

Universidad de Alcalá  
Escuela Politécnica Superior

Grado en Ingeniería en Sistemas de Telecomunicación



ESCUELA POLITECNICA  
**Autor:** Daniel Navarro Rowley  
SUPERIOR  
**Tutor:** Francisco Javier Escribano Aparicio

Junio 2023

UNIVERSIDAD DE ALCALÁ  
Escuela Politécnica Superior

**Grado en Ingeniería en Sistemas de Telecomunicación**

Trabajo de Fin de Grado  
Estudio y compensación del ruido de fase en sistemas Massive MIMO

**Autor:** Daniel Navarro Rowley

**Tutor:** Francisco Javier Escribano Aparicio

**TRIBUNAL:**

**Presidente:** Enrique Alexandre Cortizo

**Vocal 1º:** José Bienvenido Sáez Landete

**Vocal 2º:** Francisco Javier Escribano Aparicio

**FECHA:** 6 de Junio de 2023

# ÍNDICE

Resumen.....	5
Palabras Clave .....	5
Abstract .....	6
Keywords.....	6
Resumen Extendido .....	7
Glosario de acrónimos y abreviaturas.....	8
1 Introducción .....	10
2 Massive MIMO .....	12
2.1 Historia de los sistemas MIMO .....	12
2.2 Sistemas Massive MIMO .....	15
2.3 <i>Beamforming</i> .....	17
2.4 Multiplexación Espacial.....	21
2.5 Estimación del canal.....	23
2.6 Funcionamiento de los enlaces en los sistemas Massive MIMO .....	30
2.7 Ventajas de los sistemas Massive MIMO frente a los sistemas MIMO.....	31
3 Descripción del ruido de fase .....	33
4 Explicación del algoritmo EM .....	37
4.1 Algoritmo EM .....	37
4.2 Aplicación del algoritmo EM en el ruido de fase.....	40
5 Descripción del software de simulación .....	43
5.1 Configuración inicial .....	43
5.2 Transmisor.....	44
5.3 Canal MIMO .....	45
5.4 Receptor.....	45
5.5 Configuración Final.....	46
6 Presentación de los resultados obtenidos en las simulaciones .....	47
6.1 Resultados extraídos al variar la eficiencia de modulación .....	47
6.1.1 Resultados alcanzados en términos de BER.....	47
6.1.2 Resultados adquiridos en términos de MSE .....	48
6.2 Resultados obtenidos al modificar el tamaño del intervalo de tiempo.....	49
6.2.1 Resultados obtenidos en términos de BER .....	50
6.2.2 Resultados conseguidos en términos de MSE.....	50
6.3 Resultados obtenidos al cambiar la configuración del transmisor .....	52

6.3.1	Resultados obtenidos en términos de BER .....	52
6.3.2	Resultados obtenidos en términos de MSE .....	54
6.4	Resultados obtenidos al variar la configuración del receptor .....	55
6.4.1	Resultados en términos de BER .....	56
6.4.2	Resultados en términos de MSE.....	57
6.5	Resultados obtenidos al modificar la configuración del transmisor y del receptor ...	58
6.5.1	Resultados en términos de BER .....	59
6.5.2	Resultados en términos de MSE.....	60
6.6	Análisis de los resultados obtenidos en las simulaciones .....	60
7	Conclusiones y líneas futuras .....	62
	Bibliografía .....	63

## Resumen

En este TFG se ha abordado la problemática del ruido de fase en los sistemas Massive MIMO, mediante la aplicación de un software preexistente, a través del cual se simula un sistema compuesto por un transmisor, un canal y un receptor, para analizar como perjudica esta distorsión a la tasa de error de bit y al error cuadrático medio del ruido de fase estimado. Para ello, se realiza una serie de simulaciones, con las que se pueden estudiar estos conceptos a través de los resultados que proporcionan. La particularidad que ofrece este trabajo con respecto a otros es que el receptor que emplea el software de simulación se implementa haciendo uso de un algoritmo de optimización, el cual permite estimar y compensar el ruido de fase que se genera en el sistema.

## Palabras Clave

Massive MIMO, Ruido de fase, Algoritmo de esperanza-maximización, Tasa de error de bit, Error cuadrático medio

## Abstract

In this TFG, the problem of phase noise in Massive MIMO systems has been addressed, by means of the application of pre-existing software, through which a system composed of a transmitter, a channel and a receiver is simulated, in order to analyse how this distortion impairs the bit error rate and the mean square error of the estimated phase noise. To perform this task, a series of simulations are carried out, with which these concepts can be studied by means of the results they provide. The particularity that this work offers with respect to others is that the receiver used by the simulation software is implemented by using an optimization algorithm, which allows estimating and compensating for the phase noise that is generated in the system.

## Keywords

Massive MIMO, Phase Noise, Expectation-Maximization Algorithm, Bit Error Rate, Mean Square Error

## Resumen Extendido

Este trabajo de fin de grado comienza proporcionando una explicación del significado y las características principales de los sistemas MIMO y Massive MIMO, los cuales se diferencian de los primeros en que poseen un número mucho mayor de antenas en la estación base. De igual manera, se mencionan las técnicas que emplean, como por ejemplo *beamforming* y multiplexación espacial, se describe como realizan la estimación del canal y se evidencian tanto las diferencias entre el enlace ascendente y el enlace descendente como los avances que brinda un sistema respecto al otro.

A través de este proyecto, se consigue plasmar como se pueden mitigar los efectos que provoca el ruido de fase en los sistemas Massive MIMO. Para ello, se usa un software de simulación preexistente en el que se simula un sistema Massive MIMO, en el cual se propone emplear un receptor que utilice un algoritmo de optimización iterativo para paliar este efecto no deseado del hardware.

Para poder llegar a comprender como el software de simulación logra suavizar este fenómeno, se facilita una explicación de los conceptos ruido de fase y algoritmo EM e, igualmente, se describe el funcionamiento tanto del receptor propuesto como del código que caracteriza al software de simulación.

Por otro lado, se va a destinar un capítulo para exhibir y comparar los resultados obtenidos en términos de BER y de MSE al variar algunos de los parámetros más significativos, como pueden ser el número de osciladores, de antenas por oscilador, etc. Por último, en las conclusiones se analiza el papel de los diversos parámetros en el comportamiento del sistema.

## Glosario de acrónimos y abreviaturas

ADC	<i>Analog-to-Digital Converter</i>
AR	<i>Augmented Reality</i>
ARMA	<i>AutoRegressive Moving Average</i>
AWGN	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
BE	<i>Bandwidth Efficiency</i>
BER	<i>Bit Error Rate</i>
BF	<i>Beamforming</i>
BLAST	<i>Bell Laboratories Layered Space-Time</i>
BS	<i>Base Station</i>
BW	<i>Bandwidth</i>
CP	<i>Channel-Pilots</i>
CPE	<i>Common Phase Error</i>
CSI	<i>Channel State Information</i>
CSIR	<i>Channel State Information at the Receiver</i>
CSIT	<i>Channel State Information at the Transmitter</i>
DAC	<i>Digital-to-Analog Converter</i>
DL	<i>Downlink</i>
DoF	<i>Degrees of Freedom</i>
EE	<i>Energy Efficiency</i>
EGC	<i>Equal Gain Combining</i>
EM	<i>Expectation-Maximization</i>
FDD	<i>Frequency-Division Duplex</i>
FEC	<i>Forward Error Correction</i>
FER	<i>Frame Error Rate</i>
ICI	<i>Inter-Carrier Interference</i>
IoT	<i>Internet of Things</i>
LDPC	<i>Low-Density Parity Check</i>
LLR	<i>Log-Likelihood Ratio</i>
LOs	<i>Local Oscillators</i>
LS-MIMO	<i>Large-Scale MIMO</i>
LTE	<i>Long-Term Evolution</i>
MIMO	<i>Multiple-Input Multiple-Output</i>
MISO	<i>Multiple-Input Single-Output</i>



MMSE	<i>Minimum Mean Square Error</i>
mm-Wave	<i>Millimeter Wave</i>
MRC	<i>Maximum Ratio Combining</i>
MSE	<i>Mean Square Error</i>
MTs	<i>Mobile Terminals</i>
MU-MIMO	<i>Multi-User MIMO</i>
M2M	<i>Machine to Machine</i>
OFDM	<i>Orthogonal Frequency-Division Multiplexing</i>
OFDMA	<i>Orthogonal Frequency-Division Multiple Access</i>
P	<i>Pilots</i>
PN	<i>Phase Noise</i>
P/S	<i>Parallel to Serial</i>
QAM	<i>Quadrature Amplitude Modulation</i>
QoS	<i>Quality of Service</i>
SE	<i>Spectral Efficiency</i>
SER	<i>Symbol Error Rate</i>
SIC	<i>Successive Interference Cancellation</i>
SIMO	<i>Single-Input Multiple-Output</i>
SINR	<i>Signal-to-Interference-Plus-Noise Ratio</i>
SISO	<i>Single-Input Single-Output</i>
SM	<i>Spatial Multiplexing</i>
SNR	<i>Signal-to-Noise Ratio</i>
S/P	<i>Serial to Parallel</i>
TDD	<i>Time-Division Duplex</i>
UL	<i>Uplink</i>
VR	<i>Virtual Reality</i>
WiMAX	<i>Worldwide Interoperability for Microwave Access</i>
WLAN	<i>Wireless Local Area Network</i>
ZF	<i>Zero-Forcing</i>

## 1 Introducción

Como consecuencia del aumento en el número de usuarios que disponen de terminales móviles (MTs, *Mobile Terminals*), cada vez se experimenta una demanda de mayores tasas de transmisión de datos. Ésta es una de las razones por la cual, en su momento, se desarrolló el concepto MIMO (*Multiple-Input Multiple-Output*) [1], el cual ha sido fundamental para el progreso de los estándares inalámbricos LTE (*Long-Term Evolution*), WiMAX (*Worldwide Interoperability for Microwave Access*) e IEEE 802.11, dado que brinda un incremento considerable en la eficiencia espectral (SE, *Spectral Efficiency*) [2].

Los sistemas MIMO se conforman cuando se emplean múltiples antenas tanto en el lado transmisor como en el lado receptor, y gracias a ellos, se ha conseguido obtener un crecimiento notable en la capacidad, en la eficiencia energética (EE, *Energy Efficiency*) y en la potencia. A pesar de todos los beneficios que proporcionan los sistemas MIMO, existen igualmente algunos inconvenientes que conviene mencionar. Primeramente, la ganancia de multiplexación que ofrece es reducida, y, en segundo lugar, cuando los sistemas MIMO se enfrentan a situaciones en las que las condiciones del medio de transmisión son desfavorables o se producen elevadas interferencias en los bordes de la celda, la ganancia de multiplexación es inexistente. Para solventar todas estas desventajas, tras una extensa investigación, se encontró una nueva tecnología, la cual se considera como la evolución de los sistemas MIMO, y que, además, era capaz de entregar una SE y EE mayores y un nivel de consumo de energía mínimo [1]. El nombre con el que se conoce a esta tecnología innovadora es Massive MIMO.

Los sistemas Massive MIMO están compuestos por arrays de antenas, los cuales se forman mediante la agrupación de centenares de antenas en la estación base (BS, *Base Station*), de forma que pueden atender simultáneamente a decenas de MTs, los cuales se caracterizan por tener, en general, antenas individuales [3]. Gracias a la tecnología Massive MIMO, además de conseguir una elevada SE y fiabilidad en el enlace de comunicación, se disminuye la potencia transmitida, como resultado del aumento de la eficiencia del ancho de banda (BE, *Bandwidth Efficiency*) [4], de los grados de libertad (DoF, *Degrees of Freedom*) [5] y del número de antenas en la BS [3], dando lugar a una mejoría en la EE [6], así como en la ganancia de multiplexación espacial (SM, *Spatial Multiplexing*) [1].

Dado que los osciladores locales (LOs, *Local Oscillators*) que poseen tanto la BS como los MTs están fabricados con componentes de circuitos de bajo coste, son propensos a presentar diversos tipos de ruido [7], como por ejemplo el ruido térmico, que, a su vez, producen imperfecciones de hardware. Una de ellas es el ruido de fase (PN, *Phase Noise*), el cual se define como la rotación en la fase de las señales de información, transmitidas o recibidas, de manera aleatoria y variable en el tiempo [8]. El PN se manifiesta como la alteración en la fase de las señales transmitidas y recibidas debido a la desviación en la fase, de forma aleatoria, de las señales generadas por los osciladores locales durante la conversión ascendente de la señal de banda base a paso banda y la conversión descendente de la señal de paso banda a banda base [9]. El PN es un fenómeno muy perjudicial para los sistemas Massive MIMO, ya que repercute

gravemente en la precisión de la estimación del canal y provoca un deterioro en el rendimiento del sistema, puesto que ocasiona que los símbolos de la constelación sufran un giro de tipo aleatorio [10], se produzca interferencia entre portadoras (ICI, *Inter-Carrier Interference*) en el caso de sistemas basados en multiplexación por división de frecuencia ortogonal (OFDM, *Orthogonal Frequency-Division Multiplexing*), empeore significativamente la tasa de error de bit (BER, *Bit Error Rate*) y se reduzca la relación señal a ruido (SNR, *Signal-to-Noise Ratio*) [6].

La finalidad de este trabajo de fin de grado es caracterizar y simular sistemas Massive MIMO afectados por el PN, así como probar el rendimiento de un tipo de receptor propuesto para compensar este tipo de distorsión, de modo que puedan extraerse algunas conclusiones útiles para entender el fenómeno y las características y límites del sistema de compensación.

Con el software preexistente que se emplea en este trabajo, se consigue simular los elementos que conforman a un sistema Massive MIMO, es decir, un transmisor, un canal y un receptor de este tipo en situaciones con condiciones desfavorables, dado que el sistema en cuestión se ve afectado por los efectos adversos que provoca tanto el ruido gaussiano como el PN. En el caso de este último, a través de un algoritmo de optimización, conocido como algoritmo EM (*Expectation-Maximization*), se logra, mediante detección y compensación, atenuar en parte los efectos negativos que genera.

La organización de este trabajo de fin de grado se compone de siete capítulos. En el primer capítulo se ofrece una breve introducción en la que se detallan los conceptos esenciales, los objetivos y la estructura que caracterizan a este trabajo. En el segundo capítulo se expone el contexto de los sistemas MIMO y Massive MIMO, así como las técnicas que utilizan. En el tercer capítulo se define el PN y se describen sus efectos. En el cuarto capítulo se explica el algoritmo EM y se precisa, de manera analítica, su importancia para la estimación y compensación del PN. En el quinto capítulo se argumentan las funciones que desempeñan cada una de las partes que constituyen al software de simulación, es decir, el transmisor, el canal y el receptor. En el sexto capítulo se realizan las simulaciones y se efectúa la presentación e interpretación de los resultados para así poder proporcionar algunas conclusiones significativas y posibles líneas futuras en el séptimo capítulo.

## 2 Massive MIMO

La estructura de este capítulo se compone de siete apartados: en el primer apartado comentaremos la historia de los sistemas MIMO, en el segundo apartado explicaremos en que consiste la tecnología Massive MIMO, en el tercer y cuarto apartado definiremos las técnicas conocidas como conformación de haces (BF, *Beamforming*) y SM, en el quinto apartado expondremos cómo se realiza la estimación del canal en los sistemas MIMO, y por ende en los sistemas Massive MIMO, dado que son una evolución de los sistemas MIMO; en el sexto apartado expresaremos el funcionamiento del enlace ascendente (UL, *Uplink*) y del enlace descendente (DL, *Downlink*) en los sistemas Massive MIMO y finalmente, para concluir el capítulo, el último apartado lo dedicaremos a resaltar las ventajas que ofrece la tecnología Massive MIMO con respecto a los sistemas MIMO.

### 2.1 Historia de los sistemas MIMO

Desde la penúltima década del siglo XX los científicos continúan investigando la tecnología MIMO para poder implementar las ventajas que ofrece esta tecnología en la práctica. En 1984, Jack Winters redactó una patente, en Bell Laboratories, en la que se planteaba utilizar múltiples antenas en las comunicaciones inalámbricas. Tres años más tarde, presentó un estudio en el que se establecían los límites fundamentales en la tasa de datos para múltiples sistemas de antenas afectadas por desvanecimiento Rayleigh [11]. En ese mismo estudio, además, señaló que, dados dos arrays de antenas con  $M$  elementos cada uno, se pueden establecer hasta  $M$  canales independientes en el mismo ancho de banda (BW, *Bandwidth*) [12].

El concepto MIMO surgió para dos tipos de sistemas de comunicaciones básicos, el primer sistema de comunicación era entre múltiples móviles y una BS con múltiples antenas, mientras que el segundo era entre dos móviles con múltiples antenas [11].

En 1993, Arogyaswami Paulraj y Thomas Kailath, empleando los conocimientos adquiridos hasta entonces de la tecnología MIMO, definieron el concepto de SM. En la patente que presentaron remarcaron la importancia de la técnica SM para el desarrollo de la radiodifusión inalámbrica [11].

Entre 1986 y 1995 se publicaron varios artículos centrados en el concepto MIMO. Por ejemplo, Emre Telatar redactó un artículo titulado “*Capacity of multi-antenna Gaussian channels*” en 1995 [11], [13].

En 1996, Gerard Joseph Foschini, en Bell Laboratories, redactó un artículo en el que plasmó que la capacidad de comunicación de un sistema se incrementaba al introducir múltiples antenas tanto en el lado transmisor como en el lado receptor [14] a través de la siguiente fórmula:  $C = \log_2 \left( \det \left[ \mathbf{I}_{N_R} + \left( \frac{\rho}{N_T} \right) \mathbf{H}\mathbf{H}^H \right] \right)$  [15], donde  $N_T$  y  $N_R$  son el número de antenas de transmisión y recepción,  $\mathbf{H}$  es la matriz que define el canal, la cual se supone desconocida,  $\mathbf{I}_{N_R}$  es la matriz identidad de dimensiones  $N_R \times N_R$ ,  $\rho$  es la SNR de una sola antena y  $\mathbf{H}^H$  es la matriz traspuesta conjugada de la función de

transferencia de la matriz del canal. En 1998, Raleigh y Cioffi demostraron, siguiendo el estudio realizado por Foschini, que se podían obtener capacidades aún mayores si el transmisor conoce la función de transferencia de la matriz del canal [16].

Es importante resaltar que tanto el artículo de Foschini como el artículo de Raleigh y Cioffi sirvieron además para demostrar que la SE aumenta en los sistemas MIMO [11].

En 1999, Thomas L. Marzetta y Bertrand M. Hochwald publicaron un artículo, "*Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading*" [17], en el que se plantea como afecta el desvanecimiento plano de Rayleigh en el enlace en los sistemas MIMO, teniendo en cuenta los conocimientos adquiridos en la teoría de la información [11].

La primera implementación comercial de los sistemas MIMO fue desarrollada en el año 2001 por lospan Wireless Inc. Desde 2006, empresas como Broadcom e Intel han conseguido, a través de una nueva técnica de comunicación basada en la tecnología MIMO, mejorar el rendimiento en los sistemas de red de área local inalámbrica (WLAN, *Wireless Local Area Network*) [11].

La tecnología MIMO surgió como consecuencia de la necesidad de aumentar la capacidad y la fiabilidad en los enlaces de comunicación [11] y actualmente se emplea de forma notable en el 4G, ya que se utiliza para mejorar el rendimiento del sistema, debido a que dispone de múltiples flujos de datos, y la capacidad del canal, dado que se incrementa el número de elementos radiantes en la BS y en los MTs simultáneamente [2]. Además, se emplea también para obtener altas tasas de transferencia de información [4]. La razón por la que la SE y la fiabilidad se ven incrementadas se debe a que las antenas utilizan técnicas de multiplexación y técnicas de diversidad. Igualmente, gracias a los sistemas MIMO y a la técnica de acceso múltiple por división de frecuencias ortogonales (OFDMA, *Orthogonal Frequency-Division Multiple Access*), en la que no nos centraremos en este trabajo, se consiguió compensar en parte el desvanecimiento en el canal y la interferencia en las comunicaciones inalámbricas [10].

Los sistemas que se utilizaban antes de la aparición de los sistemas MIMO fueron:

- SISO (*Single-Input Single-Output*): como se muestra en la Figura 1, los sistemas SISO se caracterizan por emplear una sola antena en el transmisor y una sola antena en el receptor. A pesar de la sencillez con la que se implementan, exhiben un rendimiento reducido, el cual está relacionado con el BW del canal y la SNR [18], dado que únicamente existe un enlace de comunicación entre el transmisor y el receptor [19], un área de cobertura, una velocidad de transmisión de datos y una capacidad de canal escasas [2], una ganancia espectral y una EE ineficientes, como consecuencia de utilizar una sola antena tanto en el transmisor como en el receptor [1]. Por último, al enfrentarse a situaciones en donde se produce la propagación multitrayecto aumenta la probabilidad de error [20]. Aun así, la velocidad de transmisión de datos puede crecer al incrementar el BW o la potencia de transmisión [21] y la capacidad de canal puede mejorarse agrandando la SNR del sistema [2].

Los sistemas SISO se han utilizado, por ejemplo, para el desarrollo de las tecnologías Bluetooth y WiFi y para las transmisiones vía radio [18].



**Figura 1.** Configuración de un sistema SISO [2].

- **SIMO (Single-Input Multiple-Output):** como se ilustra en la Figura 2, los sistemas SIMO se distinguen por emplear una sola antena en el transmisor y múltiples antenas en el receptor. Al existir varios enlaces en el lado receptor, disminuyen los efectos provocados por el desvanecimiento y las pérdidas de canal [19]. Los sistemas SIMO ofrecen una detección más segura ya que permiten utilizar técnicas de combinación de diversidad, como por ejemplo la combinación de relación máxima (MRC, *Maximum Ratio Combining*), la combinación de igual ganancia (EGC, *Equal Gain Combining*) o la combinación selectiva, en las antenas receptoras [22]. Además, si el receptor conoce el canal, al emplear técnicas de procesamiento de señales para combinar la señal recibida de forma más coherente, se obtiene una potencia mayor en el receptor, por lo que mejora la calidad de la señal [21]. A pesar de todas las ventajas que aportan los sistemas SIMO, de igual manera, existen algunos inconvenientes. En primer lugar, los sistemas SIMO presentan una capacidad de canal mayor a expensas del incremento de la SNR, lo cual es una situación indeseable en los sistemas de comunicación inalámbricos [18], y, en segundo lugar, como en el lado transmisor únicamente se dispone de una antena, los sistemas SIMO son incapaces de utilizar la técnica BF [23].

Los sistemas SIMO han servido, por ejemplo, para contrarrestar los efectos del desvanecimiento causados por la ionosfera [18].



**Figura 2.** Disposición de un sistema SIMO [2].

- **MISO (Multiple-Input Single-Output):** como se evidencia en la Figura 3, los sistemas MISO se caracterizan por utilizar múltiples antenas en el transmisor y

una sola antena en el receptor. Ofrecen un rendimiento levemente superior que los sistemas SIMO a causa de la diversidad de transmisión [24], facilitan una detección de señal más fiable a través del uso de técnicas de combinación de diversidad en las antenas transmisoras [22] y, finalmente, posibilitan la utilización de la técnica BF, dado que el transmisor cuenta con múltiples antenas [20]. En cambio, al igual que sucede en los sistemas SIMO, el incremento que exhibe la capacidad es a costa del crecimiento de la SNR, lo cual se considera inaceptable en los sistemas de comunicaciones inalámbricos [18].

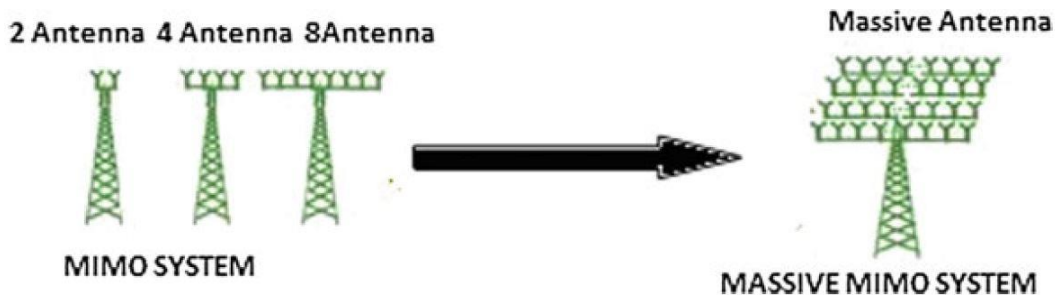
Los sistemas MISO se han empleado, de forma previa al descubrimiento de otras tecnologías más modernas, en los sistemas WLAN y en la televisión digital [18].



**Figura 3.** Conformación de un sistema MISO [2].

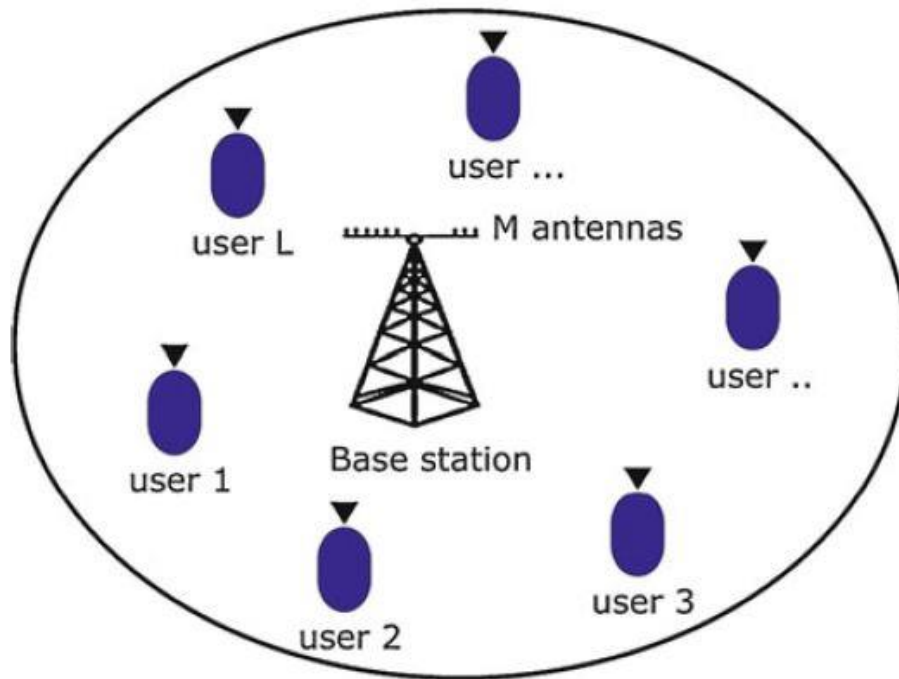
## 2.2 Sistemas Massive MIMO

Los sistemas Massive MIMO, también denominados LS-MIMO (*Large-Scale MIMO*), *very large MIMO*, *full dimensional MIMO*, etc. [4], surgieron como evolución de los sistemas MIMO. Se distinguen de los sistemas MIMO, como se refleja en la Figura 4, en que, en vez de utilizar 2, 4 u 8 antenas [1], emplean cientos de antenas en la BS y por lo general una sola antena en cada MT [3], como se observa en la Figura 5.



**Figura 4.** Comparación cualitativa del número de antenas en un sistema MIMO convencional y en un sistema Massive MIMO [1].

Con el paso de los años, cada vez hay mayor demanda de usuarios inalámbricos [1]. Se estima que en el año 2020 había 50 mil millones de dispositivos conectados a lo largo de todo el planeta. El tráfico de datos que generan estos dispositivos, entre los cuales se incluyen también los dispositivos utilizados para el IoT (*Internet of Things*), los cuales se utilizan para el cuidado de la salud, hogares y energía inteligentes, ha provocado que las tecnologías MIMO actuales, las cuales están asociadas con la red 4G/LTE, no sean capaces de manejar esa enorme cantidad de tráfico de manera eficiente y fiable.



**Figura 5.** Escenario Massive MIMO, en el cual se puede ver que las  $M^1$  antenas de la BS se comunican con los  $L$  MTs que hay en la celda [6].

Además, con la aparición de nuevos conceptos como IoT, M2M (*Machine to Machine*), VR (*Virtual Reality*) y AR (*Augmented Reality*), los sistemas MIMO no son capaces de ofrecer la SE esperada. Es por ello por lo que con la aparición de las comunicaciones 5G se está implementando la tecnología Massive MIMO, la cual es capaz de afrontar con éxito el problema creado por el tráfico masivo de datos y brindar una elevada SE simultáneamente a diversos usuarios [10], [25]. Debido al gran número de antenas que poseen los sistemas Massive MIMO en la BS, se consigue una mayor diversidad y se incrementa la ganancia de agrupación de antenas, en inglés, *array gain*, la cual se identifica como el crecimiento medio de la potencia de la señal recibida en el lado receptor y depende del número de antenas receptoras [21], y la ganancia de multiplexación, la cual se define como la cantidad de señales de datos, libres de interferencias, que pueden transmitirse [24], y por consiguiente, son capaces de ofrecer elevados valores de EE y SE mediante técnicas de procesamiento lineal simples como ZF (*Zero-Forcing*) y MMSE (*Minimum Mean Square Error*) [10].

Sumado a todo ello, la tecnología Massive MIMO se utiliza en el estándar 5G para ofrecer una elevada calidad de servicio (QoS, *Quality of Service*) [4], una mejora en el rendimiento o una disminución de la probabilidad de desvanecimiento profundo, una mayor extensión en el área de cobertura y unas pérdidas por propagación bajas, ya que, al emplear un gran número de antenas tanto para la transmisión como para la recepción,

<sup>1</sup> Para respetar la notación que vamos a emplear posteriormente en este trabajo, asumiremos que el número máximo de antenas receptoras en la BS y el número máximo de MTs se van a denotar a través de los parámetros  $N_R$  y  $K$ .



la energía se concentra mejor en el receptor [2]. De igual manera, es capaz de proporcionar elevadas tasas de datos, de decenas de Gbps [26], con valores muy bajos de tasa de error de símbolo (SER, *Symbol Error Rate*) y una notable fiabilidad de rendimiento en el enlace puesto que, al utilizar más antenas para la transmisión y recepción, existen más caminos por donde pueden ir las señales [1].

Así mismo, la tecnología Massive MIMO es capaz de lograr altas ganancias de BF [26]. Además, los sistemas Massive MIMO, los cuales presentan un funcionamiento robusto, se pueden construir con circuitos de radiofrecuencia y de banda base de baja complejidad y coste. Como consecuencia del diseño de algoritmos apropiados de precodificación, detección y ecualización, se pueden implementar incluso con un coste aún menor [25].

Bajo condiciones muy específicas, la tecnología Massive MIMO y la tecnología mm-Wave (*Millimeter Wave*), en la que no nos centraremos en este trabajo, son capaces de superar el impedimento de la escasez de espectro, así como el desvanecimiento y las interferencias [10].

Cabe destacar finalmente que los sistemas Massive MIMO serán indispensables en el despliegue del estándar 5G dado que permitirán que la información recopilada mediante sensores inteligentes se envíe en tiempo real a sedes de monitoreo. Los sensores inteligentes están previstos que se implementen para, por ejemplo, vehículos autónomos, atención médica remota, etc. [25].

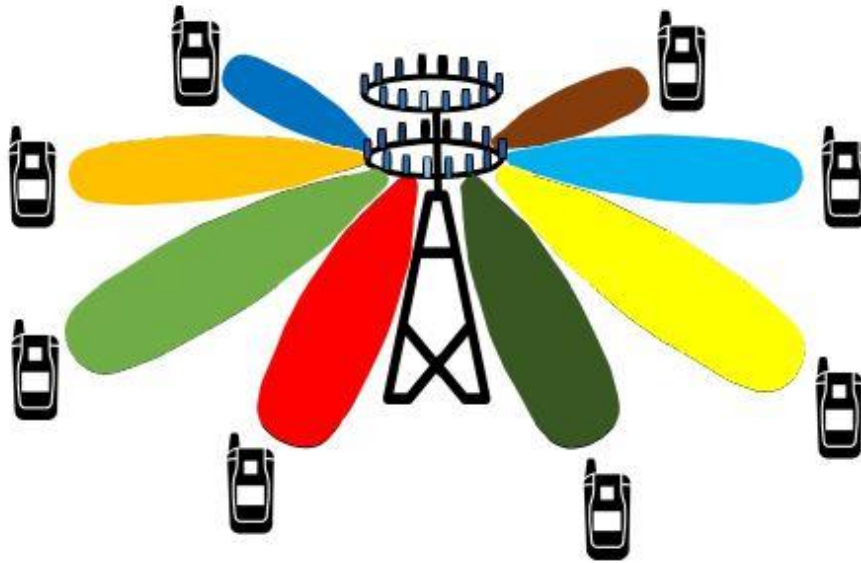
### 2.3 Beamforming

*Beamforming*, también referido como filtrado espacial (*spatial filtering*) [10] es una técnica de procesamiento de señales que se emplea para maximizar la energía de la señal transmitida al MT deseado, a la vez que se reduce la interferencia producida por los demás MTs [27].

Entrando más en detalle, como puede verse en la Figura 6, BF calibra la fase de la señal radiada desde cada antena para obtener un haz principal, el cual es extremadamente estrecho [4], y a continuación lo envía en la dirección deseada [2]. *Beamforming* habilita que la BS pueda transmitir o recibir multitud de haces de señal simultáneamente, ya sea hacia o desde los MTs [26].

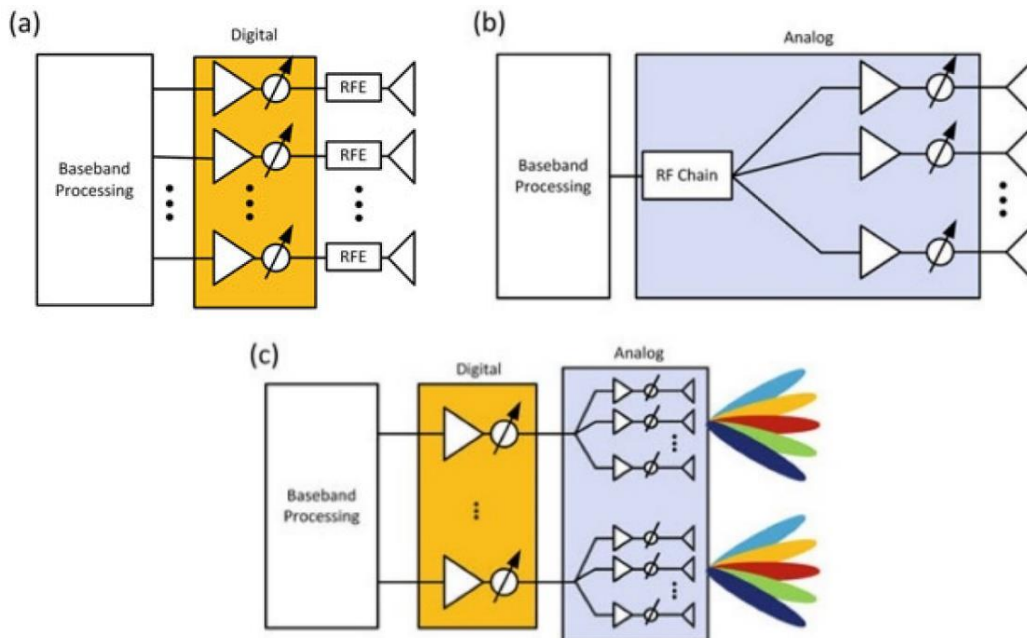
En los sistemas Massive MIMO la técnica BF permite incrementar la SE [25] y ofrece una mayor SNR, un margen adicional que suaviza las pérdidas por propagación que se producen en los enlaces [28], un mejor rendimiento del sistema con un acoplamiento mutuo mínimo [2] y valores más adecuados en términos de BER [11]. Además, es capaz de mitigar las interferencias cocanal, ya que las antenas, las cuales son direccionales, poseen selectividad espacial [28] y también se mejora la relación señal a interferencia más ruido (SINR, *Signal-to-Interference-Plus-Noise Ratio*) deseada en el MT [4]. La SINR se define como la relación entre la potencia recibida de la señal y la potencia recibida de las señales no deseadas, es decir, las que se generan por el ruido y las interferencias

[11], está condicionada por los valores instantáneos del canal [29] y se incrementa cuando múltiples MTs se disponen densamente en la celda [11].



**Figura 6.** Representación de la técnica *beamforming* en un sistema Massive MIMO [25].

La técnica de BF se puede clasificar en función del dominio en el que se implemente el procesamiento de las señales antes de alcanzar las antenas [6]. Es decir, si el dominio es discreto entonces se obtiene BF digital, si el dominio es analógico se obtiene BF analógico y finalmente si el dominio es tanto discreto como analógico se consigue BF híbrido [2].



**Figura 7.** (a) *Beamforming* Digital (b) *Beamforming* Analógico (c) *Beamforming* Híbrido [10].

A continuación, explicaremos en qué consiste cada tipo de BF:

- *Beamforming* digital: en el BF digital, también denominado precodificación multi-antena, se forman señales distintas para cada antena en el dominio discreto. Estas señales se precodifican, es decir se ven afectadas por cambios en la amplitud y la fase en el procesamiento de banda base previo a la transmisión vía radio. Así, se posibilita la creación de múltiples haces simultáneamente desde el array de antenas. Cada antena contiene un convertidor de señal analógica a digital (ADC, *Analog-to-Digital Converter*) y un convertidor de señal digital a analógica (DAC, *Digital-to-Analog Converter*) [10].

En el BF digital la amplitud y la fase de las señales pueden ajustarse tanto para sistemas monousuario como para sistemas multiusuario. En los sistemas monousuario el conjunto de antenas transmisoras ( $N_T$ ) es capaz de transmitir múltiples flujos de datos al conjunto de antenas receptoras ( $N_R$ ), es decir,  $N_T \times N_R$  flujos de datos. Para estos sistemas monousuario se emplea un precodificador digital,  $D$ , el cual utiliza  $N_{TRF}$  cadenas de radiofrecuencia para la emisión de datos. En cambio, en los sistemas multiusuario  $N_T$  antenas transmisoras son capaces de transmitir múltiples flujos de datos a un número  $K$  de usuarios, en donde cada usuario a su vez tiene  $N_R$  antenas receptoras. Para estos sistemas el tamaño de las cadenas de radiofrecuencia es  $N_{TRF}$  y el del precodificador digital es  $N_T \times N_R K$ , en donde  $N_T = N_R K$ . Como el  $k$ -ésimo usuario emplea como precodificador digital  $\mathbf{D}_k = [D_1, D_2, D_3 \dots D_K]$ , la señal recibida puede calcularse mediante la fórmula:  $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \sum_{n=1}^K \mathbf{D}_n \mathbf{x}_n + \mathbf{n}_k$ , donde  $\mathbf{x}_n$  es el vector de la señal transmitida previa a la precodificación,  $\mathbf{D}_n$  es el vector del precodificador digital,  $\mathbf{H}_k$  es la matriz que define el canal de dimensiones  $N_T \times N_R$  y  $\mathbf{n}_k$  es el vector de ruido [2].

La técnica de BF digital es la que proporciona mayor flexibilidad [28] e igualmente mejora considerablemente la capacidad, ya que los mismos recursos de tiempo y frecuencia son capaces de emplearse para enviar datos simultáneamente a varios usuarios [10].

Dado que se necesita una cadena de radiofrecuencia independiente para cada antena<sup>2</sup>, como se contempla en la Figura 7a, la técnica de BF digital requiere un elevado consumo de energía y un coste muy alto de implementación [6], es por ello por lo que no es de utilidad en los sistemas Massive MIMO [2].

- *Beamforming* analógico: en el BF analógico se nutre la misma señal a cada una de las antenas y posteriormente se emplean desfasadores analógicos para direccionar la señal emitida por el array de antenas [10]. Dado que únicamente se dispone de una cadena de radiofrecuencia, como se aprecia en la Figura 7b, el array de antenas solamente es capaz de formar un haz [2]. Para generar múltiples haces, se necesita realizar un barrido en el que se repita la misma señal continuamente [10].

---

<sup>2</sup> Conforme a lo expuesto, se puede afirmar que el número de antenas transmisoras,  $N_T$ , y el número de cadenas de radiofrecuencia,  $N_{TRF}$ , comparten el mismo valor.

En el BF analógico, habitualmente, solo se emplea la fase de la señal con un único flujo de datos para controlar los valores óptimos de la ganancia y de la SNR [2].

Gracias al barrido de haces las señales se pueden transmitir con una ganancia suficiente para llegar a toda el área de cobertura deseada. Además, a altas frecuencias se emplea el BF analógico por la complejidad de implementación y la cantidad de energía que consumen los convertidores ADC y DAC a altas frecuencias de muestreo [10].

Aunque la implementación del BF analógico supone un coste mínimo dado que únicamente se utiliza una cadena de radiofrecuencia, el rendimiento del sistema es muy pobre, y la razón para ello es que únicamente se puede controlar la fase en este tipo de BF. Además, como no se puede implementar en sistemas multiusuario, no tiene interés para los sistemas Massive MIMO [2].

- *Beamforming* híbrido: el BF híbrido surgió de la necesidad de mejorar el rendimiento del sistema, a diferencia del BF analógico, y de reducir la dificultad que conlleva implementar el BF digital [2], es decir, reducir el número de cadenas de radiofrecuencia requeridas [25]. Es por ello por lo que se combinó el BF digital y el BF analógico para ofrecer un nuevo tipo de BF que fuese mejor que los anteriores [10].

En el BF híbrido cada cadena de radiofrecuencia se conecta a varias antenas. Existen dos formas de conectar las cadenas de radiofrecuencia a las antenas. La primera forma, la cual se llama totalmente conectada (*fully connected*) se basa en que cada cadena de radiofrecuencia se conecta a todas las antenas disponibles. En cambio, la segunda forma, la cual se llama parcialmente conectada (*partially connected*), consiste en que cada cadena de radiofrecuencia se conecta a un subgrupo de antenas no compartidas [6], como se advierte en la Figura 7c.

Los precodificadores que se utilizan en el BF híbrido son capaces de trabajar tanto para sistemas monousuario como para sistemas multiusuario. Para el caso de los sistemas monousuario, se pueden implementar de dos maneras diferentes: la primera, la cual se conoce como arquitectura espacialmente dispersa (*spatially sparse*), se fundamenta en que todas las antenas transmisoras se unen a cada cadena de radiofrecuencia a través de desfases, y se emplea para facilitar la implementación del modo de conexión *fully connected* [30]; y la segunda, la cual se llama arquitectura de cancelación de interferencias sucesivas (SIC, *Successive Interference Cancellation*), consiste en que un conjunto de antenas transmisoras se asocia con cada cadena de radiofrecuencia, y se utiliza para anular todas las interferencias producidas por las demás cadenas de radiofrecuencia [31], [2]. Los precodificadores SIC son capaces de obtener unos valores en términos de SE mayores que los precodificadores espacialmente dispersos, pero a expensas del incremento que experimentan en la complejidad computacional, debido al aumento en el número de cadenas de

radiofrecuencia [31], [32]. En cambio, para los sistemas multiusuario, las  $N_T$  antenas transmisoras transmiten múltiples flujos de datos a través de las  $N_{TRF}$  cadenas de radiofrecuencia, siempre y cuando se cumpla la condición  $N_{TRF} \leq N_T$ , y cada usuario (de un total de  $K$ ) se conecta con las  $N_R$  antenas receptoras gracias a una sola cadena de radiofrecuencia [2].

Gracias al BF híbrido se utiliza un menor número de front-end, se consigue que la degradación del sistema sea mucho más pequeña que en el BF digital [6] y, además, al utilizar un menor número de cadenas de radiofrecuencia, se consigue abaratar significativamente el coste y ahorrar una gran cantidad de energía [2].

## 2.4 Multiplexación Espacial

Multiplexación espacial, también llamada BLAST (*Bell Laboratories Layered Space-Time*) es una técnica de modulación espaciotemporal [33], en la cual, para implementarse adecuadamente, es necesario que haya múltiples antenas a ambos lados del enlace inalámbrico, es decir, en el transmisor y en el receptor [34]. Aunque inicialmente fue definida por primera vez por Arogyaswami Paulraj y Thomas Kailath, los trabajos de investigación realizados por Foschini y otros investigadores en los laboratorios Bell demostraron la importancia tanto teórica como práctica que ofrecía SM a las comunicaciones inalámbricas [33]. La multiplexación espacial divide las señales de datos entrantes en porciones, obteniendo señales de datos denominadas flujos [27]. Cada flujo es independiente entre sí porque se transmite desde una antena transmisora diferente [11], y es por ello por lo que la velocidad de transmisión de cada flujo se va a ver disminuida [2]. La transmisión se realiza simultáneamente y en paralelo [28]. Para que los flujos puedan distinguirse correctamente en el receptor es necesario que la SNR tome valores muy elevados [2]. Una vez que los flujos llegan al receptor se demultiplexan y el número máximo de canales de transmisión independientes o grados de libertad [11] se determina con la siguiente ecuación:  $\min(N_T, N_R)$ . Esta ecuación se conoce como ganancia de SM o factor pre-log y se resuelve seleccionando el menor número de antenas disponibles entre el transmisor y el receptor [35].

El orden de SM se define con la siguiente fórmula:

$$r = \lim_{\text{SNR} \rightarrow \infty} \frac{R(\text{SNR})}{\log(\text{SNR})}$$

Donde  $R(\text{SNR})$  es la capacidad obtenida para un valor dado de SNR [11].

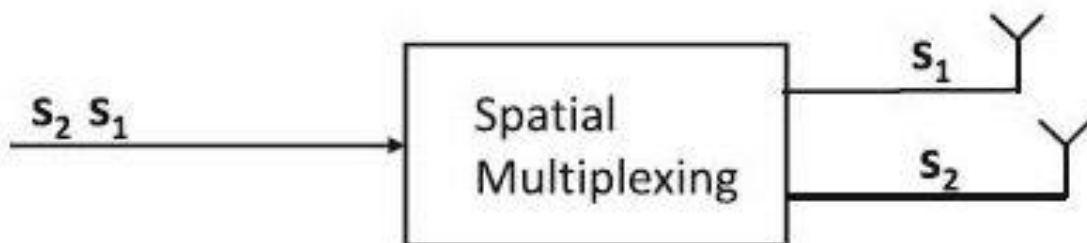
Dado que los sistemas Massive MIMO pueden disponer de varios cientos de antenas de baja potencia, la ganancia de SM es mayor que la que se consigue en los sistemas MIMO convencionales [1].

Gracias a la SM se consigue una mayor capacidad de datos, sin necesidad de utilizar energía y BW adicionales [34], ya que es capaz de conducir el tráfico por varias rutas [1]. Además, cuanto mayor es el número de flujos que se transmiten, la capacidad aumenta linealmente, siempre y cuando el número de antenas receptoras (las cuales deben estar

suficientemente espaciadas entre sí) sea al menos igual al número de flujos transmitidos. Para obtener una elevada capacidad, que es el principal objetivo de SM, es indispensable que a su vez se alcancen valores elevados de SINR [27].

Así mismo, gracias a la SM se obtiene un aumento considerable en la SE (sin necesidad de emplear más BW ni asignar potencia adicional [11]), en la tasa de transmisión de bits del radioenlace inalámbrico (sin necesidad de emplear energía y BW adicionales [34]) y en el rendimiento del sistema [28]. De igual manera, SM permite activar más de una antena del array de antenas durante cada uso del canal, con la única condición de que se debe cumplir que el número de cadenas de radiofrecuencia necesarias en el transmisor sea igual al número de antenas activadas durante cada uso del canal [3].

A pesar de todas las ventajas que brinda SM a las comunicaciones inalámbricas, inevitablemente, también posee varios inconvenientes, como son: aunque SM es capaz de aumentar la tasa de transmisión de bits, no tiene por qué aumentar igualmente la fiabilidad del sistema [36], el número de antenas a ambos extremos del enlace, es decir en el transmisor y en el receptor, debe ser aproximadamente igual ya que las situaciones asimétricas producen una reducción considerable en la ganancia de SM [35], en casos donde la SNR es baja SM ofrece poco provecho ya que el transmisor debe dividir la potencia entre los diferentes flujos y la potencia que va a tener cada flujo va a ser muy débil [28], e igualmente, cuando aparecen situaciones en donde surgen elevados niveles de interferencia SM pierde gran parte de su beneficio [27]. Además, SM está muy relacionada con la diversidad (o rango del canal), lo que quiere decir que SM únicamente ofrece beneficios cuando el canal es capaz de dar suficiente diversidad, es decir, que el número de flujos que se crean pueden ser soportados por la matriz  $\mathbf{H}$  de los sistemas MIMO [28]. Así mismo, como para que se formen los flujos de datos es necesario que las antenas estén activas en todo momento, se producen interferencias entre los flujos de datos transmitidos; a estas interferencias también se las conoce como interferencia entre canales y restringen el rendimiento de la BER y, además, se requiere de una cadena de radiofrecuencia para cada antena transmisora de forma que aumenta tanto la complejidad como el coste del sistema [2].



**Figura 8.** Ejemplo en el que se escenifica el funcionamiento de SM, a la hora de transmitir dos símbolos:  $S_1$  y  $S_2$  simultáneamente desde dos antenas de transmisión diferentes [3].

Como se exhibe en la Figura 8, dado un número de antenas transmisoras,  $N_T$ , y un número de símbolos,  $M^3$ , la eficiencia de modulación de SM se calcula como:  $N_T * \log_2 M$  bits/ uso del canal y crece linealmente con el número de antenas transmisoras [3].

La multiplexación espacial y la técnica BF pueden emplearse simultáneamente en una arquitectura híbrida, permitiendo utilizar múltiples haces para incrementar la SNR en casos de potencia reducida, a la vez que se ofrecen flujos de datos en cada uno de los haces, en la misma frecuencia portadora, para aumentar la tasa de transmisión de bits del usuario [28]. Desgraciadamente las dimensiones que se utilizan para el BF limitan el número de flujos de datos simultáneos que se pueden transmitir [27].

## 2.5 Estimación del canal

La información del estado del canal (CSI, *Channel State Information*) se define como la información del estado del enlace de transmisión desde el transmisor hasta el receptor y se refiere a la agrupación de los efectos causados por el desvanecimiento, la dispersión, etc. En los sistemas Massive MIMO el CSI se emplea para mejorar la detección y decodificación de las señales [25].

En la fórmula que se utiliza tanto para los sistemas MIMO como para los sistemas Massive MIMO, la cual ilustraremos posteriormente en este apartado, el CSI se define como la matriz de canal, denotada como  $\mathbf{H}$  [2].

En los sistemas Massive MIMO, la BS puede estimar el CSI, que es desconocido inicialmente [37], a través de dos modos de operación [25]: en el primer modo de operación, el cual se conoce como duplexación por división de frecuencia (FDD, *Frequency-Division Duplex*) y que explicaremos más en detalle posteriormente, el CSI se obtiene gracias a la retroalimentación enviada por los MTs [2]. En cambio, en el segundo modo de operación, el cual se conoce como duplexación por división de tiempo (TDD, *Time-Division Duplex*) y que explicaremos también más en detalle posteriormente, el CSI se consigue enviando señales piloto desde los MTs hasta la BS a través del UL. De esta manera, el mismo CSI adquirido para el UL se emplea para el DL. La propiedad que permite utilizar el mismo CSI tanto para el UL como para el DL se denomina reciprocidad de canal y solo es útil en el escenario de duplexación por división de tiempo. El número de señales piloto que se envían a la BS es el mismo que el número de antenas de transmisión, que, a su vez, es igual al número de MTs (siempre y cuando cada MT disponga de una sola antena) [38]. El inconveniente que posee este modo de operación para estimar el CSI en la BS es que al aumentar tanto BW como el número de MTs la sobrecarga de información de las señales piloto se incrementa linealmente, es por ello por lo que la complejidad del sistema para estimar los parámetros de la matriz de canal  $\mathbf{H}$ , es decir el CSI, aumenta considerablemente [39].

---

<sup>3</sup> Remarcar que, aunque el número de elementos del array de antenas y el número máximo de canales independientes se denotan de la misma manera que el número de símbolos, es decir a través de  $M$ , son conceptos distintos.

El rendimiento del DL, es decir desde la BS a los MTs, en los sistemas Massive MIMO depende en su mayor parte del CSI estimado. Además, la BS es capaz de disminuir las interferencias y conseguir beneficios en la SE gracias a el CSI estimado y a la técnica conocida como precodificación [25].

Si el CSI es perfecto, es decir, se conocen con exactitud los parámetros que componen a la matriz de canal  $\mathbf{H}$  [5], se puede lograr obtener valores de ganancia de capacidad máximos y valores de la SNR muy elevados en el receptor [40]. Además, cuando el CSI se considera perfecto, los sistemas Massive MIMO experimentan un crecimiento lineal en el rendimiento al emplear el menor número de antenas disponibles en el transmisor o en el receptor [25]. Difícilmente en la práctica se puede considerar que el CSI sea perfecto en los sistemas MIMO y Massive MIMO, dado que emplean un elevado número de antenas. Igualmente, como consecuencia de diversos agentes ambientales que afectan a los canales inalámbricos, el CSI no se puede considerar perfecto [25].

Cuando el CSI es imperfecto, el rendimiento de los sistemas Massive MIMO se atenúa significativamente. Los factores que provocan la disminución del rendimiento en los sistemas Massive MIMO son: los errores de estimación, la interferencia denominada contaminación piloto (*pilot contamination*), la cual consiste en que las señales piloto transmitidas para la estimación del canal en la BS se degradan a causa de la reutilización de las señales en otras celdas de un mismo sistema multicelular [2], el envejecimiento del canal (*channel aging*) [41] y las deficiencias de hardware. En las deficiencias de hardware, el fenómeno que hay que tener en cuenta a la hora de poder compensarlo es el PN, ya que perjudica considerablemente a la calidad del CSI [29].

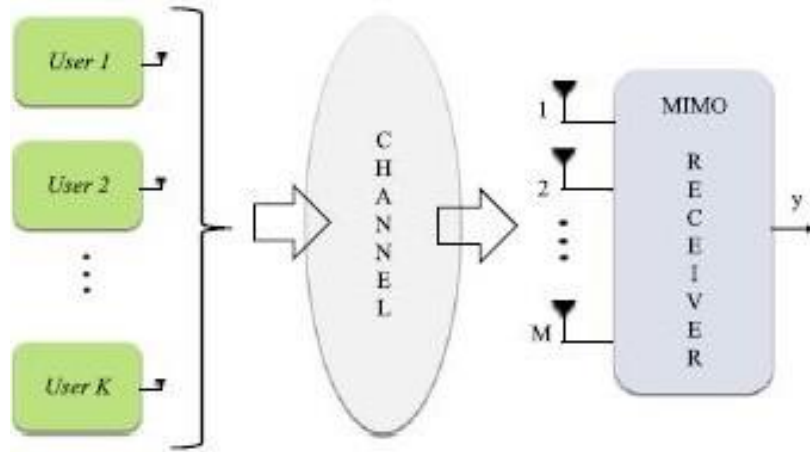
Para poder obtener el máximo beneficio que brinda la tecnología Massive MIMO, es fundamental que el CSI en la BS sea completo y preciso [2]. Gracias a un CSI preciso se puede realizar la técnica de BF, la técnica de precodificación [42], la detección de señales y la asignación de recursos [25]. Además, si el CSI es preciso en el DL se pueden lograr comunicaciones a altas velocidades [42]. Un ejemplo de las ventajas que ofrece tener un CSI actualizado y preciso en la BS está relacionado con el fenómeno llamado endurecimiento del canal (*channel hardening*), el cual consiste en que, al incrementar el número de antenas en el sistema, las variaciones que acontecen en la ganancia del canal decrecen tanto en el dominio temporal como en el frecuencial [43], entre el MT y la BS, ya que se consigue una gran resistencia al desvanecimiento, una mayor SE, una mayor EE y algoritmos de procesamiento de señales más fáciles para la técnica de precodificación y la detección de datos [41].

De acuerdo con la ilustración mostrada en la Figura 9, la sección transmisora se va a caracterizar por poseer una cantidad de  $N_T$  antenas transmisoras y  $K$  MTs. Dado que cada MT dispone de una antena transmisora, el número máximo de antenas transmisoras,  $N_T$ , y el número máximo de MTs,  $K$ , va a ser el mismo. En cambio, la sección receptora se va a componer por un total de  $N_R$  antenas receptoras [38].

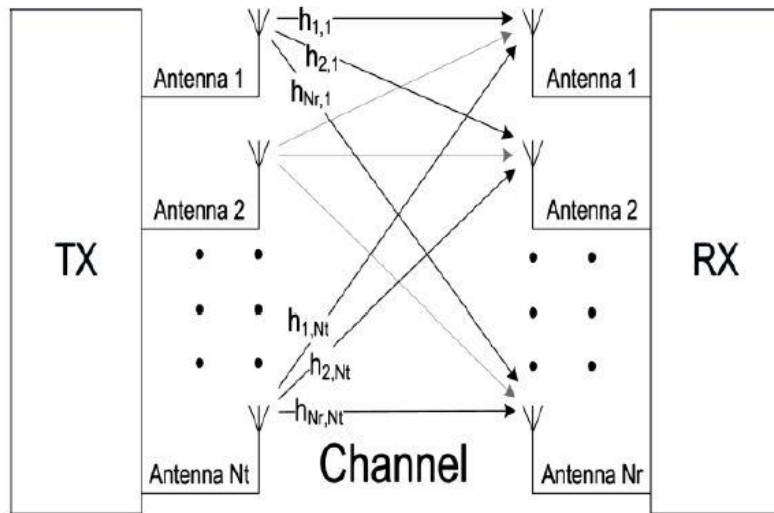
La matriz de canal  $\mathbf{H}$  de dimensiones  $N_R \times N_T$  se genera, como se muestra en la Figura 10, mediante los enlaces de canal que se crean entre las antenas transmisoras y las



antenas receptoras. Por ejemplo, el enlace de canal que se obtiene entre la  $i$ -ésima antena transmisora y la  $j$ -ésima antena receptora, suponiendo que es un canal con desvanecimiento plano, se representa como  $h_{i,j}$  [38]. Donde el subíndice  $i$  varía desde la primera antena transmisora hasta la antena transmisora  $N_T$  y el subíndice  $j$  varía desde la primera antena receptora hasta la antena receptora  $N_R$ .



**Figura 9.** Representación de un escenario Massive MIMO compuesto por  $K$  MTS, la matriz de canal  $\mathbf{H}$ , es decir el CSI, y una BS con  $M^4$  antenas [2].



**Figura 10.** Ejemplo en el que se ilustra los enlaces de canal existentes entre las  $N_t^5$  antenas transmisoras y las  $N_r$  antenas receptoras [40].

Las señales transmitidas desde la sección transmisora se denotan con el vector aleatorio  $\mathbf{x}$ , las muestras de ruido, las cuales se modelan como ruido gaussiano blanco aditivo (AWGN, *Additive White Gaussian Noise*), se indican con el vector aleatorio  $\mathbf{n}$  y las señales recibidas en la sección receptora se representan con el vector aleatorio  $\mathbf{y}$  [38].

<sup>4</sup> Acorde con la notación que estamos adoptando en este trabajo, el número máximo de antenas receptoras en la BS se indica a través del parámetro  $N_R$ .

<sup>5</sup> Concorde con la notación que estamos siguiendo en este trabajo, el número máximo de antenas transmisoras y el número máximo de antenas receptoras se expresan a través de los parámetros  $N_T$  y  $N_R$ .

El vector aleatorio  $\mathbf{x}$ , el vector aleatorio  $\mathbf{y}$ , la matriz de canal  $\mathbf{H}$  y el vector aleatorio  $\mathbf{n}$  se definen de la siguiente manera [38]:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_{N_T} \end{bmatrix}, \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \dots \\ y_{N_R} \end{bmatrix}, \mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{21} & \dots & h_{N_T 1} \\ h_{12} & h_{22} & \dots & h_{N_T 2} \\ h_{13} & h_{23} & \dots & h_{N_T 3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{1N_R} & h_{2N_R} & \dots & h_{N_T N_R} \end{bmatrix}, \mathbf{n} = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \\ \dots \\ n_{N_R} \end{bmatrix}$$

El vector aleatorio  $\mathbf{x}$ , el vector aleatorio  $\mathbf{y}$ , la matriz de canal  $\mathbf{H}$  y el vector aleatorio  $\mathbf{n}$  se relacionan a través de la fórmula [38]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$$

Para conseguir obtener el máximo beneficio de las ventajas que ofrece la tecnología Massive MIMO, la BS debe valerse de una estimación precisa del canal entre ella y el MT. Para lograrlo puede emplearse la retroalimentación, la cual se utiliza en el modo de operación FDD, o la propiedad de reciprocidad de canal, la cual forma parte del modo de operación TDD [2].

Seguidamente expondremos el modo de funcionamiento y las características más relevantes de ambos modos de operación, para poder alcanzar una mayor comprensión de la estimación del canal:

- FDD: en el modo de operación FDD no se puede aprovechar la técnica de reciprocidad de canal porque, como se esclarece en la Figura 11, se emplean dos bandas de frecuencias distintas, una para la transmisión y otra distinta para la recepción [21]. Las bandas de transmisión y recepción se encuentran separadas por una banda de guarda, lo cual evita las interferencias existentes entre el MT y la BS [2], y esto hace que las bandas no estén correlacionadas entre sí [21]. De esta manera, es importante resaltar que en el modo de operación FDD el CSI debe estimarse tanto para el UL como para el DL [2], y se realiza mediante la retroalimentación. Gracias a ella, se consigue emitir el CSI desde la BS al MT [21], y en el MT estimar los parámetros del canal para, a continuación, enviarlos de vuelta a la BS de forma fiable, empleando el canal de retroalimentación, el cual posee una baja tasa de datos [24]. Como la transmisión y la recepción se desarrollan en bandas distintas, las matrices del canal  $\mathbf{H}$  para el UL y el DL difieren entre sí [39].

Desafortunadamente, cuando los sistemas se desarrollan con el modo de operación FDD resulta complicado conseguir un CSI preciso en el MT dado que el estado del canal debe calcularse en la BS y retornarse al MT. El proceso de retroalimentación conlleva dos tipos de errores: el primero es el error de cuantificación, el cual sucede porque la precisión del CSI en la BS es limitada como consecuencia de la reducida tasa de datos que posee el canal de retroalimentación y el segundo se conoce como el problema de retardo, el cual se basa en la demora existente entre el instante en donde se mide el CSI en el MT y el momento en el que el CSI se emplea en la BS. El motivo por el que ocurre

esta demora se debe a que los MTs requieren de tiempo para estimar el CSI a través de las señales piloto, y acto seguido, retornarlas a la BS de forma segura. Para rectificar este problema hay que aprovechar la correlación temporal del canal para poder pronosticar el CSI actual a partir de la versión atrasada del canal [21].

Por otra parte, cuando los sistemas Massive MIMO poseen muchas antenas, la estimación del canal en el DL se vuelve muy complicada e irrealizable de llevar a la práctica con el modo de operación FDD [25]. Esto se debe a que se produce una sobrecarga de estimación del canal como consecuencia del elevado número de antenas que hay en la BS [10].

- TDD: en el modo de operación TDD, como se aclara en la Figura 11, se trabaja con una única banda de frecuencias [2], en la cual se ubican diferentes intervalos de tiempo (*slots*) para la transmisión del UL, es decir desde el MT a la BS, y del DL, dicho de otro modo, desde la BS al MT [24]. Gracias a ello se consigue obtener una estimación del canal eficiente [5]. Como en el modo de operación TDD la BS y los MTs no disponen de conocimiento previo de los canales [3], la estimación de los parámetros del canal se efectúa a través de los MTs, los cuales transmiten señales piloto (cada señal piloto es diferente en cada MT, de tal forma que las señales piloto enviadas por los MTs son ortogonales en el tiempo y en la frecuencia [3]) a la BS para ayudar a estimar el CSI. A continuación, una vez recibidas las señales piloto, la BS puede estimar el canal entre sus antenas y los MTs. Explotando la propiedad de reciprocidad de canal, la estimación del canal sirve para que la BS sea capaz de enviar las señales, a través del DL, a los MTs [29].

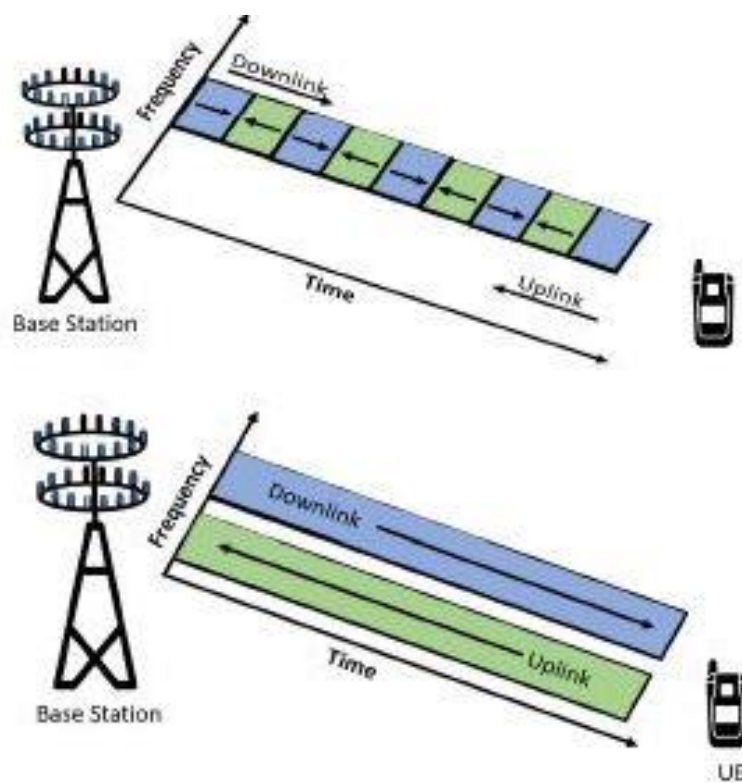
Un requisito para que el modo de operación TDD trabaje adecuadamente es que se cumpla en todo momento la propiedad de reciprocidad de canal [12]. Gracias a ella, la matriz del canal del DL se obtiene al realizar la matriz traspuesta de la matriz del canal del UL, es decir  $\mathbf{H}_{DL} = (\mathbf{H}_{UL})^T$  [6]. En el modo de operación TDD, la estimación del CSI en el UL se realiza de manera más sencilla en la BS por el número limitado de MTs [42].

En el modo de operación TDD se debe considerar el llamado tiempo de coherencia del canal, el cual es una propiedad del mismo y representa el tiempo medio en el que los valores de ganancia en cada trayecto se mantienen estables. La fórmula con la que se define el mínimo valor que ha de tener el tiempo de coherencia del canal se expresa como:  $T_{\text{coherencia}} = T_{\text{piloto}}^{\text{UL}} + T_{\text{datos}}^{\text{UL}} + T_{\text{piloto}}^{\text{DL}} + T_{\text{datos}}^{\text{DL}}$ , donde  $T_{\text{piloto}}^{\text{UL}}$  es el periodo correspondiente a la señal piloto del UL y a la señalización de control,  $T_{\text{datos}}^{\text{UL}}$  representa el periodo de la transmisión de datos del UL,  $T_{\text{piloto}}^{\text{DL}}$  se define como el periodo correspondiente a la señal piloto del DL y a la señalización de control y  $T_{\text{datos}}^{\text{DL}}$  es el periodo de la transmisión de datos del DL [5].

Las ventajas que aporta el modo de operación TDD, las cuales no proporciona el modo de operación FDD, en los sistemas Massive MIMO son: la precisión de la estimación del canal en el UL no tiene relación con el número de antenas en la

BS [5] y la sobrecarga de estimación del canal depende únicamente del número de MTs [10]. En cambio, las desventajas que causa el modo de operación TDD en los sistemas Massive MIMO son: se consigue una menor SE dado que cuando crece el número de MTs se incrementa el cupo de señales piloto requeridas para estimar el canal con exactitud [44], y aparece el fenómeno conocido como contaminación piloto, el cual provoca que al aparecer interferencias entre celdas se reduzca considerablemente la SE del sistema. Otra desventaja consiste en que para poder aprovechar al máximo la propiedad de reciprocidad de canal es necesario implementar un esquema de calibración entre el MT y la BS, dado que las características de las cadenas de radiofrecuencia del MT y de la BS son distintas [2]. Si no se llevase a cabo el esquema de calibración, sería imposible emplear las mismas estimaciones de canal para el UL y el DL [6].

Comparando ambos modos de operación, observamos que mientras que el modo de operación TDD es perfecto para el transporte de tráfico asimétrico, el modo de operación FDD es menos flexible para diferentes patrones de tráfico [14]. Además, el modo de operación TDD ofrece habitualmente mejores resultados de ganancia de SE que el modo de operación FDD [24].



**Figura 11.** Representación de los modos de operación FDD (figura inferior) y TDD (figura superior) en un escenario compuesto por una BS y un MT [25].

Uno de los grandes retos que afrontan los sistemas Massive MIMO en la actualidad es encontrar técnicas de detección de baja dificultad para poder emplearse en el UL [2]. Inicialmente se presentó como solución a este problema las técnicas de detección conocidas como ZF y MMSE [25], dado que son receptores lineales que se pueden llevar

a la práctica sin demasiada complejidad y aportan valores notables de SE y de EE [37]. Además, como los sistemas Massive MIMO se caracterizan por su elevado número de antenas en la BS, los detectores lineales ZF y MMSE son capaces de alcanzar, prácticamente, un rendimiento en BER insuperable, gracias a la propiedad de endurecimiento del canal [2]. A continuación, expondremos el funcionamiento de los detectores ZF y MMSE, así como las ventajas e inconvenientes que exhiben:

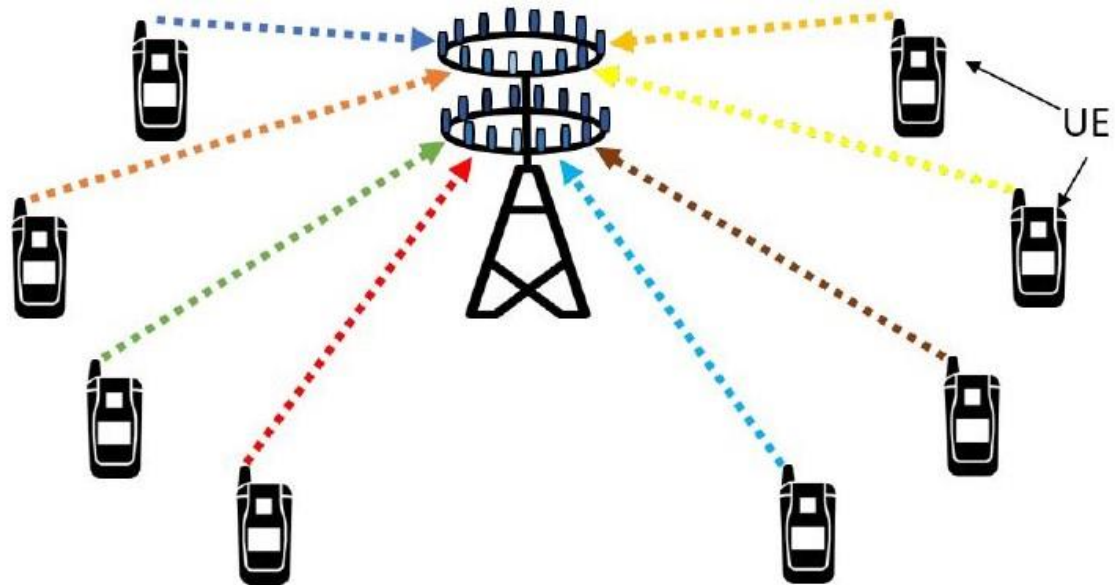
- ZF: la técnica de detección ZF utiliza la matriz de filtrado  $\mathbf{W}$ , la cual se expresa como  $\mathbf{W} = (\mathbf{H}^H * \mathbf{H})^{-1} * \mathbf{H}^H$ , para suprimir las imperfecciones causadas por el canal en el vector recibido  $\mathbf{y}$ . La matriz de filtrado  $\mathbf{W}$  se emplea sobre el vector recibido  $\mathbf{y}$  para estimar las señales transmitidas. La ecuación que define a la técnica de detección ZF se expresa como:  $\mathbf{x}_{ZF} = (\mathbf{H}^H * \mathbf{H})^{-1} * \mathbf{H}^H * \mathbf{y}$  [2]. Aunque el detector ZF reduce considerablemente la interferencia entre antenas, si las matrices de canal se encuentran mal condicionadas, el ruido aditivo se incrementa [25], lo que se traduce en un peor rendimiento en términos de BER [2]. De igual forma, cuando el canal se caracteriza por tener amplios desvanecimientos en su respuesta en frecuencia el ruido se amplifica al aplicar el detector [6].
- MMSE: la técnica de detección MMSE, como su propio nombre señala, consiste en minimizar el error cuadrático medio existente entre el vector de transmisión  $\mathbf{x}$  y una transformación lineal del vector recibido  $\mathbf{y}$ . Su matriz de transformación lineal, denominada como  $\mathbf{W}$ , se calcula como  $\mathbf{W} = \left( \mathbf{H}^H * \mathbf{H} + \frac{\sigma^2}{E_x} * \mathbf{I}_K \right)^{-1} * \mathbf{H}^H$ , donde  $\sigma^2$  es la potencia media de ruido por antena receptora y  $E_x$  es la potencia media de la señal por antena transmisora. La ecuación que define a la técnica de detección MMSE se expresa como:  $\mathbf{x}_{MMSE} = \left( \mathbf{H}^H * \mathbf{H} + \frac{\sigma^2}{E_x} * \mathbf{I}_K \right)^{-1} * \mathbf{H}^H * \mathbf{y}$  [2]. Las ventajas que aporta la técnica de detección MMSE consisten en que es capaz de ofrecer una precisión excelente [25] y, además, brinda la habilidad de eliminar las interferencias existentes entre múltiples MTs [39] en sistemas multicelulares multiusuario [5], por lo que desempeña una tarea vital a la hora de disminuir la contaminación piloto [39]. A pesar de estas atractivas cualidades, tiene una desventaja consistente en la dificultad de cálculo que supone realizar la inversa de la matriz  $\left( \mathbf{H}^H * \mathbf{H} + \frac{\sigma^2}{E_x} * \mathbf{I}_K \right)$  cuando se incrementa el número de antenas [25], lo que produce una demora en el procesamiento de la señal [2].

Comparando ambos detectores, podemos observar que el detector MMSE ofrece un mejor rendimiento que el detector ZF, dado que tiene en cuenta la potencia de ruido en la detección [25] y es capaz de sobreponerse al incremento del ruido. Además, obtiene valores más moderados de BER [2]. Por desgracia, el detector MMSE necesita de un conocimiento del canal superior al requerido por el detector ZF [45].

Podemos concluir que, aunque las técnicas de detección lineal ZF y MMSE consiguen un rendimiento excelente, dado que brindan valores mejorados de BER [2] y logran eliminar interferencias [39], computacionalmente son demasiado complejas ya que ambos

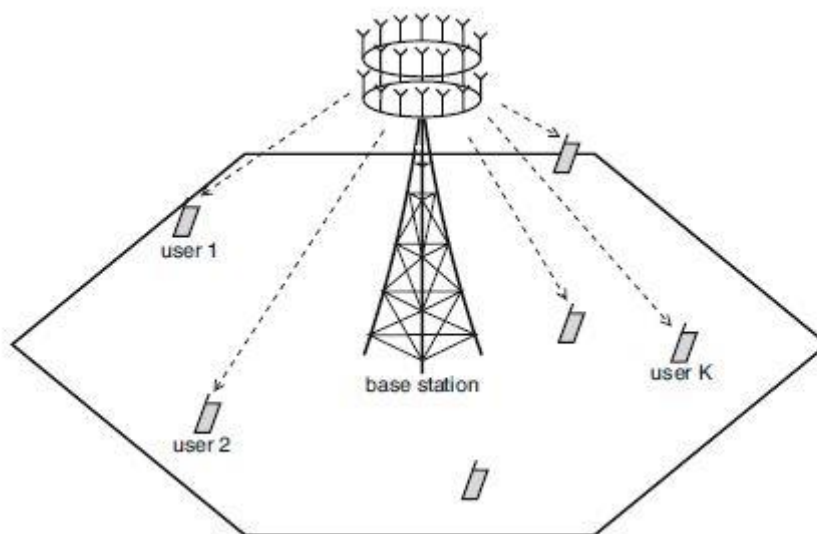
detectores necesitan realizar la inversa de grandes matrices. Es por ello por lo que su implementación en la tecnología Massive MIMO resulta complicada [25].

## 2.6 Funcionamiento de los enlaces en los sistemas Massive MIMO



**Figura 12.** Representación del UL en un sistema Massive MIMO [25].

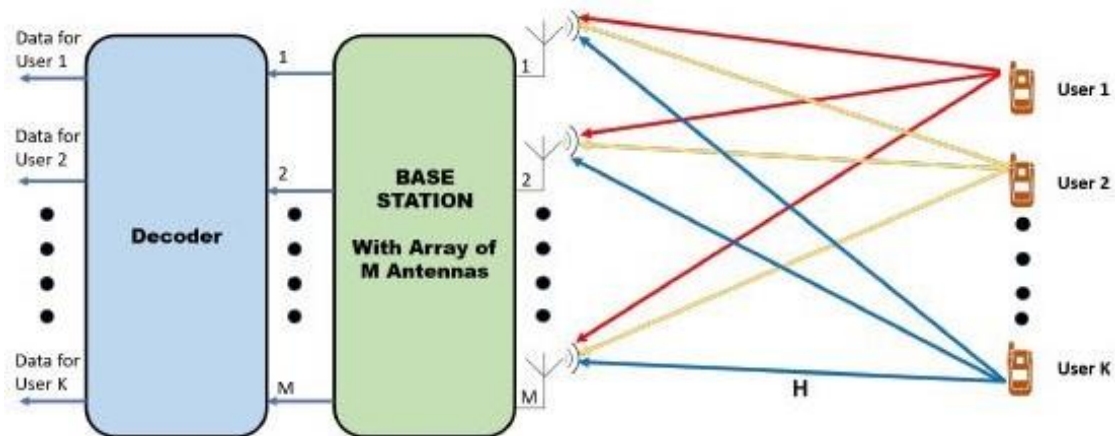
El enlace ascendente, como se clarifica en la Figura 12, se emplea tanto para enviar datos como para enviar la señal piloto desde cada MT a la BS. Por el contrario, el enlace descendente, como se elucida en la Figura 13, se destina para transmitir datos o para estimar la matriz de canal  $\mathbf{H}$ , gracias a la utilización de las señales piloto emitidas durante el UL, entre la BS y los MTs. El rendimiento del DL en los sistemas Massive MIMO se mide en función de lo preciso que sea el CSI y de la técnica de precodificación que se utilice [25].



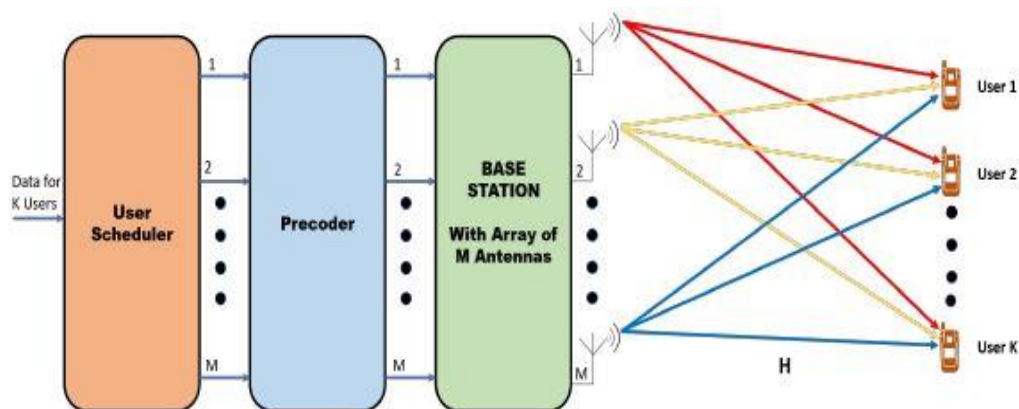
**Figura 13.** Representación del DL en un sistema Massive MIMO [10].

Los sistemas Massive MIMO se componen por  $K$  MTs, los cuales, por regla general, se caracterizan por tener una sola antena, y por una BS, la cual emplea  $N_R$  antenas. De

manera que el número de antenas en la BS va a ser mayor que el conjunto de antenas de los  $K$  MTs, es decir  $N_R \gg N_T$  (siendo  $N_T$  el conjunto de todas las antenas que hay en los  $K$  MTs). Como se observa en la Figura 14 y en la Figura 15, cada uno de los  $K$  MTs se comunica con cada antena de la BS mediante un UL o un DL. Gracias a la configuración de que disponen los sistemas Massive MIMO, la BS transmite información de manera independiente a los  $K$  MTs a la vez [25].



**Figura 14.** Estructuración del UL en un sistema Massive MIMO<sup>6</sup> [25].



**Figura 15.** Organización del DL en un sistema Massive MIMO<sup>6</sup> [25].

## 2.7 Ventajas de los sistemas Massive MIMO frente a los sistemas MIMO

Los sistemas Massive MIMO ofrecen una SE mayor que los sistemas MIMO gracias a que el array de antenas que hay en la BS dirige los haces, los cuales son más estrechos, hacia el MT. De hecho, se ha comprobado que la SE que se obtiene en los sistemas Massive MIMO es diez veces mejor que la que se logra en los sistemas MIMO utilizados para 4G/LTE [25]. Así mismo, dado que son capaces de enfocar el array de antenas en una sección concreta, la energía liberada se va a concentrar en esa sección específica, lo que va a resultar en un incremento de la EE [46]. Igualmente, como los haces que emplean son más estrechos, se consigue realizar un seguimiento del MT de una manera más segura y precisa [25]. Por otro lado, los sistemas Massive MIMO son robustos frente a

<sup>6</sup> De acuerdo con la notación que estamos utilizando en este trabajo, el número máximo de antenas receptoras en la BS se expresa mediante el parámetro  $N_R$ .

las interferencias internas, las cuales se producen por fallos de hardware en los elementos que conforman las cadenas de radiofrecuencia de los MTs y de la BS [7], y externas, las cuales ocurren entre los MTs. Además, debido a la gran cantidad de antenas que hay en la BS, pueden seguir funcionando correctamente, aunque fallen una o más antenas [25]. Igualmente, como consecuencia del elevado número de antenas, no les afecta tanto el desvanecimiento como a los sistemas MIMO [47]. Además de todo esto, los sistemas Massive MIMO proporcionan más seguridad gracias a que los canales de los MTs no interfieren entre sí y a que los haces que se dirigen hacia el MT son estrechos [25]. De igual manera, debido al gran número de antenas en la BS, brindan mayor fiabilidad al enlace dado que aumentan la ganancia de diversidad espacial, la cual se define como la pendiente con la que la probabilidad de error decrece con respecto a la SNR [21], [25]. La ganancia de diversidad espacial y la fiabilidad son proporcionales ya que, cuando una se incrementa, la otra también.

Como consecuencia de la ganancia de agrupación de antenas y de la SM que proporcionan los sistemas Massive MIMO, se consiguen una tasa de datos y una capacidad altas en los sistemas implementados con esta tecnología. De hecho, en el año 2020, empleando la tecnología Massive MIMO, se consiguió una tasa de datos de pico de 10 Gbps frente a los 100 Mbps que se logró en el año 2012 utilizando MU-MIMO (*Multi-User MIMO*) [46].

Otra ventaja que exhibe esta tecnología es que, a diferencia de los amplificadores utralineales que emplean los sistemas MIMO convencionales, los amplificadores que utilizan los sistemas Massive MIMO son más sencillos y usan muy poca potencia [47].

En este capítulo, se han revisado los conocimientos teóricos necesarios para comprender los conceptos MIMO y Massive MIMO, así como también las técnicas que emplean y la estimación del canal que efectúan. Igualmente, se detalla el funcionamiento del UL y DL y se exponen las ventajas que ofrece una tecnología con respecto a la otra. En el siguiente capítulo, se caracteriza el efecto indeseado del hardware conocido como PN y se mencionan los efectos perjudiciales que provoca en los sistemas Massive MIMO.



### 3 Descripción del ruido de fase

La señal que se obtiene en un oscilador ideal es una onda sinusoidal pura en la que apenas va a haber variación de la frecuencia con el paso del tiempo. La cuestión es que esto no sucede en la práctica, ya que las señales sufren perturbaciones como consecuencia del ruido térmico y de la inestabilidad de los dispositivos, fenómenos que se agravan en el caso de componentes de bajo coste [25], [48]. Aunque estas perturbaciones apenas perjudican a la amplitud, generan variaciones aleatorias en la fase de la señal. Este suceso se denomina ruido de fase y afecta a todas las señales inalámbricas [48].

Como consecuencia del PN, los sistemas Massive MIMO se ven damnificados por los efectos producidos por el error de fase común (CPE, *Common Phase Error*), el ICI y el envejecimiento del canal. A diferencia de este último, tanto el CPE como el ICI ocurren cuando se trabaja en el contexto OFDM. A continuación, procederemos a describir en qué consisten y que efectos negativos provocan estos fenómenos en los sistemas Massive MIMO:

- CPE: actúa sobre las subportadoras y es capaz de producir una atenuación o rotación idéntica para todos los símbolos que componen la constelación de la señal. Para corregir este fenómeno basta simplemente con emplear señales piloto [6].
- ICI: se genera a partir de los  $N - 1$  símbolos de las subportadoras adyacentes, donde  $N$  es el número de subportadoras que posee el sistema OFDM. Debido a que posee un valor distinto para cada subportadora, su cancelación se complica considerablemente. Cuanto más próximas estén unas subportadoras de otras más se va a ver dañado el sistema por el fenómeno ICI. Es por ello por lo que las subportadoras centrales son las más afectadas, porque tienen un gran número de subportadoras vecinas. En cambio, las subportadoras más alejadas, apenas se ven perjudicadas por la distorsión [6].

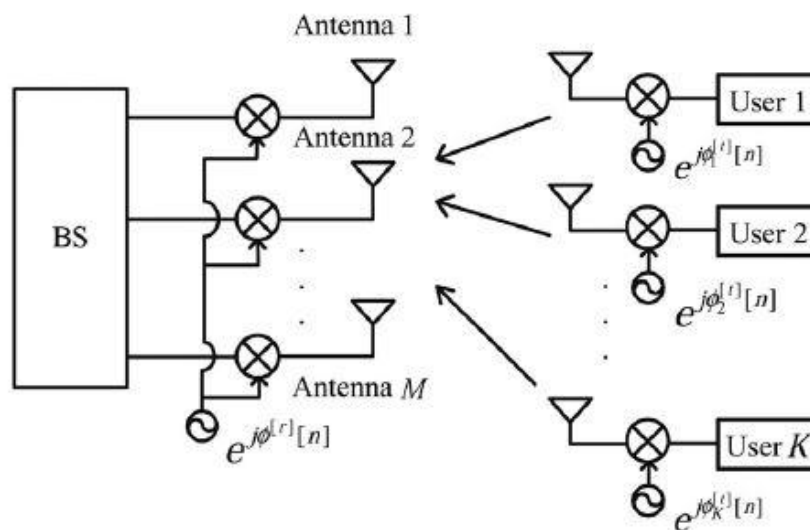
En el sistema de modulación OFDM el grado de afectación del PN a cada componente depende del BW del PN y de la separación de las subportadoras. Por lo tanto, si el BW del PN es mayor que la separación entre las subportadoras, entonces el PN afecta a varias subportadoras vecinas, provocando un elevado grado de ICI [6].

- Envejecimiento del canal: se produce cuando la matriz de canal  $\mathbf{H}$  estimada, obtenida en la BS a través de las señales piloto transmitidas por los MTs en la transmisión UL, difiere de la real [29].

Dado que las señales piloto que envían los MTs en la transmisión UL son ortogonales en el tiempo, cuando un MT está transmitiendo, los demás  $K - 1$  MTs están sin ejercer ninguna actividad. Gracias a ello, la BS es capaz de estimar el CSI de manera sencilla, y a su vez permite compensar el fenómeno del envejecimiento del canal [29].

En los sistemas Massive MIMO el PN se introduce en el transmisor durante la conversión ascendente cuando la señal en banda base se multiplica por la señal portadora generada por el oscilador local. Las variaciones de fase de la señal portadora provocan que la fase de la señal modulada se desplace aleatoriamente, resultando en una distorsión de la fase de la señal transmitida. Un proceso similar sucede en el receptor durante la conversión descendente de la señal de paso banda a banda base [49]. Todas las distorsiones multiplicativas que desplazan la señal original, relacionadas con el PN, tanto en el transmisor como en el receptor se acumulan en la señal recibida.

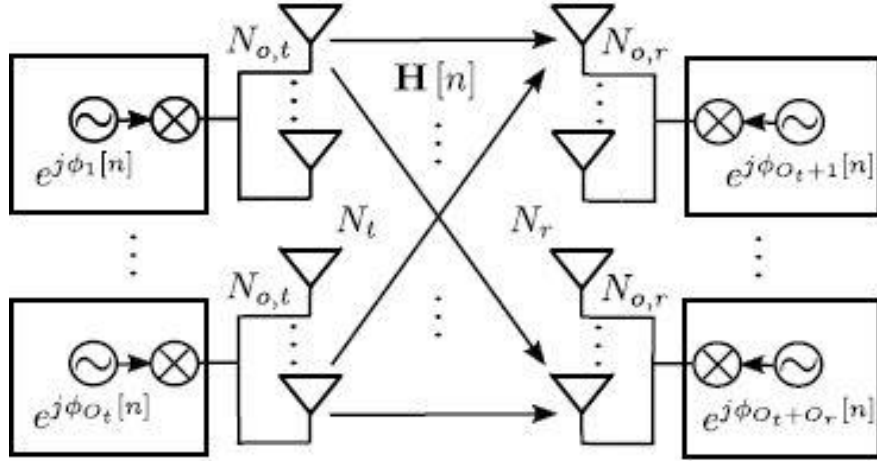
En el UL de un sistema Massive MIMO el PN que produce un MT es independiente del PN de todos los demás MTs [4]. En la BS el PN puede darse en dos situaciones: la primera situación, la cual se denomina operación síncrona y se refleja en la Figura 16, ocurre cuando la BS utiliza un LO común para todas las antenas, de forma que los procesos de PN son los mismos en las señales de todas las antenas. En cambio, en la segunda situación, que tiene por nombre operación no síncrona, la BS emplea diferentes LOs, de forma que los procesos de PN en las señales de todas las antenas de la BS son independientes [37].



**Figura 16.** Disposición de un sistema Massive MIMO compuesto por un LO independiente para cada MT y una BS operando en funcionamiento síncrono<sup>7</sup> [37].

Antes de entrar en más detalles, debemos introducir en primer lugar algunos conceptos con el fin de hacer más comprensible la notación que vamos a mostrar a continuación:  $O_t$  es el número de osciladores en transmisión y  $O_r$  es el número de osciladores en recepción. El número de osciladores que hay en transmisión y recepción no tiene por qué coincidir con el número de antenas que poseen el transmisor y el receptor.

<sup>7</sup> En conformidad con la notación que estamos usando en este trabajo, el número máximo de antenas receptoras en la BS se refleja mediante el parámetro  $N_R$ .



**Figura 17.** Representación de un sistema Massive MIMO, en el que los distintos osciladores que componen el sistema insertan procesos de PN independientes<sup>8</sup> [50].

Como podemos observar en el sistema Massive MIMO que aparece en la Figura 17, el lado transmisor, además de estar compuesto por  $N_T$  antenas transmisoras, va a estar equipado con  $O_t$  osciladores. Cada uno de los  $O_t$  osciladores alimenta a  $N_{o,t} = \frac{N_T}{O_t}$  antenas. De la misma manera, el lado receptor, además de estar formado por  $N_R$  antenas receptoras, va a estar provisto de  $O_r$  osciladores, en donde cada uno de los  $O_r$  osciladores alimenta a  $N_{o,r} = \frac{N_R}{O_r}$  antenas [50].

La ecuación que describe la relación entrada-salida en un sistema MIMO, y por ende en un sistema Massive MIMO, cuando se introducen procesos de PN en el transmisor y en el receptor, para el instante  $n = 1, 2, \dots$ , viene dada por [50]:

$$\mathbf{y}[n] = \mathbf{\Phi}_R[n]\mathbf{H}[n]\mathbf{\Phi}_T[n]\mathbf{x}[n] + \mathbf{z}[n]$$

donde:

- $\mathbf{H}[n]$  es la matriz de canal  $N_R \times N_T$  en el instante  $n$ . Como suponemos que la matriz de canal  $\mathbf{H}[n]$  es constante, se puede definir de manera más sencilla a través de  $\mathbf{H}$  [50].
- $\mathbf{\Phi}_T[n] = \text{diag}(e^{j\phi_1[n]}, \dots, e^{j\phi_{O_t}[n]}) \otimes \mathbf{I}_{N_{o,t}}$  es la matriz diagonal de los coeficientes de PN en el lado transmisor, en el instante  $n$ . En cambio,  $\mathbf{\Phi}_R[n] = \text{diag}(e^{j\phi_{O_t+1}[n]}, \dots, e^{j\phi_{O_t+O_r}[n]}) \otimes \mathbf{I}_{N_{o,r}}$  es la matriz diagonal de los coeficientes de PN en el lado receptor, en el instante  $n$  [50]. Tanto para la transmisión como para la recepción, se supone que ambos son desconocidos [51].
- $\mathbf{x}[n]$  es el vector columna de los símbolos transmitidos por las  $N_T$  antenas que hay en el lado transmisor en el instante  $n$  [51].
- $\mathbf{y}[n]$  es el vector columna de las muestras recibidas por las  $N_R$  antenas que hay en el lado receptor en el instante  $n$  [51].

<sup>8</sup> Con arreglo a la notación que estamos manejando en este trabajo, el número máximo de antenas transmisoras y el número máximo de antenas receptoras se señalan a través de los parámetros  $N_T$  y  $N_R$ .

- $\mathbf{z}[n]$  se define como un vector de ruido gaussiano de  $N_R$  componentes, que se añade como procesos independientes al vector de señal recibida por las  $N_R$  antenas. Estas muestras de ruido se consideran: circularmente invariantes, con media cero y con varianza  $\sigma^2$ <sup>9</sup> por dimensión real [51].

Los procesos de PN en las señales de las antenas de los MTs y de la BS se pueden modelar como procesos de Wiener. La caracterización de los procesos de PN para la antena  $i$ -ésima de la BS, siendo  $i \in \{1, \dots, N_R\}$ , para un valor de tiempo discreto  $n$  viene dada por:

$$\emptyset_i[n] = \emptyset_i[n-1] + w_i[n], \quad i = 1, \dots, O_r + O_t, n = 1, 2, \dots$$

Donde  $\emptyset_1[0], \dots, \emptyset_{O_r+O_t}[0]$  son independientes y uniformemente distribuidos sobre  $[0, 2\pi)$  y  $w_1[n], \dots, w_{O_r+O_t}[n]$  son procesos gaussianos blancos independientes de media cero y varianza  $\rho^2$  [50]. La varianza se obtiene como  $\rho^2 = 4\pi^2 f_c^2 c T_s$  donde  $f_c$  es la frecuencia de la portadora,  $T_s$  es el periodo de símbolo y  $c$  es una constante que depende del oscilador [49].

De forma similar se definen los procesos de PN en los MTs. Con la salvedad de que cambia el índice, ahora denotado por  $j$ , con  $j \in \{1, \dots, K\}$ .

El ruido de fase genera un empeoramiento en el rendimiento del sistema que componen los MTs y la BS, ya que, debido a los fenómenos descritos anteriormente, tienen lugar las siguientes consecuencias: degradación de la SINR como consecuencia del fenómeno conocido como envejecimiento del canal [41], que a su vez reduce la calidad de la información del estado del canal en el receptor (CSIR, *Channel State Information at the Receiver*) disponible en la BS [29], degradación de la SE [9], degradación de la BER, ya que los símbolos de la constelación sufren un giro de fase aleatorio que es más perjudicial cuanto mayor sea el orden de la modulación [48], desactualización de la información del estado del canal en el transmisor (CSIT, *Channel State Information at the Transmitter*) [9] y destrucción de la ortogonalidad de las subportadoras en el sistema de modulación OFDM [7].

En este capítulo, se han descrito los conocimientos teóricos necesarios para entender el efecto indeseado conocido como ruido de fase, así como los fenómenos y consecuencias perjudiciales que provoca en los sistemas Massive MIMO. En el siguiente capítulo, se introduce un algoritmo de estimación y compensación, denominado algoritmo EM, el cual permite atenuar estos efectos perniciosos.

---

<sup>9</sup> Resaltar que, aunque la potencia media de ruido por antena receptora y la varianza se expresan igual, es decir a través de  $\sigma^2$ , son conceptos distintos. Lo mismo sucede con la SNR de una sola antena y la varianza, dado que ambos términos se indican mediante el parámetro  $\rho$ . Así mismo, para respetar la notación de las fuentes a las que hacemos referencia en este trabajo, la varianza se puede definir tanto con el parámetro  $\sigma^2$  como con el parámetro  $\rho^2$ .

## 4 Explicación del algoritmo EM

Este capítulo está organizado en dos apartados: en el primer apartado detallaremos qué es el algoritmo EM, hablaremos sobre su historia, en qué campos se aplica, cómo se calcula y qué ventajas e inconvenientes posee. Por su parte, en el segundo apartado especificaremos cómo se realiza la estimación y compensación del ruido de fase aplicando el algoritmo EM, según el trabajo de investigación en que se basa el desarrollo del programa de simulación preexistente que se utiliza en el presente TFG.

### 4.1 Algoritmo EM

El algoritmo EM se aplica en modelos probabilísticos para encontrar la estimación de máxima verosimilitud en presencia de datos incompletos [52]. El método de máxima verosimilitud es un procedimiento matemático, el cual se emplea para estimar los parámetros desconocidos de un modelo estadístico en función de los valores de probabilidad que presentan los datos observados [53]. En estadística, el término dato observable hace referencia a toda variable que puede calcularse mediante mediciones directas, como por ejemplo el peso y la altura corporal, y el término dato no observable se define como toda variable que no puede calcularse mediante mediciones directas, como por ejemplo la inteligencia. Para poder medirlas se utilizan las variables observables [54].

Aunque el algoritmo EM había sido desarrollado y utilizado, de manera independiente, por múltiples investigadores, como por ejemplo Baum en 1970, Hartley y Hocking en 1971, Orchard y Woodbury en 1972 y Sundberg en 1974 [55], no fue hasta 1977 que los investigadores Dempster, Laird y Rubin juntaron todos los estudios previos que había sobre el algoritmo en uno solo y lo titularon como *Expectation-Maximization Algorithm* [56].

El algoritmo EM se aplica, por ejemplo, en el campo de la genética, en donde los datos observables corresponden al fenotipo y los datos no observables al genotipo, para la estimación de los parámetros de las distribuciones de mezcla, en estudios econométricos, clínicos y psicológicos en los cuales hay variables desconocidas que afectan al resultado, en la teoría de los métodos estadísticos, en el procesamiento de señales, en la reconstrucción de imágenes tomográficas o en el entrenamiento de modelos ocultos de Markov para el reconocimiento del habla. A partir de 1985 se comenzó a utilizar el algoritmo EM en las áreas de ingeniería para el modelado ARMA (*AutoRegressive Moving Average*), para la reconstrucción, procesamiento y modelado de imágenes, para el reconocimiento de patrones y entrenamiento de redes neuronales, para la supresión del ruido, para la espectroscopia, para la estimación del tiempo de retardo y en el ámbito de la teoría de información para calcular la capacidad del canal [56].

El algoritmo EM se aplica sobre un conjunto de datos observados y su objetivo es encontrar la estimación de máxima verosimilitud de las estimaciones de ciertos

parámetros relacionados con los datos. Se compone de dos pasos que se realizan de manera iterativa hasta alcanzar la convergencia:

- Paso E o Paso de Esperanza: se calcula la expectativa condicional de la función logarítmica de verosimilitud de los datos completados con la siguiente ecuación:

$$Q(\theta|\theta_n) = E[\ln f(X|\theta)|Y = y, \theta_n]$$

Donde  $Y$  representa el conjunto de datos incompletos observados,  $X$  representa el conjunto de datos completos no observados,  $f(X|\theta)$  representa la densidad de probabilidad de los datos completos en función del parámetro  $\theta$ ,  $y$  son los datos actuales observados y finalmente  $\theta_n$  es el valor actual estimado del parámetro  $\theta$  [57].

- Paso M o Paso de Maximización: se maximiza la función  $Q(\theta|\theta_n)$  con respecto al parámetro  $\theta$ . Al realizar esta maximización aparece una nueva variable,  $\theta_{n+1}$ , que se obtiene según la siguiente expresión:

$$\theta_{n+1} = \arg \max Q(\theta|\theta_n)$$

Donde  $\theta_{n+1}$  es el valor actual estimado del parámetro  $\theta$  en la iteración sucesiva [57].

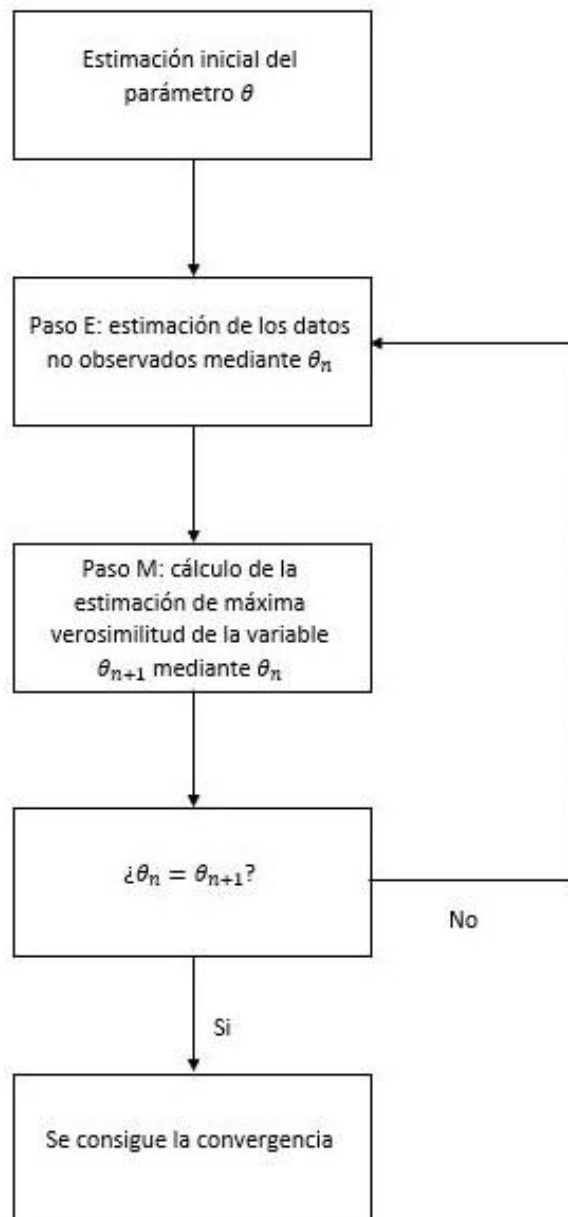
En cada iteración del algoritmo EM se calcula un valor del parámetro  $\theta$ , es decir  $\theta_n$ , de tal manera que se consigue que la función de verosimilitud no decrezca, en otras palabras, con cada iteración el parámetro estimado  $\theta_n$  proporciona un incremento en la función de verosimilitud hasta que se alcanza un máximo local, instante en el cual se alcanza la convergencia [53], ya que la función de verosimilitud no puede aumentar más pero tampoco puede decrecer [56].

Para poder utilizar el algoritmo EM se deben cumplir dos condiciones: en primer lugar, debe ser sencillo obtener los valores esperados para los datos no observables. En segundo lugar, la maximización de la función de verosimilitud, condicionada a los valores deseados para los datos no observables, ha de ser directa dado que el algoritmo EM realiza el paso E y el paso M iterativamente [58].

Dado que el funcionamiento del algoritmo EM puede resultar un tanto complicado de entender, a través de la Figura 18 que aparece a continuación, se intenta ofrecer, de manera visual, una mayor comprensión del algoritmo.

Como se refleja en el diagrama de flujo que aparece en la Figura 18, primeramente, dado que no se conocen los datos no observados, el algoritmo EM realiza una estimación inicial del parámetro  $\theta$ , la cual se denomina como  $\theta_0$ . Acto seguido, en el paso E, se efectúa la estimación de los datos no observados mediante el valor actual estimado del parámetro  $\theta$ , es decir  $\theta_n$ . Seguidamente, en el paso M se calcula la estimación de máxima verosimilitud de la nueva variable  $\theta_{n+1}$ , la cual se define como la estimación del parámetro  $\theta$  en la siguiente iteración. Finalmente, si el valor de la estimación actual y la

estimación de la siguiente iteración coinciden se alcanza la convergencia; si no es el caso, se retorna nuevamente al paso E.



**Figura 18.** Representación del diagrama de flujo del algoritmo EM.

La ventaja que presenta el algoritmo EM con respecto a otros algoritmos de optimización es que numéricamente es estable [57], es fácil de implementar, resistente y sencillo [53], dado que posee un grado de dificultad computacional bajo [59]. También cabe resaltar que gracias a la disposición que posee la función de verosimilitud de datos completos se resuelve de manera más fácil la implementación del Paso E y el Paso M para muchos problemas estadísticos. Otra ventaja que ofrece el algoritmo EM es que al

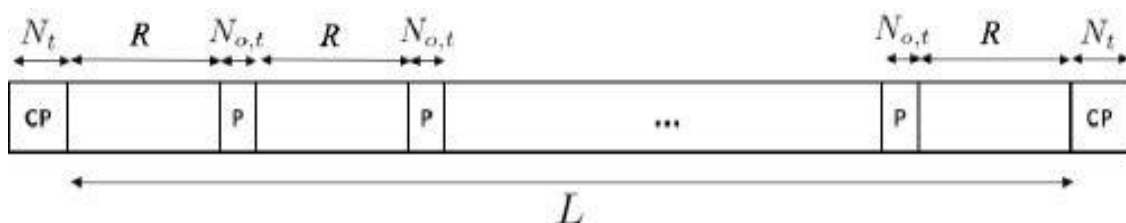
no necesitar mucha memoria de almacenamiento puede implementarse en ordenadores que tengan menor capacidad de procesamiento [55].

La desventaja que presenta el algoritmo EM es que suele converger a una velocidad extremadamente lenta en puntos cercanos al máximo local. Este suceso está relacionado con la cantidad de datos incompletos [57]. De hecho, cuanto mayor sea la proporción de datos incompletos más lenta será la velocidad a la que se consiga la convergencia [59].

A pesar de las desventajas expuestas, la razón por la que el algoritmo EM se utiliza tanto se debe a su simplicidad, al rápido progreso inicial que se experimenta y a las propiedades generales de convergencia que lo hacen muy interesante para implementarlo en problemas de estimación [59].

## 4.2 Aplicación del algoritmo EM en el ruido de fase

Para poder detectar y corregir los posibles errores que se producen en los sistemas Massive MIMO tanto por el PN, que introducen los osciladores durante la transmisión y recepción de señales, como se aprecia en la Figura 17, como por la propagación por el canal de la información enviada por los  $K$  MTs, se utiliza un codificador de canal, el cual organiza la información transmitida en palabras código. A continuación, las palabras código se mapean en un flujo de símbolos, los cuales emplean como modulación una QAM (*Quadrature Amplitud Modulation*) y se agrupan con las señales piloto transmitidas por los  $K$  MTs para configurar el esquema que aparece en la Figura 19 [50].

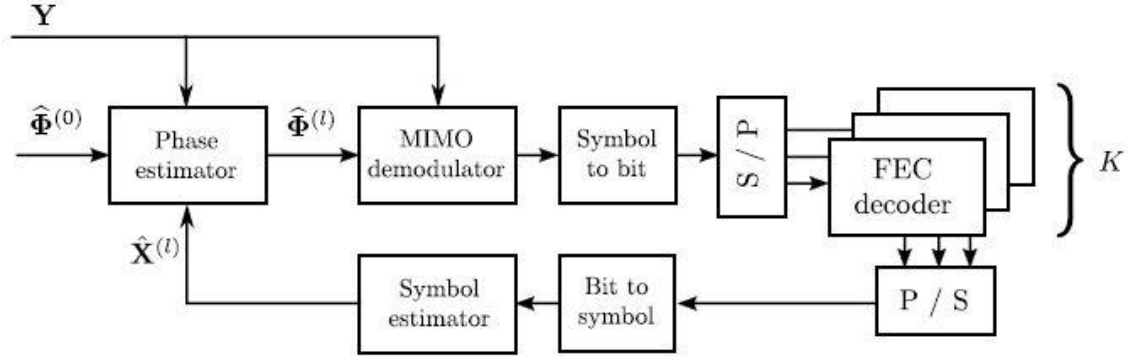


**Figura 19.** Esquema de los elementos que conforman la trama junto con el número de símbolos que constituye cada parte [50].

Como podemos observar, inicialmente se produce una transmisión de pilotos, que denominaremos CP (*Channel-Pilots*), los cuales sirven para estimar la matriz de canal  $\mathbf{H}$  y tiene una duración de  $N_T$  usos de canal. Seguidamente, comienza una trama, la cual tiene una extensión de  $L$  usos de canal, que se va a componer por un número de vectores de símbolo, cada uno con una duración de  $R$  usos de canal, y por un número de transmisiones de señales piloto ortogonales, las cuales denotaremos como  $P$  (*Pilots*), y cuya duración será  $N_{o,t}$  usos de canal cada una. Estas señales piloto enviadas sirven para estimar los procesos de suma de PN de cada una de las posiciones desde donde se transmiten las señales piloto. Siendo los procesos de suma de PN la estimación de la suma de las muestras de PN generadas en el transmisor y en el receptor. Acto seguido, dado que para que el algoritmo EM funcione correctamente se necesitan los procesos de PN atómicos (individuales), se emplea un filtro MMSE para estimar las muestras de PN que se generan en el transmisor y en el receptor por separado. Por último, mediante



el método de interpolación lineal, se logra realizar una estimación inicial del PN de los vectores de símbolo [50], la cual constituye el principio del receptor que se utiliza en este trabajo para estimar y posteriormente compensar el PN que afecta al UL de un sistema Massive MIMO, a través de la aplicación del algoritmo iterativo EM.



**Figura 20.** Configuración del receptor iterativo en cuestión [50].

Como se muestra en la Figura 20, al bloque “Phase estimator” le llegan tres entradas:  $\hat{\Phi}^{(0)}$ ,  $\hat{X}^{(l)}$  e  $\mathbf{Y}$ . En la primera iteración, únicamente se tiene en consideración  $\hat{\Phi}^{(0)}$  e  $\mathbf{Y}$ , ya que  $\hat{X}^{(l)}$ , que son los símbolos transmitidos estimados, no está disponible.  $\hat{\Phi}^{(0)}$  es la estimación del PN inicial, que como hemos explicado previamente, se obtiene gracias a la transmisión de las señales piloto  $P$ , a un filtro MMSE y a la técnica de interpolación lineal, e  $\mathbf{Y} = (y[1], \dots, y[L])$  son los  $L$  vectores de símbolo que se obtienen al transmitir los  $L$  vectores de símbolo  $\mathbf{X} = (x[1], \dots, x[L])$  por el canal. Dentro del bloque “Phase estimator”, se utiliza el algoritmo EM para obtener la estimación de máxima verosimilitud de las muestras de PN de los  $L$  usos de canal, es decir  $\hat{\Phi} = (\hat{\Phi}[1], \dots, \hat{\Phi}[L])$  [50]. Para efectuar el algoritmo EM, se parte de una estimación de PN inicial ( $\hat{\Phi}^{(0)}$ ) obtenida según se ha descrito anteriormente y se hacen los cálculos para cada iteración  $l$ , donde  $l = 1, 2 \dots$ , a través de dos pasos [51]:

- Paso E: se calcula el promedio de los símbolos transmitidos por el canal a través de la fórmula [50]:

$$h^{(l)}(\Phi) = E_{\mathbf{X}}^{(l)} \sum_{n=1}^L \frac{\Re\{\mathbf{x}^H[n] \Phi_T^H[n] \hat{\mathbf{H}}^H \Phi_R^H[n] \mathbf{y}[n]\} - \frac{1}{2} \|\hat{\mathbf{H}} \Phi_T[n] \mathbf{x}[n]\|^2}{\sigma^2 (1 + E_C^{-1} \mathbf{x}^H[n] \mathbf{x}[n])}$$

Donde  $E_{\mathbf{X}}^{(l)}$  es el promedio de todos los vectores transmitidos en la  $l$ -ésima iteración [51] y  $E_C$  es la energía promedio de las señales piloto CP [50]. Este modelo tiene en cuenta que la estimación de la matriz  $\mathbf{H}$  puede no ser perfecta y estar afectada por ruido AWGN.

- Paso M: se realiza la maximización mediante la ecuación [51]:

$$\hat{\Phi}^{(l)} = \arg \max_{\Phi} (h^{(l)}(\Phi) + \log f_A(\Phi))$$

Donde  $f_A(\Phi)$  se define como la distribución a priori de las muestras de PN de los  $L$  vectores de símbolo, es decir  $\hat{\Phi} = (\hat{\Phi}[1], \dots, \hat{\Phi}[L])$  [51].

La maximización que se consigue en el Paso M del algoritmo EM se obtiene mediante el algoritmo *steepest-descent* [51], el cual se aplica para estimar las muestras de PN [50].

El bloque “MIMO demodulator”, al cual le llega como entradas  $\hat{\Phi}^{(l)}$ , que representa la estimación del PN para la  $l$ -ésima iteración, e  $\mathbf{Y}$ , se encarga de estimar y compensar las muestras de PN de los  $L$  vectores de símbolo, así como de estimar los  $L$  vectores de símbolo transmitidos,  $\mathbf{X} = (x[1], \dots, x[L])$ , por los  $K$  MTs mediante las  $N_T$  antenas situadas en el lado transmisor. Inmediatamente después, al introducir la trama de  $L$  vectores de símbolo estimados en el bloque “Symbol to bit”, se obtiene una trama de bits, ya que cada símbolo estimado que se ubica en la trama se va a descomponer en un conjunto de bits. Posteriormente, al insertar la trama de bits en el bloque “S/P”, el cual se compone por un conversor S/P (*Serial to Parallel*), se consigue separar la trama de bits en varias secuencias de bits. Después, al introducir cada una de las secuencias de bits en cada uno de los decodificadores FEC (*Forward Error Correction*) que conforman el bloque “ $K$  decodificadores FEC”, el motivo por el que se emplean tantos decodificadores se debe a que cada uno de los  $K$  MTs va a utilizar su propio decodificador, se produce una corrección de los errores que se han generado en todo el proceso. Seguidamente, al insertar cada secuencia de bits corregida en el bloque “P/S”, el cual se compone por un conversor P/S (*Parallel to Serial*), se agrupan las secuencias de bits corregidas para generar una trama de bits. Acto seguido, al introducir la nueva trama de bits en el bloque “Bit to symbol”, a la salida se obtiene una trama de  $L$  vectores de símbolo. Finalmente, al insertar esta nueva trama en el bloque “Symbol estimator”, el cual se responsabiliza de realizar la estimación de los  $L$  vectores de símbolo, se obtiene  $\hat{\mathbf{X}}^{(l)}$ , que como hemos explicado previamente, se define como los símbolos transmitidos estimados. Como podemos contemplar, la salida que se obtiene en el bloque “Symbol estimator” se retroalimenta al bloque “Phase estimator” para la siguiente iteración, es decir para la  $(l+1)$ -ésima iteración [50].

En este capítulo, se han proporcionado los conceptos teóricos necesarios para comprender el algoritmo EM, así como su utilización para la estimación y compensación del ruido de fase en los sistemas Massive MIMO. En el siguiente capítulo, se expone cada una de las partes que integran al software de simulación que se emplea en este trabajo.

## 5 Descripción del software de simulación

A modo de inicio, en el primer apartado explicaremos los procedimientos y las configuraciones preliminares que tienen lugar en el software de simulación, el cual está escrito en el lenguaje de programación C++ y dispone de varios archivos y de una serie de clases que sirven para implementar cada bloque principal o auxiliar. Así mismo, en el segundo apartado comentaremos como se constituye el transmisor y que funciones realiza, en el tercer apartado argumentaremos el funcionamiento del canal MIMO que separa el transmisor del receptor y en el cuarto apartado expondremos el modo de operación y los elementos que conforman el receptor propuesto en este trabajo. Finalmente, para terminar el capítulo, el último apartado lo dedicaremos a mostrar las operaciones finales del software de simulación presentado, el cual se ha trabajado en el entorno de programación Visual Studio 2019 para poder generar los ejecutables.

### 5.1 Configuración inicial

El software de simulación que se utiliza en este trabajo comienza guardando la información que aparece en el fichero *"input\_massive\_MIMO\_PN\_LDPC.txt"*, la cual se introduce a través de una serie de parámetros y se emplea para dar como entrada al programa la configuración específica que va a caracterizar al transmisor, al canal y al receptor para cada simulación, en las variables declaradas al principio del código. A continuación, la información asignada en las variables se muestra en una ventana de comandos y en un fichero, cuyo nombre se compone por la palabra *"results"*, por una serie de cantidades numéricas, las cuales están relacionadas con los parámetros tomados del fichero de entrada, por el término *"MIMO\_LOS"* y por un numeral, el cual sirve para distinguir los ficheros que se generan en las distintas simulaciones cuando se emplean los mismos parámetros. Posteriormente, el programa procede a inicializar el codificador de canal mediante la clase *LDPC\_Encoder*, cuyos parámetros principales son el vector de conexiones de bits de comprobación de paridad, el tamaño del bloque de entrada del código y el tamaño de la palabra código. Acto seguido, el software pasa a inicializar el intercalador a través de la clase *Interleaver*, cuyo parámetro fundamental es el vector del intercalador de canal. Por su parte, el modulador se inicializa mediante la clase *Modulator*, cuyos parámetros más relevantes son el número de bits de modulación, el tamaño de la constelación, el vector de puntos de la constelación, el vector de mapeo de bits al punto de la constelación y el número de símbolos que contiene cada antena transmisora. A su vez, las señales piloto se inicializan a través de la clase *Pilot*, cuyos parámetros esenciales son el número de pilotos insertados, el vector en donde se almacenan las posiciones que ocupan los pilotos, el vector en el que se guardan los valores de los símbolos que contienen los pilotos al final de la trama y el número de símbolos y pilotos que entrega cada antena. A continuación, se inicializa el canal MIMO mediante la clase *Block\_Fading*, cuyos parámetros clave son el número de antenas transmisoras y receptoras, ambas expresadas en el programa a través de las variables  $N_t$  y  $N_r$ , y el tiempo de coherencia del canal. Seguidamente, el código inicializa el proceso de ruido gaussiano blanco aditivo mediante la clase *AWGN\_Channel*, en la cual, los parámetros más importantes son la desviación estándar de las variables

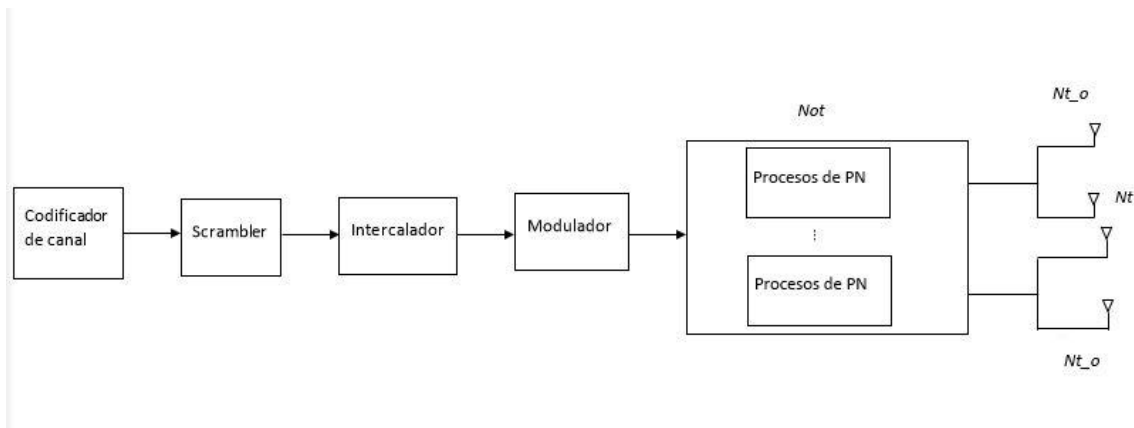
aleatorias gaussianas y la distribución gaussiana que caracteriza al ruido AWGN. Después, el programa inicializa el estimador de fase y el demodulador MIMO a través de la clase *MIMO\_Phase\_Detector\_Iterative\_gen\_bb*, cuyos parámetros elementales son el número de osciladores de transmisión y recepción, indicado en el software mediante las variables *N<sub>t</sub>* y *N<sub>r</sub>*, el número de antenas transmisoras y receptoras por oscilador, evidenciado en el código a través de las variables *N<sub>t\_o</sub>* y *N<sub>r\_o</sub>*, el número de pasos del algoritmo *steepest-descent*, el módulo de los puntos de la constelación, la energía promedio de la constelación y la varianza de ruido, y actualiza los parámetros que se emplean tanto para el modulador como para las señales piloto. Igualmente, el software inicializa los convertidores de símbolo a bit y de bit a símbolo mediante la clase *SISO Mapper*, cuyos parámetros primordiales son el número de alfabetos de entrada y de salida, los vectores de cardinalidad de cada alfabeto de entrada y de salida, el vector de mapeo de entrada/salida y el número total de entradas y salidas de la relación logarítmica de verosimilitud (LLR, *Log-Likelihood Ratio*). Más adelante, se inicializa el decodificador de canal a través de la clase *LDPC\_Decoder*, cuyos parámetros principales son el vector de comprobación de distribución de nodos y el vector de distribución de nodos variables, el número de unos en la matriz de control de paridad, los vectores para el cálculo de las conexiones del decodificador, el grado máximo de nodos de comprobación y la precisión de la representación del LLR. Por último, se inicializa el medidor de la tasa de error de bit mediante la clase *BER\_meter*, cuyos parámetros básicos son el número de bits erróneos, el número de tramas erróneas, el número de bits procesados y el número de tramas procesadas.

Por otro lado, el programa calcula la media y la desviación estándar de todos los elementos de la matriz del canal para poder generar las muestras estadísticas de los coeficientes que van a caracterizar al canal MIMO. Acto seguido, empieza el bucle de simulación, el cual se utiliza para enviar y recibir tramas para una SNR dada hasta que se cumple un criterio sobre el número de tramas erróneas, momento en que se pasa al siguiente valor de SNR, y así hasta barrer todos los valores de SNR previstos.

## 5.2 Transmisor

Como se muestra en la Figura 21, inicialmente la palabra de información todo ceros se introduce en el codificador de canal, obteniéndose a la salida la palabra codificada todo ceros. Como el código del software de simulación es lineal, no hay un paso de codificación explícito. Seguidamente, la trama recién creada se inserta en un bloque, indicado en el software a través de la clase *PN\_Source*, que actúa como un “*scrambler*”, el cual es un dispositivo que se emplea para enmascarar secuencias de bits para evitar que se transmitan solo ceros por el canal, las cuales se desenmascaran posteriormente en el receptor, adquiriendo a la salida una nueva trama de bits, la cual se origina al realizar la operación lógica XOR entre una secuencia de bits generada aleatoriamente y la trama de bits codificada. Acto seguido, al introducir como entrada la trama recién conformada en el intercalador, a la salida se obtiene la trama con los bits intercalados. A continuación, se inserta como entrada la trama con los bits intercalados en el modulador, obteniéndose a la salida una trama conformada por símbolos y señales

piloto. Inmediatamente después, se añaden los procesos de PN que se generan conjuntamente tanto en el transmisor como en el receptor.



**Figura 21.** Diagrama de los bloques que conforman el transmisor.

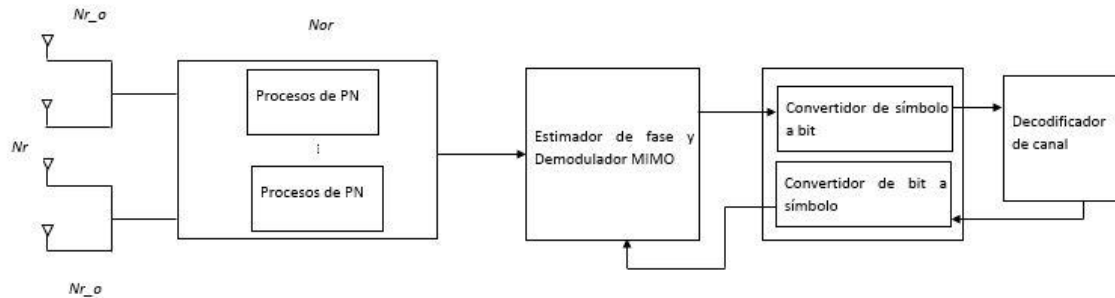
### 5.3 Canal MIMO

Como se detalla en el segundo capítulo mediante la ecuación  $\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n}$ , a la salida del canal MIMO se tiene la señal recibida en cada antena receptora como la suma de la señal transmitida por cada antena transmisora ponderada por las ganancias del trayecto correspondiente. Concretamente, en el software de simulación, al introducir la trama obtenida a la salida del transmisor en el canal, a la salida se genera una nueva, debido a los coeficientes del canal MIMO y al proceso AWGN que se añade.

### 5.4 Receptor

Nuevamente, se vuelve a añadir los procesos de PN en la trama que se obtiene a la salida del canal, con la salvedad de que en esta ocasión, únicamente se añaden los generados en el lado receptor. Seguidamente, como se observa en la Figura 22, la trama recién conformada se introduce como entrada en un bloque, el cual se compone por el estimador de fase y el demodulador, que devuelve a su salida el número de iteraciones que realiza el algoritmo *steepest-descent* y el vector de LLR de los puntos de la constelación actualizada. Inmediatamente después, este vector se introduce en un bloque, el cual se compone por los convertidores de símbolo a bit y de bit a símbolo. En el caso del convertidor de símbolo a bit, se obtienen las LLRs de los bits codificados, en cambio, en el caso del convertidor de bit a símbolo, se obtienen las LLRs actualizadas de los símbolos modulados. Antes de procesar el vector de LLRs de los bits codificados, obtenidos a la salida del convertidor de símbolo a bit, en el decodificador de canal, el programa realiza un paso intermedio, el cual consiste en intercambiar los elementos que lo conforman de manera aleatoria entre sí, a través de un intercalador. A la salida del decodificador de comprobación de paridad de baja densidad (LDPC, *Low-Density Parity Check*), se obtiene el vector de LLRs decodificados y el vector de LLR correspondiente a las palabras código. Una vez más, se vuelve a emplear el intercalador para intercambiar aleatoriamente los valores de este último vector entre sí. Para evitar posibles problemas de desbordamiento, se saturan los valores actualizados del vector de LLR correspondiente a las palabras código a un valor máximo en módulo, definido al inicio

del software de simulación. Finalmente, al introducir la trama de bits y el vector de LLRs decodificados en el medidor de la tasa de error de bit, se alcanza un cómputo del número de bits erróneos que hay en la trama.



**Figura 22.** Diagrama de los bloques que estructuran el receptor.

## 5.5 Configuración Final

Para terminar, el software de simulación almacena los resultados conseguidos en un nuevo fichero, cuyo nombre se compone por el acrónimo del error cuadrático medio (MSE, *Mean Square Error*), por una secuencia de cantidades numéricas, las cuales están relacionadas con los parámetros tomados del fichero de entrada, por el término “MIMO\_LOS” y por un numeral, el cual sirve para diferenciar los ficheros que se originan en las distintas simulaciones cuando se utilizan los mismos parámetros, y en el fichero descrito al inicio del primer apartado. Mientras que en el primer fichero aparecen los resultados del MSE, en el segundo fichero, así como también en la ventana de comandos, se visualiza el valor de la BER, calculada a partir del cociente entre el número de bits erróneos y el número de bits procesados, y de la tasa de error de trama (FER, *Frame Error Rate*), computada a partir del cociente entre el número de tramas erróneas y el número de tramas procesadas. Igualmente, en este último fichero, se muestran los resultados del promedio de iteraciones externas, las cuales corresponden al bucle que recorre el detector de fase, el demodulador y el decodificador de canal, de iteraciones internas, las cuales corresponden al decodificador LDPC, por cada iteración externa y de los pasos que realiza el algoritmo *steepest-descent* por iteración externa, el cual, recordemos que se utiliza para hacer el paso de maximización en el algoritmo EM.

En este capítulo, se pretende ofrecer una visión global de la labor que realiza el software de simulación bajo estudio a través de una explicación de cada una de las partes que lo componen, es decir, el transmisor, el canal y el receptor. En el siguiente capítulo, se analizan los resultados obtenidos en las simulaciones al variar ciertos parámetros, con el objetivo de esclarecer bajo qué condiciones se consiguen compensar mejor los efectos adversos que genera el ruido de fase.

## 6 Presentación de los resultados obtenidos en las simulaciones

La estructura de este capítulo se compone de seis apartados. En los cinco primeros, se modifican distintos parámetros del software de simulación. A su vez, cada uno de ellos se divide en dos subapartados, en los cuales se estudian los valores conseguidos en términos de BER y de MSE, con el objetivo de evidenciar bajo qué condiciones el receptor propuesto exhibe un mejor funcionamiento. En el último apartado, se ofrece un análisis comparativo de los resultados obtenidos en las simulaciones.

### 6.1 Resultados extraídos al variar la eficiencia de modulación

La eficiencia de modulación (*modulation efficiency*), la cual en el software de simulación se expresa a través de la variable entera  $m$ , se define como el conjunto de bits necesarios para conformar un símbolo y se mide en bits/símbolo. El tipo de modulación escogida es la QAM. En este primer apartado, se examinan los valores obtenidos de BER y de MSE cuando la eficiencia de modulación vale 2 bits/símbolo, 4 bits/símbolo, 6 bits/símbolo y 8 bits/símbolo mientras el resto de parámetros, los cuales analizaremos en los próximos apartados, permanecen fijos. Los valores dados a estos parámetros son los siguientes:

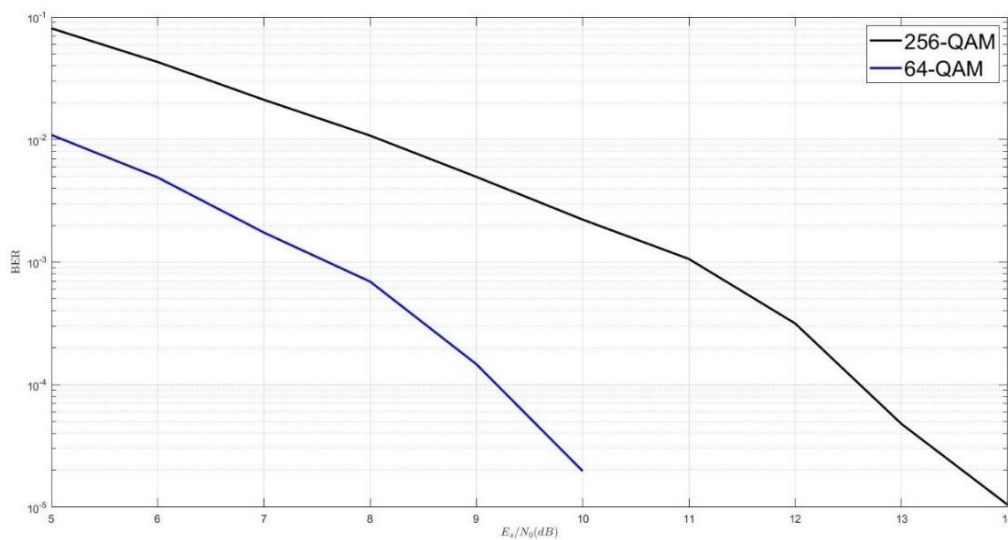
- El tamaño del intervalo de tiempo entre transmisiones de pilotos equivale a 16.
- El número de osciladores de transmisión vale 16.
- El número de antenas transmisoras por oscilador,  $N_{o,t}$ , es 2.
- El número de osciladores de recepción vale 4.
- El número de antenas receptoras por oscilador,  $N_{o,r}$ , es 16.

#### 6.1.1 Resultados alcanzados en términos de BER

El orden de modulación se define como el número de símbolos que pueden representarse en un diagrama de constelación y se calcula mediante la fórmula:  $2^m$ , donde  $m$  es la eficiencia de modulación. Por otro lado, la eficiencia espectral se precisa como el cociente entre el régimen binario, denotado analíticamente como  $R_b$ , y el BW, por lo que sus unidades son bits/s/Hz. Como el ancho de banda para una QAM con conformado de pulso óptimo se determina como  $\frac{R_b}{\log_2(M)}$ , al sustituir esta expresión en la fórmula de la SE, se consigue simplificar la ecuación como  $\log_2(M)$ . Esta ecuación, la cual únicamente es válida si se considera el conformado de pulso óptimo de Nyquist, se emplea solo a modo de límite comparativo.

Al aumentar el orden de modulación, y por ende la SE, considerando que en todos los casos se tiene la misma energía promedio de símbolo ( $E_s$ ), la distancia mínima entre símbolos en el diagrama de constelación se reduce, debido a que se encuentran más cercanos. Consecuentemente, el sistema se va a ver más perjudicado por el PN, lo cual provoca que, a su vez, la BER se incremente. Esta afirmación se puede constatar al observar la Figura 23, donde se representan los valores obtenidos de BER, en función de  $E_s/N_o$ , para diferentes órdenes de la modulación QAM. Como se puede ver en ella, la curva de color negro, correspondiente a una 256-QAM con una eficiencia de 8 bits/símbolo, posee unos valores de BER muy elevados en comparación con la curva de

color azul oscuro, la cual se corresponde a una 64-QAM con una eficiencia de 6 bits/símbolo, para el mismo rango de  $E_s/N_0$ . La razón por la que en la Figura 23 no aparecen las curvas correspondientes a los casos de 16-QAM y 4-QAM (con eficiencias respectivas de 4 y 2 bits/símbolo) es que, como la distancia entre símbolos es considerablemente mayor, el sistema apenas se ve dañado por el PN. Concretamente, al realizar las simulaciones, se advirtió que, mientras que para la modulación 16-QAM únicamente se obtienen valores de BER distintos de 0 en un tiempo razonable para el punto de SNR más bajo, para la modulación 4-QAM no llegan a aparecer errores que permitan generar la estadística. Consecuentemente, no se pueden representar en la Figura 23, a menos que se dedique un tiempo considerable a la realización de las simulaciones. En todo caso, hacer simulaciones de muy larga duración no tendría mucha justificación en el presente TFG, ya que se observa perfectamente la tendencia esperada en la comparación entre las modulaciones con eficiencias de 6 y 8 bits/símbolo.



**Figura 23.** Resultados de BER para diferentes órdenes de modulación<sup>10</sup>.

### 6.1.2 Resultados adquiridos en términos de MSE

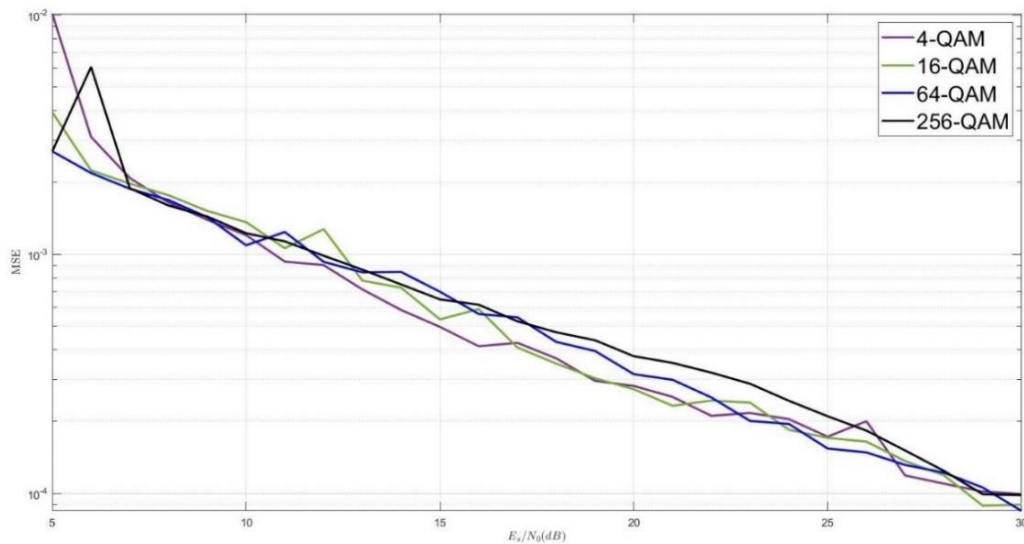
El MSE se define como el valor cuadrático medio del valor del error existente entre el PN estimado con el algoritmo EM y el PN realmente añadido con los osciladores locales, y es una medida que se utiliza para determinar lo bien o mal que funciona el sistema.

A medida que el orden de modulación crece, y por consiguiente la SE, resulta más difícil estimar correctamente el PN, ya que al haber más símbolos en el diagrama de constelación, la distancia entre símbolos se decrementa y el PN afecta más, por lo que es de esperar que el valor correspondiente al MSE sea mayor en el caso de modulaciones que posean un orden de modulación y una SE mayores, independientemente del

<sup>10</sup> La razón por la que la curva de color azul oscuro tiene pocos valores de  $E_s/N_0$  en comparación con la curva de color negro, se debe al tiempo que consumen las simulaciones, ya que impiden disponer de más valores en un tiempo razonable. De cualquier forma, la tendencia reflejada avala las conclusiones que se comentan.



número de osciladores de transmisión y recepción y del número de antenas transmisoras y receptoras por oscilador. Esta explicación se puede comprobar al contemplar la Figura 24, en la cual se representan los valores obtenidos de MSE, en función de  $E_s/N_0$ , para diferentes órdenes de la modulación QAM. Como se refleja en ella, por regla general, la curva de color negro, la cual corresponde a una modulación 256-QAM, es la que posee los valores de MSE más elevados. En cambio, la curva de color morado, la cual corresponde a una modulación 4-QAM, es la que normalmente tiene los valores de MSE menores. De igual manera, también se cumple que la curva de color verde oscuro, la cual se corresponde con una modulación 16-QAM, en general tiene unos valores de MSE menores que los de la curva de color azul oscuro, correspondiente a una modulación 64-QAM. Así mismo, se observa que las diferencias que existen son sutiles, y no están exentas de cierta variabilidad, como se ve en los saltos que aparecen en ocasiones en las curvas de la figura.



**Figura 24.** Resultados de MSE para diferentes órdenes de modulación.

## 6.2 Resultados obtenidos al modificar el tamaño del intervalo de tiempo

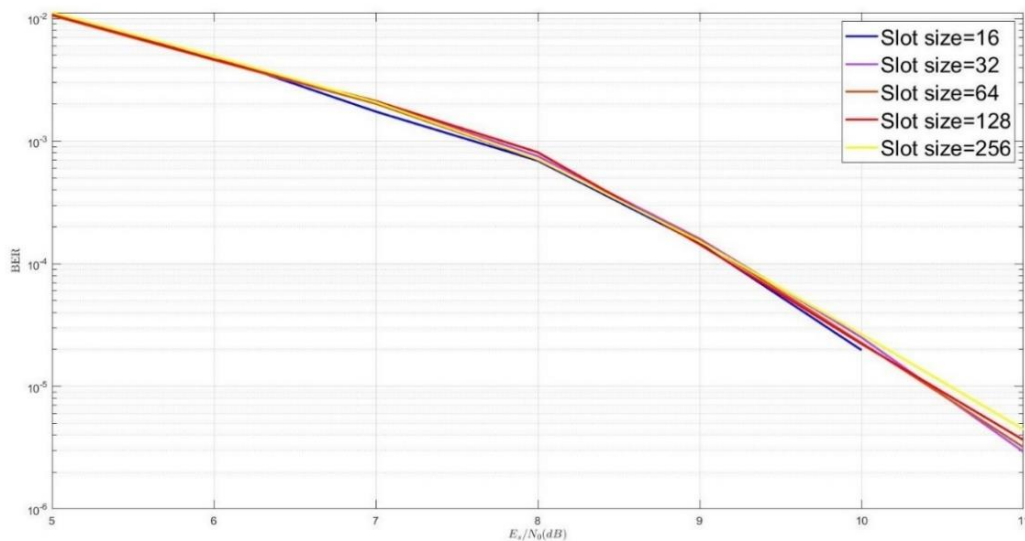
El tamaño del intervalo de tiempo (*slot size*), el cual en el software de simulación se indica a través de la variable entera *slot0*, se define, de acuerdo con la ilustración mostrada en la Figura 19, como el número de símbolos que se transmiten entre transmisiones de símbolos piloto en  $R$  usos de canal. En este segundo apartado, se analizan los valores obtenidos de BER y de MSE cuando el tamaño del intervalo de tiempo vale 16, 32, 64, 128 y 256 mientras el resto de parámetros, los cuales continuaremos explicando en los próximos apartados, permanecen constantes. Los valores que abarcan estos parámetros son los siguientes:

- La eficiencia de modulación es de 6 bits/símbolo, por lo que la modulación considerada es una 64-QAM.
- El número de osciladores de transmisión vale 16.
- El número de antenas transmisoras por oscilador es 2.

- El número de osciladores de recepción vale 4.
- El número de antenas receptoras por oscilador es 16.

### 6.2.1 Resultados obtenidos en términos de BER

Las señales piloto ortogonales que aparecen en la Figura 19 ayudan a caracterizar el PN, a compensarlo y a darle seguimiento, dado que se trata de símbolos conocidos entre el transmisor y el receptor. En cambio, como los símbolos enviados entre transmisiones de pilotos son desconocidos, resulta más difícil calcular y compensar el PN, y es por ello por lo que se emplea el algoritmo EM. Por lo tanto, como al incrementar el tamaño del intervalo de tiempo se emiten más símbolos entre transmisiones de pilotos, se complica aún más la estimación y compensación del PN. Idealmente, los sistemas que utilizan un tamaño del intervalo de tiempo mayor, para el mismo rango de  $E_s/N_0$ , deberían dar lugar a unos valores de BER peores. En nuestro caso, como se demuestra en la Figura 25, el efecto es muy sutil, dado que se puede apreciar que las curvas de color azul oscuro, lila, naranja, rojo y amarillo, las cuales corresponden a un tamaño del intervalo de tiempo de 16, 32, 64, 128 y 256 símbolos transmitidos entre transmisiones de pilotos, respectivamente, prácticamente obtienen los mismos valores en términos de BER.



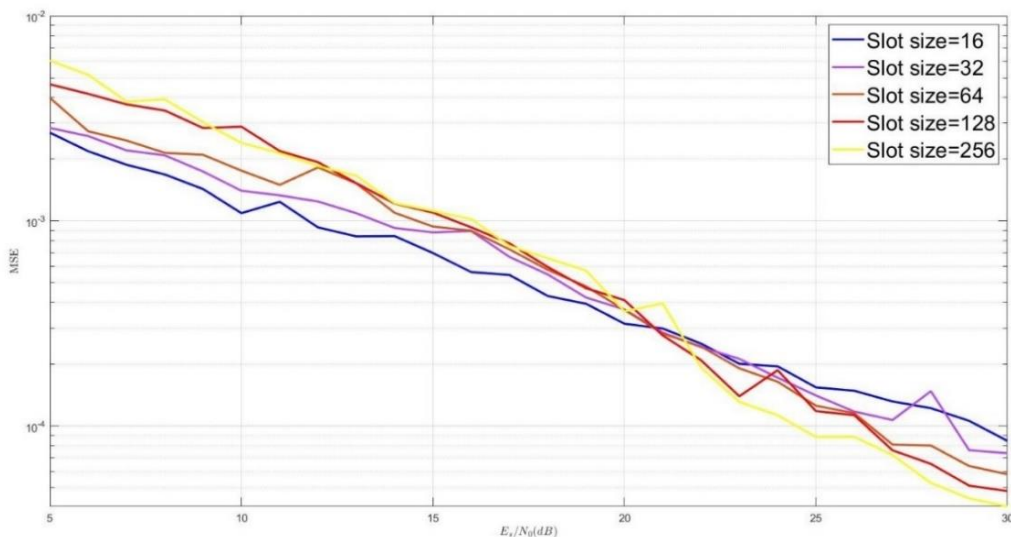
**Figura 25.** Resultados de BER para diferentes tamaños de intervalos de tiempo<sup>11</sup>.

### 6.2.2 Resultados conseguidos en términos de MSE

Al ampliar el tamaño del intervalo de tiempo, la diferencia entre el PN estimado mediante el algoritmo EM y el PN verdaderamente determinado por los osciladores locales será mayor, dado que, al enviar mayor cantidad de símbolos desconocidos entre transmisiones de pilotos, se vuelve más arduo calcular y compensar el PN. Por esta

<sup>11</sup> La razón por la que la curva de color azul oscuro tiene un menor rango de valores de  $E_s/N_0$  en comparación con el resto de curvas, se debe al tiempo que consumen las simulaciones, dado que impiden disponer de más valores en un tiempo razonable. De cualquier forma, la tendencia reflejada avala las conclusiones que se comentan.

razón, al acrecentar el tamaño del intervalo de tiempo se agranda el valor del MSE. Esta afirmación se puede corroborar al examinar la Figura 26, en la cual se disponen los valores obtenidos de MSE, en función de  $E_s/N_0$ , para diferentes tamaños de intervalos de tiempo. Como se puede percibir en ella, la tendencia inicial que sigue la gráfica cumple con lo recién mencionado, ya que la curva de color amarillo, la cual atañe a un valor de tamaño del intervalo de tiempo de 256 símbolos enviados entre transmisiones de pilotos, es la que posee los valores de MSE más elevados, mientras que la curva de color azul oscuro, la cual corresponde a un valor de tamaño del intervalo de tiempo de 16 símbolos emitidos entre transmisiones de pilotos, se caracteriza por tener los valores de MSE más reducidos. Así mismo, la curva de color rojo, la cual corresponde a un tamaño del intervalo de tiempo de 128 símbolos enviados entre transmisiones de pilotos, tiene unos valores en términos de MSE mayores que la curva de color naranja, la cual corresponde a un tamaño del intervalo de tiempo de 64 símbolos transmitidos entre transmisiones de pilotos. Por último, también se verifica que esta última obtiene unos valores de MSE mayores que la curva de color lila, la cual corresponde a un tamaño del intervalo de tiempo de 32 símbolos emitidos entre transmisiones de pilotos. El motivo por el que en la última parte de la gráfica las curvas correspondientes a los tamaños de intervalos de tiempo no se ajustan con la tendencia recién descrita, se debe a que la SNR es mayor y permite una mejor estimación del MSE. Aun así, el cruce de las curvas tiene que ver sobre todo con el hecho de que, siendo las condiciones de estimación más favorables, se acaban realizando más iteraciones del receptor para los casos de mayor tamaño del intervalo de tiempo, lo que, manteniendo valores de BER similares en todos los casos como se ha visto, mejora el MSE para valores altos del tamaño del intervalo de tiempo y valores altos de SNR. Conviene recordar que el criterio de parada de las iteraciones está relacionado con el concepto de BER, dado que, una vez alcanzado un cierto objetivo, se paran las iteraciones y se pasa a la siguiente trama, etc.



**Figura 26.** Resultados de MSE para diferentes tamaños de intervalos de tiempo.

En este apartado, lo llamativo no es el rendimiento que se obtiene en la detección de fase, sino como el receptor iterativo provoca que los resultados alcanzados de BER y de MSE no vayan a la par. Para la tasa de error de bit, el motivo por el que las curvas

convergen se debe a que el receptor itera mientras haya errores que resolver. En cambio, la razón por la que el MSE se hace más pequeño a partir de una  $E_s/N_0$  se debe a que como el receptor debe realizar más iteraciones para mantener la BER objetivo, se consigue estimar mejor la fase.

### 6.3 Resultados obtenidos al cambiar la configuración del transmisor

En este tercer apartado, como se observa en la Tabla 1, se estudian los valores obtenidos de BER y de MSE para cuatro situaciones distintas. En primer lugar, se procede a analizar los valores obtenidos de BER y de MSE para un número de osciladores de recepción y un número de antenas receptoras por oscilador igual a 1 y 64 cuando el número de osciladores de transmisión vale 1 y 32 y el número de antenas transmisoras por oscilador vale 32 y 1. En segundo lugar, se pasa a evaluar los valores obtenidos de BER y de MSE para un número de osciladores de recepción y un número de antenas receptoras por oscilador igual a 64 y 1 cuando el número de osciladores de transmisión es 1 y 32 y el número de antenas transmisoras por oscilador es 32 y 1. A su vez, al resto de parámetros se asignan los valores que se muestran a continuación:

- La eficiencia de modulación vale 6 bits/símbolo, consecuentemente, la modulación se corresponde con una 64-QAM.
- El tamaño del intervalo de tiempo es 16.

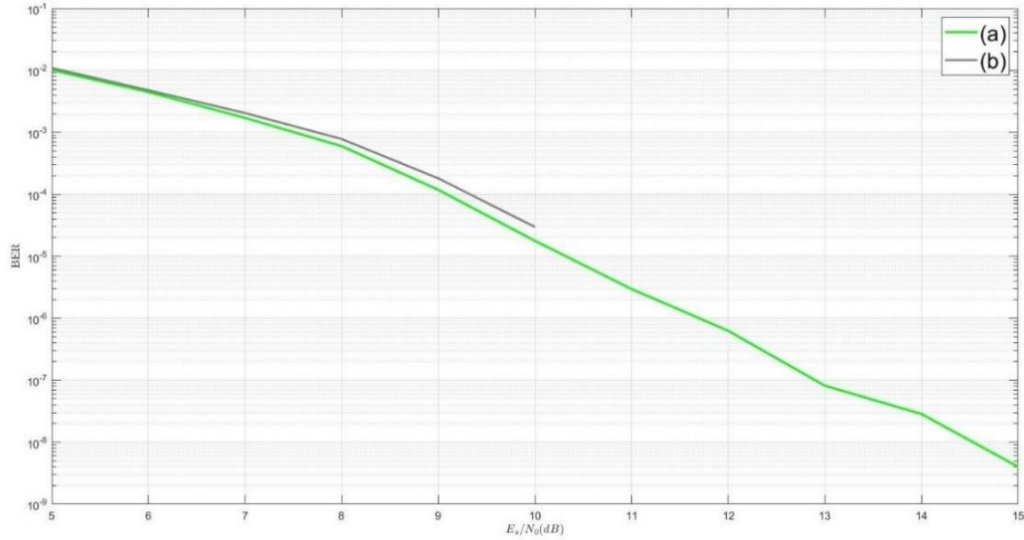
	Número de osciladores y número de antenas por oscilador para la 1ª configuración del transmisor	Número de osciladores y número de antenas por oscilador para la 2ª configuración del transmisor
$O_r = 1,$ $N_{o,r} = 64$	$O_t = 1, N_{o,t} = 32$	$O_t = 32, N_{o,t} = 1$
$O_r = 64,$ $N_{o,r} = 1$	$O_t = 1, N_{o,t} = 32$	$O_t = 32, N_{o,t} = 1$

**Tabla 1.** Combinaciones posibles entre el número de osciladores y el número de antenas por oscilador en el transmisor y en el receptor.

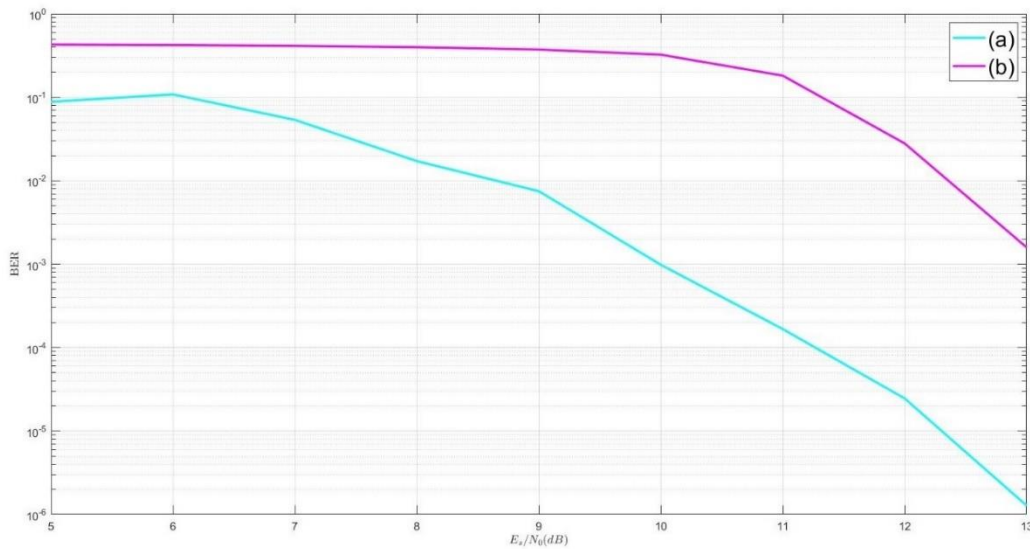
#### 6.3.1 Resultados obtenidos en términos de BER

Al decrementar el número de osciladores de transmisión, se consigue un mejor comportamiento del sistema, ya que se reduce el número de procesos de PN que se originan. Este razonamiento se puede confirmar al observar tanto la Figura 27 como la Figura 28, en las cuales se representan los valores obtenidos de BER, en función de  $E_s/N_0$ , al variar el número de osciladores de transmisión y el número de antenas transmisoras por oscilador, cuando el número de osciladores de recepción vale 1 y 64 y el número de antenas receptoras por oscilador es igual a 64 y 1, respectivamente. En la primera figura, inicialmente, la curva de color verde claro, la cual se corresponde con la configuración (a), tiene unos valores de BER ligeramente menores que la curva de color gris, la cual se corresponde con la configuración (b). A medida que aumenta la  $E_s/N_0$ , se demuestra de manera más evidente el razonamiento recién mencionado, ya que se alcanzan unos valores de BER más pequeños. En cambio, en la segunda figura, se refleja

desde el principio el razonamiento explicado, ya que la curva de color cian, la cual se corresponde con la configuración (a), logra unos valores en términos de BER mucho más pequeños que los que corresponden a la curva de color magenta, la cual responde con la configuración (b).



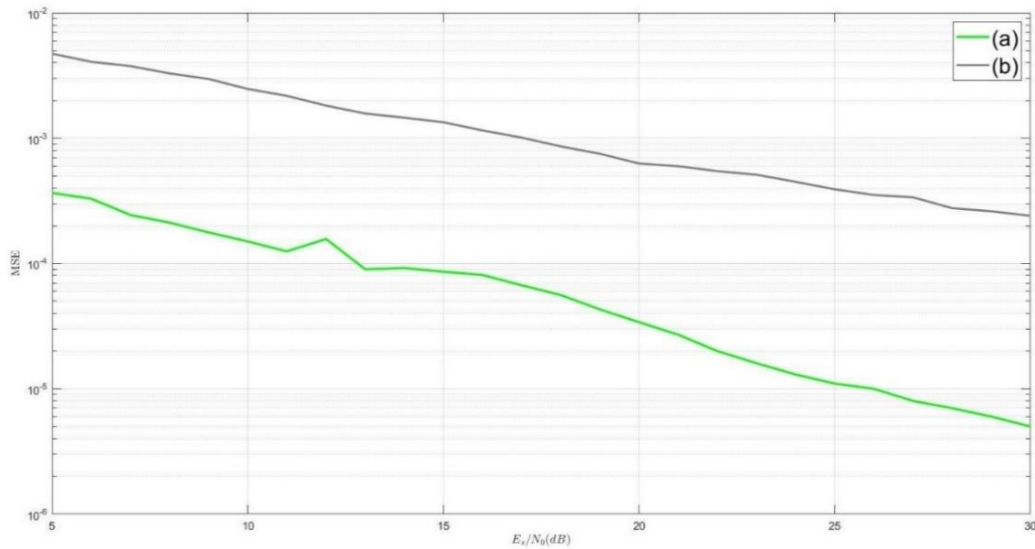
**Figura 27.** Resultados de BER para  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$  cuando: (a)  $O_t = 1$  y  $N_{o,t} = 32$  y (b)  $O_t = 32$  y  $N_{o,t} = 1$ <sup>12</sup>.



**Figura 28.** Resultados de BER para  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1$  cuando: (a)  $O_t = 1$  y  $N_{o,t} = 32$  y (b)  $O_t = 32$  y  $N_{o,t} = 1$ .

<sup>12</sup> La razón por la que la curva de color gris tiene pocos valores de  $E_s/N_o$  en comparación con la curva de color verde claro, se debe al tiempo que consumen las simulaciones, puesto que impiden disponer de más valores en un tiempo razonable. De cualquier forma, la tendencia reflejada avala las conclusiones que se comentan.

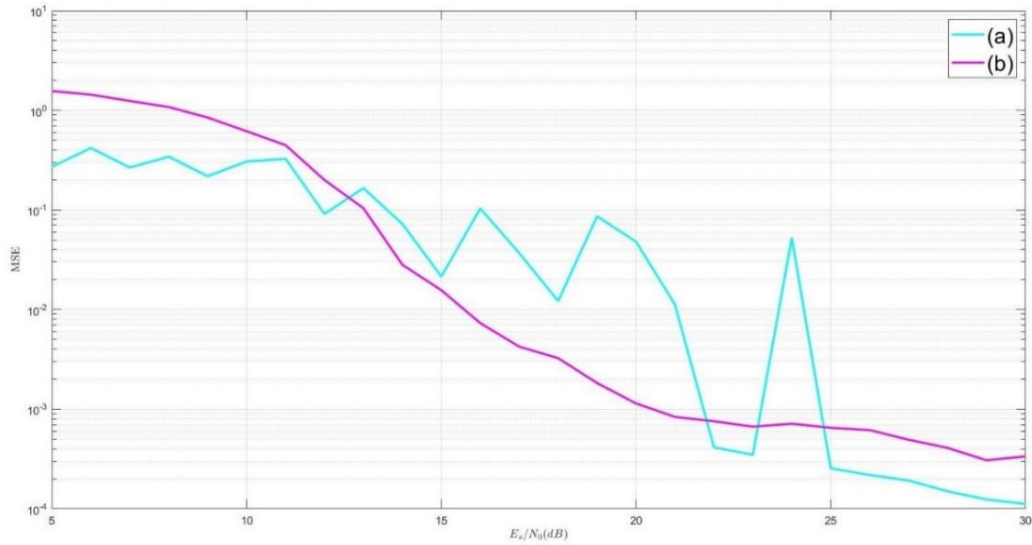
### 6.3.2 Resultados obtenidos en términos de MSE



**Figura 29.** Resultados de MSE para  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$  cuando: (a)  $O_t = 1$  y  $N_{o,t} = 32$  y (b)  $O_t = 32$  y  $N_{o,t} = 1$ .

Al disminuir el número de osciladores de transmisión, decrece el número de procesos de PN. Por lo tanto, se vuelve más sencilla la tarea de calcular las muestras de PN con el algoritmo. De ahí que el valor del MSE se reduzca, puesto que la diferencia entre los valores del PN estimado mediante el algoritmo EM y el PN realmente añadido va a ser reducida. Este argumento se puede ratificar al observar tanto la Figura 29 como la Figura 30, en las cuales se proporcionan gráficas con los valores obtenidos de MSE, en función de  $E_s/N_0$ , al modificar el número de osciladores de transmisión y el número de antenas transmisoras por oscilador para cada modelo de recepción. En la primera gráfica, se refleja con exactitud el argumento recién expuesto, dado que la curva de color verde claro, la cual se corresponde con la configuración (a), posee unos valores en términos de MSE considerablemente más pequeños que la curva de color gris, la cual se corresponde con la configuración (b). De igual modo, en la segunda gráfica también se aprecia perfectamente la misma situación, ya que, por lo general, la curva de color cian, la cual se corresponde con la configuración (a), tiene unos valores de MSE menores que la curva de color magenta, la cual se corresponde con la configuración (b). Para poder identificar y explicar correctamente la razón por la que la curva de color cian se caracteriza por tener un comportamiento oscilatorio tan acentuado, sería necesario realizar más pruebas y una investigación más detallada para entender por qué se produce este fenómeno, el cual está relacionado con el hecho de que el sistema es altamente no lineal y puede producir resultados inestables en algunas situaciones difíciles de caracterizar. Dado que determinar el motivo por el que sucede este comportamiento no es objetivo del presente TFG, no se indaga en ello. Aun así, se podría plantear como una continuación o línea futura de trabajo.





**Figura 30.** Resultados de MSE para  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1$  cuando: (a)  $O_t = 1$  y  $N_{o,t} = 32$  y (b)  $O_t = 32$  y  $N_{o,t} = 1$ .

#### 6.4 Resultados obtenidos al variar la configuración del receptor

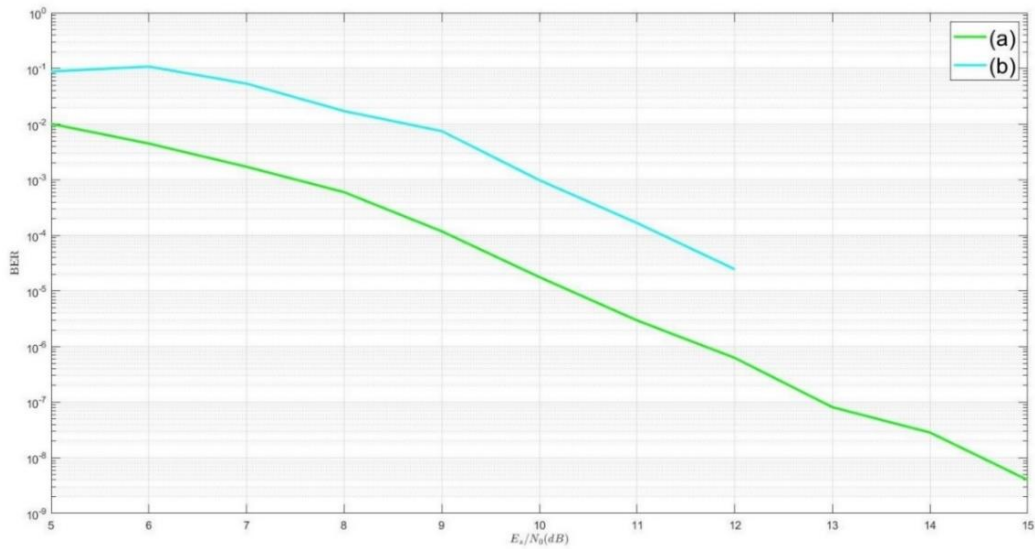
En este cuarto apartado, como se observa en la Tabla 2, se analizan los valores obtenidos de BER y de MSE para cuatro escenarios diferentes. Primeramente, se procede a estudiar los valores alcanzados de BER y de MSE para un número de osciladores de transmisión y un número de antenas transmisoras por oscilador igual a 1 y 32 cuando el número de osciladores de recepción vale 1 y 64 y el número de antenas receptoras por oscilador vale 64 y 1. Acto seguido, se procede a examinar los valores conseguidos de BER y de MSE para un número de osciladores de transmisión y un número de antenas transmisoras por oscilador igual a 32 y 1 cuando el número de osciladores de recepción vale 1 y 64 y el número de antenas receptoras por oscilador vale 64 y 1. Así mismo, el resto de parámetros adoptan los siguientes valores:

- La eficiencia de modulación tiene como valor 6 bits/símbolo, por lo tanto, la modulación con la que se va a trabajar es una 64-QAM.
- El tamaño del intervalo de tiempo vale 16.

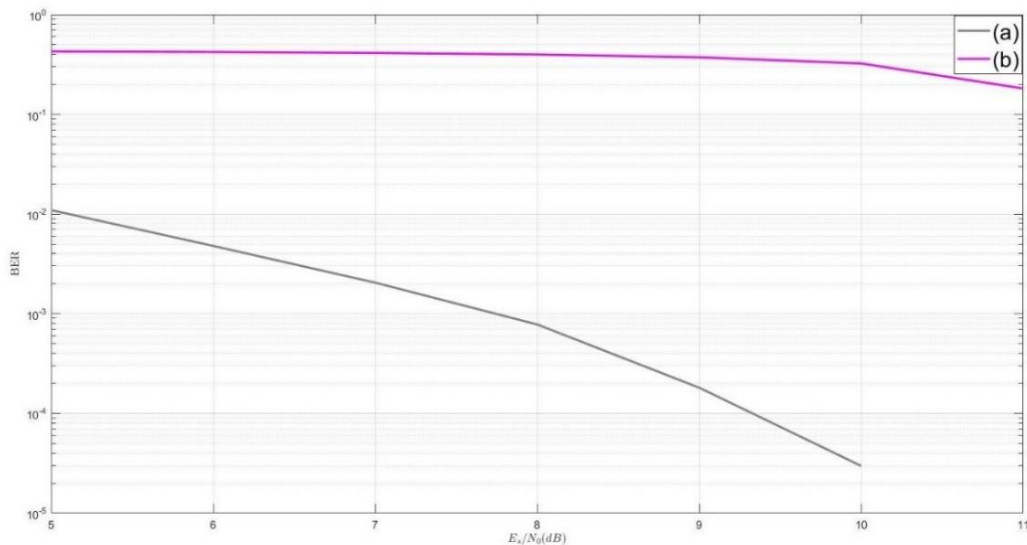
	Número de osciladores y número de antenas por oscilador para la 1ª configuración del receptor	Número de osciladores y número de antenas por oscilador para la 2ª configuración del receptor
$O_t = 1,$ $N_{o,t} = 32$	$O_r = 1, N_{o,r} = 64$	$O_r = 64, N_{o,r} = 1$
$O_t = 32,$ $N_{o,t} = 1$	$O_r = 1, N_{o,r} = 64$	$O_r = 64, N_{o,r} = 1$

**Tabla 2.** Combinaciones posibles entre el número de osciladores y el número de antenas por oscilador en el transmisor y en el receptor.

### 6.4.1 Resultados en términos de BER



**Figura 31.** Resultados de BER para  $O_t = 1$  y  $N_{o,t} = 32$  cuando: (a)  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$  y (b)  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1^{13}$ .



**Figura 32.** Resultados de BER para  $O_t = 32$  y  $N_{o,t} = 1$  cuando: (a)  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$  y (b)  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1^{14}$ .

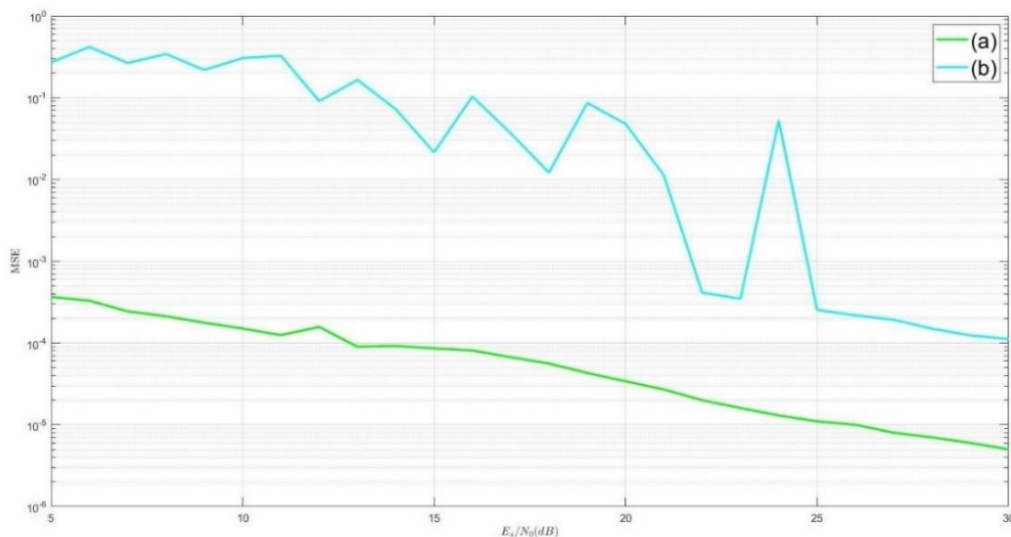
<sup>13</sup> La razón por la que la curva de color cian tiene un menor rango de valores de  $E_s/N_0$  en comparación con la curva de color verde claro, se debe al tiempo que consumen las simulaciones, ya que impiden disponer de más valores en un tiempo razonable. De cualquier forma, la tendencia reflejada avala las conclusiones que se comentan.

<sup>14</sup> La razón por la que la curva de color gris posee unos valores de  $E_s/N_0$  menores en comparación con la curva de color magenta, se debe al tiempo que consumen las simulaciones, dado que impiden disponer de más valores en un tiempo razonable. Aun así, la tendencia reflejada avala las conclusiones que se comentan.



Como los osciladores de recepción que aparecen en la Figura 17 insertan muestras de PN en las antenas que alimentan, cuando se reduce el número de osciladores de recepción, se obtiene un funcionamiento del sistema superior, puesto que disminuye el número de procesos de PN que se añaden. Esta situación se puede apreciar al examinar tanto la Figura 31 como la Figura 32, en las cuales se muestran las gráficas obtenidas al representar los valores de BER, en función de  $E_s/N_0$ , al cambiar el número de osciladores de recepción y el número de antenas receptoras por oscilador para cada modelo de transmisión. En la primera gráfica, se puede apreciar que la curva de color verde claro, la cual se corresponde con la configuración (a), se caracteriza por unos valores de BER considerablemente más pequeños que la curva de color cian, la cual se corresponde con la configuración (b). De igual manera, en la segunda gráfica, la curva de color gris, la cual se corresponde con la configuración (a), cuenta con unos valores de BER significativamente menores que la curva de color magenta, la cual se corresponde con la configuración (b).

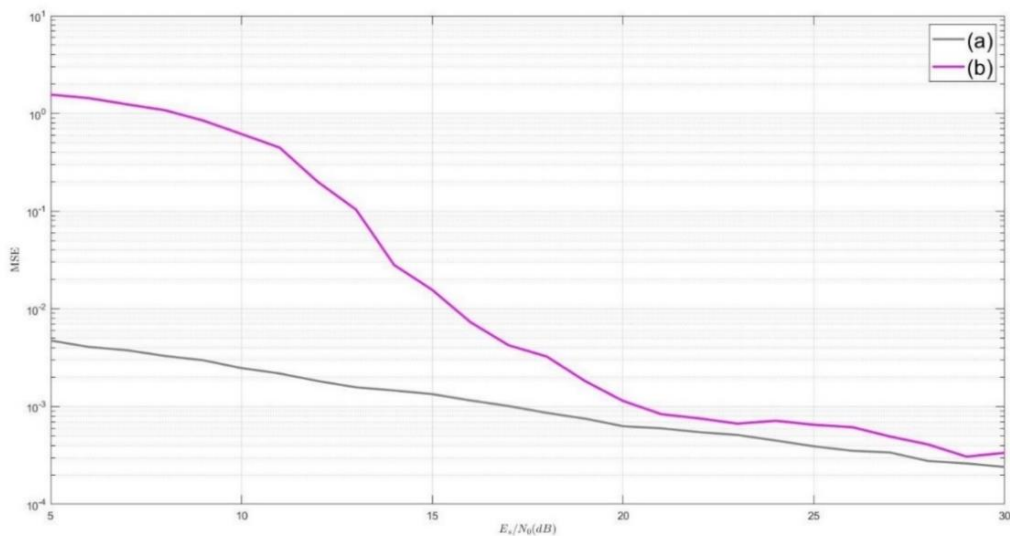
#### 6.4.2 Resultados en términos de MSE



**Figura 33.** Resultados de MSE para  $O_t = 1$  y  $N_{o,t} = 32$  cuando: (a)  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$  y (b)  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1$ .

Dado que hay un menor número de osciladores de recepción, el valor del error correspondiente al MSE se hace más pequeño, ya que la disparidad entre los valores del PN estimado a través del algoritmo EM y el PN verdaderamente agregado se decreta. Esta afirmación se puede corroborar al observar tanto la Figura 33 como la Figura 34, en las cuales se ofrecen gráficas con los valores obtenidos de MSE, en función de  $E_s/N_0$ , al alternar el número de osciladores de recepción y el número de antenas receptoras por oscilador, para un número de osciladores de transmisión equivalente a 1 y 32 y un número de antenas transmisoras por oscilador igual a 32 y 1, respectivamente. En la primera figura, se evidencia lo dicho, debido a que la curva de color verde claro, la cual se corresponde con la configuración (a), da lugar a unos valores

de MSE muchísimo más pequeños que los de la curva de color cian, la cual se corresponde con la configuración (b). Nuevamente, en esta figura, la curva de color cian vuelve a presentar un comportamiento oscilatorio muy pronunciado, el cual, como hemos comentado en el apartado anterior, para poder reconocer y explicar correctamente este fenómeno, hacen falta más pruebas y una investigación más exhaustiva. Así mismo, en la segunda gráfica, se representa la curva de color gris, la cual se corresponde con la configuración (a), y la curva de color magenta, la cual se corresponde con la configuración (b). Como puede observarse, aunque la curva de color gris se caracteriza por unos valores de MSE menores que la curva de color magenta, en el tramo final de la gráfica, ambas curvas poseen unos valores más próximos entre sí.



**Figura 34.** Resultados de MSE para  $O_t = 32$  y  $N_{o,t} = 1$  cuando: (a)  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$  y (b)  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1$ .

## 6.5 Resultados obtenidos al modificar la configuración del transmisor y del receptor

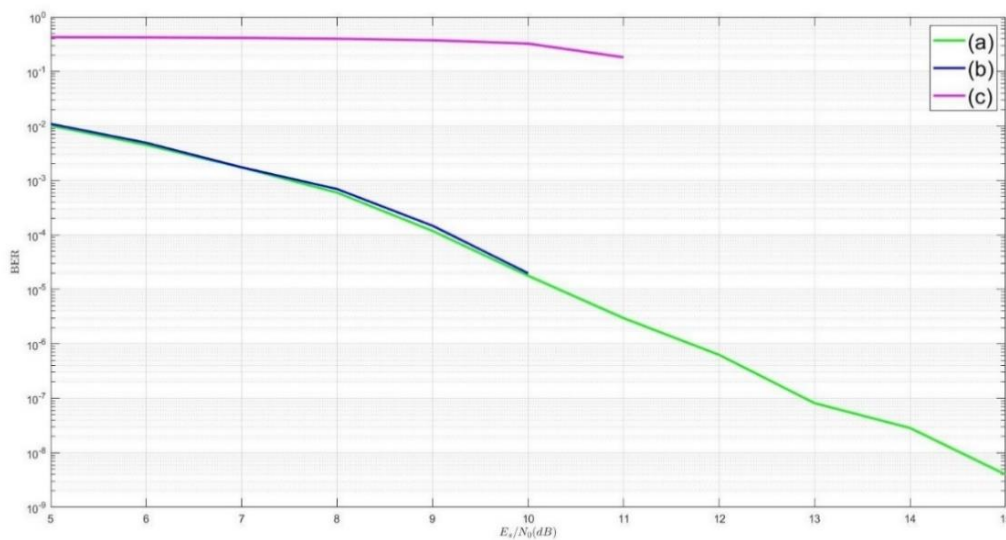
En este quinto apartado, como se observa en la Tabla 3, se comparan los valores obtenidos de BER y de MSE para tres configuraciones diferentes. En primer lugar, se procede a analizar los valores obtenidos de BER y de MSE para un número de osciladores de transmisión igual a 1, un número de antenas transmisoras por oscilador igual a 32, un número de osciladores de recepción igual a 1 y un número de antenas receptoras por oscilador igual a 64. A continuación, se pasa a evaluar los valores obtenidos de BER y de MSE para un número de osciladores de transmisión igual a 16, un número de antenas transmisoras por oscilador igual a 2, un número de osciladores de recepción igual a 4 y un número de antenas receptoras por oscilador igual a 16. Por último, se procede a analizar los valores obtenidos de BER y de MSE para un número de osciladores de transmisión igual a 32, un número de antenas transmisoras por oscilador igual a 1, un número de osciladores de recepción igual a 64 y un número de antenas receptoras por oscilador igual a 1. Por otra parte, al resto de parámetros se les adjudica los siguientes valores:

- La eficiencia de modulación toma como valor 6 bits/símbolo, de manera que la modulación que se emplea es una 64-QAM.
- El tamaño del intervalo de tiempo es igual a 16.

1ª Configuración	$O_t = 1$	$N_{o,t} = 32$	$O_r = 1$	$N_{o,r} = 64$
2ª Configuración	$O_t = 16$	$N_{o,t} = 2$	$O_r = 4$	$N_{o,r} = 16$
3ª Configuración	$O_t = 32$	$N_{o,t} = 1$	$O_r = 64$	$N_{o,r} = 1$

**Tabla 3.** Configuraciones posibles entre el número de osciladores y el número de antenas por oscilador en el transmisor y en el receptor.

### 6.5.1 Resultados en términos de BER



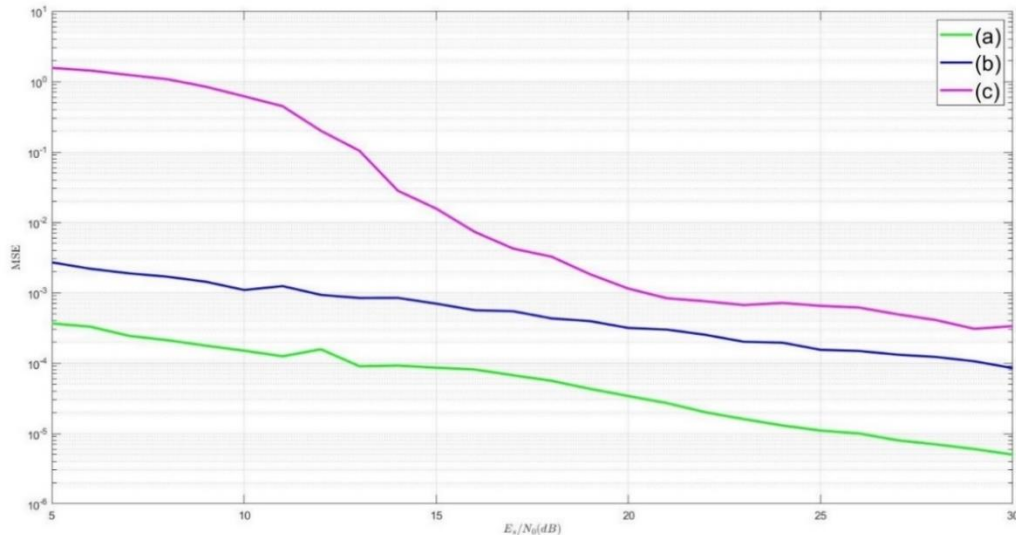
**Figura 35.** Resultados de BER para: (a)  $O_t = 1$ ,  $N_{o,t} = 32$ ,  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$ , (b)  $O_t = 16$ ,  $N_{o,t} = 2$ ,  $O_r = 4$  y  $N_{o,r} = 16$  y (c)  $O_t = 32$ ,  $N_{o,t} = 1$ ,  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1$ <sup>15</sup>.

De acuerdo con lo explicado en los dos apartados anteriores, para cumplir con el rendimiento deseado, el sistema debe trabajar con el menor número posible de osciladores, tanto en el lado transmisor como en el lado receptor, ya que solo así se consigue reducir el número de procesos de PN. Esto se puede ver reflejado en los resultados de la Figura 35, en la cual se muestran los resultados de BER, en función de  $E_s/N_0$ , al representar las tres configuraciones que se plantean en este apartado. En ella, se puede apreciar que la curva de color verde claro, la cual se corresponde con la configuración (a), posee unos valores en términos de BER ligeramente menores que la curva de color azul oscuro, la cual se corresponde con la configuración (b). De igual manera, también se ve que la curva de color magenta, la cual se corresponde con la

<sup>15</sup> La razón por la que la curva de color azul oscuro y la curva de color magenta tienen un menor rango de valores de  $E_s/N_0$  que la curva de color verde claro, se debe al tiempo que consumen las simulaciones, puesto que impiden disponer de más valores en un tiempo razonable. De cualquier forma, la tendencia reflejada avala las conclusiones que se comentan.

configuración (c), es la que ofrece los peores valores de BER, lo cual concuerda con lo descrito, dado que es la configuración que mayor número de osciladores posee.

### 6.5.2 Resultados en términos de MSE



**Figura 36.** Resultados de MSE para: (a)  $O_t = 1$ ,  $N_{o,t} = 32$ ,  $O_r = 1$  y  $N_{o,r} = 64$ , (b)  $O_t = 16$ ,  $N_{o,t} = 2$ ,  $O_r = 4$  y  $N_{o,r} = 16$  y (c)  $O_t = 32$ ,  $N_{o,t} = 1$ ,  $O_r = 64$  y  $N_{o,r} = 1$ .

El valor del MSE se puede reducir si se cumple una de las siguientes dos condiciones. En primer lugar, si la desviación típica de los procesos de Wiener es menor de 0,2 radianes, se obtienen valores de MSE menores, aunque se utilice el mismo número de osciladores de transmisión y recepción. Como en el presente TFG no se cumple esta condición, ya que la desviación típica en todo momento vale 0,2 radianes, se procede a evaluar si se cumple la segunda condición, la cual se basa en que el valor del MSE se reduce cuando disminuye el número de procesos de PN como consecuencia de utilizar un menor número de osciladores de transmisión y recepción. Como se observa en la Figura 36, esta condición se cumple al representar en una gráfica los valores obtenidos de MSE, en función de  $E_s/N_0$ , de las tres configuraciones que se abordan en este apartado. Entrando más en detalle, se puede ver cómo, en la gráfica, la curva que tiene los menores valores de MSE es la de color verde claro, la cual se corresponde con la configuración (a). Así mismo, la curva de color azul oscuro, la cual se corresponde con la configuración (b), es la segunda que tiene los valores más pequeños. Por último, la curva de color magenta, la cual se corresponde con la configuración (c), es la que tiene los valores de MSE más elevados.

## 6.6 Análisis de los resultados obtenidos en las simulaciones

En vista de los resultados obtenidos en el pequeño grupo de simulaciones que se ha realizado de entre todas las simulaciones posibles, se puede afirmar que el sistema que consigue los valores mínimos observados en términos de BER y de MSE es aquel cuyos parámetros eficiencia de modulación, tamaño del intervalo de tiempo, número de

osciladores de transmisión, número de antenas transmisoras por oscilador, número de osciladores de recepción y número de antenas receptoras por oscilador valen 6, 16, 1, 32, 1 y 64, respectivamente, ya que, para un valor de  $E_s/N_0$  igual a 15 dB, se obtiene un valor de BER de  $4 \times 10^{-9}$ , y para un valor de  $E_s/N_0$  igual a 30 dB, se alcanza un valor de MSE de  $5 \times 10^{-6}$ . Como, para estas condiciones, el valor de BER se puede despreciar, dado que tiene un valor muy pequeño, el rendimiento que logra el sistema es equivalente al del caso en que no se añadiese PN en los osciladores de transmisión y recepción. De igual manera, el hecho de que el valor del MSE sea tan pequeño significa que la estimación del PN se realiza de forma efectiva, y, por tanto, la diferencia entre el PN añadido y el estimado es muy pequeña. Comparando el resto de resultados, se observa que, al aumentar el valor del parámetro tamaño del intervalo de tiempo, se obtienen unos valores de BER y de MSE mejores que si se incrementa la eficiencia de modulación o se emplean otras configuraciones posibles. Así mismo, el caso en donde se logran los valores máximos observados en términos de BER y de MSE se da cuando los parámetros eficiencia de modulación, tamaño del intervalo de tiempo, número de osciladores de transmisión, número de antenas transmisoras por oscilador, número de osciladores de recepción y número de antenas receptoras por oscilador toman como valores 6, 16, 32, 1, 64 y 1, respectivamente, debido a que para un valor de  $E_s/N_0$  igual a 11 dB, se obtiene un valor de BER igual a  $1,82 \times 10^{-1}$ , y para un valor de  $E_s/N_0$  igual a 30 dB, se consigue un valor de MSE de  $3,356 \times 10^{-4}$ . Gracias a la realización de simulaciones, se consigue comprobar los límites del sistema, así como las prestaciones esperadas en casos con mayor o menor número de osciladores, etc.

En este capítulo, se ha demostrado que la razón por la que se obtienen peores resultados de BER y de MSE se debe a que al incrementar el número de osciladores de transmisión y recepción aumenta el número de procesos de PN, lo cual, como se ha explicado a lo largo del trabajo, produce un efecto perjudicial en el comportamiento del sistema. En el siguiente capítulo, se ofrece como conclusiones, un breve resumen acerca de la finalidad del trabajo de fin de grado y se propone una serie de ideas como posibles líneas futuras.

## 7 Conclusiones y líneas futuras

En el presente TFG, se ha proporcionado inicialmente las definiciones y características principales de los sistemas MIMO y de los sistemas Massive MIMO, los cuales son clave para el desarrollo de nuevas comunicaciones inalámbricas, como por ejemplo el estándar 5G, así como de las técnicas que emplean, como por ejemplo *beamforming* y multiplexación espacial. Además, también se describe como en ambos sistemas se realiza la estimación del canal y se explica tanto las diferencias entre la transmisión de información por el enlace ascendente y por el enlace descendente como en qué difiere un sistema respecto al otro. De igual manera, también se ha proporcionado las definiciones y características principales de la perturbación no deseada conocida como ruido de fase y de un algoritmo de optimización iterativo conocido como algoritmo EM, dado que, en este trabajo de fin de grado, se ha evaluado el comportamiento de un sistema Massive MIMO cuando se ve afectado por ruido de fase a través de un software de simulación preexistente. En este último, se emplea el algoritmo EM para paliar los efectos que produce este fenómeno no deseado, los cuales, si no se compensan, producen una degradación en el sistema considerable. A su vez, se presentan e interpretan los resultados obtenidos al variar distintos parámetros en el software de simulación. Al analizar estos resultados, se ha podido ver que, en general, el sistema funciona peor cuando el número de osciladores en transmisión y en recepción aumenta, dado que al incrementarse el número de procesos de ruido de fase que se introducen, se obtiene un rendimiento en términos de BER muy bajo y unos valores de MSE muy elevados, ya que se vuelve más complicada la tarea de estimar las muestras de ruido de fase. El estudio de estos resultados generales ha servido para poner de manifiesto los límites y compromisos de funcionamiento del sistema en una primera instancia, para un número de antenas de transmisión y recepción fijo, y para casos de variación de otros parámetros, como son la eficiencia de modulación, el tamaño del intervalo de tiempo entre transmisiones de pilotos, el número de osciladores de transmisión y recepción, etc.

Para un posible trabajo futuro, se contempla la opción de plantear la generalización del modelo desde el punto de vista de la codificación de canal y la modulación; por otra parte, también se podrían realizar más simulaciones de prueba o un barrido de los parámetros de forma más sistemática y global con el objetivo de refinar las conclusiones alcanzadas en este trabajo que tiene carácter preliminar, aunque aporta evidencias muy interesantes de cara a posteriores estudios.

## Bibliografía

- [1] Saeed, K. et al. (2018) *Progress in Advanced Computing and Intelligent Engineering*. Singapore: Springer Singapore Pte. Limited.
- [2] Mandloi, M. et al. (2021) *5G and Beyond Wireless Systems [electronic resource]: PHY Layer Perspective*. 1st ed. 2021. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-981-15-6390-4>.
- [3] Stüber, G.L. (2017) *Principles of Mobile Communication [electronic resource]*. 4th ed. 2017. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-55615-4>.
- [4] Zhao, L. et al. (2018) *Massive MIMO in 5G Networks: Selected Applications [electronic resource]*. 1st ed. 2018. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-68409-3>.
- [5] Björnson, E. et al. (2014) 'Massive MIMO Systems With Non-Ideal Hardware: Energy Efficiency, Estimation, and Capacity Limits', *IEEE transactions on information theory*, 60(11), pp. 7112–7139. doi:10.1109/TIT.2014.2354403.
- [6] Gregorio, F. et al. (2020) *Signal Processing Techniques for Power Efficient Wireless Communication Systems [electronic resource]: Practical Approaches for RF Impairments Reduction*. 1st ed. 2020. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-030-32437-7>.
- [7] Pitarokoilis, A., Björnson, E. and Larsson, E.G. (2016) 'Performance of the Massive MIMO Uplink With OFDM and Phase Noise', *IEEE communications letters*, 20(8), pp. 1595–1598. doi:10.1109/LCOMM.2016.2581169.
- [8] Jin, S.-N., Yue, D.-W. and Nguyen, H.H. (2021) 'Spectral Efficiency of a Frequency-Selective Cell-Free Massive MIMO System With Phase Noise', *IEEE wireless communications letters*, 10(3), pp. 483–487. doi:10.1109/LWC.2020.3035364.
- [9] Papazafeiropoulos, A., Clerckx, B. and Ratnarajah, T. (2017) 'Mitigation of phase noise in massive MIMO systems: A rate-splitting approach', in *2017 IEEE International Conference on Communications (ICC)*. IEEE, pp. 1–7. doi:10.1109/ICC.2017.7997442.
- [10] Lin, X. & Lee, N., 2021. *5G and beyond: Fundamentals and Standards*. 1 ed. Cham, Switzerland: Springer.
- [11] Khaleghi Bizaki H (ed.) (2011) *MIMO Systems, Theory and Applications*. InTech. DOI: 10.5772/610.
- [12] Andersen, J.B. (2017) 'History of Communications/Radio Wave Propagation from Marconi to MIMO', *IEEE communications magazine*, 55(2), pp. 6–10. doi:10.1109/MCOM.2017.7841460.

- [13] Telatar, E. (1999) 'Capacity of Multi-antenna Gaussian Channels', *European transactions on telecommunications*, 10(6), pp. 585–595. doi:10.1002/ett.4460100604.
- [14] Balan, H.V. et al. (2013) 'AirSync: Enabling Distributed Multiuser MIMO With Full Spatial Multiplexing', *IEEE/ACM transactions on networking*, 21(6), pp. 1681–1695. doi:10.1109/TNET.2012.2230449.
- [15] Driessen, P.F. and Foschini, G.J. (1999) 'On the capacity formula for multiple input-multiple output wireless channels: a geometric interpretation', *IEEE transactions on communications*, 47(2), pp. 173–176. doi:10.1109/26.752119.
- [16] Jensen, M.A. (2016) 'A history of MIMO wireless communications', in *2016 IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI)*. IEEE, pp. 681–682. doi:10.1109/APS.2016.7696049.
- [17] Marzetta, T.L. and Hochwald, B.M. (1999) 'Capacity of a mobile multiple-antenna communication link in Rayleigh flat fading', *IEEE transactions on information theory*, 45(1), pp. 139–157. doi:10.1109/18.746779.
- [18] Sengar, K. et al. (2014) 'Study and Capacity Evaluation of SISO, MISO and MIMO RF Wireless Communication Systems'. doi:10.48550/arxiv.1403.7774.
- [19] Sur, S. N., 2021. *IoT and IoE driven smart cities*. 1 ed. Cham, Switzerland: Springer.
- [20] Hura, G.S., Singh, A.K. and Siong Hoe, L. (2021) *Advances in Communication and Computational Technology: Select Proceedings of ICACCT 2019*; National Institute of Technology, Kurukshetra, India. 1st edition 2021.
- [21] Özbek, B. and Le Ruyet, D. (2014) *Feedback Strategies for Wireless Communication* [electronic resource]. 1st ed. 2014. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-7741-9>.
- [22] Liang Zhang et al. (2016) 'Layered-Division-Multiplexing: Theory and Practice', *IEEE transactions on broadcasting*, 62(1), pp. 216–232. doi:10.1109/TBC.2015.2505408.
- [23] Guo, Y. (2017) 'Application of full duplex guarantees secure wireless communication', *Journal of communications and networks*, 19(2), pp. 105–113. doi:10.1109/JCN.2017.000020.
- [24] Cavalcanti, F.R.P. (2014) *Resource Allocation and MIMO for 4G and Beyond* [electronic resource]. 1st ed. 2014. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-8057-0>.
- [25] Chataut, R. and Akl, R. (2020) 'Massive MIMO systems for 5G and beyond networks—overview, recent trends, challenges, and future research direction', *Sensors (Basel, Switzerland)*, 20(10), p. 2753. doi:10.3390/s20102753.
- [26] Chellappan et al. (2018) *Wireless Algorithms, Systems, and Applications* [electronic resource]: 13th International Conference, WASA 2018, Tianjin, China,



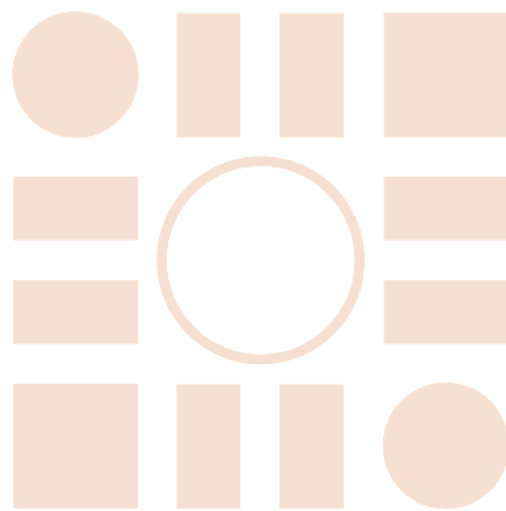
June 20-22, 2018, Proceedings. 1st ed. 2018. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-94268-1>.

- [27] Andrews, J.G., Wan Choi and Heath, R.W. (2007) 'Overcoming interference in spatial multiplexing MIMO cellular networks', *IEEE wireless communications*, 14(6), pp. 95–104. doi:10.1109/MWC.2007.4407232.
- [28] Sun, S. et al. (2014) 'Mimo for millimeter-wave wireless communications: beamforming, spatial multiplexing, or both?', *IEEE communications magazine*, 52(12), pp. 110–121. doi:10.1109/MCOM.2014.6979962.
- [29] Krishnan, R. et al. (2016) 'Linear Massive MIMO Precoders in the Presence of Phase Noise-A Large-Scale Analysis', *IEEE transactions on vehicular technology*, 65(5), pp. 3057–3071. doi:10.1109/TVT.2015.2440300.
- [30] Yan, L. et al. (2022) 'Joint Inter-Path and Intra-Path Multiplexing for Terahertz Widely-Spaced Multi-Subarray Hybrid Beamforming Systems', *IEEE transactions on communications*, 70(2), pp. 1391–1406. doi:10.1109/TCOMM.2021.3138791.
- [31] Khalid, S. et al. (2020) 'Evolutionary algorithm-based capacity maximization of 5g/b5g hybrid pre-coding systems', *Sensors (Basel, Switzerland)*, 20(18), pp. 1–18. doi:10.3390/s20185338.
- [32] Zhan, J. and Dong, X. (2021) 'Interference Cancellation Aided Hybrid Beamforming for mmWave Multi-User Massive MIMO Systems', *IEEE transactions on vehicular technology*, 70(3), pp. 2322–2336. doi:10.1109/TVT.2021.3057547.
- [33] Heath, R.W. and Paulraj, A.J. (2005) 'Switching between diversity and multiplexing in MIMO systems', *IEEE transactions on communications*, 53(6), pp. 962–968. doi:10.1109/TCOMM.2005.849774.
- [34] Bolcskei, H., Gesbert, D. and Paulraj, A.J. (2002) 'On the capacity of OFDM-based spatial multiplexing systems', *IEEE transactions on communications*, 50(2), pp. 225–234. doi:10.1109/26.983319.
- [35] Kalis, A., Kanatas, A.G. and Papadias, C.B. (2014) *Parasitic Antenna Arrays for Wireless MIMO Systems* [electronic resource]. 1st ed. 2014. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4614-7999-4>.
- [36] Lozano, A. and Jindal, N. (2010) 'Transmit diversity vs. spatial multiplexing in modern MIMO systems', *IEEE transactions on wireless communications*, 9(1), pp. 186–197. doi:10.1109/TWC.2010.01.081381.
- [37] Wang, Y.-F. and Lee, J.-H. (2017) 'A Simple Phase Noise Suppression Scheme for Massive MIMO Uplink Systems', *IEEE transactions on vehicular technology*, 66(6), pp. 4769–4780. doi:10.1109/TVT.2016.2614604.
- [38] Gopi, E.S. (2016) *Digital Signal Processing for Wireless Communication using Matlab* [electronic resource]. 1st ed. 2016. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-20651-6>.

- [39] You, X., Wang, D. and Wang, Jiangzhou (2021) Distributed MIMO and cell-free mobile communication. 1st ed. 2021.
- [40] Abbas, W., Abbas, N., Majeed, U. & Khan, S., 2016. EFFICIENT STBC FOR THE DATA RATE OF MIMO-OFDMA. Science Institute (Lahore), 28(1), pp.247-255.
- [41] Chowdhury, A. et al. (2019) 'On the Achievable Rates of Full-Duplex Massive MIMO Systems Under Channel Aging', in 2019 IEEE 20th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). IEEE, pp. 1–5. doi:10.1109/SPAWC.2019.8815448.
- [42] Mei, S. and Fang, Y. (2017) 'EM-based parameter iterative approach for sparse Bayesian channel estimation of massive MIMO system', EURASIP journal on wireless communications and networking, 2017(1), pp. 1–7. doi:10.1186/s13638-017-0967-3.
- [43] Gunnarsson, S. et al. (2020) 'Channel Hardening in Massive MIMO: Model Parameters and Experimental Assessment', IEEE open journal of the Communications Society, 1, pp. 501–512. doi:10.1109/OJCOMS.2020.2987704.
- [44] Nayebi, E. and Rao, B.D. (2018) 'Semi-blind Channel Estimation for Multiuser Massive MIMO Systems', IEEE transactions on signal processing, 66(2), pp. 540–553. doi:10.1109/TSP.2017.2771725.
- [45] Biguesh, M. and Gershman, A.B. (2006) 'Training-based MIMO channel estimation: a study of estimator tradeoffs and optimal training signals', IEEE transactions on signal processing, 54(3), pp. 884–893. doi:10.1109/TSP.2005.863008.
- [46] Hassan, N. and Fernando, X. (2017) 'Massive MIMO Wireless Networks: An Overview', Electronics, 6(3), p. 63. doi:10.3390/electronics6030063.
- [47] Nguyen, M., 2018. Massive MIMO: A survey of benefits and challenges. International Transactions on Computer Hardware and Electrical Engineering, 4(4), pp. 1-4.
- [48] Morais, D. H., 2021. 5G and beyond wireless transport technologies: enabling backhaul, midhaul, and fronthaul. 1 ed. Cham, Switzerland: Springer.
- [49] Pitarokoilis, A., Mohammed, S.K. and Larsson, E.G. (2012) 'Effect of oscillator phase noise on uplink performance of large MU-MIMO systems', in 2012 50th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton). IEEE, pp. 1190–1197. doi:10.1109/Allerton.2012.6483353.
- [50] Tarable, A. and Escribano, F.J. (2022) 'EM-Based Estimation and Compensation of Phase Noise in Massive-MIMO Uplink Communications'. doi:10.48550/arxiv.2207.08213.
- [51] Tarable, A. et al. (2013) 'An EM-based phase-noise estimator for MIMO systems', in 2013 IEEE International Conference on Communications (ICC). IEEE, pp. 3215–3219. doi:10.1109/ICC.2013.6655039.

- [52] Baker, S.G. (1992) 'A Simple Method for Computing the Observed Information Matrix When Using the EM Algorithm with Categorical Data', *Journal of computational and graphical statistics*, 1(1), pp. 63–76. doi:10.1080/10618600.1992.10474576.
- [53] Do, C.B. and Batzoglou, S. (2008) 'What is the expectation maximization algorithm?', *Nature biotechnology*, 26(8), pp. 897–899. doi:10.1038/nbt1406.
- [54] Manzano Patiño, A.P. (2018) 'Introducción a los modelos de ecuaciones estructurales', *Investigación en educación médica*, 7(25), pp. 67–72. doi:10.1016/j.riem.2017.11.002.
- [55] Wu, C.F.J. (1983) 'On the Convergence Properties of the EM Algorithm', *The Annals of statistics*, 11(1), pp. 95–103. doi:10.1214/aos/1176346060.
- [56] Moon, T.K. (1996) 'The expectation-maximization algorithm', *IEEE signal processing magazine*, 13(6), pp. 47–60. doi:10.1109/79.543975.
- [57] Lange, K. (2010) *Numerical Analysis for Statisticians* [electronic resource]. 2nd ed. 2010. Disponible en: <https://link.springer.com/book/10.1007/978-1-4419-5945-4>.
- [58] Janssen, P. (2008) *The Frailty Model*. 1. Aufl. New York, NY: Springer-Verlag. doi:10.1007/978-0-387-72835-3.
- [59] Lavrač, N. et al. (2003) *Machine Learning: ECML 2003*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/b13633.

Universidad de Alcalá  
Escuela Politécnica Superior



ESCUELA POLITECNICA  
SUPERIOR



Universidad  
de Alcalá