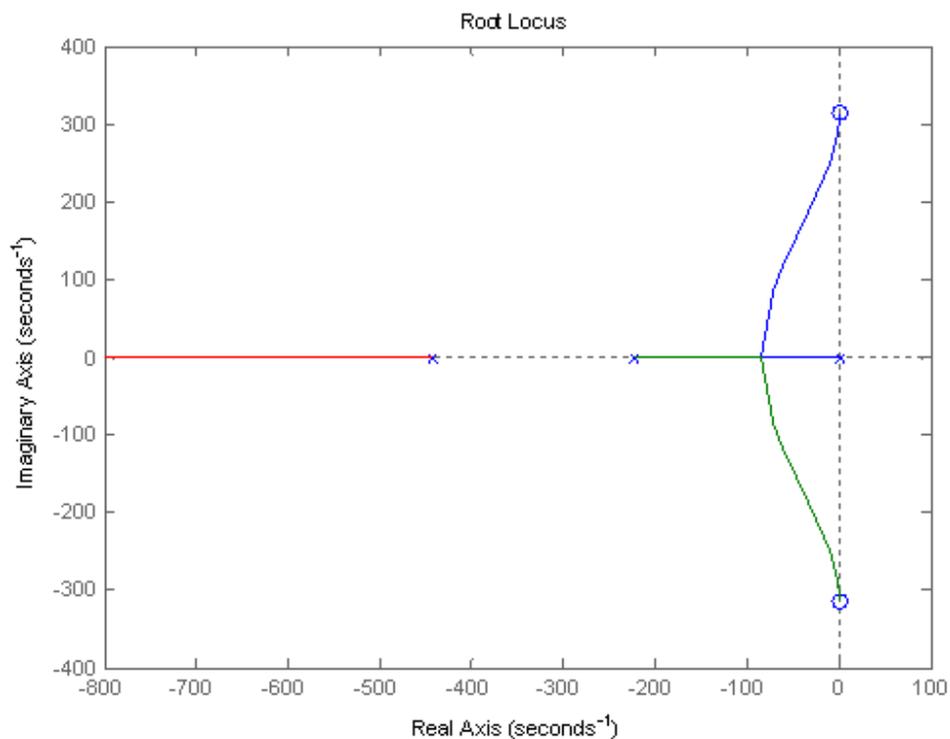


Figura 70. Lugar de las raíces para el bloque DC, con $k=1.5$.

La mejor aproximación es juntar los polos hasta el límite en el que pasarían a ser complejos, mientras que el otro se aleja. La ganancia para conseguir esto, es de 40.

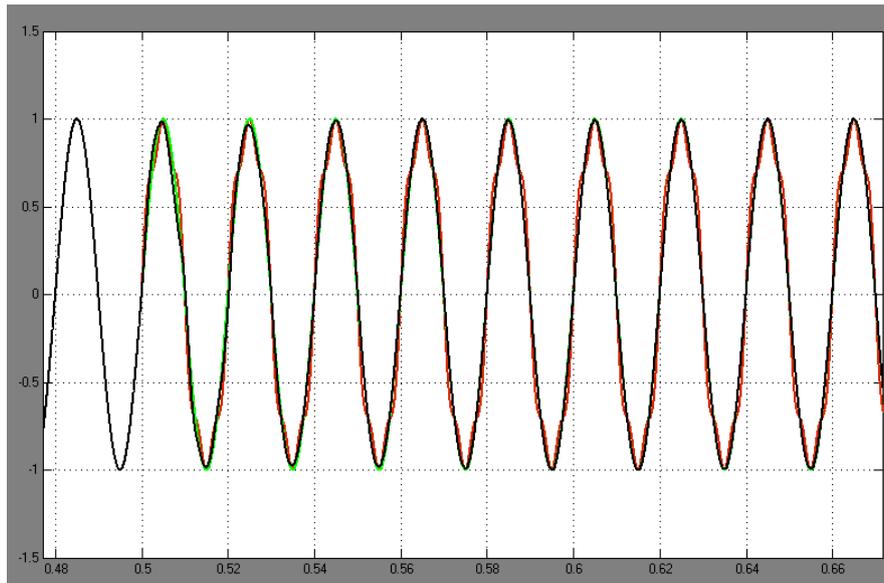


Figura 71. Detalle de la pantalla Scope, para el mismo caso que en la Figura 68, con la k establecida en 1.5.

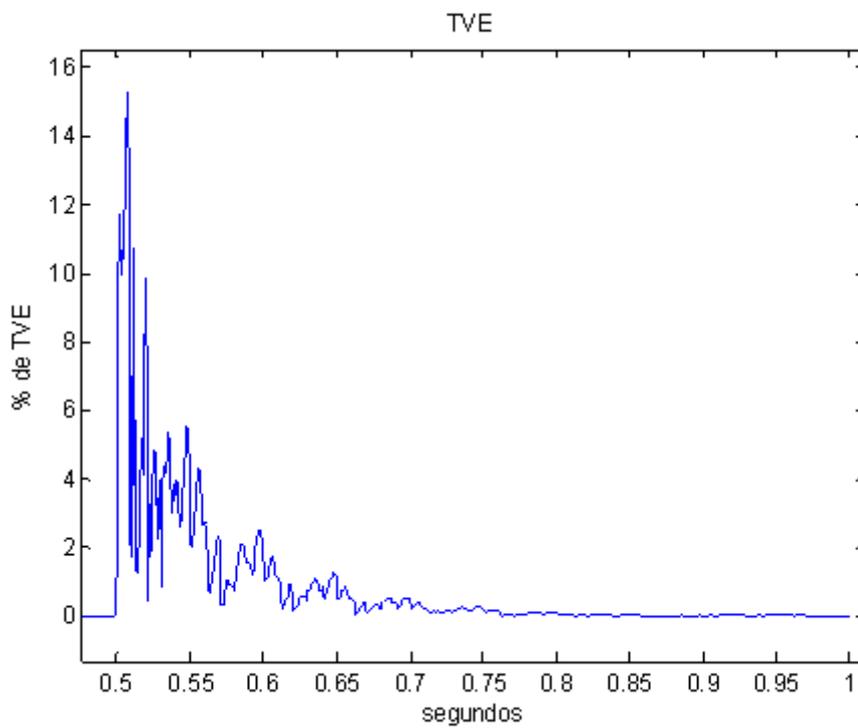


Figura 72. TVE del caso estudiado en la Figura 68.

Se puede observar la mejoría en el régimen estacionario, a pesar del notable empeoramiento del transitorio. Se puede observar un ligero error en régimen estacionario, que está por debajo de 0.2% de TVE, y el establecimiento se alcanza a los 100ms.

7.5.5 Prueba de salto de fase

La quinta prueba consiste en producir un cambio de fase en la señal de entrada de 50Hz, de $\pi/2$, en el instante $t=0.5s$. Los resultados se muestran en la Figura 73 y la Figura 74.

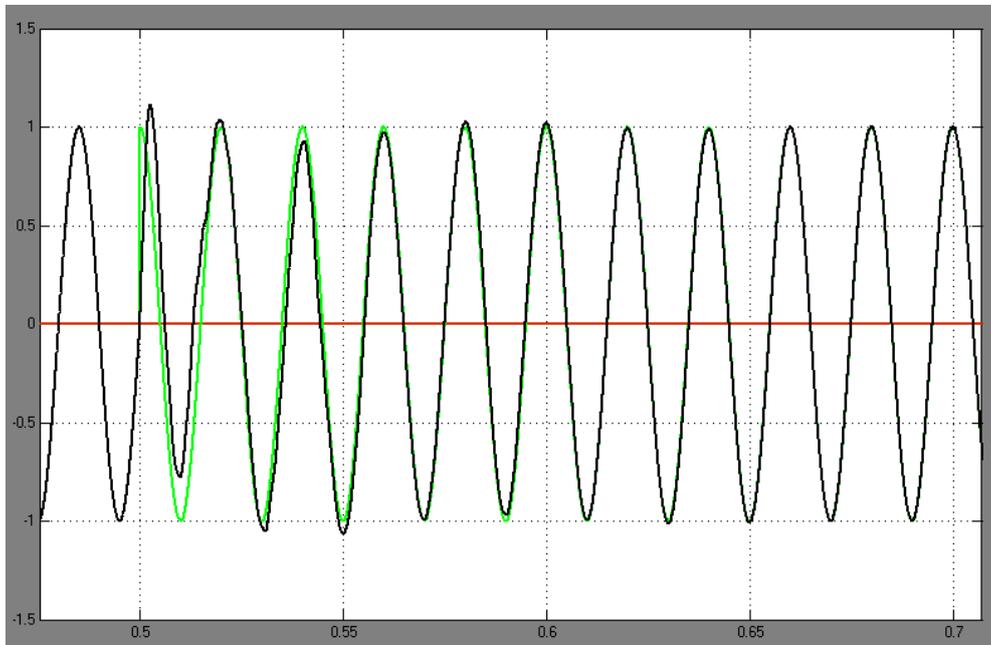


Figura 73. Detalle de la pantalla Scope, para una señal de frecuencia de 50Hz, que experimenta un cambio de fase de $\pi/2$ en el instante $t=0.5s$.

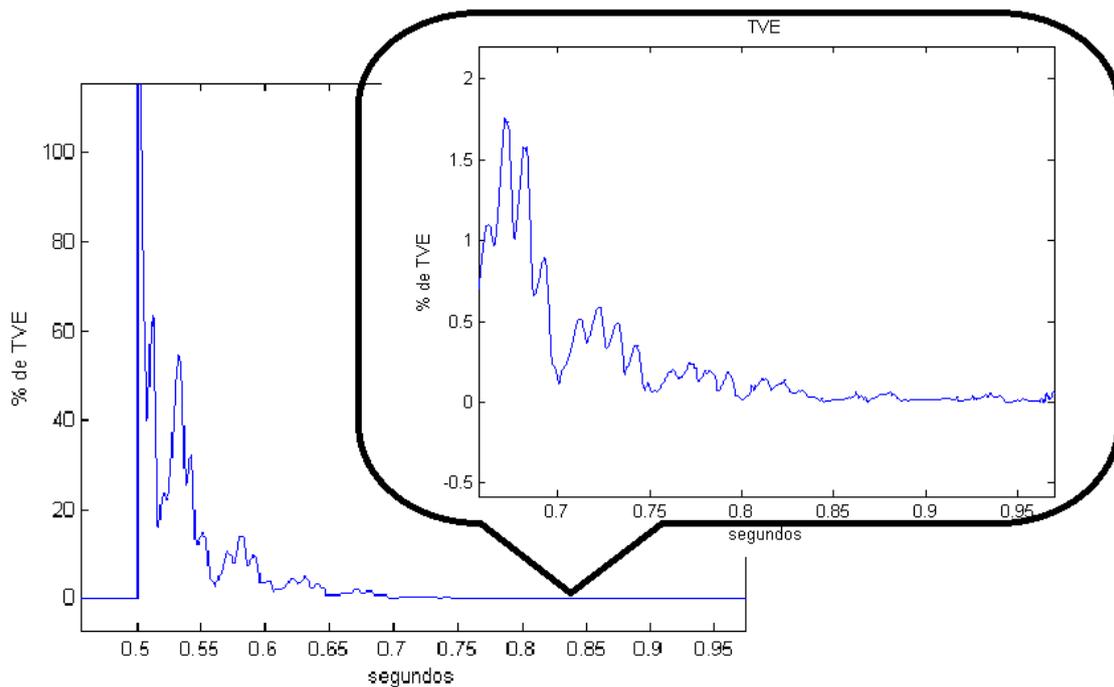


Figura 74. TVE del caso estudiado en la Figura 73.

Se ve que en la Figura 73 y en la Figura 74 que el transitorio es muy abrupto, y lento en alcanzar el régimen permanente, pero el cambio de fase de 90° es muy contundente, y aun así el sistema consigue engancharse, y presentar un TVE aceptable en régimen permanente, por debajo de 0.1%. El establecimiento se alcanza a los 150ms. También hay que tener en cuenta que se sigue utilizando la $k=1.5$.

7.5.6 Prueba final conjunta

Para esta última prueba se va a analizar el comportamiento del sistema completo para el siguiente caso: partiendo de una señal de 50Hz con su quinto armónico del 10% de la amplitud del fundamental, se da un salto de frecuencia de 2Hz y un salto de amplitud del 15%. Se aportarán las gráficas del % de TVE (Figura 75), la frecuencia estimada (Figura 76), el porcentaje de error de amplitud (Figura 77) y el error de fase (Figura 77).

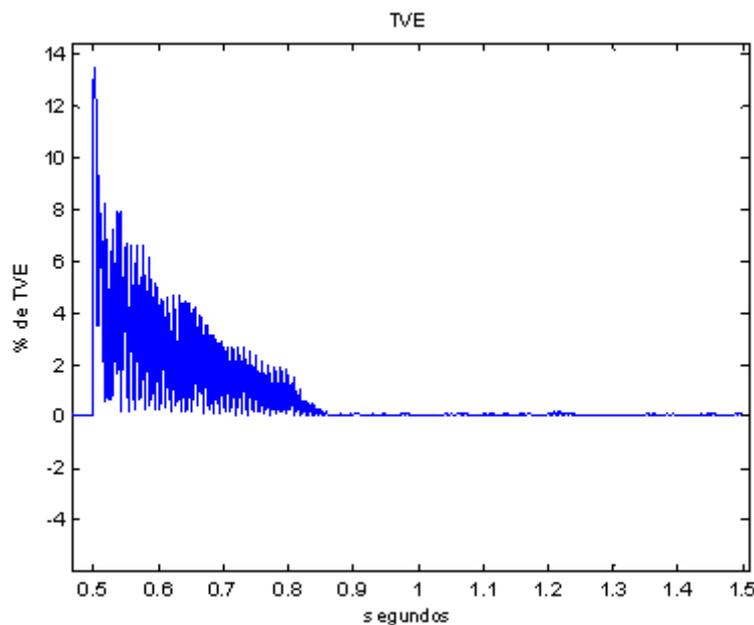


Figura 75. TVE de la prueba final, con la señal a 50Hz acompañada de su quinto armónico, que sufren un salto de amplitud y frecuencia en el instante $t=0.5s$.

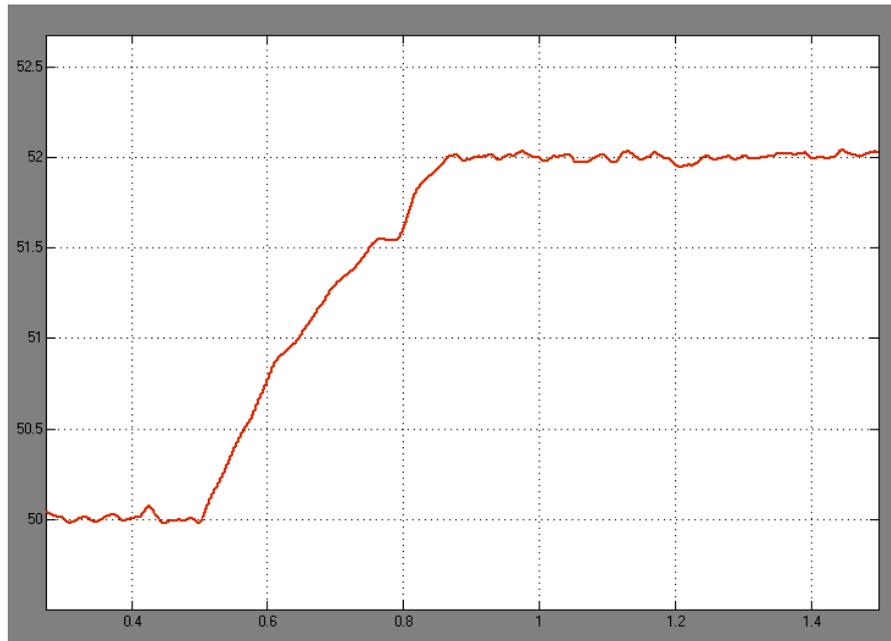


Figura 76. Gráfica de frecuencia estimada para la prueba última.

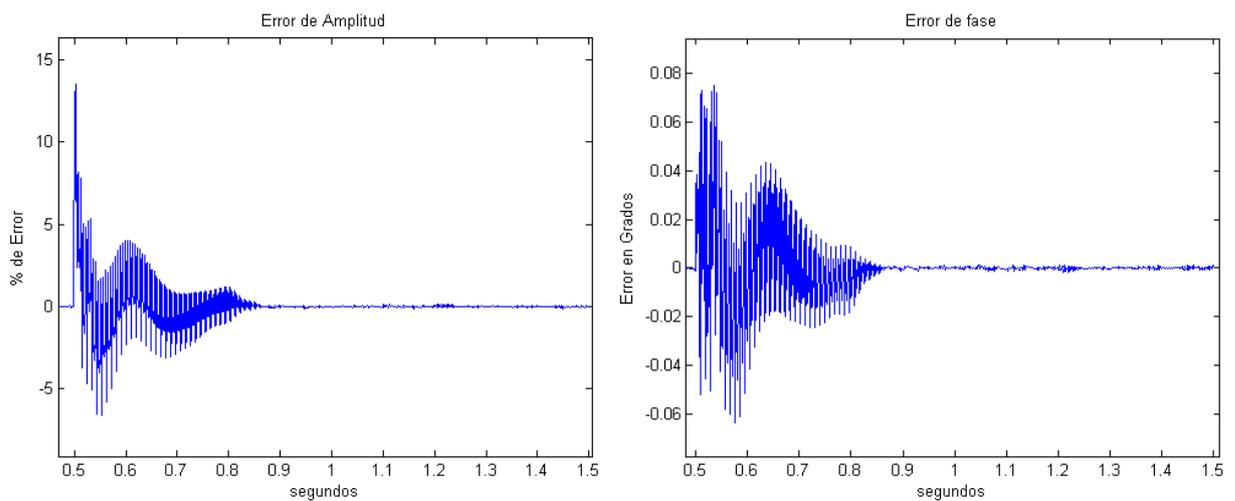


Figura 77. Gráficas de porcentaje de error de amplitud (izq.) y error de fase en grados (dcha.) de la prueba última.

Todo el conjunto de errores provoca que la señal tarde en engancharse más de lo normal, sin embargo seguimos teniendo un TVE en estado estacionario muy bueno, bastante por debajo del 1% máximo permitido.

8 CONCLUSIONES Y LÍNEAS FUTURAS

8.1 Conclusiones

En este trabajo de fin de grado se ha introducido el concepto de PMU y de sincrofasores, con el objetivo de controlar el comportamiento de la red eléctrica. Las características fundamentales de las unidades de medida, las referencias para dichas medidas, han sido desarrolladas en los primeros capítulos.

Se ha incluido información sobre el estándar que rige las PMU, centrándonos en los puntos que afectan directamente a la medición de fasores y al modo de llevar a cabo esta medida. Principalmente, importa que el TVE sea inferior al 1% en régimen estacionario.

Tras esta parte teórica referida al ámbito general de la medición de fasores, nos centramos en la adquisición y tratamiento de las señales de entrada, al estudiar los dos principales métodos que en la actualidad se están usando: DFT y PLL.

En el capítulo dedicado a la DFT se expone la creación del algoritmo desde su base, las series y la transformada de Fourier, y cómo se puede realizar su implementación, mediante el modelo recursivo o no recursivo, como tratar las señales según estén o no a la frecuencia nominal, y de qué manera paliar distintos errores que se pueden presentar que distorsionan el armónico principal que es el objetivo. Tras la explicación del método, se ha propuesto un modelo de implementación, mediante un diagrama de bloques.

En el capítulo dedicado a las técnicas basadas en PLL, se ha introducido también el funcionamiento básico de un PLL, y se ha presentado el esquema de un PLL mejorado especialmente para la adquisición de fasores, el EPLL. Se ha deducido teóricamente su linealidad, y el ajuste de sus parámetros internos, para obtener los tiempos de establecimiento y estabilidad mejores posibles para satisfacer el estándar de PMU. También, al igual que para la DFT, se ha expandido el método con técnicas que permitan rechazar algunas perturbaciones que se puedan presentar en las señales de entrada, como son las componentes DC, y los armónicos. Finalmente se ha introducido el método a aplicar para los sistemas trifásicos, con la transformada de Park, y la referencia para poder estudiarlo de manera más exhaustiva.

Una vez explicada la parte teórica, se pasa a simular el método basado en PLL. Se hacen diversas pruebas, añadiendo complejidad al sistema simulado, hasta alcanzar un sistema completo con todas las extensiones comentadas en la teoría. Las entradas de las diferentes pruebas van presentando varias dificultades, errores, distorsiones, como frecuencia no nominal, armónicos, DC, saltos de frecuencia, saltos de amplitud y de fase. Por último se unen varias de estas perturbaciones para comprobar la robustez del sistema completo.

Los resultados obtenidos son satisfactorios, y muestran que el método de PLL puede ser una alternativa incluso ventajosa para el método de la DFT, el más utilizado en la actualidad. Se ha realizado un ajuste más fino al comprobar los resultados empíricos, que mejoran los valores obtenidos en la teoría. Se han propuesto varias alternativas en

función de que características se prefieran para la adquisición del fasor (mejor o peor transitorio, mayor o menor error estacionario, la velocidad de establecimiento). En cualquier caso, el TVE no pasa del 1% en régimen estacionario, objetivo fundamental, siendo los errores del orden del 0.1% en los casos más complicados.

Por su robustez, menor complejidad, mayor eficiencia de cómputo, y su fácil adaptabilidad, podemos concluir que las técnicas basadas en PLL pueden ser usadas en sustitución de los métodos de DFT, con buenos resultados.

8.2 Líneas futuras

Tras la realización de este trabajo de fin de grado, se proponen distintas líneas de trabajo para el futuro:

- Estudio práctico de los resultados con el método DFT y comparación con los de PLL.
- Ampliación del estudio sobre la adquisición de fasores en el sistema trifásico, y su simulación, para un análisis de resultados similar al realizado en este trabajo para el sistema monofásico.
- Reducción de los tiempos de establecimiento en las simulaciones realizadas para el sistema completo de PLL, estudio de más técnicas de mejora del mismo, y análisis de otros tipos de error como distorsiones inter-armónicas.
- Implementación en hardware de la PMU basada en técnicas PLL.

9 PRESUPUESTO

- Coste del material

EQUIPO	PRECIO	DURACIÓN	USO	TOTAL
ASUS N73SM	600€	4 años	8 meses	100€

MATERIAL	PRECIO	DURACIÓN	USO	TOTAL
MATLAB	124€	3 años	4 meses	20€
Word Office	90€	3 años	8 meses	20€

Total gastos por material 140€

- Costes de mano de obra

TRABAJADOR	Nº de HORAS	€/HORA	TOTAL
Ingeniero	300	30	9000€
Mecanógrafo	100	10	1000€

Total gastos por personal 10000€

- Coste de ejecución material

COSTE	TOTAL
Coste del material	140€
Costes de mano de obra	10000€

Total coste de ejecución material 10140€

- Gastos generales y beneficio industrial

Gastos generales y beneficio industrial
(25% del coste de ejecución material) 2535€

- Presupuesto de ejecución por contrata

COSTE	TOTAL
Coste de ejecución material	10140€
Gastos generales y beneficios industriales	2535€

Total gastos por material 12675€

- Honorarios

Total por redacción del proyecto	860€
-----------------------------------------	-------------

- IMPORTE TOTAL

Importe de ejecución por contrata	12675€
------------------------------------------	---------------

Honorarios de redacción	860€
--------------------------------	-------------

TOTAL	13535€
--------------	---------------

El importe total asciende a la cantidad de:

TRECE MIL QUINIENTOS TREINTA Y CINCO EUROS.

Alcalá de Henares a 8 de Enero de 2016

El ingeniero de Telecomunicación:

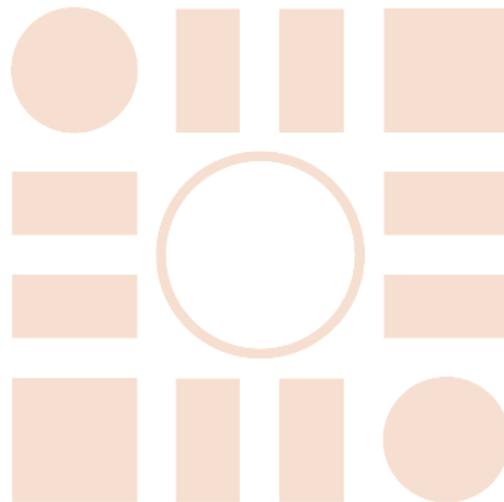
Fdo.: D. Diego Garzón Domínguez

10 Bibliografía

- [1] F. Milano, «<http://faraday1.ucd.ie/>,» Dublin UCD, 2015. [En línea]. Available: http://faraday1.ucd.ie/modules/archive/stability/1996_wscs.pdf.
- [2] J. Hauer y e. al, «Initial Results in Prony Analysis of Power System Response Signals,» *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 5, nº 1, pp. 80-89, Feb 1990.
- [3] K. Hur y S. Santoso, «Estimation of System Damping Parameters using Analytic Wavelet Transforms,» *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 24, nº 3, pp. 1302-1309, July 2009.
- [4] D. Trudnowski, «Estimating Electromechanical Mode Shape From Synchrophasor measurements,» *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 23, nº 3, pp. 1188-1195, Aug. 2008.
- [5] K. Sun, Q. Zhou y L. Yilu, «A Phase Locked Loop-Based Approach to Real-Time Modal Analysis on Synchrophasor Measurements,» *IEEE TRANSACTIONS ON SMART GRID*, vol. 5, nº 1, pp. 260-269, JANUARY 2014.
- [6] R. Cimadevilla, «FUNDAMENTOS DE LA MEDICIÓN DE SINCRÓFASORES,» de XIII ERIAC, DÉCIMO TERCER ENCUENTRO REGIONAL IBEROAMERICANO DE CIGRÉ, Leganés, Mayo 2009.
- [7] P. Pena, «<https://eva.fing.edu.uy/>,» 2014. [En línea]. Available: https://eva.fing.edu.uy/pluginfile.php/77226/mod_folder/content/0/2014%20Presentaci%C3%B3n.Sinrofasores.pdf.
- [8] A. Phadke y J. Thorp, *Synchronized Phasor Measurements and Their Applications*, New York: Springer, 2008.
- [9] D. G. Hart, D. Uy y V. Gharpure, «Unidades PMU Supervisión de las redes eléctricas: un nuevo enfoque,» *ABB*, pp. 58-61, January 2001.
- [10] C. A. LOZANO M., F. CASTRO A. y S. L. RAMÍREZ P., «Unidades de medición fasorial (PMU),» *EL Hombre y la Máquina*, nº 38, pp. 66-74, Abril 2012.
- [11] K. E. Martin, W. Chair, G. Brunello, W. Vice-Chair, M. G. Adamiak y e. al., «An Overview of the IEEE Standard C37.118.2—Synchrophasor Data Transfer for Power Systems,» *Working Group H-19 of the Relay Communications Subcommittee of the IEEE Power System Relaying Committee*, K. E. Martin, WG Chair, G. Brunello, WG Vice-Chair, M. G. Adamiak, vol. 5, nº 4, pp. 1980-1984, July 2014.
- [12] J. Bobadilla, P. Gómez y J. Bernal, «LA TRANSFORMADA DE FOURIER. UNA VISIÓN PEDAGÓGICA,» [En línea]. Available: http://stel.ub.edu/labfon/sites/default/files/EFE-X-JBobadilla_PGomez_JBernal-FFT_una_vision_pedagogica.pdf.
- [13] D. Dotta y J. H. Chow, «A MATLAB-based PMU Simulator,» de *Power and Energy Society General Meeting*, Vancouver, July 2013.

- [14] M. Karimi-Ghartemani, ENHANCED PHASE-LOCKED LOOP STRUCTURES FOR POWER AND ENERGY APPLICATIONS, Somerset: Wiley, Mar. 2014.
- [15] M. Karimi-Ghartemani, B.-T. Ooi y A. Bakhshai, «Application of Enhanced Phase-Locked Loop System to the Computation of Synchrophasors,» *IEEE TRANSACTIONS ON POWER DELIVERY*, vol. 26, nº 1, pp. 22-32, Jan. 2011.
- [16] A. A. Markov, «<http://www.udc.es>,» [En línea]. Available: http://www.udc.es/dep/mate/estadistica2/sec10_1.html.
- [17] N. Ramos, «<http://www.personales.ulpgc.es>,» [En línea]. Available: <http://www.personales.ulpgc.es/nramos.dit/?q=node/63>.
- [18] R. Faragher, «Understanding the Basis of the Kalman Filter Via a Simple and Intuitive Derivation,» *IEEE SIGNAL PROCESSING MAGAZINE*, pp. 128-132, Sept. 2012.
- [19] W. Tomasi, *Sistemas de Comunicaciones Electrónicas*, Phoenix, Arizona: Pearson, 2003.
- [20] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre y A. V. Timbus, «Overview of Control and Grid Synchronization for Distributed Power Generation Systems,» *IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS*, vol. 53, nº 5, pp. 1398-1409, Oct. 2006.

Universidad de Alcalá
Escuela Politécnica Superior



ESCUELA POLITECNICA
SUPERIOR



Universidad
de Alcalá