

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS, EMPRESARIALES Y TURISMO

TRABAJO DE FIN DE MÁSTER

Master Universitario en:

Ciencias Actuariales y Financieras

Título:

Análisis de la relación entre
el Riesgo Tipo de Interés y
Riesgo de Longevidad

Realizado por:

Cristina Castaño Pantoja

Dirigido por:

Eliseo Navarro Arribas

Alcalá de Henares

a

marzo de

2022

Resumen

La entrada en vigor de la Directiva de Solvencia II, implanta medidas con la intención de que las entidades aseguradoras valoren de la forma más precisa los riesgos a los que están expuestas. Esto tiene lugar con el objetivo de garantizar la solvencia de las compañías aseguradoras y proteger a los asegurados, mediante la asignación de un papel muy relevante al análisis de los diferentes riesgos que se pueden encontrar en el mundo de los seguros.

Así que, se analiza el Riesgo de Tipo de Interés y el Riesgo de Longevidad, para posteriormente estudiar, mediante un caso práctico, la existencia de relación entre ambos riesgos.

A consecuencia de la pandemia ocasionada a raíz del virus de la COVID-19, se ha realizado el estudio del Riesgo de Mortalidad y, finalmente, el análisis de la relación de este riesgo frente al Riesgo de Tipo de Interés.

Palabras Claves: Riesgo de Tipo de Interés, Riesgo de Longevidad, Riesgo de Mortalidad, Duración de Macaulay.

Abstract

The entry into force of the II Solvency Directive, introduces measures with the intention for the insurance companies to assess, by the most accurate way, the risks they are exposed to. This takes place with the aim of guaranteeing the solvency of the insurance companies and protecting the policy holders, assigning a very relevant role to the analysis of different risks that can be found in the insurance world.

The relationship between interest rate risk and Longevity risk is analysed through the quantification of the impact of longevity shocks on the liability duration of a portfolio of life insurance policies

As a result of the pandemic caused by the COVID-19 virus, the Mortality Risk study has been carried out and, finally, the analysis of the relation between this risk and the Interest Rate Risk.

Key Words: Interest Rate Risk, Longevity Risk, Mortality Risk, Macaulay Duration

Índice.

Índice de Contenido

| | |
|---|----|
| Resumen | 2 |
| Abstract | 2 |
| Índice de Contenido | 3 |
| Índice de Tablas | 4 |
| Índice de Figuras | 6 |
| 1. Introducción | 7 |
| 2. Objetivo..... | 9 |
| 3. La directiva de Solvencia II: sus orígenes y pilares. | 11 |
| 4. Riesgo de Tipo de Interés y Riesgo de Longevidad..... | 17 |
| 4.1. El Riesgo de Tipo de Interés y la Inmunización de Cartera. | 17 |
| 4.2. El Riesgo de Longevidad | 22 |
| 5. Metodología | 27 |
| 5.1. Paso 1: Tratamiento de la Base de Datos. | 27 |
| a. La fecha de nacimiento. | 28 |
| b. El Sexo | 29 |
| c. Renta Anual..... | 31 |
| 5.2. Paso 2: Tabla de Mortalidad..... | 32 |
| 5.3. Paso 3: Cálculo de la duración | 44 |
| 5.4. Paso 4: Estresar tablas de mortalidad..... | 49 |
| 5.5. Paso 5: Resultados obtenidos sobre el Análisis de la Relación entre Riesgo de Tipo de Interés y Riesgo de Longevidad | 53 |
| 6. Caso Covid-19..... | 57 |
| 7. Conclusiones | 65 |
| Bibliografía | 67 |
| Anexos..... | 70 |

Índice de Tablas

| | |
|---|----|
| Tabla 1: Renta Anual Cartera Asegurados | 32 |
| Tabla 2: Tabla PER2012 Individual Segundo Orden | 38 |
| Tabla 3: Pasos llevados a cabo para la obtención de la probabilidad de fallecer una mujer de 60 años nacida en 1990..... | 39 |
| Tabla 4: Pasos llevados a cabo para la obtención de la probabilidad de fallecer un hombre de 60 años nacido en 1990..... | 39 |
| Tabla 5: Pasos llevados a cabo para la obtención de la probabilidad de fallecer una mujer de 60 años nacida en 2020..... | 40 |
| Tabla 6: Probabilidad de Fallecer Mujer de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 1990 vs Probabilidad de Fallecer Hombre de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 1990..... | 40 |
| Tabla 7: Probabilidad de Fallecer Mujer de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 1990 vs Probabilidad de Fallecer Mujer de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 2020 | 41 |
| Tabla 8: Flujo de caja pasivo de la compañía aseguradora | 46 |
| Tabla 9: Flujo de caja pasivo y factores de descuentos de la compañía aseguradora | 47 |
| Tabla 10: Cálculos necesarios para la obtención de la duración de los pasivos..... | 48 |
| Tabla 11: Supervivientes con 91 años (tablas sin estrés) frente Supervivientes con 91 años (tablas estresadas 1%)..... | 51 |
| Tabla 12: Supervivientes con 91 años (tablas sin estrés) frente Supervivientes con 91 años (tablas estresadas 20%)..... | 52 |
| Tabla 13: Duración (años) de los compromisos de pago de la entidad según cae la mortalidad de la cartera. | 53 |
| Tabla 14: Variación de la Duración de los compromisos de pago de la entidad según cae la mortalidad de la cartera. | 55 |
| Tabla 15: Tasa Mortalidad Real 2019 | 58 |
| Tabla 16: Tasa Mortalidad Real 2020 | 58 |
| Tabla 17: Diferencia de la Tasa de Mortalidad Real de 2020 respecto a la de 2019 | 58 |
| Tabla 18: Incremento del número de fallecidos en 2020..... | 59 |

| | |
|---|----|
| Tabla 19: Distribución de la proporción de defunciones por COVID-19 | 60 |
| Tabla 20: Duración de las obligaciones de la compañía con y sin estrés de las tablas de mortalidad..... | 63 |
| Tabla 21: Duración de las obligaciones de la compañía con y sin estresas las tablas de mortalidad..... | 63 |

Índice de Figuras

| | |
|---|----|
| Figura 1: Estructura Fórmula Estándar SCR y desglose de los riesgos que forman cada módulo del BSCR..... | 15 |
| Figura 2: Evolución de la esperanza de vida al nacimiento | 23 |
| Figura 3: Distribución de la cartera según la edad actuarial..... | 29 |
| Figura 4: Brecha de Género (mujeres - hombres) | 30 |
| Figura 5: Distribución de la cartera según el sexo..... | 31 |
| Figura 6: Evolución del número de supervivientes | 43 |
| Figura 7: Evolución de la duración ante caídas inesperadas en la probabilidad de fallecimiento | 54 |
| Figura 8: Evolución de la variación porcentual de la duración ante caídas inesperadas en la probabilidad de fallecimiento | 56 |
| Figura 9: Proporción del número de asegurados según intervalo de edad. | 61 |

1. Introducción

El Riesgo, en el mundo de los seguros, se puede definir como la posible ocurrencia de un acontecimiento que provoca alguna necesidad económica, es decir, probables situaciones adversas que ocasionan pérdidas a la entidad aseguradora.

La crisis financiera de 2008, junto con otros factores, llevaron al sector asegurador a darle un papel más relevante a la gestión del riesgo por parte de las compañías. La correcta gestión de los riesgos tiene como intención que las entidades aseguradoras puedan cumplir sus objetivos financieros, además de ofrecerles la capacidad de evitar problemas de flujos de caja, para así poder ayudar a conservar la solvencia de la compañía. Todo esto se ve reflejado en la Directiva de Solvencia II, en la que se incluyó, como uno de sus principales objetivos, la implantación de medidas de solvencia que permitieran valorar de la forma más precisa posible los riesgos a los que están expuestas las entidades aseguradoras.

Las entidades aseguradoras, durante la realización de su actividad, se enfrentan a riesgos específicos de este sector, que variarán en función del ramo en el que opere cada una. En términos generales, se pueden encontrar Riesgos de Suscripción de Vida, Riesgos de Suscripción distintos de Vida¹, Riesgos de Suscripción de Salud, Riesgos de Mercado y Riesgos Intangibles.

Los Riesgos de Longevidad y Mortalidad (Riesgo Suscripción de Vida) junto con el Riesgo de Tipo de Interés (Riesgo de Mercado), se encuentran muy relacionados con los Sistemas de Pensiones, Seguros de Vida Ahorro y Seguros de Vida Riesgo.

Las compañías aseguradoras que comercializan con productos de Vida Ahorro o Planes de Pensiones se enfrentan, en gran medida, al Riesgo de Longevidad. Es así debido a que estas entidades se han comprometido a realizar unos pagos a sus asegurados tras su jubilación u otra contingencia determinada, por lo tanto, que los asegurados sean más longevos, los obligará a realizar sus aportaciones durante más tiempo, pudiendo llegar a ocasionar una insuficiencia en la dotación de sus provisiones.

¹ También conocidos como Riesgos de Suscripción de No Vida.

Por otro lado, las compañías que comercializan productos de Vida Riesgo, se encuentran más vinculados con el Riesgo de Mortalidad, ya que la contingencia cubierta por este seguro es el fallecimiento. Así que, una muerte anticipada de sus asegurados les puede ocasionar problemas de solvencia ya que tendrán que hacer frente a sus obligaciones antes de lo esperado.

En cambio, el Riesgo de Tipo de Interés puede afectar a las aseguradoras que tengan en sus carteras todos los productos mencionados anteriormente. Debido a que, al tener la obligación de hacer frente flujos de cajas pasivos, las compañías se encuentran expuestas a sufrir pérdidas como consecuencia de las variaciones en los tipos de interés, en la medida en que la sensibilidad de los pasivos de la compañía difiera de la sensibilidad de los activos en los que tienen invertidas sus reservas.

2. Objetivo

El objetivo de este trabajo es determinar si existe relación entre el Riesgo de Tipo de Interés y el Riesgo de Longevidad. Es decir, analizar si ante una caída generalizada de las tasas de mortalidad de los individuos de un determinado colectivo asegurado, se ve alterada la duración de las obligaciones de pago a las que tiene que hacer frente la compañía aseguradora. De forma adicional, como consecuencia de la pandemia causada por la COVID-19, también se ha planteado como objetivo estudiar si los incrementos generalizados de la mortalidad pueden modificar la duración de los compromisos de pago, es decir, determinar si existe relación entre el Riesgo de Tipo de Interés y el Riesgo de Mortalidad. Para analizar esta cuestión,

- En un primer lugar, se aborda el marco normativo que afecta al sector de los seguros, es decir, la Directiva de Solvencia II, cuáles son las razones de su existencia, hacia donde centra sus objetivos y cuáles son sus tres pilares rectores.

En concreto, este trabajo se centra en el Riesgo de Tipo de Interés y en el Riesgo de Longevidad. En el caso del Riesgo de tipo de interés, se presenta su definición junto con diferentes conceptos relacionados (La Estructura Temporal de los Tipo de Interés, La Volatilidad de los Tipos de Interés y la Duración de Macaulay), además de una breve explicación de cómo funciona la estrategia de gestión del riesgo de interés denominada “Inmunización”. En cambio, para abordar el Riesgo de Longevidad, aparte de exponer su definición, se tienen en consideración a los seguros que afecta y la importancia del incremento en la esperanza de vida. Por otro lado, se plantea la descripción del Riesgo de Mortalidad junto con información referente a la pandemia de la COVID-19 y las consecuencias de esta sobre las personas.

- En segundo lugar, se realiza la exposición de la metodología utilizada, es decir, se explica paso a paso el método llevado a cabo para el análisis de la relación entre el Riesgo de Tipo de Interés y el Riesgo de Longevidad. Todo esto acompañado de algunos ejemplos numéricos, con la intención de mejorar la comprensión de los procedimientos ejecutados.

- Por último, se ilustrará todo lo anterior, analizando un caso práctico en el que se utilizan datos reales de una cartera de asegurados, los cuales contrataron un seguro de vida ahorro y se encuentran recibiendo una prestación en forma de renta.

3. La directiva de Solvencia II: sus orígenes y pilares.

La directiva de Solvencia II entró en vigor el 1 de enero de 2016 afectando directamente al sector asegurador y reasegurador europeo, tras un periodo de discusión y revisión por los países miembros de la Unión Europea durante varios años.

Prácticamente, durante los 10 años anteriores a la entrada en vigor de Solvencia II, el sector de los seguros se encontraba ante numerosos cambios de todo tipo, tanto internos como externos. Se estaban presentando situaciones como por ejemplo la crisis financiera, cambios en la regulación contable o una globalización cada vez mayor.

Además, el antiguo régimen de solvencia vigente en Europa para las compañías aseguradoras, Solvencia I, se podría decir que no garantizaba la solvencia² de estas entidades.

La crisis global económica y financiera de 2008 evidenció que, el régimen por el que se guiaban las aseguradoras antes de que se implementara Solvencia II, no ofrecía los controles y herramientas necesarias para permitir a las entidades anticiparse o afrontar situaciones económicas adversas. Por esto, los países miembros de la Unión Europea trabajaron en una reforma de las normas que regulaba el sector de seguros, la que actualmente conocemos como Solvencia II.

El proyecto de Solvencia II se desarrolló con el objetivo de implantar una medida de solvencia que reflejara, de forma adecuada y más clara que en Solvencia I, los riesgos a los que se expone cada entidad aseguradora dependiendo del ramo en el que opere.

A su vez, otro de los objetivos más importantes planteados para la mejora de Solvencia I fue incrementar la protección de los asegurados de las situaciones adversas que pudieran afectar a la entidad. Esto condujo a los países miembros a considerar necesario que este nuevo régimen estuviera basado en unos principios, que garantizaran la máxima transparencia de la situación económica de cada compañía aseguradora y que esto aportara una confianza mayor al conjunto del sector.

² La Solvencia se puede considerar uno de los cimientos más importantes en los que se basa el seguro.

Por lo tanto, se implementó con Solvencia II un sistema de solvencia para las compañías aseguradoras más riguroso, el cual tenía tres objetivos principales: proteger al asegurado, aportar una transparencia mayor al sector e incrementar la confianza en este (Escudero, 2008).

En definitiva, según Aguilar (2008) el objetivo final de la directiva de Solvencia II es “el desarrollo y establecimiento de un nuevo sistema que permita determinar los recursos propios mínimos a requerir a cada aseguradora, en función de los riesgos asumidos y la gestión que se realice de cada uno de ellos. Los métodos de cálculo deberían poder adaptarse a la evolución de los perfiles de riesgo de las entidades. En definitiva, se trata de establecer los mecanismos o procedimientos para el cálculo de los recursos propios mínimos de las compañías, con base en la exposición final de los riesgos”.

Los diferentes riesgos que pueden afectar a la entidad aseguradora toman un papel muy importante a la hora de abordar la solvencia de esta, ya que en Solvencia II se presenta de forma exhaustiva la consideración del valor de los riesgos en el sector de seguros.

Tres son los pilares rectores de la directiva de Solvencia, los cuales se encuentran descritos a continuación (Escudero, 2008):

- **Pilar I: Requerimientos de capital³**

Este pilar, uno de los temas que aborda es en referencia a las normas que afectan a la valoración de las provisiones técnicas⁴ e inversiones. Durante el planteamiento y desarrollo de este pilar, uno de sus objetivos era armonizar el método aplicado al cálculo de las provisiones técnicas con las Normas Internacionales de Información

³ Requisitos cuantitativos.

⁴ En el diccionario de seguros de la Fundación MAPFRE se indica que las Provisiones Técnicas son “Provisiones que reflejan el valor cierto o estimado de las obligaciones contraídas por razón de los contratos de seguros y de reaseguros suscritos, así como el de los gastos relacionados con el cumplimiento de dichas obligaciones. Forman parte del pasivo de la entidad aseguradora”.

Financieras⁵ (NIIFs), ya que gran parte de la información necesaria para este cálculo procede de la contabilidad de la entidad.

El Pilar I también recoge lo referente a los requerimientos de capital de las compañías aseguradoras. Aquí se plantea el cálculo de requerimientos de capital, con la intención de que den lugar a la obtención de unos resultados más sensibles a los riesgos que se le presentan a la entidad, y que el valor resultante en el cálculo de los requerimientos de capital esté más acorde con la complejidad de cada compañía aseguradora. En Solvencia II, se plantean los requerimientos de capital a dos niveles:

- Capital Mínimo Obligatorio (Minimum Capital Requirement, MCR): en este nivel se establece cual es el capital mínimo que tiene que presentar, de forma mantenida, la compañía aseguradora para realizar su actividad. Si el capital de la compañía se sitúa por debajo de este nivel, la entidad recibirá medidas correctoras por parte de las autoridades supervisoras de las compañías de seguros.

El Capital Mínimo Obligatorio se puede considerar una red de seguridad, ya que por debajo de este nivel la compañía puede considerarse insolvente a efectos normativos.

- Capital de Solvencia Obligatorio (Solvency Capital Requirement, SCR): este nivel permitirá a la compañía aseguradora hacer frente y absorber pérdidas imprevistas, y a su vez ofrecer a los asegurados una seguridad muy elevada de que se realizaran los pagos cuando estos se tengan que hacer efectivos, es decir, que se pagarán en su fecha de vencimiento correspondiente.

El Capital de Solvencia Obligatorio es aquel que permite, en el horizonte temporal de un año, cubrir la pérdida máxima esperada en el 99,5% de los casos. En definitiva, el SCR es el capital que la entidad aseguradora debe tener disponible para hacer frente, de manera exitosa y favorable, a los riesgos a los que esté expuesta.

⁵ Constituyen las normas internacionales que afectan a la ejecución de la actividad contable de las empresas.

El importe del Capital de Solvencia Obligatorio corresponderá con la agregación⁶ de los diferentes impactos que tendrán, sobre el balance económico⁷, los diferentes riesgos a los que están expuestos los aseguradores. Todos estos riesgos son contemplados por separado y sometidos a escenarios adversos extremos.

El cálculo del SCR se realiza mediante una fórmula estándar, aunque Solvencia II también ofrece la opción a las entidades aseguradores de usar para estos cálculos modelos internos que se ajusten mejor al perfil de riesgo de la compañía.

Como se indica en el Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras la estructura de la fórmula estándar es

$$SCR = BSCR + Riesgo Operacional + Ajustes \quad (1)$$

Siendo

BSCR: el Capital de Solvencia Obligatorio Básico

Riesgo Operacional: el Capital de Solvencia Obligatorio por Riesgo Operacional⁸: Incluirá los riesgos operacionales no incluidos en el BSCR.

⁶ Mediante correlaciones.

⁷ La Fundación MAPFRE indica en el diccionario de seguros que el Balance Económico es el “Estado financiero que recoge la expresión de cuentas y resultados del ejercicio de una entidad aseguradora o reaseguradora bajo el enfoque de valor económico, principio fundamental de Solvencia II, por el que los activos y pasivos deben estar valorados de forma consistente con el mercado.”

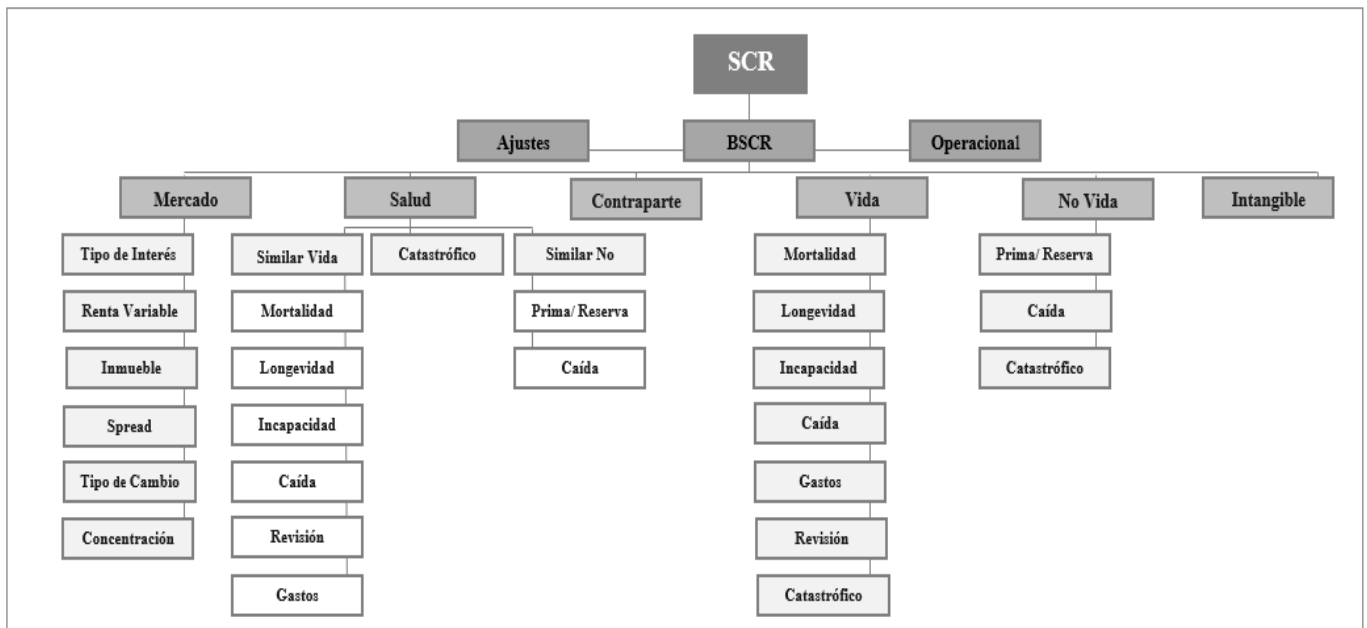
⁸ Según Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras es Riesgo Operacional incluirá “los riesgos legales, pero no los riesgos derivados de decisiones estratégicas ni los riesgos de reputación”.

Ajustes: el importe del ajuste destinado para tener en cuenta la capacidad de absorción de pérdidas de las provisiones técnicas y los impuestos diferidos.

El Capital de Solvencia Obligatorio Básico se configura mediante la agregación de diferentes módulos de riesgos, en los que al menos se tiene que considerar el Riesgo de Suscripción de los Seguros de Vida, el Riesgo de Suscripción de los Seguros distintos de Vida, el Riesgo de Mercado, el Riesgo de Suscripción de los Seguros de Enfermedad y el Riesgo de incumplimientos de la contraparte. En el BSCR también puede tener lugar el módulo de Riesgo Intangible.

Toda la estructura de la fórmula estándar, junto con los diferentes riesgos que se consideran en cada módulo de riesgo, se pueden observar en la siguiente figura

Figura 1: Estructura Fórmula Estándar SCR y desglose de los riesgos que forman cada módulo del BSCR



Fuente: ROSSEAR

El Riesgos de Tipo de Interés incluido en el módulo de Riesgo de Mercado, y los Riesgos de Longevidad y Mortalidad pertenecientes al módulo de Riesgo de Suscripción de los Seguros de Vida, serán abordados y estudiados más adelante. Estos riesgos mencionados en el Capital de Solvencia Obligatorio Básico se consideran en módulos de riesgos diferentes e independientes.

- **Pilar II: Procesos de Supervisión⁹**

El Pilar II se centra en medidas que verifiquen la correcta utilización y el rigor de los procedimientos aplicados, además de la evaluación interna del total de los recursos propios que respaldan a la entidad frente al conjunto de los riesgos que han asumido.

Este pilar contiene los principios para los procesos de actuación de los supervisores, es decir, define las obligaciones y los derechos del supervisor, donde se establece un marco común europeo para obtener una buena gestión empresarial.

También recoge los principios tanto para la gestión de riesgo como para el control interno de las compañías de seguros. La implementación de este segundo pilar implica que estas entidades deben desarrollar procedimientos de gestión de riesgos y de control interno para contribuir a la obtención de un buen gobierno de compañía.

- **Pilar III: Disciplina de mercado**

El tercer pilar rector de la directiva de Solvencia II tiene como objetivo la transparencia y divulgación de la información de las compañías aseguradoras, para de este modo poder facilitar la supervisión de estas por parte de las entidades. Todo esto tiene como finalidad ofrecer a las partes interesadas, como por ejemplo asegurados, agencia de calificación e inversores, una imagen fiel y global de los riesgos que asumen cada una de las compañías aseguradoras.

⁹Requisitos cualitativos.

4. Riesgo de Tipo de Interés y Riesgo de Longevidad

4.1.El Riesgo de Tipo de Interés y la Inmunización de Cartera.

Se puede definir el riesgo de interés como el riesgo de sufrir pérdidas por variaciones, tanto positivas como negativas, en el tipo de interés. Una fluctuación en los tipos de interés puede dar lugar a alteraciones en determinados pasivos y activos. Este riesgo se presenta cuando el resultado de compensar las variaciones de los activos y de los pasivos generan a la entidad pérdidas (Cuesta, 2011).

Según Solvencia II, como recoge en el Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras, el Riesgo de Tipo de Interés es la “Sensibilidad del valor de los activos, los pasivos y los instrumentos financieros frente a las variaciones en la estructura temporal de los tipos de interés o la volatilidad de los tipos de interés”. Para una mejor comprensión de esta definición se indican los siguientes conceptos:

- La Estructura Temporal de los Tipos de Interés, también conocida como Curva ETTI, se expresa mediante una representación gráfica, y es la relación funcional entre los Tipo de Interés¹⁰ y el plazo al que van referidos (Peiro, 2015).
- La Volatilidad, utilizada para medir la variabilidad y el comportamiento de las fluctuaciones o trayectorias de los tipos de interés, de los precios, de las rentabilidades de los activos financieros y, en términos generales, de cualquier activo financiero (Gil, 2015). El riesgo de las fluctuaciones por tipo de interés puede medirse a través de su volatilidad, ya que ante una volatilidad alta la probabilidad de que surjan variaciones extremas de los tipos de interés es más elevada (Cuesta, 2011).

¹⁰ Kiziryán (2015) señala que el tipo de interés es “el precio del dinero, es decir, es el precio a pagar por utilizar una cantidad de dinero durante un tiempo determinado. Su valor indica el porcentaje de interés que se debe pagar como contraprestación por utilizar una cantidad determinada de dinero en una operación financiera.”

Las entidades aseguradoras, entidades de crédito e intermediarios financieros llevan a cabo una función para transformar los plazos de pasivos y activos. Es decir, reciben determinados fondos por parte de inversores, como pueden ser los depósitos o las primas de una póliza de un seguro de vida, con el objetivo de remunerar a estos inversores en el futuro, a un tipo de interés que se ha determinado previamente en un contrato.

Los importes que estas entidades han aceptado serán invertidos en activos que puedan ofrecer suficiente rentabilidad para hacer frente a todos los costes de financiación, obtener beneficios y cubrir el total de los gastos de gestión. Antes de abordar los diferentes efectos que puede provocar esta práctica sobre las entidades, es interesante aclarar el concepto de la Duración¹¹.

La Duración de Macaulay de una inversión (bono) o de una obligación, se define como la media ponderada de todos los vencimientos de los flujos de cajas generados, donde estas ponderaciones vienen del cociente entre los flujos de cajas actualizados (valor actual) y el valor del bono u obligación. Es decir, la duración¹² de un bono puede interpretarse como el plazo medio que queda hasta el vencimiento del bono.

La Duración presenta un papel importante ante la medición de la variación del precio de un bono ante fluctuaciones en los tipos de interés y para poder interpretar mejor el papel que toma la Duración con una medida este riesgo, se plantea la siguiente expresión (Navarro, 2019)

$$\frac{\Delta P}{P} \approx \frac{-D}{(1+R)} * \Delta R \quad (2)$$

Donde

D es la Duración del activo de renta fija (bono)

P es el precio del bono

ΔP es la variación del precio del bono

R es el tipo de interés

ΔR es la variación del tipo de interés

¹¹ También conocida como “Duración de Macaulay” ya que es una expresión que fue acuñada por el británico Frederick Macaulay en el año 1938.

¹² No confundir con el periodo de tiempo que existe hasta la amortización.

Según la expresión anterior, ante una cierta variación dada de los tipos de interés, se puede decir que en términos relativos el impacto sobre el precio de un bono será proporcional a la duración de este.

Por otra parte, la fórmula (2) nos permitirá interpretar de forma más intuitiva la duración, siendo esta el porcentaje aproximado de variación en términos relativos del precio de un bono si se produce una variación en los tipos de interés de un punto porcentual. Por ejemplo, si la duración de un bono es de 3 años y los tipos de interés experimentan una variación de un 1%, aproximadamente, el precio del bono sufrirá una variación del 3% en sentido contrario¹³, es decir, si los tipos de interés suben un 1% entonces el precio del bono caerá alrededor del 3%.

Tras aclarar el término de la Duración de Macaulay, se procede a continuar con los diferentes efectos que pueden sufrir las entidades de créditos, los intermediarios financieros y las entidades aseguradoras cuando deciden invertir en activos para posteriormente, con la rentabilidad que reciben de estos, sufragar todas sus obligaciones de pago e incluso obtener beneficios. Así que, pueden distinguirse los siguientes efectos (directos e indirectos) (Cuesta, 2011):

- Partiendo de que la duración de los activos de la entidad aseguradora se asume habitualmente inferior a la de sus pasivos, en el caso de que se produzca una bajada en los tipos de interés, la rentabilidad que ofrecen las inversiones¹⁴ puede llegar a ser insuficientes para generar beneficios a la entidad, o también puede conllevar problemas para afrontar la financiación de los pasivos o los gastos que supone la gestión. Principalmente, las dos últimas situaciones mencionadas pueden poner en riesgo la solvencia de la compañía.
- En el caso de que se incremente el tipo de interés, el inversor podría solicitar, de forma anticipada, la liquidación de su inversión¹⁵ con la intención de volver a invertir en el mercado y obtener una mayor rentabilidad.

¹³ El sentido contrario lo explica el signo negativo que acompaña a la duración en la expresión planteada.

¹⁴ Que deriva del proceso de reinversión, al no obtener el interés previsto para ese periodo.

¹⁵ Mediante la cancelación del depósito o ejerciendo su derecho de rescate.

Desde el punto de vista actuarial, el efecto más habitual al que tienen que enfrentarse los gestores de planes de pensiones o los de entidades de seguros es decidir en qué productos van a invertir sus recursos para, en el futuro, poder hacer frente a sus compromisos de pagos por pensiones, pagos por indemnizaciones, cubrir gastos de gestión e incluso poder obtener beneficios (Navarro, 2019).

Sin embargo, según cómo evolucionen los tipos de interés pueden dar lugar a que las provisiones, las cuales están materializadas en una cartera de activos, sean insuficientes para hacer frente a los compromisos de pago que haya adquirido la entidad.

Para solventar este problema, existen técnicas actuariales, como es la Inmunización Múltiple¹⁶, que permiten establecer cierta seguridad al cumplimiento de las obligaciones de la compañía aseguradora.

La Inmunización tiene en consideración tanto los flujos de caja pasivos como los flujos de activos que afectan a una compañía. Una determinada entidad financiera o aseguradora tiene que hacer frente a diversos flujos de cajas a lo que se ha comprometido, a estos flujos de pagos (FP_t) les hará frente en el momento (t) que le corresponda. Siendo $v(t)$ la función de descuento y suponiendo que los tipos de interés siguen constantes, la inversión necesaria (I_0) para hacer frente a este flujo de caja pasivo se expresa de la siguiente forma

$$I_0 = \sum_{t=1}^n FP_t * v(t) \quad (3)$$

Siendo n el número de periodos durante los que hay que hacer frente a los flujos de caja pasivos.

Esta inversión necesaria se supone materializada en una cartera de renta fija, la cual genera unos flujos de cajas activos y cuyo valor es igual al valor actualizado de los flujos de caja pasivos. Dichos flujos de cajas activos (FA_{t'}) tendrán su vencimiento en su momento correspondiente (t'), por lo tanto, se verifica que

$$I_0 = \sum_{t'=1}^m FA_{t'} * v(t') \quad (4)$$

Siendo m el número de periodos durante los que se generan a los flujos de caja activos.

¹⁶ Planteada por Redington en el año 1952, quien la denominó simplemente “Inmunización”.

Si no se produjera ninguna variación en los tipos de interés, como se menciona anteriormente, esta cartera de activos permitiría hacer frente a todos los flujos de cajas pasivos a los que tiene que hacer frente la entidad (Navarro, 2019).

En cambio, si tienen lugar variaciones en los tipos de interés, la compañía se puede encontrar en una situación en la que su cartera de activos no sea capaz de cubrir la totalidad de sus obligaciones de pago. Incluso, dependiente de la estructura de los flujos de cajas que genere la cartera de activos, puede provocar un déficit o un superávit de los fondos de la compañía.

Sin embargo, para poder hacer frente a los pagos previstos es necesario que se cumpla la siguiente igualdad

$$\sum_{t=1}^n t * FP_t * v(t) = \sum_{t'=1}^m t' * FA_{t'} * v(t') \quad (5)$$

Lo que es equivalente a exigir que la duración de la cartera de activos (D_{FA}) sea igual a la duración de las obligaciones (D_{FP}) a las que tiene que hacer frente la entidad financiera o aseguradora. Es decir,

$$D_{FP} = D_{FA} \quad (6)$$

Siendo

$$D_{FP} = \frac{\sum_{t=1}^n t * FP_t * v(t)}{I_0} \quad (7)$$

Y

$$D_{FA} = \frac{\sum_{t'=1}^m t' * FA_{t'} * v(t')}{I_0} \quad (8)$$

Se puede decir que la inmunización, una vez conocida la duración de las obligaciones de la entidad, tiene como objetivo encontrar una cartera de bonos que permita “inmunizar” a estas obligaciones, es decir, la intención es construir una cartera de renta fija con una duración igual a la de los pasivos.

Si la cartera está inmunizada, tanto los bonos como las obligaciones de la compañía experimentarán comportamientos similares ante variaciones en los tipos de interés, en otras palabras, tanto el valor de los compromisos de pago como el de los activos que conforman la cartera sufrirán caídas ante incrementos de los tipos de interés y subidas si se producen una caída de los tipos de interés de la misma dimensión.

Por consiguiente, se puede decir que la entidad queda protegida (inmunizada) ante variaciones del tipo de interés, es decir, el valor de sus activos y pasivos será similar independientemente de cuál sea el comportamiento de los tipos de interés. Esto conlleva una seguridad a la compañía, debido a que ésta encontrará una elevada garantía de poder hacer frente a sus compromisos de pago ya que tiene una cartera de activos que la respalda con las rentabilidades que genera.

En el caso de que esta similitud entre la duración de los activos y la duración de los pasivos no se diera, puede conducir a pérdida si se dan las siguientes casuísticas. Por un lado, si la duración de los activos fuese mayor que la de los pasivos, entonces una subida de los tipos de interés provocaría una disminución en el valor de los activos superior a la de sus obligaciones, incurriendo por tanto en pérdidas. Por otro lado, por el contrario, si la duración de los activos es inferior a la de los pasivos, como suele ser el caso de las entidades aseguradoras, una bajada de tipos de interés producirá un mayor incremento en el valor de los compromisos de la entidad incurriendo en las pérdidas correspondientes.

4.2.El Riesgo de Longevidad

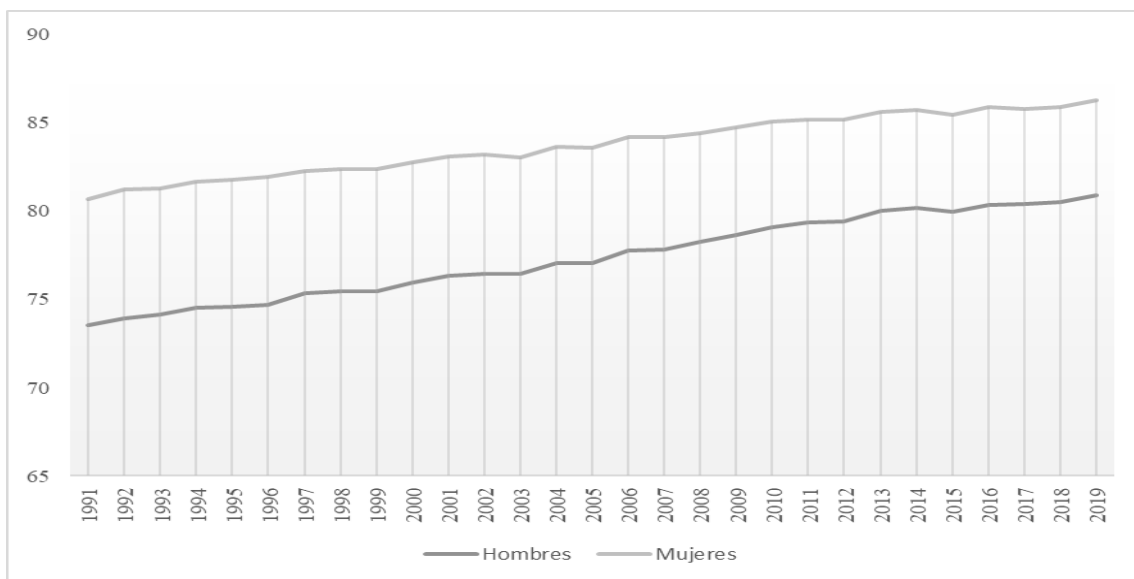
La esperanza de vida¹⁷, en los últimos años ha aumentado significativamente, haciéndolo a su vez el envejecimiento de la población, lo que ha afectado directamente a áreas como el sistema sanitario, mercado laboral, sistema de pensiones o la educación.

En general, tanto a escala nacional como mundial, la esperanza de vida (INE, 2021) ha ido experimentado un incremento a lo largo del tiempo, el cual se ha acentuado en los últimos años. Se podría decir que esta evolución positiva de la esperanza de vida viene de la mano de mejoras en las condiciones de vida, de trabajo y de la sanidad.

¹⁷ Indicador que muestra “la media del número de años que vive una determinada población en un cierto periodo de tiempo”. Desde un punto de vista más amplio, la esperanza de vida indica el número medio de años que viviría un grupo de personas las cuales han nacido el mismo año, suponiendo que se mantienen constantes las tasas de mortalidad. De aquí que las tablas de mortalidad sea una herramienta importante para calcular la esperanza de vida, ya que permite valorar la mortalidad según la edad de la población estudiada (Cebrino, 2012).

En España, la tendencia que sigue la esperanza de vida al nacer, entre 1991 y 2019, tanto para hombres como para mujeres, se encuentra reflejada en la figura 2, donde se encuentra en el eje de abscisas el año de nacimiento de los individuos y en el eje de ordenadas la esperanza de vida al nacer en función del año de nacimiento

Figura 2: Evolución de la esperanza de vida al nacimiento



Fuente: Instituto Nacional de Estadística.

Según publica el Instituto Nacional de Estadística, desde principio de la década de los noventa hasta 2019 se ha registrado una mejorada de la esperanza de vida respecto a cada año anterior, excluyendo algunos años en los que ésta ha empeorado. Los datos utilizados para la representación gráfica se pueden observar en el Anexo 1.

Como se puede observar en la figura 2, por un lado, las mujeres presentaban en 1991 una esperanza de vida al nacer de aproximadamente 81 años y en 2019 una de 86 años, es decir, la esperanza de vida ha experimentado un incremento alrededor de 5 años. Por otro lado, los hombres en 1991 mostraban una esperanza de vida de unos 73 años, mientras que en 2019 ésta se encontraba en unos 81 años, siendo la evolución total de la esperanza de vida un poco superior a 7 años. Se puede decir que durante estas 3 décadas la evolución de la esperanza de vida ha sido un poco más favorable en el caso de los hombres.

A partir de 2020, la evolución positiva que estaba experimentando la esperanza de vida se ha visto afectada, aunque se espera que, de forma temporal, por los efectos de la COVID 19. A consecuencia de la pandemia, la media del número de años que vive una determinada población se ha podido ver reducida, ya que el grueso de las defunciones se encuentra en los mayores de 60 años y más concretamente en las mayores de 80 años.

Por todo esto se plantea el análisis del Riesgo de Longevidad, a consecuencia de que cada vez tanto hombres como mujeres fallecen, en términos generales, con una edad más avanzada de la esperada.

Según Solvencia II, recogido el Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras, el Riesgo de Longevidad es “Riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros debido a variaciones en el nivel, la tendencia o volatilidad de las tasas de mortalidad, para aquellos casos en que un descenso de la tasa de mortalidad genere un aumento en el valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros”.

El Riesgo de Longevidad se puede definir como “la posibilidad de que las personas sobrevivan más allá de lo esperado” (Rodríguez-Reyes, 2016). Se entiende como un riesgo biométrico¹⁸ por el que las reservas que constituyen las compañías aseguradoras para afrontar los pagos de jubilación, invalidez, orfandad y viudedad no resulten suficientes, como consecuencia de que se apoyen en Tablas de Mortalidad con hipótesis de mortalidad superiores a las reales (Ariza, 2013).

Este riesgo, en el mundo de los seguros, afecta directamente a los Sistemas de Pensiones y a los contratos de Seguro Vida Ahorro.

La definición técnica de un Sistema de Pensiones es “la estructura de flujos que adopta un agente económico para cobrar una renta en la jubilación” (López, 2019). Los Sistemas de Pensiones se pueden definir como un mecanismo que tiene como finalidad proveer de una prestación al asegurado tras la jubilación, como contrapartida a aportaciones que ha

¹⁸ La Fundación MAPFRE indica en el diccionario de seguros que el *Riesgo Biométrico* es aquel que implica una desviación negativa o positiva de los modelos de conducta en las estimaciones de la supervivencia, la mortalidad, la enfermedad o la invalidez de una cartera de seguros o de un colectivo en concreto.

realizado previamente. Dentro de los Sistemas de Pensiones pueden distinguirse según la entidad quien lo regula¹⁹ y según su sistema de pagos²⁰ (Subsecretaría de Previsión Social. Gobiernos de Chile, s.f.).

Los Seguros de Vida Ahorro permiten realizar aportaciones periódicas, las cuales se van acumulando, para que en el futuro el asegurado pueda recuperarlas junto a una rentabilidad adicional garantizada. El importe total acumulado puede percibirse en forma de capital o de pagos periódicos, siempre y cuando, el asegurado siga vivo. En este caso, quien realizó las aportaciones y quien recibe la prestación son la misma persona.

El Riesgo de Longevidad está tan vinculado a los Sistemas de Pensiones y a los Seguros de Vida Ahorro ya que éste puede afectar directamente a lo provisionado por la compañía para hacer frente a las obligaciones contraídas con sus asegurados, es decir, la entidad puede encontrarse con unas reservas infraestimadas, que incluso pueden generar problemas para cumplir las obligaciones de pagos por parte de la compañía frente a su cartera de asegurados.

Se puede decir que la reserva estaría subestimada si el cálculo de esta se realiza basándose en unas Tablas de Mortalidad que recogen unas hipótesis de supervivencia más bajas a los patrones de supervivencia reales.

En otras palabras, al encontrarse ante individuos más longevos de lo que se estimó, la entidad aseguradora deberá hacer frente, durante más tiempo, a sus compromisos de pagos, pudiendo provocar problemas financieros a la compañía (Rodríguez-Reyes, 2016).

Aun así, el Riesgo de Longevidad presenta también connotaciones positivas en el caso de que las compañías que provean contratos de Seguros de Vida Riesgo.

Los Seguros de Vida Riesgo son aquellos que tiene como objetivo cubrir el fallecimiento del tomador (asegurado). Este seguro permite al tomador el pago de un capital según contrato, para que en el momento de su defunción el beneficiario de la póliza reciba el

¹⁹ Según la entidad reguladora se puede distinguir entre Sistemas de Pensiones Públicos, Sistemas de Pensiones Privados y Sistemas de Pensiones Mixtos.

²⁰ Según el sistema de pagos existen las siguientes modalidades: Sistema de Capitalización, Sistema de Pensiones de Reparto, Sistema de Pensiones de Cuentas Nocionales y Sistemas de Pensiones de Audecripción.

capital estipulado. En este caso el tomador y el beneficiario no son la misma persona. Los Seguros de Vida Riesgo (Rastreator, 2021) presentan dos modalidades,

- Seguros de Vida Entera, donde el pago del capital se realiza al beneficiario justo después del fallecimiento del tomador, independientemente del momento en el que tiene lugar la defunción
- Seguros de Vida Temporal, cubre el riesgo de fallecimiento del tomador solo durante un tiempo, este periodo variará según contrato.

Por consiguiente, el Riesgo de Longevidad presenta una relación positiva frente a los Seguros de Vida Riesgo ya que la entidad experimentará un diferimiento en sus obligaciones de pago frente a los asegurados, como consecuencia de que estos van a morir a edades más avanzadas (Rodríguez-Reyes, 2016).

5. Metodología

El análisis de la relación entre el Riesgo de Tipo de Interés y el Riesgo de Longevidad se realiza mediante el planteamiento de un caso práctico, en el cual se trabaja con una cartera de asegurados, los cuales contrataron un Seguro de Vida Ahorro, con una determinada entidad aseguradora, y ahora se encuentran recibiendo un capital en forma de renta anual²¹.

Con el fin de hallar la duración de las obligaciones que presenta la compañía frente a sus asegurados y ver si esta cambia ante variaciones de la longevidad, se han llevado a cabo una serie de pasos específicos. A continuación, se indican los pasos efectuados para la obtención de los resultados de este análisis.

5.1.Paso 1: Tratamiento de la Base de Datos.

En primer lugar, antes de empezar con el proceso de cálculo, se ha realizado un tratamiento de la información disponible de la cartera de asegurados, la cual se compone por 5.088 individuos. Esta cartera es considerada un colectivo cerrado, es decir, no entra nueva producción.

Se ha considerado solo la información estrictamente necesaria para la obtención de la duración de los pasivos de la entidad. La información imprescindible está compuesta por la fecha de nacimiento del asegurado, el sexo y la renta anual que está percibiendo. Toda esta información se encuentra recogida en los siguientes puntos.

²¹ La información recogida en la Base de Datos de esta cartera es a la fecha de 31 de diciembre del 2020.

a. La fecha de nacimiento.

La fecha de nacimiento se considera un dato de elevada importancia, ya que tanto la edad actuarial del asegurado como la generación²² a la que pertenecen es una información necesaria para aplicar las tablas de mortalidad dinámicas, usadas en este caso, para conocer las correspondientes probabilidades de fallecimiento.

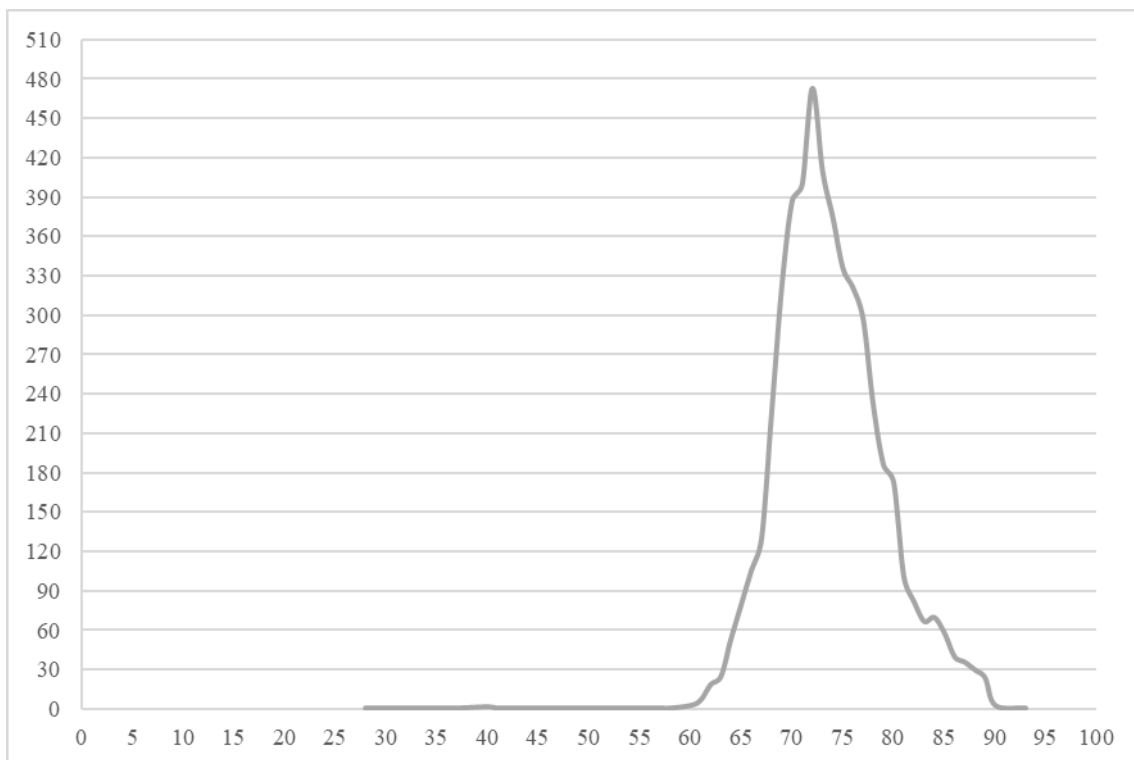
Como los datos de la cartera son a 31 de diciembre de 2020, se toma este momento como Fecha de Referencia para calcular la edad actuarial, la cual se ha calculado aplicando la fórmula indicada seguidamente

$$Edad Actuarial = \frac{Fecha Referencia - Fecha Nacimiento}{365,25} \quad (9)$$

A continuación, se encuentra la figura 3, donde se recoge la distribución de la cartera, es decir, el número de asegurados (eje ordenadas) según la edad del asegurado (eje abscisas), en el que se observa cómo prácticamente la totalidad de la cartera tiene una edad comprendida entre 60 y 90 años

²² Año de nacimiento.

Figura 3: Distribución de la cartera según la edad actuarial



Fuente: Elaboración propia

b. El Sexo

Ante el estudio de la distribución de los individuos que conforman una determinada población, una de las distinciones de interés demográfico más empleada es el sexo²³.

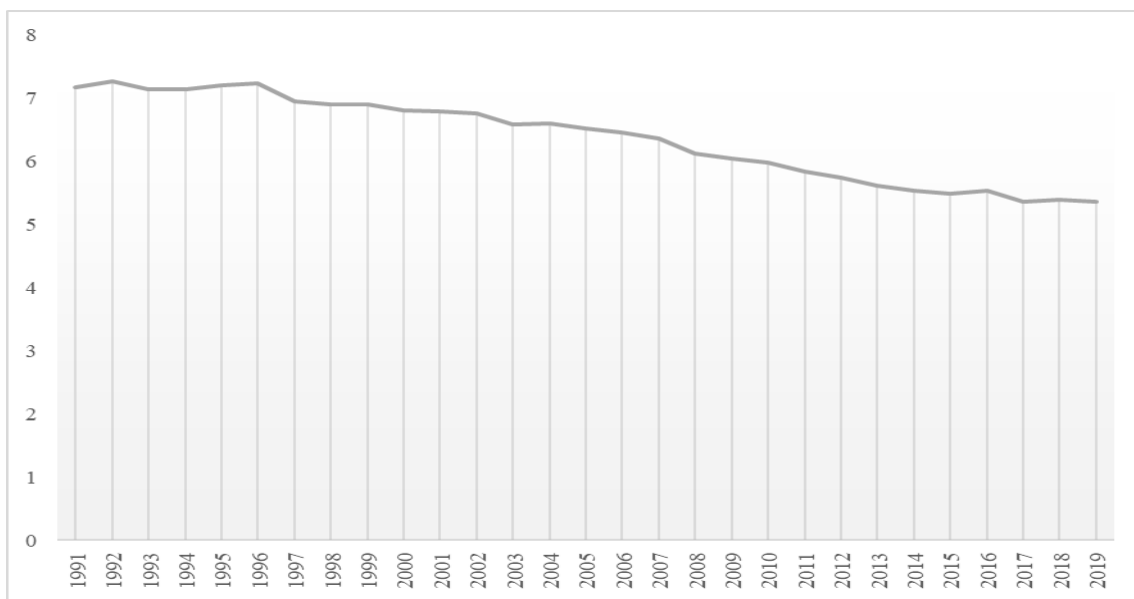
Principalmente, los factores biológicos, junto con el estilo de vida y las conductas de riesgo, dan lugar a la denominada “Brecha de Género”, que se define como “la diferencia en años, entre la esperanza de vida a distintas edades de la mujer y la esperanza de vida del hombre” (Instituto Nacional de Estadística, 2021). En definitiva, se podría decir, que en general, las mujeres son más longevas y presentan una probabilidad de fallecimiento menor a cada grupo de edad que la de los hombres.

En la siguiente figura, cuyos datos representados se pueden observar en el Anexo 2, se encuentra recogida la evolución que experimenta, de 1991 a 2019, la Brecha de Género

²³ Junto con la edad.

en España. En el eje de abscisas se encuentra el año de nacimiento de los individuos y en el eje de ordenadas la diferencia en años entre la esperanza de vida al nacer de las mujeres y los hombres en función del año de nacimiento. Se puede ver como la Brecha de Género no es nula y que, aunque presente tendencia negativa, las mujeres presentan una mayor esperanza de vida al nacer que los hombres

Figura 4: Brecha de Género (mujeres - hombres)

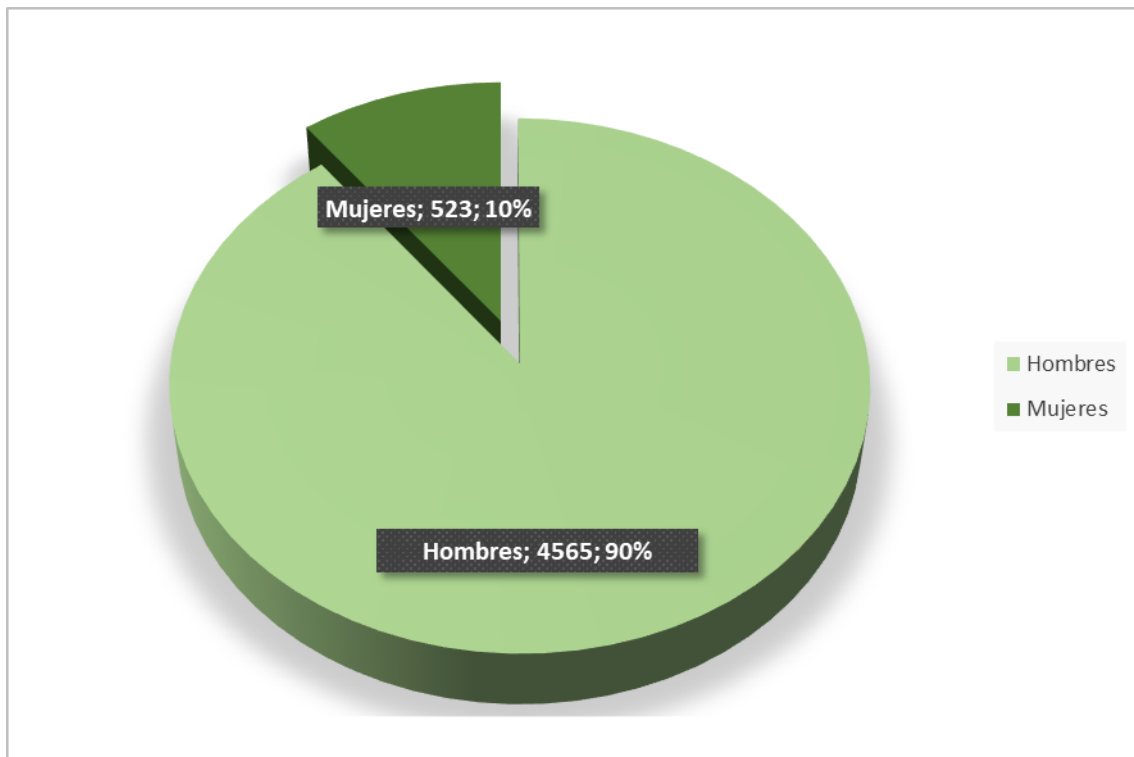


Fuente: Instituto Nacional de Estadística

Los datos más recientes del Instituto Nacional de Estadística, publicados en 2020, indican que la esperanza de vida al nacer de las mujeres es de 86,2 años mientras que la de los hombres es de 80,9 años, siendo la brecha de género de 5,4 años. Este es un hecho muy relevante, que se ve reflejado directamente sobre las tablas de mortalidad, ya que en éstas se diferencian entre hombres y mujeres a la hora de obtener la probabilidad de fallecimiento.

Por todo esto, para realizar el estudio planteado, se ha dividido la cartera diferenciando entre hombres y mujeres. En la figura que se presenta seguidamente, se recoge cómo queda la distribución de la cartera una vez se ha distinguido por sexo, y donde se puede observar que la mayoría de los asegurados son hombres, es decir, el 90% de los asegurados son hombres y el 10% mujeres.

Figura 5: Distribución de la cartera según el sexo



Fuente: Elaboración Propia

c. Renta Anual

Tal y como se ha indicado anteriormente, los asegurados se encuentran percibiendo una renta vitalicia anual constante²⁴. De manera que se genera, en contra de la entidad aseguradora, una corriente de pagos hasta que la cartera se extinga.

Se puede considerar esta información imprescindible, debido a que sería imposible hallar el valor de la duración de las obligaciones que presenta la compañía frente a sus asegurados, sin ser conocedores del importe de éstas.

Por lo tanto, se ha calculado cual sería el volumen del flujo total a pagar, este año, por parte de la entidad aseguradora. Para esto, se han sumado todos los flujos de caja a los

²⁴ La moneda en la que recibe el asegurado dicha renta es el euro.

que tendrá que hacer frente la entidad aseguradora el primer año, es decir, se ha sumado las diferentes rentas que cobrarán los asegurados este año.

A continuación, se puede observar en la tabla 1, que el importe al que debe hacerse frente es aproximadamente 21 millones de euros y la renta promedio anual es de 4.156,45 €

Tabla 1: Renta Anual Cartera Asegurados

| Renta Anual | Importe (€) |
|--------------------|------------------------|
| Promedio | 4.156,4464 |
| Total | 21.147.999,4300 |

Fuente: Elaboración Propia

Para simplificar y por operatividad, aunque cada asegurado perciba una renta en función de lo aportado, se ha establecido el supuesto de que la renta a pagar por parte de la compañía es igual para todos los miembros de la cartera. Es decir, en el caso práctico planteado, se ha considerado la renta anual promedio será la renta anual constante que recibirá cada asegurado.

5.2.Paso 2: Tabla de Mortalidad

El plazo en el que debe finalizar el flujo de pagos por parte de la compañía aseguradora, es decir, el tiempo que tarda la cartera en extinguirse, está relacionada directamente con la duración de estas obligaciones. Una variación del tiempo en el que se estarán efectuando los pagos por parte de la compañía a los asegurados, provocará también una variación de la duración ya que estará más tiempo haciendo frente a sus obligaciones de pago y por lo tanto más tiempo expuestos al riesgo de tipo de interés. Por lo tanto, es necesario conocer la probabilidad de fallecimiento de un individuo dependiendo de su edad y de su género.

Todo esto pone de manifiesto la relevancia que presenta la mortalidad²⁵ y la importancia de poder estimar de la forma más objetiva posible la probabilidad de fallecimiento de los individuos que componen la cartera. Mayores tasas de mortalidad darían como resultado una cartera de asegurados menos longeva, provocando una caída en la cuantía y en los vencimientos de los flujos de pagos por parte de la entidad, y viceversa (Martínez de Lejarza, 2011).

La información necesaria para proceder al cálculo de las probabilidades de fallecimiento y supervivencia se recogen en las tablas de mortalidad. Estas tablas tienen como principal aplicación la medición de las probabilidades de fallecimiento de una determinada población, considerada en un periodo o en un instante. Por consiguiente, presenta una gran importancia en todo lo relacionado con las proyecciones de la población.

El estudio de la mortalidad constituye una de las tareas tradicionales del Instituto Nacional de Estadística (INE), así que, resulta interesante conocer como este organismo define las tablas de mortalidad. Por lo tanto, el INE dice que “Las Tablas de Mortalidad se componen de un conjunto de series o funciones biométricas por edad, como son el riesgo de muerte, los supervivientes y la esperanza de vida, que se calculan con el objetivo primordial de medir la incidencia de la mortalidad en una población con independencia de la estructura por edades que dicha población presente, permitiendo así analizar la evolución, en el tiempo y en el espacio, de la incidencia de este fenómeno demográfico”.

En cambio, La Fundación MAPFRE (s.f) indica en el diccionario de seguros que la *Tabla de Mortalidad* es un “Documento o estados en que, previo estudio y cálculo actuariales, se reflejan las posibilidades de fallecimiento de una colectividad de personas en función de los diferentes tipos de edades de estas y del periodo de vida más o menos prolongada que se considere”.

²⁵ La mortalidad nos indica el número defunciones que tiene lugar en una determinada población. La mortalidad junto con la natalidad son dos fenómenos demográficos muy importantes, ya que estos determinan el crecimiento de la población (Martínez de Lejarza, 2011).

De modo que, gracias a las tablas de mortalidad, se puede obtener una estimación del número de fallecidos a cada edad, y en función de su sexo²⁶, de un determinado grupo de individuos con una edad inicial preestablecida (Mateos-Aparicio et al., 2010).

Las tablas de mortalidad pueden clasificarse en función de diversos criterios. Dadas las circunstancias, resulta interesante indicar la diferencia entre las estáticas y las dinámicas. A continuación, se presentan sus particularidades (Lozano, s.f.):

- En las Tablas de Mortalidad Estáticas, las probabilidades de fallecimiento varían en función del sexo y la edad del individuo, pero no dependen del tiempo físico²⁷.

Estas tablas pueden quedarse desfasadas conforme va pasando el tiempo. Por ejemplo, estas tablas le atribuyen la misma probabilidad de fallecimiento a un individuo de 40 años independientemente de la fecha de su nacimiento.

- En las Tablas de Mortalidad Dinámicas, las probabilidades de fallecimiento varían en función del sexo, la edad y el tiempo físico, es decir, en este caso sí se considera el año en el que nace cada individuo.

Estas también son conocidas como Tablas de Mortalidad Generacionales, ya que una misma tabla contiene en sí misma una para cada generación posible. Todo esto, presenta un papel muy relevante en los seguros de vida y, especialmente, en aquellos en los que su prestación es en forma de renta. Por lo tanto, éstas son las tablas utilizadas para el análisis práctico planteado

Se ha utilizado la tabla PERM2012 Individual de primer Orden²⁸, la cual está publicada por la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones (DGSFP)²⁹. Se han utilizado

²⁶ Se puede trabajar con tablas de mortalidad unisex.

²⁷ Fecha determinada o instante concreto.

²⁸ “Tabla que recoge la estimación central de los tantos de mortalidad y además los recargos técnicos que capturan los riesgos de modelo, nivel, volatilidad, tendencia, incertidumbre paramétrica, riesgos de base y en general cualquier otro riesgo biométrico que sea considerado por el mercado para transferir carteras o asumir riesgos.”

²⁹ Órgano administrativo que depende directamente de la Secretaría de Estado de Economía y Apoyo a la Empresa. Entre otras, algunas de sus funciones son la preparación de proyectos normativos (en las materias de su competencia, supervisión financiera continua, revisión de los

dichas tablas ya que del Proyecto de Resolución de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones (relativo a las tablas de mortalidad y supervivencia a utilizar por las entidades aseguradoras y reaseguradoras), por el que se aprueba la guía técnica relativa a los criterios de supervisión que, la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones sigue desde el 1 de enero de 2021, en relación con las tablas biométricas aplicadas por las entidades aseguradoras y reaseguradoras, se extraen, entre otras, dos ideas relevantes, éstas son:

- Las PER 2000 no cumplen los requisitos exigidos por la normativa vigente para el cálculo de las tarifas de primas, provisiones técnicas contables, mejor estimación en términos de solvencia y para la obtención de magnitudes relacionadas con las prestaciones de supervivencia y fallecimiento.
- Se declaran admisibles para los fines declarados anteriormente las PERM2012 Individual de primer Orden y las PERM2012 Individual de segundo Orden.

En términos generales, para la consecución de las tablas de mortalidad específicas para cada generación de individuos nacidos en un año en concreto, se parte de las tablas de mortalidad en formato simplificado. Éstas están compuestas por una tabla base y un conjunto de fórmulas de cálculo, que posibilitan la obtención de las probabilidades de fallecimiento, según el sexo del individuo, para cada generación.

Antes de abordar el método aplicado para la obtención de la tabla, resulta indispensable, tener una clara comprensión de los principales componentes de las tablas de mortalidad. En las tablas se puede observar, entre otra, la siguiente información (Martínez de Lejarza, 2011):

- Supervivientes (l_x): Número de individuos, de una determinada generación, que alcanzan la edad x . Es decir, número de personas que llegan vivos a su x -ésimo aniversario.
- Defunciones (d_x): Número de defunciones de individuos que no han alcanzado la edad de $x+1$. Es decir, número de personas que llegan vivos a su x -ésimo aniversario, pero fallecen antes del siguiente. Su expresión es

riesgos y de la solvencia, comprobación de los cálculos financieros y actuariales de las entidades aseguradoras y reaseguradoras.

$$d_x = l_x - l_{x+1} \quad (10)$$

Por lo tanto, partiendo de esta expresión se puede deducir la del número de superviviente, la cual es

$$l_x = d_x + l_{x+1} \quad (11)$$

y

$$l_{x+1} = l_x - d_x \quad (12)$$

- Probabilidad de Supervivencia (p_x): Proporción de individuos que presentan la edad x y alcanzan la edad $x+1$. Es decir, probabilidad de que un individuo de edad x llegue vivo al siguiente aniversario. Su expresión es

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} \quad (13)$$

Por lo tanto, el número de supervivientes con $x+1$ años, se obtendrá aplicado

$$l_{x+1} = l_x * p_x \quad (14)$$

- Probabilidad de Fallecimiento (q_x): proporción de individuos, de edad x , que fallecen entre x y $x+1$. Es decir, la probabilidad de que un individuo ha alcanzado el x -ésimo aniversario fallezca antes del siguiente. Su expresión es

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} \quad (15)$$

La probabilidad de fallecimiento también puede expresarse como

$$q_x = 1 - p_x \quad (16)$$

Por lo tanto, se puede deducir que la probabilidad de supervivencia es igual a

$$p_x = 1 - q_x \quad (17)$$

Por lo tanto, se puede obtener también el número de supervivientes.

Ya aclaradas todas las ideas básicas sobre las tablas de mortalidad, se procede de forma esquemática, a presentar el método aplicado para la construcción de una tabla con las probabilidades de fallecimiento anuales y para una determinada generación (Fernández, 2016).

Se tomarán, como se mencionó anteriormente, las tablas españolas PER 2012, para el cálculo del proceso de obtención de las probabilidades de fallecer a una edad x en función de la generación³⁰ de cada individuo ($q_{x,t}$), siendo t el año en el que nace cada individuo, se resume en:

- $q_{x,2012}$ disponibles, es decir, las probabilidades de fallecimiento a la edad x disponible en el año 2012.
- λ_x , factores de mejora aplicados a la tabla de mortalidad.
- Hallar el factor de conversión

$$\text{Factor de Conversión} = e^{-\lambda_x \cdot (t - \text{año generación en PER2012})} \quad (18)$$

- Cálculo de la probabilidad de fallecimiento para un individuo de edad x perteneciente a la generación t , mediante la fórmula

$$\begin{aligned} q_{x,t} &= q_{x,2012} * \text{Factor de Conversión} = \\ &= q_{x,2012} * e^{-\lambda_x \cdot (t - \text{año generación en PER2012})} \end{aligned} \quad (19)$$

³⁰ También conocido como año calendario.

De aquí se puede deducir la probabilidad supervivencia de un individuo de edad x que ha nacido en la generación t , siendo su expresión

$$p_{x,t} = 1 - q_{x,t} \quad (20)$$

Y pudiéndose obtener el número de supervivientes de edad $x+1$, que pertenecen a la generación t , aplicando la expresión

$$l_{x+1,t} = l_{x,t} * p_{x,t} \quad (21)$$

Siendo $l_{x,t}$, el número de individuos que nacieron en el año t y llegaron vivos a la edad x .

Para que todo el proceso de elaboración de la tabla generacional sea más comprensible, se ha planteado un caso, suponiendo el sexo, la edad y la generación de un individuo, y se ha realizado el cálculo de su $q_{x,t}$ correspondiente. En definitiva, a modo de ejemplo, se ha calculado la probabilidad de fallecer con 60 años de una mujer que pertenece a la generación de 1990.

La tabla que se puede encontrar a continuación, completa en el Anexo 3, es el punto de partida para llevar a cabo el cálculo de la probabilidad de fallecimiento planteada. Como se busca la probabilidad de fallecer con 60 años, solo se recogen en la tabla los datos necesarios y donde la probabilidad de fallecimiento aparece en tanto por mil.

Tabla 2: Tabla PER2012 Individual Segundo Orden

| Año Generación PER2012 | Edad (x) | qx hombres en Tabla Base | qx mujeres en Tabla Base | Factor mejora, λ_x, para hombres | Factor mejora, λ_x, para mujeres |
|-----------------------------------|-----------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--|--|
| 2012 | 0 | 2,1930 | 2,1760 | 0,0350 | 0,0350 |
| (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) |
| 1953 | 59 | 5,0580 | 2,3710 | 0,0168 | 0,0140 |
| 1952 | 60 | 5,4160 | 2,4960 | 0,0167 | 0,0146 |

Fuente: DGSFP

La edad (x) que contiene la tabla se obtiene

$$x = 2012 - \text{Año Generación PER2012} \quad (22)$$

Como se ha comentado anteriormente, en el ejemplo planteado, se quiere conocer la probabilidad de fallecimiento en el caso de ser mujer. Por esto, lógicamente, solo se han

utilizado de la tabla anterior los datos correspondientes a este sexo. Se recuerda que la generación a la que pertenece es 1990, es decir, t es igual a 1990.

Tabla 3: Pasos llevados a cabo para la obtención de la probabilidad de fallecer una mujer de 60 años nacida en 1990.

| Año Generación PER2012 | Edad (x) | qx mujeres en Tabla Base (‰) | Factor mejora, λ_x , para mujeres | (1990-Año Generación PER2012) | Factor de conversión | qx,t (‰) | lx |
|------------------------------|-----------|------------------------------------|--|-------------------------------------|-------------------------|---------------|---------------|
| 2.012 | 0 | 2,1760 | 0,0350 | -22 | 2,1598 | 4,6997 | 100.000 |
| (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) |
| 1.953 | 59 | 2,3710 | 0,0140 | 37 | 0,5953 | 1,4114 | 97.597 |
| 1.952 | 60 | 2,4960 | 0,0146 | 38 | 0,5741 | 1,4331 | 97.459 |

Fuente: Elaboración Propia

En la tabla anterior, la $q_{x,t}$ se encuentra en tanto por mil. Así que, se puede ver que la probabilidad de fallecer una mujer nacida en 1990 con 60 años es de 1,4331‰.

Con la intención de hacer una comparativa y ver que los resultados cambian según el sexo y la generación de los individuos, se ha calculado también la probabilidad de fallecimiento de:

- Un hombre, con 60 años y que pertenezca a la generación de 1990
- Una mujer, con 60 años y que pertenezca a la generación de 2020

Esto se puede observar en las siguientes tablas

Tabla 4: Pasos llevados a cabo para la obtención de la probabilidad de fallecer un hombre de 60 años nacido en 1990.

| Año Generación PER2012 | Edad (x) | qx hombres en Tabla Base (‰) | Factor mejora, λ_x , para hombres | (1990-Año Generación PER2012) | Factor de conversión | qx,t (‰) | lx |
|------------------------------|-----------|------------------------------------|--|-------------------------------------|-------------------------|---------------|---------------|
| 2.012 | 0 | 2,1930 | 0,0350 | -22 | 2,1598 | 4,7364 | 100.000 |
| (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) |
| 1.953 | 59 | 5,0580 | 0,0168 | 37 | 0,5362 | 2,7122 | 96.471 |
| 1.952 | 60 | 5,4160 | 0,0167 | 38 | 0,5304 | 2,8724 | 96.209 |

Fuente: Elaboración Propia

Se presenta que la probabilidad de fallecer de un hombre nacido en 1990 de 60 años es de 2,8724%.

Tabla 5: Pasos llevados a cabo para la obtención de la probabilidad de fallecer una mujer de 60 años nacida en 2020.

| Año Generación PER2012 | Edad (x) | qx mujeres en Tabla Base (‰) | Factor mejora, λx , para mujeres | (1990-Año Generación PER2012) | Factor de conversión | qx,t (‰) | lx |
|------------------------------|-----------|------------------------------------|--|-------------------------------------|-------------------------|---------------|---------------|
| 2.012 | 0 | 2,1760 | 0,0350 | 8 | 0,7558 | 1,6446 | 100.000 |
| (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) |
| 1.953 | 59 | 2,3710 | 0,0140 | 67 | 0,3909 | 0,9268 | 98.760 |
| 1.952 | 60 | 2,4960 | 0,0146 | 68 | 0,3705 | 0,9248 | 98.668 |

Fuente: Elaboración Propia

Se observa que la probabilidad de fallecer de una mujer nacida en 2020 de 60 años es de 0,9248%.

En las tablas 6 y 7, se presentan una comparativa de los resultados obtenido en el ejemplo propuesto.

Tabla 6: Probabilidad de Fallecer Mujer de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 1990 vs Probabilidad de Fallecer Hombre de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 1990

| | q60,1990 (‰) |
|-------------------|---------------------|
| Mujer | 1,4331 |
| Hombre | 2,8724 |
| Diferencia | 1,4393 |

Fuente: Elaboración Propia

La probabilidad de fallecer con 61 años siendo un hombre de 60 años que nace en 1990 es de 1,4393% superior a la de las mujeres nacidas en la misma generación.

Tabla 7: Probabilidad de Fallecer Mujer de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 1990 vs Probabilidad de Fallecer Mujer de 60 años antes de cumplir 61 años que nació en 2020

| | Mujer |
|-------------------|----------------|
| q60,1990 (‰) | 1,4331 |
| q60,2020 (‰) | 0,9248 |
| Diferencia | -0,5083 |

Fuente: Elaboración Propia

La probabilidad de fallecer con 61 años, siendo una mujer de 60 años que nace en 2020, es 0,5083‰ inferior a las de 60 años que nacen en 1990.

Todo este procedimiento, plasmado a modo de ejemplo, se ha replicado tanto en hombres como en mujeres y para todas las generaciones a las que pertenecen los asegurados de la cartera estudiada. Como consecuencia se ha obtenido un conjunto de probabilidades de fallecimiento ($q_{x,t}$) que son diferentes dependiendo del año de nacimiento, de la edad a la que se quiere conocer la tasa de mortalidad y del sexo del individuo.

Gracias a todo esto, y partiendo del número total de asegurados que se tiene en el momento inicial, se ha podido realizar una estimación del número de supervivientes ($l_{x,t}$) que habrá cada año hasta que todos los componentes de la cartera hayan fallecido y esta se dé por extinguida.

Se ha procedido a agrupar por año de nacimiento a los asegurados que conforman la cartera y, a su vez, también se ha distinguido según el sexo del individuo. Es decir, se han creado de este modo grupos de asegurados en función de su edad y de si son hombres o mujeres. Luego se ha ido aplicando la tabla generacional correspondiente a cada grupo definido, para así conocer cuántos supervivientes hay en cada momento. Cuando ya se conocían el número de supervivientes, en cada momento, según su año de nacimiento y su sexo, se ha unificado todo para conocer el comportamiento global de la cartera y ver la evolución de esta. Con este análisis se podrá dar por extinguida la cartera cuando el número de supervivientes, para ambos géneros, sea igual a cero.

En definitiva, se ha calculado el número de supervivientes en cada momento (l_t), considerando tanto la edad como el sexo y posteriormente se ha construido una tabla con la evolución de todo el colectivo.

Así que, por ejemplo, el número de supervivientes del colectivo en el momento inicial es

$$l_{t=0} = \sum_{x=40}^{x=90} l_{x_{t=0}} + \sum_{y=28}^{y=93} l_{y_{t=0}} \quad (23)$$

Siendo

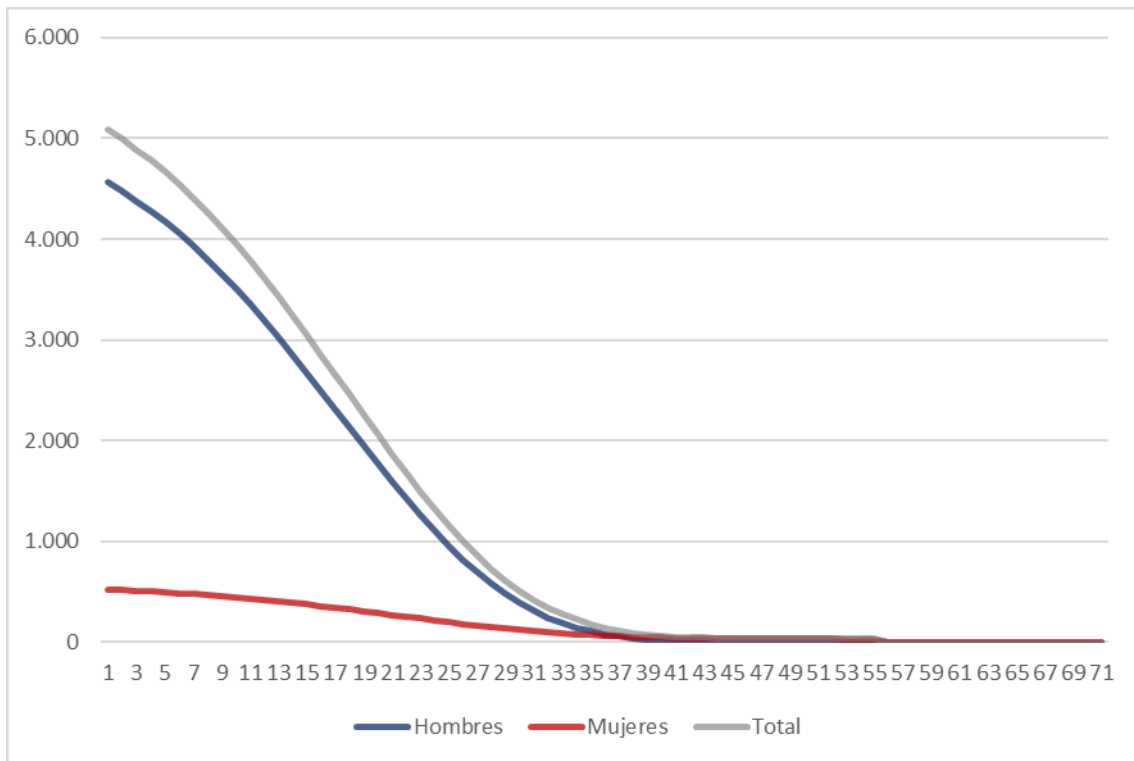
$L_{x_{t=0}}$ el número de hombres supervivientes con x años en el momento 0

$L_{y_{t=0}}$ el número de mujeres supervivientes con x años en el momento 0

Por lo tanto, se ha obtenido como resultado una estimación del tiempo de extinción de la cartera, que suma un total de 70 años. En otras palabras, si las condiciones no cambian, la compañía aseguradora estará haciendo frente a sus obligaciones de pago con sus asegurados 70 años.

En la siguiente figura, se muestra la evolución del número total de supervivientes tras aplicar las tablas PER 2012, además de la evolución individual del número de supervivientes hombres y mujeres. La suma del número de hombre supervivientes y el número de mujeres supervivientes nos indica la evolución total. de la Donde se puede observar en el eje de ordenadas el número de supervivientes y en el eje de abscisas se encuentra cada momento, es decir, número de años que pasan desde el momento cero (31 de diciembre de 2020)

Figura 6: Evolución del número de supervivientes



Fuente: Elaboración Propia

Se puede observar, como en el momento cero se encuentra la cartera al completo, es decir, hay 5.088 supervivientes. Pero en cambio, en el momento 70 han fallecido todos los asegurados.

5.3.Paso 3: Cálculo de la duración

Como se ha comentado anteriormente, utilizamos la duración como instrumento para medir el impacto que provoca las variaciones del tipo de interés sobre las obligaciones de la entidad. Siendo la fórmula aplicada para la obtención de la duración de los flujos de caja pasivos (D_{FP})

$$D_{FP} = \frac{\sum_{t=1}^n t * FP_t * v(t)}{I_0} \quad (24)$$

Siendo

t: momento en el que debe realizarse el pago de las prestaciones a los asegurados

FP_t : cuantía del flujo de caja que debe hacerse en el momento t

$v(t)$: factor de la función de descuento al momento t

I_0 : inversión necesaria para poder hacer frente a dicha corriente de flujos de caja si no varían los tipos de interés. Su expresión es

$$I_0 = \sum_{t=1}^n FP_t * v(t) \quad (25)$$

Se observa que, para llevar a cabo el cálculo de la duración, es necesario conocer el valor de los flujos de caja a los que tendrá que hacer frente la compañía aseguradora. Por lo tanto, es imprescindible ser conocedores de la cuantía que tiene que pagar a cada componente de la cartera y el número de asegurados vivos según la tabla, PER 2012, que debe de considerar la entidad.

Las probabilidades de supervivencia de la cartera son necesarias para conocer las obligaciones futuras, es decir, para saber cuál será el flujo de pagos al que tendrá que hacer frente la compañía aseguradora. Por otro lado, se debe saber cuál es el valor de las obligaciones en el momento inicial, que en este caso éstas ascienden en este caso a 21.147.999,43 euros. Estas obligaciones están compuestas por las rentas vitalicias constantes que reciben los asegurados.

El método aplicado, para la obtención del pago esperado que conforma el flujo de caja en el momento $t+1$ (FC_{t+1}) para cada uno de los individuos, consiste en multiplicar la probabilidad de supervivencia en el momento $t+1$ (p_{t+1}) por las cifras de las obligaciones en el momento t (FC_t). Las obligaciones de cada momento dependerán del número de asegurados vivos en cada momento.

En definitiva, la fórmula aplicada es

$$E[FC_{t+1}] = p_{t+1} * FC_t \quad (26)$$

Sabiendo que

$$p_{t+1} = \frac{l_{t+1}}{l_t} \quad (27)$$

Y siendo

l_{t+1} : número de supervivientes en el momento $t+1$.

l_t : número de supervivientes en el momento t .

Aplicando esto y utilizando todos los datos conocidos de la cartera, se ha realizado la proyección de los flujos de caja hasta la extinción de la cartera, en otras palabras, hasta el momento $t=70$. Por ejemplo, en el momento $t=1$, los pagos a realizar se obtienen en primer lugar hallando la probabilidad de supervivencia en este mismo momento

$$p_1 = \frac{l_1}{l_0} = \frac{4992}{5088} = 0,9812 \quad (28)$$

Seguidamente, ya se podría conocer el flujo de caja pasivo en este momento, aplicando la fórmula anteriormente planteada

$$E[FC_1] = p_1 * FC_0 = 0,9812 * 21.147.999,43 = 20.750.293,90 \quad (29)$$

Este procedimiento se ha repetido, tantas veces como ha sido necesario, hasta obtener todo el flujo de caja al que deberá hacer frente la compañía aseguradora hasta que la cartera se extinga. En la tabla ubicada a continuación, se recogen los primeros y los

últimos flujos a los que hace frente la entidad. Estos flujos de caja se harán efectivos al final de cada año.

Tabla 8: Flujo de caja pasivo de la compañía aseguradora

| t | lt | pt | FCt |
|--------------|--------------|--------------|-----------------|
| 0 | 5.088 | 1,0000 | 21.147.999,4300 |
| 1 | 4.992 | 0,9812 | 20.750.293,9011 |
| 2 | 4.890 | 0,9795 | 20.324.798,0695 |
| 3 | 4.780 | 0,9776 | 19.869.500,3212 |
| 4 | 4.663 | 0,9755 | 19.382.590,6743 |
| 5 | 4.538 | 0,9732 | 18.862.493,3584 |
| (...) | (...) | (...) | (...) |
| 69 | 1 | 0,9084 | 2.196,8622 |
| 70 | 0 | 0,8937 | 1.963,3873 |
| 71 | 0 | 0,0000 | 0,0000 |

Fuente: Elaboración Propia

Una vez conocido el flujo de caja, es indispensable conocer el factor de descuento³¹ utilizado para actualizar los pagos a los que la entidad deberá hacer frente y poder valorarlos en el momento actual. Mediante el descuento del flujo de caja se indica el valor presente de los pagos futuros, es decir, en función del tipo de interés se conocerá cuánto vale en la fecha inicial de valoración los pagos que se efectuarán en el momento posterior.

El factor de descuento³² se expresa como (Vázquez, 2015)

$$v(t) = \frac{1}{(1+i_t)^t} = (1+i_t)^{-t} \quad (30)$$

i_t es el tipo de interés existente en el momento t .

³¹ O Tasa de Descuento

³² La tasa de descuento en el momento inicial ($t=0$) es igual a uno

Debido a que el momento de valoración de la cartera es el 31 de diciembre de 2020 ($t=0$), se utiliza la estructura temporal de tipo de interés libre de riesgo con volatilidad³³, publicada por EIOPA (2020), a esta misma fecha.

A través de la aplicación de la última fórmula mostrada, se obtienen los factores de descuentos necesarios para actualizar el flujo de caja pasivo al que debe hacer frente la compañía. Para el momento 1, la tasa de descuento sería

$$v(1) = \frac{1}{(1-0,5530\%)^1} = (1 - 0,5530\%)^{-1} = 1,0056 \quad (31)$$

A continuación, en la siguiente tabla, se pueden observar algunos de los factores de descuento obtenidos correspondientes a los momentos iniciales y finales considerados

Tabla 9: Flujo de caja pasivo y factores de descuentos de la compañía aseguradora

| t | lt | pt | FCt | it | v (t) |
|-----------|-----------|-----------|-----------------|-----------|--------------|
| 0 | 5.088 | 1,0000 | 21.147.999,4300 | - | 1,0000 |
| 1 | 4.992 | 0,9812 | 20.750.293,9011 | -0,0055 | 1,0056 |
| 2 | 4.890 | 0,9795 | 20.324.798,0695 | -0,0055 | 1,0112 |
| 3 | 4.780 | 0,9776 | 19.869.500,3212 | -0,0054 | 1,0163 |
| 4 | 4.663 | 0,9755 | 19.382.590,6743 | -0,0052 | 1,0210 |
| 5 | 4.538 | 0,9732 | 18.862.493,3584 | -0,0049 | 1,0248 |
| (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) |
| 69 | 1 | 0,9084 | 2.196,8622 | 0,0237 | 0,1992 |
| 70 | 0 | 0,8937 | 1.963,3873 | 0,0239 | 0,1919 |
| 71 | 0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0241 | 0,1850 |

Fuente: Elaboración Propia

En resumen, para obtener la duración de las obligaciones recordamos que presenta la expresión:

$$D_{FP} = \frac{\sum_{t=1}^n t * FP_t * v(t)}{I_0} = \frac{\sum_{t=1}^n t * FP_t * v(t)}{\sum_{t=1}^n FP_t * v(t)} \quad (32)$$

³³ La curva libre de riesgo aplicada se puede encontrar en el siguiente enlace:

https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en

Así que, siguiendo su expresión, se debe calcular el sumatorio que abarca el producto de cada momento por los flujos de caja pasivo descontados (numerador) y la inversión necesaria para hacer frente a la corriente de flujos (denominador).

En la tabla 10 se recogen todos los resultados de las operaciones previas y necesarias para hallar los diferentes sumatorios que forma la fórmula de la duración (D_{FP})

Tabla 10: Cálculos necesarios para la obtención de la duración de los pasivos

| t | lt | pt | FCt | it | v (t) | FPt*v(t) | t*FPt*v(t) |
|-------|-------|--------|-----------------|---------|--------|-----------------|-----------------|
| 0 | 5.088 | 1,0000 | 21.147.999,4300 | - | 1,0000 | 21.147.999,4300 | 21.147.999,4300 |
| 1 | 4.992 | 0,9812 | 20.750.293,9011 | -0,0055 | 1,0056 | 20.865.681,1177 | 20.865.681,1177 |
| 2 | 4.890 | 0,9795 | 20.324.798,0695 | -0,0055 | 1,0112 | 20.551.882,1536 | 41.103.764,3073 |
| 3 | 4.780 | 0,9776 | 19.869.500,3212 | -0,0054 | 1,0163 | 20.193.675,9136 | 60.581.027,7407 |
| 4 | 4.663 | 0,9755 | 19.382.590,6743 | -0,0052 | 1,0210 | 19.788.657,4604 | 79.154.629,8417 |
| 5 | 4.538 | 0,9732 | 18.862.493,3584 | -0,0049 | 1,0248 | 19.329.553,6594 | 96.647.768,2968 |
| (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) | (...) |
| 69 | 1 | 0,9084 | 2.196,8622 | 0,0237 | 0,1992 | 437,5798 | 30.193,0033 |
| 70 | 0 | 0,8937 | 1.963,3873 | 0,0239 | 0,1919 | 376,8475 | 26.379,3239 |
| 71 | 0 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0241 | 0,1850 | 0,0000 | 0,0000 |

Fuente: Elaboración Propia

Una vez llegados aquí, se obtiene que el numerador es

$$\sum_{t=1}^n t * FP_t * v(t) = 3.861.248.174,76 \quad (33)$$

Y que el denominador es

$$\sum_{t=1}^n FP_t * v(t) = 369.365.953,18 \quad (34)$$

Siendo, finalmente, la duración

$$D_{FP} = \frac{\sum_{t=1}^n t * FP_t * v(t)}{\sum_{t=1}^n FP_t * v(t)} = \frac{3.861.248.174,76}{369.365.953,18} = 10,45 \quad (35)$$

En definitiva, la duración de las obligaciones a la que tiene que hacer frente la compañía aseguradora es igual a 10,45.

5.4.Paso 4: Estresar tablas de mortalidad

Con la idea de estudiar la relación entre el riesgo de tipo de interés y el riesgo de longevidad, se ha analizado como afecta caídas inesperadas de la probabilidad de fallecimiento a la duración de estas obligaciones.

Este análisis se lleva a cabo estresando las tablas de mortalidad utilizadas, en otras palabras, se ha introducido en las tablas PER2012 caídas en la probabilidad de fallecimiento, haciendo el supuesto de que los individuos son cada vez más longevos. Esto implicará un aumento en el número de asegurados vivos que compongan la cartera en cada momento, afecta de forma directa a la duración de las obligaciones a las que tendrá que hacer frente la compañía aseguradora, ya que la cartera se extinguirá en un momento posterior estimado y tendrá que cumplir con sus obligaciones de pago más tiempo.

Por este motivo, tras estresar la tabla de mortalidad se realiza el recálculo de la duración aplicando el mismo procedimiento descrito anteriormente.

En otras palabras, se ha introducido en las tablas PER2012 caídas en la probabilidad de fallecimiento, haciendo el supuesto de que los individuos son cada vez más longevos y, de este modo, observar si la duración experimenta alguna variación.

Se han planteado caídas de la mortalidad a diferentes niveles, tanto en las probabilidades de fallecimiento aplicadas a hombres como a mujeres, para de esta manera analizar si la caída en la probabilidad de fallecimiento va ligada con la variación porcentual de la duración.

El procedimiento para estresar las tablas se ha comenzado incluyendo en éstas una reducción de la probabilidad de fallecer en un 1% para todas las edades, es decir, un desplazamiento paralelo de la curva de mortalidad. Luego se indica todo lo necesario para reducir la probabilidad de fallecer, incluyendo un ejemplo, y como afecta esto sobre el número de supervivientes finales.

Es interesante hacer hincapié en que la mortalidad se ve reducida en las tablas de todas las generaciones y para ambos sexos. Por consiguiente, en todas las tablas consideradas, la reducción de la probabilidad de fallecer con la edad x habiendo nacido en la generación t se calcula como

$$q'_{x,t} = q_{x,t} * (1 - \tau\%) \quad (36)$$

Siendo τ el porcentaje de caída de la mortalidad.

Se puede concluir que la expresión del número de supervivientes tras la caída de la mortalidad es igual a

$$l'_{x+1,t} = l'_{x,t} * (1 - q'_{x,t}) \quad (37)$$

A continuación, se encuentra a modo de ejemplo cómo varía la probabilidad de fallecer un asegurado hombre de 90 años nacido en 1948 y como afecta esto sobre el total de asegurados vivos. Es importante hacer hincapié en que esta reducción se ha realizado para todas las edades, en cada año de generación, y tanto en hombre como en mujeres.

Gracias a las tablas PER 2012 se sabe que

$$q_{90,1948} = 0,0910 \quad (38)$$

Y sabiendo que el número de supervivientes de la cartera a esa edad es de

$$l_{90,1948} = 219 \quad (39)$$

Se puede conocer la proyección del número de supervivientes con la edad de 91 años

$$l_{91,1948} = (1 - q_{90,1948}) * l_{90,1948} = (1 - 0,0910) * 219 = 199 \quad (40)$$

Ahora se calcula la probabilidad de fallecer un asegurado hombre de 90 años nacido en 1948 suponiendo una caída inesperada de la mortalidad en un $\tau = 1\%$

$$q'_{90,1948} = q_{90,1948} * (1 - 0,01) = 0,091014 * (1 - 0,01) = 0,0901 \quad (41)$$

Es decir, $q'_{90,1948}$ es la tasa de mortalidad de un individuo con 90 años nacido en 1948 estresada un $\tau = 1\%$.

En este caso el número de supervivientes de la cartera que presentan 90 años ha aumentado, ya que la reducción de la probabilidad de fallecimiento se ha visto reflejada desde el momento inicial, cuando el individuo tenía 72³⁴ años. Siendo entonces

$$l'_{90,1948} = 220 \quad (42)$$

Así que, el número de asegurados vivos con 91 años después de introducir en la tabla la caída de la probabilidad de fallecimiento en un $\tau = 1\%$ es

$$l'_{91,1948} = q'_{90,1948} * l'_{90,1948} = (1 - 0,0910) * 220 = 200 \quad (43)$$

En la tabla presentada a continuación, se puede observar una comparativa de los resultados obtenidos de este ejemplo. Es decir, el resultado del número de hombres supervivientes de 91 años nacidos en 1948 en función de la aplicación de la tabla estresada o no.

Tabla 11: Supervivientes con 91 años (tablas sin estrés) frente Supervivientes con 91 años (tablas estresadas 1%)

| | $l_{91,1948}$ |
|-------------------------|---------------|
| Sin Caída Mortalidad | 199 |
| Con 1% Caída Mortalidad | 200 |
| Incremento | 1 |
| Incremento (%) | 0,0050 |

Fuente: Elaboración Propia

³⁴ La edad inicial indicada resulta de restar al año de valoración el año de generación o año de nacimiento del individuo. En este caso sería: 2020-1948=72.

Siendo el número de individuos inicial de esa cohorte de

$$l_{72,1948} = 436$$

La caída de la probabilidad de fallecer en un año, de un hombre con 90 años que nació en 1948, conlleva un incremento del número de supervivientes de esta generación, es decir, aumentan el número de supervivientes con 91 años de los que nacieron en 1948. En este caso, ante la bajada de un $\tau = 1\%$ en la probabilidad de fallecimiento se incrementa en uno el número de supervivientes hombres de la cartera.

Este mismo procedimiento se ha ido repitiendo progresivamente, aumentando la caída de la probabilidad de fallecimiento 100 puntos básicos cada vez, hasta bajar la mortalidad en un 20%.

Resulta interesante, ver el incremento del número de asegurados vivos de 91 años y que pertenecen a la generación de 1948 ante una caída inesperada de la mortalidad en un 20%. El resultado se recoge en la siguiente tabla

Tabla 12: Supervivientes con 91 años (tablas sin estrés) frente Supervivientes con 91 años (tablas estresadas 20%)

| | $l_{91,1948}$ |
|--------------------------|---------------|
| Sin Caída Mortalidad | 199 |
| Con 20% Caída Mortalidad | 233 |
| Incremento | 34 |
| Incremento (%) | 0,1710 |

Fuente: Elaboración Propia

En este caso, el número de supervivientes resultante es notablemente superior al observado anteriormente. Tras el cambio en el porcentaje de caída de la mortalidad se incrementa de 1 a 34 el número de asegurados vivos a esa edad y esa generación, es decir, se pasa de incrementarse la cartera en un 0,50% a hacerlo en un 17,10%. Esto provocaría una alteración sustancial en los flujos de caja esperados. No cabe duda que este resultado cambiará en función de la edad, generación y sexo al que pertenezca el grupo de individuos del que se realice el análisis.

5.5.Paso 5: Resultados obtenidos sobre el Análisis de la Relación entre Riesgo de Tipo de Interés y Riesgo de Longevidad

Una vez aplicada toda la metodología descrita, se ha obtenido la duración correspondiente de las obligaciones y, posteriormente, también la duración de las obligaciones en función del porcentaje de caída de la mortalidad que se ha introducido en la tabla de mortalidad.

Tabla 13: Duración (años) de los compromisos de pago de la entidad según cae la mortalidad de la cartera.

| Caídas qx,t (%) | Duración |
|------------------------|-----------------|
| 0% | 10,4537 |
| 1% | 10,4853 |
| 2% | 10,5172 |
| 3% | 10,5494 |
| 4% | 10,5820 |
| 5% | 10,6150 |
| 6% | 10,6484 |
| 7% | 10,6822 |
| 8% | 10,7164 |
| 9% | 10,7510 |
| 10% | 10,7860 |
| 11% | 10,8214 |
| 12% | 10,8573 |
| 13% | 10,8936 |
| 14% | 10,9303 |
| 15% | 10,9676 |
| 16% | 11,0053 |
| 17% | 11,0435 |
| 18% | 11,0822 |
| 19% | 11,1214 |
| 20% | 11,1612 |

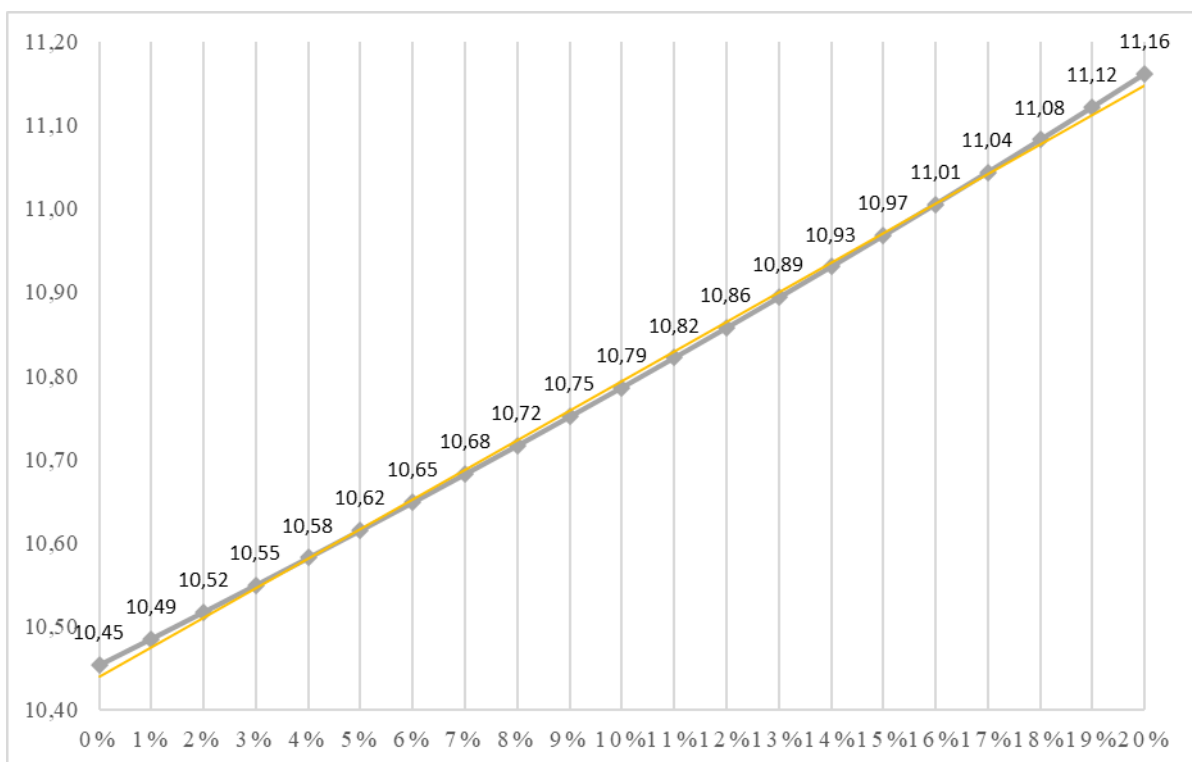
Fuente: Elaboración Propia

Las caídas inesperadas de la mortalidad producen incrementos significativos de la duración de los pasivos de la compañía aseguradora. De este modo se puede afirmar que existe una relación directa entre la duración de los pagos de las prestaciones a los que tiene que hacer frente la entidad aseguradora y el incremento no esperado de la longevidad

de la cartera de asegurados. En otras palabras, se puede decir que existe relación entre el riesgo de tipo de interés y el riesgo de longevidad.

En la siguiente figura, se han representado los resultados que se recogen en la tabla 13, concretamente en la línea gris. La línea amarilla que se puede observar en la figura es, simplemente, una línea de tendencia. En el eje ordenadas se indica la duración de las obligaciones y en el eje abscisas el decremento relativo de la mortalidad.

Figura 7: Evolución de la duración ante caídas inesperadas en la probabilidad de fallecimiento



Fuente: Elaboración Propia

En cambio, el resultado que es verdaderamente interesante de analizar es la relación entre el porcentaje de la caída inesperada de la mortalidad y el incremento porcentual de la duración. La variación de la duración de las obligaciones en función de la bajada en la probabilidad de fallecer se observa, junto con la duración antes mostrada, a continuación, en la siguiente tabla

Tabla 14: Variación de la Duración de los compromisos de pago de la entidad según cae la mortalidad de la cartera.

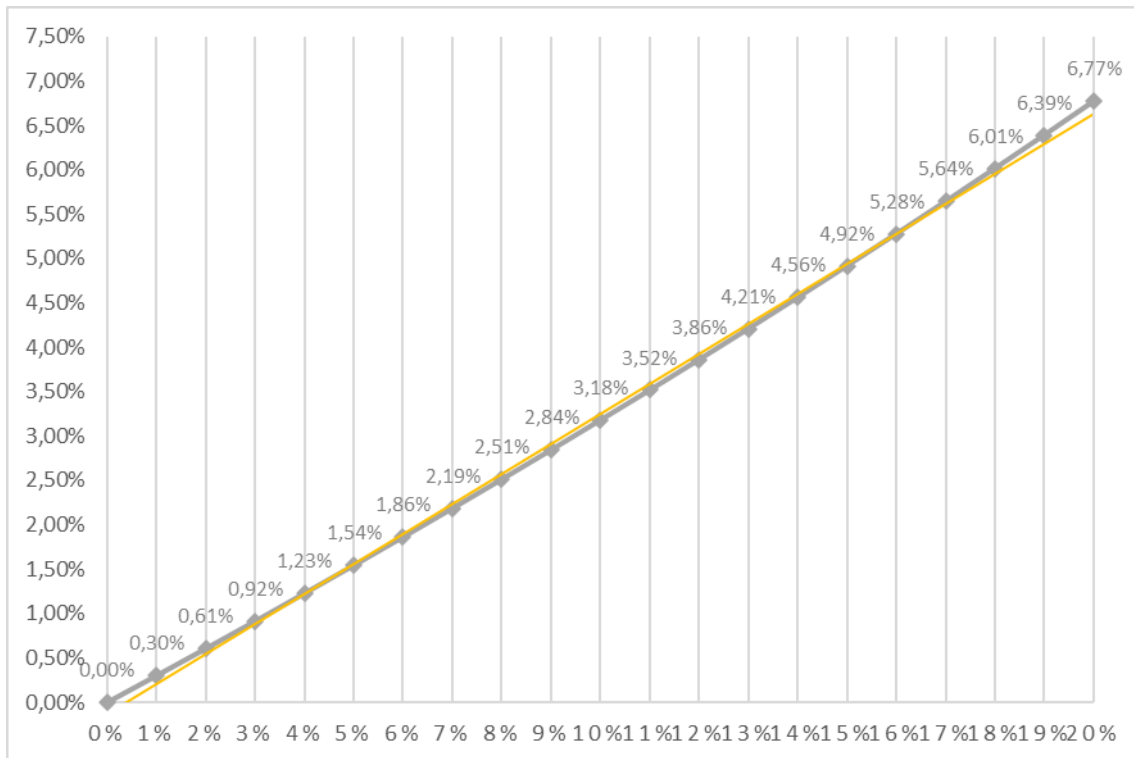
| Caídas qx,t (%) | Duración | Variación Duración (%) |
|------------------------|-----------------|-------------------------------|
| 0% | 10,4537 | 0,0000 |
| 1% | 10,4853 | 0,0030 |
| 2% | 10,5172 | 0,0061 |
| 3% | 10,5494 | 0,0092 |
| 4% | 10,5820 | 0,0123 |
| 5% | 10,6150 | 0,0154 |
| 6% | 10,6484 | 0,0186 |
| 7% | 10,6822 | 0,0219 |
| 8% | 10,7164 | 0,0251 |
| 9% | 10,7510 | 0,0284 |
| 10% | 10,7860 | 0,0318 |
| 11% | 10,8214 | 0,0352 |
| 12% | 10,8573 | 0,0386 |
| 13% | 10,8936 | 0,0421 |
| 14% | 10,9303 | 0,0456 |
| 15% | 10,9676 | 0,0492 |
| 16% | 11,0053 | 0,0528 |
| 17% | 11,0435 | 0,0564 |
| 18% | 11,0822 | 0,0601 |
| 19% | 11,1214 | 0,0639 |
| 20% | 11,1612 | 0,0677 |

Fuente: Elaboración Propia

Una caída inesperada de la mortalidad, por ejemplo, en un 10% implica un incremento de la duración de 3,18%. Es decir, si la mortalidad cae en un 10%, la duración de las obligaciones pasará de presentar un valor de 10,45 a 10,79, con todo lo que esto supone.

Seguidamente, se muestra gráficamente la relación entre la caída de la probabilidad de fallecimiento de la cartera (eje de abscisas) y la variación que experimenta la duración del pasivo de la compañía asegurado (eje ordenadas). Observándose en la línea gris dicha relación y en la línea amarilla la tendencia.

Figura 8: Evolución de la variación porcentual de la duración ante caídas inesperadas en la probabilidad de fallecimiento



Fuente: Elaboración Propia

Es interesante observar cómo existe una relación convexa entre la caída de la mortalidad y el incremento de la duración, aunque ésta es prácticamente lineal.

6. Caso Covid-19

La COVID-19, según publica la Organización Mundial de la Salud (2020) en su sitio web oficial, es “la enfermedad causada por el nuevo coronavirus conocido como SARS-CoV-2. La OMS tuvo noticia por primera vez de la existencia de este nuevo virus el 31 de diciembre de 2019, al ser informada de un grupo de casos de «neumonía vírica» que se habían declarado en Wuhan (República Popular China)”.

Los síntomas más frecuentes de la COVID 19 son la fiebre, tos seca, cansancio, pérdida del gusto o del olfato, dolor de cabeza, dolor de garganta, entre otros. Existen otros síntomas que se presentan ante cuadros de COVID 19 más graves como la disnea³⁵, dolor persistente en el pecho o fiebre muy alta (superior a 38 grados centígrados).

La mayoría de los individuos que desarrollan la enfermedad se recuperan sin necesidad de recibir ningún trato en hospital, en cambio los que llegan a encontrarse en una situación más crítica pueden llegar a requerir tratamiento hospitalario e incluso cuidados intensivos, ya que un cuadro grave de COVID 19 puede conllevar la muerte.

A 4 de febrero de 2022, la Organización Mundial de la Salud informa que han tenido lugar casi 10,2 millones de casos confirmados y se han alcanzado los 94 mil fallecidos por COVID 19 solamente en España.

Todo lo expuesto anteriormente, pone de manifiesto lo delicado de esta situación. Por esto se va a considerar este periodo histórico tan singular, marcado por el virus de la COVID 19, que se está viviendo aproximadamente desde principios del año 2020. Esta pandemia ha provocado que los patrones de mortalidad que se estaban siguiendo hasta el momento, donde los individuos eran cada vez más longevos, cambiaran drásticamente.

La Tasa de Mortalidad Real nos indica la proporción de individuos que fallecen respecto al total de una población y en un determinado periodo de tiempo. Por lo tanto, se ha calculado la Tasa de Mortalidad para la población de España en los años 2019 y 2020, para así poder analizar cuál ha sido la evolución real de esta tasa en este último año golpeado por la pandemia.

³⁵ Dificultad Respiratoria

Tabla 15: Tasa Mortalidad Real 2019

| | Hombres | Mujeres | Total |
|--------------------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Total Población a 1 de enero de 2020 | 23.199.313 | 24.133.301 | 47.332.614 |
| Total Fallecidos durante 2019 | 212.683 | 206.020 | 418.703 |
| Tasa Mortalidad Real 2019 | 0,9168% | 0,8537% | 0,8846% |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística

Tabla 16: Tasa Mortalidad Real 2020

| | Hombres | Mujeres | Total |
|--------------------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Total Población a 1 de enero de 2021 | 23.224.861 | 24.169.362 | 47.394.223 |
| Total Fallecidos durante 2020 | 249.301 | 243.629 | 492.930 |
| Tasa Mortalidad Real 2020 | 1,0734% | 1,0080% | 1,0401% |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística

Tabla 17: Diferencia de la Tasa de Mortalidad Real de 2020 respecto a la de 2019

| | Hombres | Mujeres | Total |
|---------------------------------------|----------------|----------------|----------------|
| Tasa Mortalidad Real 2019 | 0,9168% | 0,8537% | 0,8846% |
| Tasa Mortalidad Real 2020 | 1,0734% | 1,0080% | 1,0401% |
| Variación Tasa Mortalidad Real | 0,1567% | 0,1543% | 0,1555% |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística

Se puede observar, en las últimas tablas presentadas, que tanto la Tasa de Mortalidad Real de los hombres como la de las mujeres se ha visto incrementada en 2020 respecto a 2019. La Tasa de Mortalidad que recoge la población de los hombres en 2020 tiene un valor de 1,07%, es decir, hay una diferencia de 0,16% respecto a 2019. Mientras que la de las mujeres presenta en 2020 un valor de 1,01%, la diferencia sufrida es ligeramente inferior a la de los hombres, ya que la Tasa de Mortalidad Real de las mujeres para 2020 en España presenta una diferencia de 0,15% respecto a la de 2019 para esta misma población (Instituto Nacional de Estadística).

En definitiva, durante 2020, tanto en mujeres como en hombres ha aumentado la proporción de fallecidos con respecto al total de la población de España frente a 2019. Así que, se podría decir que la enfermedad de la COVID 2019 se puede ver reflejada en la Tasa de Mortalidad, pudiéndose ver ésta incrementada como consecuencia de los fallecidos durante este año por dicho virus.

En cambio, en la tabla 18, se recoge directamente la variación total del número de fallecidos en 2020 respecto a 2019. Se puede observar como de un año a otro ha aumentado alrededor de un 17% el número de fallecidos.

Tabla 18: Incremento del número de fallecidos en 2020

| | Total Fallecidos durante 2019 | Total Fallecidos durante 2020 | Variación |
|--------------|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------|
| Hombres | 212.683 | 249.301 | 17,2172% |
| Mujeres | 206.020 | 243.629 | 18,2550% |
| Total | 418.703 | 492.930 | 17,7278% |

Fuente: Instituto Nacional de Estadística

Según el informe “COVID-19 en distintos entornos y grupos de personas” publicado el 25 de marzo por el Ministerio de Sanidad, existen diferentes grupos que presentan mayor riesgo para desarrollar la enfermedad por COVID. A la cabeza de todos estos se encuentran el grupo formado por las personas mayores, en las cuales se concentran el mayor número tanto de hospitalizaciones como de defunciones. El resto de los grupos que presentan más riesgos para desarrollar la enfermedad son también las personas con enfermedades cardiovasculares e hipertensión arterial, diabetes, enfermedades pulmonares, cáncer, inmunodepresión, embarazo y otras enfermedades crónicas.

En el mismo informe, se diferencia por grupo de edad aquellas personas que han sido hospitalizadas, las que han estado en UCI y las que han fallecido a consecuencia de la COVID 19. En la siguiente tabla, se recoge la proporción de defunciones por COVID 19, a 10 de marzo de 2021, también por grupos de edad. La proporción de defunciones se ha calculado sobre el total de casos de personas, de cada grupo de edad, contagiadas por la COVID 19

Tabla 19: Distribución de la proporción de defunciones por COVID-19

| Grupo de Edad (años) | Proporción Defunciones por edad |
|---------------------------------|--|
| <2 | 0,0488% |
| 2-4 | 0,0071% |
| 5-14 | 0,0039% |
| 15-29 | 0,0105% |
| 30-39 | 0,0300% |
| 40-49 | 0,0800% |
| 50-59 | 0,3400% |
| 60-69 | 1,3900% |
| 70-79 | 4,9200% |
| ≥80 | 15,0200% |

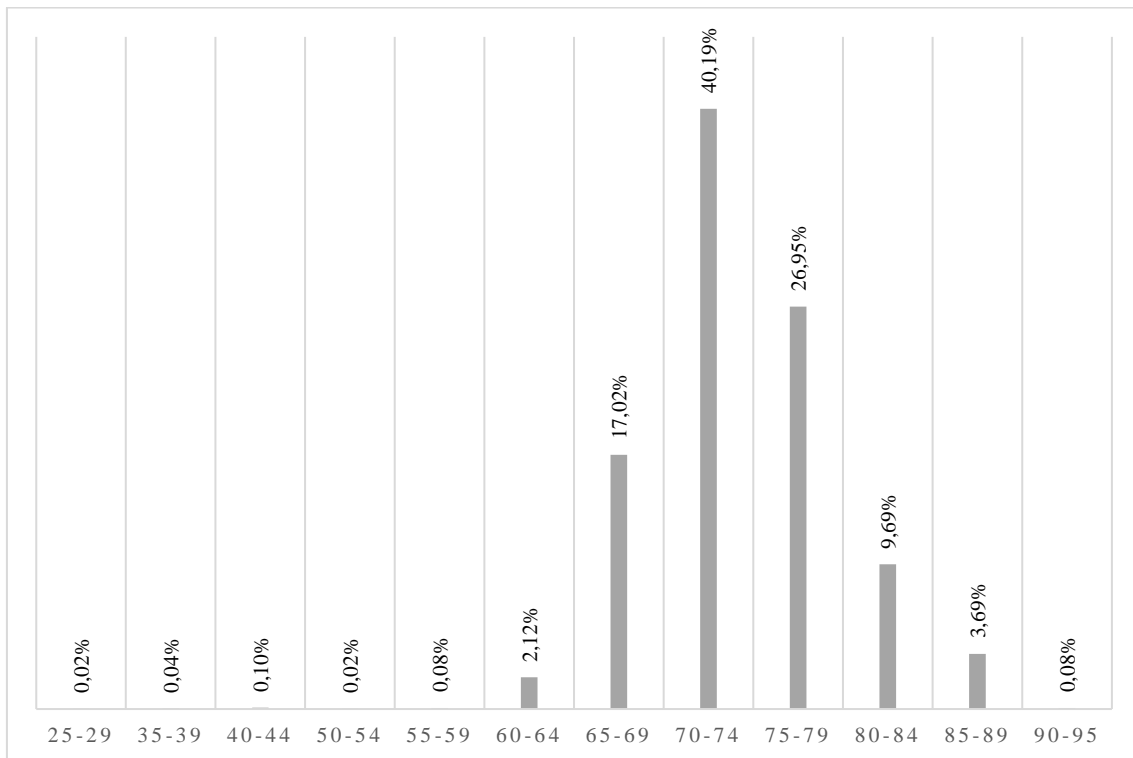
Fuente: Ministerio de Sanidad (2021)

Se puede ver en la tabla anterior como se concentran en las edades superiores a 60 años la mayor proporción de defunciones por COVID-19, aunque es de destacar que la enfermedad ha sido más letal sobre las personas que son mayores de 79 años.

Resulta interesante analizar todo esto debido a que prácticamente la totalidad de los asegurados que conforman la cartera, con la que se ha trabajado para analizar la relación entre el riesgo de tipo de interés y el riesgo de longevidad, tienen entre 60 y 90 años. La siguiente figura recoge la proporción de asegurados según la edad³⁶ (eje de abscisas).

³⁶ Edad expresada en intervalos de 5 años.

Figura 9: Proporción del número de asegurados según intervalo de edad.



Fuente: Elaboración Propia

Todo esto conduce a plantear el análisis del Riesgo de Mortalidad³⁷. Según Solvencia II, indicado en el Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras, el Riesgo de Tipo de Mortalidad es “Riesgo de pérdida o de modificación adversa del valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros debido a variaciones en el nivel, la tendencia o la volatilidad de las tasas de mortalidad, para aquellos casos en que un aumento de la tasa de mortalidad genere un aumento en el valor de los compromisos contraídos en virtud de los seguros”.

³⁷ La Fundación MAPFRE indica en el diccionario de seguros que el Riesgo de Mortalidad es el riesgo de variar de forma adversa, ante un aumento en la tasa de mortalidad, los compromisos contraídos relacionados con los contratos de seguros que se encuentren en vigor.

Por consiguiente, se plantea la relación del Riesgo de Tipo de Interés frente al Riesgo de Mortalidad, es decir, se analiza la variación de la duración de las obligaciones de la compañía ante un incremento del número de fallecimientos.

Para realizar este análisis, se ha utilizado el incremento real del número de defunciones de 2020 respecto a 2019. Como se puede observar en la tabla 18, el incremento de los fallecimientos en el caso de los hombres y de las mujeres son 17,22% y 18,26%, respectivamente.

El estudio de cómo afectan las subidas inesperadas de los fallecimientos a la duración de las obligaciones de la compañía se realiza aplicando prácticamente la misma metodología que para el análisis de la relación del Riesgo de Tipo de Interés frente al riesgo de longevidad.

La diferencia en la metodología aplicada reside en el estrés de las tablas de mortalidad, es decir, ahora se ha introducido en las tablas PER2012 subidas de la probabilidad de fallecimiento, planteando de este modo el supuesto de que los individuos son menos longevos.

Estresar de este modo la tabla implicará una caída en el número de asegurados vivos que compongan la cartera en cada momento, este asunto afectará directamente a la duración de las obligaciones a las que tiene que hacer frente la entidad aseguradora, ya que la cartera se extinguirá en un momento anterior al estimado, haciendo que la compañía tenga que hacer frente a sus obligaciones de pago en menos tiempo.

Tras introducir dicha variación en las tablas de mortalidad, se realiza nuevamente el cálculo de la duración aplicando lo descrito en el “Paso 3: Cálculo de la duración”, recogido en el epígrafe número 5 donde se aborda la Metodología. Por lo tanto, aplicando la expresión de la duración

$$D_{FP \Delta mort} = \frac{\sum_{t=1}^n t * FP \Delta mort_t * v(t)}{\sum_{t=1}^n FP \Delta mort_t * v(t)} = \frac{3.452.331.989,56}{346.737.097,21} = 9,96 \quad (44)$$

Así que, la duración de las obligaciones a las que tendría que hacer frente la compañía aseguradora es de 9,6, suponiendo una subida en la probabilidad de fallecimiento de 17,22% en el caso de los hombres y de 18,26% en el caso de las mujeres.

Este último resultado se ha confrontado con la duración de las obligaciones de la compañía sin estrés en las tablas de mortalidad, para así observar cómo varía la duración de un caso a otro y poder realizar un análisis de la relación entre el riesgo de tipo de interés y el de mortalidad. Los resultados obtenidos se recogen en la tabla expuesta a continuación.

Tabla 20: Duración de las obligaciones de la compañía con y sin estrés de las tablas de mortalidad

| | Duración |
|------------------------------|-----------------|
| Sin tablas estresadas | 10,4537 |
| Con tablas estresadas | 9,9566 |

Fuente: Elaboración Propia

Tabla 21: Duración de las obligaciones de la compañía con y sin estresas las tablas de mortalidad

| | Variación |
|-------------------|------------------|
| Años | -0,4971 |
| Porcentual | -4,7552% |

Fuente: Elaboración Propia

Se puede verificar como una subida inesperada de la mortalidad produce un decremento significativo de la duración de las obligaciones de pago de la entidad aseguradora.

Un incremento de la probabilidad de fallecimiento de 17,22% en el caso de los hombres y de 18,26% en el caso de las mujeres provoca una caída del valor de la duración de 4,176%. Es decir, si la mortalidad aumentara en los porcentajes indicados, la duración de las obligaciones pasará de presentar un valor de 10,45 a 9,96.

Después de dicho análisis, se podría afirmar que existe relación entre el Riesgo de Tipo de Interés y el Riesgo de Mortalidad, ya que frente a una caída de la mortalidad se produce caída de la duración de los compromisos de pago de la entidad. En este caso, la duración varía en dirección opuesta a como lo hace si analizamos el Riesgo de Tipo de Interés junto

con el Riesgo de Longevidad que, frente a una caída de la mortalidad, la duración de las obligaciones de pago de la entidad experimenta una subida.

7. Conclusiones

Tras analizar los resultados obtenidos, tanto en el análisis de la relación entre el Riesgo de Tipo de Interés y el Riesgo de Longevidad como en el de la relación entre el Riesgo de Tipo de Interés Frente al Riesgo de Mortalidad, se puede afirmar que en ambos casos existe relación. En otras palabras, se puede decir que alteraciones no esperadas en la probabilidad de fallecimiento afecta a la duración de las obligaciones de pago a las que tiene que hacer frente la entidad aseguradora.

En el apartado denominado “Paso 5: Resultado obtenidos sobre el Análisis de la Relación entre Riesgo de tipo de Interés y Riesgo de Longevidad”, ubicado dentro del epígrafe número 6, se puede observar que la duración de los compromisos de pagos por parte de la compañía aseguradora hacia su cartera de asegurados es igual a 10,45 años. Siguiendo la definición de la Duración de Macaulay, esto quiere decir que, si suponemos una variación de un 1% de los tipos de interés el valor de los compromisos, obligaciones o pasivos de la compañía sufrirán una variación de aproximadamente el 10,45%. Esta variación es en dirección contraria a la del tipo de interés, ya que los asegurados que conforman la cartera contrataron un Seguro de Vida Ahorro. El hecho de que esta variación se de en dirección contraria a la de los tipos de interés también se da en el caso de los Sistemas de Pensiones y en los Seguros de Vida Entera.

Por un lado, se ha podido observar que ante la caída de la mortalidad (Riesgo de Longevidad), se ha producido a un incremento de la duración de las obligaciones de la compañía, lo que nos indica un aumento en la sensibilidad de estos pasivos ante variaciones de tipo de interés (Riesgo de Tipo de Interés).

Se ha visto que, ante una caída de la mortalidad, se incrementa la duración de los pasivos, lo que puede ocasionar consecuencias negativas sobre las reservas de la compañía, ya que incluso puede poner en riesgo la solvencia de la entidad aseguradora. Esto es así ya que, aunque la cartera esté inmunizada y se haya realizado una correcta gestión de la estructura de la cartera de activos, la rentabilidad en la que se materializa dicha cartera puede no ser suficiente para hacer frente al flujo de pagos al que debe hacer frente la entidad. Por lo tanto, se puede afirmar que existe relación entre el Riesgo de Longevidad y el Riesgo de Tipo de Interés.

Si la compañía está inmunizada, una caída generalizada de la mortalidad hace que la duración de sus pasivos aumente y, por tanto, se “desinmunice”, provocando que esta quede expuesta al riesgo de una caída en los tipos de interés, ya que la duración de los activos es inferior a la de los pasivos.

Por otro lado, se ha podido observar que ante una subida de la mortalidad (Riesgo de Mortalidad), ha dado lugar a un decremento de la duración de las obligaciones de la compañía, lo que nos indica una reducción en la sensibilidad de estos pasivos ante variaciones de tipo de interés (Riesgo de Tipo de Interés).

En este caso, suponiendo que la entidad aseguradora está inmunizada, una subida generalizada de la mortalidad provocará también la “desinmunización” de esta, pero en sentido contrario a el caso anterior, ya que la duración de los activos pasa a ser mayor que la de los pasivos, dejando expuesta a la compañía al riesgo de una subida en los tipos de interés.

Así que, en este caso, también se puede afirmar que existe relación entre el Riesgo de Tipo de Tipo de Interés y el Riesgo de Mortalidad.

Para finalizar y teniendo en cuenta que el caso práctico planteado se ha realizado con una cartera de asegurados que habían contratado un seguro de vida ahorro, se podría decir que el Riesgo de Longevidad modifica la exposición de la compañía al Riesgo de Tipo de Interés, ya que ante una caída de la mortalidad la compañía experimenta una subida de la duración en sus compromisos de pago. Lo que tiene sentido ya que a medida que los asegurados son más longevos, la entidad deberá hacer durante más tiempo frente a sus obligaciones, lo que les conlleva a estar más tiempo expuesto a las variaciones del tipo de interés.

Además, también se puede concluir que el incremento inesperado de la mortalidad también puede ocasionar problemas de solvencia a la compañía, ya que la entidad puede encontrarse antes unas reservas insuficientes para afrontar las obligaciones de pago. Sería a consecuencia de que la compañía aseguradora ha calculado sus provisiones basándose en unas tablas de mortalidad que recogen unas hipótesis de mortalidad más altas que los patrones de mortalidad reales.

Bibliografía

- Escudero Cutal, M. (2008). *Solvencia II. Aplicación práctica en una entidad de vida*.
- Aguilar, P. (2008). *Solvencia II. Los Conceptos Básicos*.
- *Tipos de Provisiones Técnicas*. (s.f.). Fundación MAPFRE. Recuperado de: <https://www.fundacionmapfre.org/publicaciones/diccionario-mapfre-seguros/tipos-de-provisiones-tecnicas/>
- *Balance Económico*. (s.f.). Fundación MAPFRE. Recuperado de: <https://www.fundacionmapfre.org/publicaciones/diccionario-mapfre-seguros/balance-economico/>
- Real Decreto 1060/2015, de 20 de noviembre, de ordenación, supervisión y solvencia de las entidades aseguradoras y reaseguradoras.
- Cuesta Aguilar, F. (2011). *El riesgo de tipo de interés: experiencia española y Solvencia II*. Fundación MAPFRE.
- Peiro Ucha, A. (2015). *Estructura Temporal de Tipos de Interés (ETTI)*. Economipedia.com. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/estructura-temporal-de-tipos-de-interes-etti.html>
- Gil, S. (2015). *Volatilidad*. Economipedia.com. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/volatilidad-historica.html>
- Kiziryan, M. (2015). *Tipo de Interés*. Economipedia.com. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/tipo-de-interes.html>
- Navarro Arribas, E. (2019). *Matemáticas de las Operaciones Financieras*. Pirámide.
- Cebrino Casquero, F. (2012). *Esperanza de Vida en España*.
- *Esperanza de Vida*. (2021). Instituto Nacional de Estadística. Recuperado de: https://www.ine.es/ss/Satellite?L=es_ES&c=INESeccion_C&cid=1259926380048&p=1254735110672&pagename=ProductosYServicios/PYSLayout

- Rodríguez-Reyes, L.R. (2016). El manejo del riesgo de longevidad en los sistemas públicos de pensiones. Una propuesta de uso de swaps de longevidad para México. *El Trimestre Económico*. Published.
- Ariza Rodríguez, F. (2013). *El riesgo de Longevidad bajo Solvencia II*.
- López, J.F. (2019). *Sistemas de Pensiones*. Economipedia.com. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/sistema-de-pensiones.html>
- *Sistemas de Pensiones*. (s.f.). Subsecretaría de Previsión Social. Gobiernos de Chile. Recuperado de: <https://www.previsionsocial.gob.cl/sps/seguridad-social/sistema-de-pensiones/>
- *Riesgo Biométrico* (s.f.). Fundación MAPFRE. Recuperado de: <https://www.fundacionmapfre.org/publicaciones/diccionario-mapfre-seguros/riesgo-biometrico/>
- *¿Qué es un seguro de vida?* (2021). Rastreator. Recuperado de: <https://www.rastreator.com/seguros-de-vida/articulos-destacados/que-es-un-seguro-de-vida.aspx>
- *Tabla de Mortalidad*. (s.f.). Fundación MAPFRE. Recuperado de: <https://www.fundacionmapfre.org/publicaciones/diccionario-mapfre-seguros/tabla-de-mortalidad/>
- *Martínez de Lejarza, I.* (2011). Universitat de València.
- Mateos-Aparicio, G., Vicente Merino, A., Hernández March, J., Caballero Carbonell, A., & Moreno Lorente, J. (2010). *Tablas de Mortalidad y Supervivencia*. Elementos de Matemática Actuarial. Recuperado de: <https://webs.ucm.es/info/sevipres/isbn.php>
- Lozano Aragües, R. (s.f.). *El Seguro de Vida en España. Las Tablas Biométricas*. Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones. Recuperado de: <https://docplayer.es/4309220-El-seguro-de-vida-en-espana-las-tablas-biometricas-ricardo-lozano-aragues-director-general-espana.html>
- Resolución de 17 de diciembre de 2020, de la Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones, relativa a las tablas de mortalidad y supervivencia a utilizar por las entidades aseguradoras y reaseguradoras, y por la que se aprueba la guía

técnica relativa a los criterios de supervisión en relación con las tablas biométricas, y sobre determinadas recomendaciones para fomentar la elaboración de estadísticas biométricas sectoriales.

- Fernández Morales, A. (2016). *Tablas de Mortalidad dinámicas con hoja de cálculo en la práctica actuarial*. Universidad de Málaga.
- Vázquez Burguillo, R. (2015). *Tasa de Descuento*. Economipedia.com. Recuperado de: <https://economipedia.com/definiciones/tasa-descuento.html>
- *Estructura de plazos de tipos de interés libres de riesgo*. (2020). EIOPA. Recuperado de: https://www.eiopa.europa.eu/tools-and-data/risk-free-interest-rate-term-structures_en
- *Información básica sobre la COVID-19*. (2020). Organización Mundial de la Salud. Recuperado de: <https://www.who.int/es/emergencias/diseases/novel-coronavirus-2019/question-and-answers-hub/q-a-detail/coronavirus-disease-covid-19>
- *COVID-19 en distintos entornos y grupos de personas*. (2021). Ministerio de Sanidad. Recuperado de:
[https://www.mscbs.gob.es/profesionales/saludPublica/ccayes/alertasActual/nCov/documentos/Documento GRUPOS PERSONAS.pdf](https://www.mscbs.gob.es/profesionales/saludPublica/ccayes/alertasActual/nCov/documentos/Documento_GRUPOS_PERSONAS.pdf)
- *Riesgo de Mortalidad*. (s.f.). Fundación MAPFRE. Recuperado de: <https://www.fundacionmapfre.org/publicaciones/diccionario-mapfre-seguros/riesgo-de-mortalidad/>
- *Tablas Biométricas*. (2019) Dirección General de Seguros y Fondos de Pensiones. Recuperado de:
<http://www.dgsfp.mineco.es/es/Entidades/EstudiosImpacto/Paginas/EI2019.aspx>

Anexos

Anexo I: Evolución de la Esperanza de Vida al Nacimiento

| | Hombres | Mujeres |
|-------------|----------------|----------------|
| 1991 | 73,4873 | 80,6498 |
| 1992 | 73,8888 | 81,1446 |
| 1993 | 74,0893 | 81,2261 |
| 1994 | 74,4663 | 81,5983 |
| 1995 | 74,5328 | 81,7214 |
| 1996 | 74,6596 | 81,8823 |
| 1997 | 75,2872 | 82,2260 |
| 1998 | 75,4177 | 82,3112 |
| 1999 | 75,4250 | 82,3248 |
| 2000 | 75,9263 | 82,7321 |
| 2001 | 76,2683 | 83,0532 |
| 2002 | 76,3784 | 83,1354 |
| 2003 | 76,4141 | 82,9897 |
| 2004 | 76,9795 | 83,5741 |
| 2005 | 77,0175 | 83,5381 |
| 2006 | 77,7054 | 84,1507 |
| 2007 | 77,7821 | 84,1366 |
| 2008 | 78,2230 | 84,3317 |
| 2009 | 78,6224 | 84,6549 |
| 2010 | 79,0472 | 85,0271 |
| 2011 | 79,3020 | 85,1315 |
| 2012 | 79,3698 | 85,1047 |
| 2013 | 79,9395 | 85,5421 |
| 2014 | 80,1213 | 85,6420 |
| 2015 | 79,9238 | 85,4082 |
| 2016 | 80,3100 | 85,8361 |
| 2017 | 80,3734 | 85,7273 |
| 2018 | 80,4588 | 85,8494 |
| 2019 | 80,8669 | 86,2237 |

Fuente: Indicadores demográficos básicos. INE.

Anexo 2: Brecha de género (mujeres-hombres)

| Brecha de género (mujeres-hombres) | |
|---|--------|
| 1991 | 7,1625 |
| 1992 | 7,2558 |
| 1993 | 7,1368 |
| 1994 | 7,1320 |
| 1995 | 7,1886 |
| 1996 | 7,2227 |
| 1997 | 6,9388 |
| 1998 | 6,8935 |
| 1999 | 6,8998 |
| 2000 | 6,8058 |
| 2001 | 6,7849 |
| 2002 | 6,7571 |
| 2003 | 6,5756 |
| 2004 | 6,5947 |
| 2005 | 6,5206 |
| 2006 | 6,4453 |
| 2007 | 6,3545 |
| 2008 | 6,1087 |
| 2009 | 6,0325 |
| 2010 | 5,9799 |
| 2011 | 5,8295 |
| 2012 | 5,7349 |
| 2013 | 5,6026 |
| 2014 | 5,5207 |
| 2015 | 5,4843 |
| 2016 | 5,5261 |
| 2017 | 5,3539 |
| 2018 | 5,3905 |
| 2019 | 5,3568 |

Fuente: Indicadores demográficos básicos. INE.

Anexo 3: Tabla PER2012 Individual Segundo Orden

| Año Generación PER2012 | Edad (x) | qx hombres en Tabla Base | qx mujeres en Tabla Base | Factor mejora, para hombres | Factor λ_x, mejora, para mujeres |
|---------------------------------------|---------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|--|--|
| 2012 | 0 | 2,1930 | 2,1760 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2011 | 1 | 0,1390 | 0,1450 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2010 | 2 | 0,1200 | 0,1240 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2009 | 3 | 0,1030 | 0,1040 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2008 | 4 | 0,0880 | 0,0870 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2007 | 5 | 0,0760 | 0,0730 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2006 | 6 | 0,0670 | 0,0630 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2005 | 7 | 0,0620 | 0,0570 | 0,0350 | 0,0350 |
| 2004 | 8 | 0,0590 | 0,0530 | 0,0350 | 0,0345 |
| 2003 | 9 | 0,0590 | 0,0530 | 0,0350 | 0,0341 |
| 2002 | 10 | 0,0620 | 0,0540 | 0,0350 | 0,0338 |
| 2001 | 11 | 0,0620 | 0,0540 | 0,0350 | 0,0338 |
| 2000 | 12 | 0,0680 | 0,0580 | 0,0350 | 0,0337 |
| 1999 | 13 | 0,0770 | 0,0640 | 0,0350 | 0,0336 |
| 1998 | 14 | 0,0910 | 0,0700 | 0,0350 | 0,0335 |
| 1997 | 15 | 0,1080 | 0,0770 | 0,0350 | 0,0334 |
| 1996 | 16 | 0,1280 | 0,0850 | 0,0350 | 0,0331 |
| 1995 | 17 | 0,1500 | 0,0930 | 0,0350 | 0,0328 |
| 1994 | 18 | 0,1750 | 0,1020 | 0,0350 | 0,0325 |
| 1993 | 19 | 0,2000 | 0,1090 | 0,0350 | 0,0323 |
| 1992 | 20 | 0,2230 | 0,1140 | 0,0350 | 0,0320 |
| 1991 | 21 | 0,2430 | 0,1180 | 0,0350 | 0,0319 |
| 1990 | 22 | 0,2580 | 0,1210 | 0,0350 | 0,0319 |
| 1989 | 23 | 0,2700 | 0,1230 | 0,0350 | 0,0319 |
| 1988 | 24 | 0,2780 | 0,1260 | 0,0350 | 0,0319 |
| 1987 | 25 | 0,2840 | 0,1290 | 0,0350 | 0,0320 |
| 1986 | 26 | 0,2900 | 0,1330 | 0,0350 | 0,0321 |
| 1985 | 27 | 0,2970 | 0,1380 | 0,0350 | 0,0321 |
| 1984 | 28 | 0,3040 | 0,1450 | 0,0350 | 0,0321 |

| | | | | | |
|------|----|--------|--------|--------|--------|
| 1983 | 29 | 0,3140 | 0,1530 | 0,0350 | 0,0320 |
| 1982 | 30 | 0,3260 | 0,1630 | 0,0350 | 0,0319 |
| 1981 | 31 | 0,3400 | 0,1750 | 0,0350 | 0,0318 |
| 1980 | 32 | 0,3570 | 0,1880 | 0,0350 | 0,0315 |
| 1979 | 33 | 0,3760 | 0,2040 | 0,0350 | 0,0312 |
| 1978 | 34 | 0,3980 | 0,2230 | 0,0350 | 0,0308 |
| 1977 | 35 | 0,4250 | 0,2460 | 0,0350 | 0,0301 |
| 1976 | 36 | 0,4570 | 0,2730 | 0,0350 | 0,0294 |
| 1975 | 37 | 0,4960 | 0,3040 | 0,0350 | 0,0285 |
| 1974 | 38 | 0,5440 | 0,3400 | 0,0350 | 0,0276 |
| 1973 | 39 | 0,6040 | 0,3800 | 0,0350 | 0,0267 |
| 1972 | 40 | 0,6760 | 0,4250 | 0,0350 | 0,0258 |
| 1971 | 41 | 0,7620 | 0,4750 | 0,0350 | 0,0250 |
| 1970 | 42 | 0,8610 | 0,5320 | 0,0342 | 0,0242 |
| 1969 | 43 | 0,9760 | 0,5960 | 0,0332 | 0,0236 |
| 1968 | 44 | 1,1050 | 0,6660 | 0,0322 | 0,0229 |
| 1967 | 45 | 1,2510 | 0,7440 | 0,0309 | 0,0221 |
| 1966 | 46 | 1,4130 | 0,8280 | 0,0295 | 0,0213 |
| 1965 | 47 | 1,5920 | 0,9180 | 0,0279 | 0,0204 |
| 1964 | 48 | 1,7880 | 1,0160 | 0,0262 | 0,0193 |
| 1963 | 49 | 2,0030 | 1,1200 | 0,0244 | 0,0182 |
| 1962 | 50 | 2,2350 | 1,2300 | 0,0227 | 0,0170 |
| 1961 | 51 | 2,4860 | 1,3460 | 0,0212 | 0,0159 |
| 1960 | 52 | 2,7550 | 1,4660 | 0,0199 | 0,0149 |
| 1959 | 53 | 3,0420 | 1,5910 | 0,0189 | 0,0141 |
| 1958 | 54 | 3,3450 | 1,7190 | 0,0182 | 0,0135 |
| 1957 | 55 | 3,6650 | 1,8490 | 0,0178 | 0,0132 |
| 1956 | 56 | 4,0000 | 1,9810 | 0,0175 | 0,0131 |
| 1955 | 57 | 4,3470 | 2,1130 | 0,0172 | 0,0132 |
| 1954 | 58 | 4,7020 | 2,2430 | 0,0170 | 0,0135 |
| 1953 | 59 | 5,0580 | 2,3710 | 0,0168 | 0,0140 |
| 1952 | 60 | 5,4160 | 2,4960 | 0,0167 | 0,0146 |
| 1951 | 61 | 5,7766 | 2,5170 | 0,0166 | 0,0153 |

| | | | | | |
|------|----|----------|----------|--------|--------|
| 1950 | 62 | 6,6010 | 3,0130 | 0,0166 | 0,0160 |
| 1949 | 63 | 7,4095 | 3,5210 | 0,0166 | 0,0168 |
| 1948 | 64 | 8,1944 | 4,0026 | 0,0168 | 0,0176 |
| 1947 | 65 | 8,9109 | 4,4233 | 0,0172 | 0,0186 |
| 1946 | 66 | 9,5310 | 4,7941 | 0,0176 | 0,0195 |
| 1945 | 67 | 10,0609 | 5,1633 | 0,0182 | 0,0206 |
| 1944 | 68 | 10,5522 | 5,5950 | 0,0187 | 0,0216 |
| 1943 | 69 | 11,0794 | 6,1030 | 0,0193 | 0,0227 |
| 1942 | 70 | 11,7191 | 6,7053 | 0,0198 | 0,0237 |
| 1941 | 71 | 12,6124 | 7,3905 | 0,0202 | 0,0246 |
| 1940 | 72 | 13,8680 | 8,1744 | 0,0205 | 0,0254 |
| 1939 | 73 | 15,5669 | 9,1279 | 0,0208 | 0,0261 |
| 1938 | 74 | 17,7221 | 10,2894 | 0,0209 | 0,0266 |
| 1937 | 75 | 20,2844 | 11,6810 | 0,0210 | 0,0270 |
| 1936 | 76 | 23,2411 | 13,3545 | 0,0209 | 0,0272 |
| 1935 | 77 | 26,6124 | 15,3747 | 0,0209 | 0,0272 |
| 1934 | 78 | 30,5233 | 17,7825 | 0,0207 | 0,0270 |
| 1933 | 79 | 35,0816 | 20,5958 | 0,0205 | 0,0266 |
| 1932 | 80 | 40,3524 | 23,8726 | 0,0202 | 0,0261 |
| 1931 | 81 | 46,2571 | 27,6278 | 0,0197 | 0,0253 |
| 1930 | 82 | 52,8115 | 31,9573 | 0,0191 | 0,0243 |
| 1929 | 83 | 59,9891 | 36,8937 | 0,0184 | 0,0232 |
| 1928 | 84 | 67,7224 | 42,5552 | 0,0175 | 0,0220 |
| 1927 | 85 | 75,8967 | 48,8811 | 0,0166 | 0,0208 |
| 1926 | 86 | 85,0349 | 56,5218 | 0,0155 | 0,0193 |
| 1925 | 87 | 94,3075 | 64,8109 | 0,0143 | 0,0179 |
| 1924 | 88 | 103,5424 | 73,4754 | 0,0132 | 0,0164 |
| 1923 | 89 | 112,5625 | 82,4846 | 0,0121 | 0,0151 |
| 1922 | 90 | 121,2116 | 91,8716 | 0,0110 | 0,0137 |
| 1921 | 91 | 129,4355 | 101,4755 | 0,0100 | 0,0125 |
| 1920 | 92 | 138,6474 | 111,0377 | 0,0090 | 0,0113 |
| 1919 | 93 | 149,5250 | 120,5955 | 0,0081 | 0,0102 |
| 1918 | 94 | 162,9745 | 133,2518 | 0,0072 | 0,0092 |

| | | | | | |
|------|-----|-----------|-----------|--------|--------|
| 1917 | 95 | 176,8037 | 146,3498 | 0,0063 | 0,0083 |
| 1916 | 96 | 191,2836 | 159,9092 | 0,0055 | 0,0073 |
| 1915 | 97 | 206,9095 | 174,4900 | 0,0050 | 0,0064 |
| 1914 | 98 | 222,5158 | 188,9968 | 0,0045 | 0,0056 |
| 1913 | 99 | 239,3539 | 204,5886 | 0,0040 | 0,0051 |
| 1912 | 100 | 257,5687 | 221,3857 | 0,0035 | 0,0046 |
| 1911 | 101 | 277,3278 | 239,5264 | 0,0030 | 0,0041 |
| 1910 | 102 | 298,8252 | 259,1698 | 0,0025 | 0,0036 |
| 1909 | 103 | 322,2868 | 280,4994 | 0,0020 | 0,0031 |
| 1908 | 104 | 347,9755 | 303,7283 | 0,0015 | 0,0026 |
| 1907 | 105 | 376,1986 | 329,1033 | 0,0010 | 0,0021 |
| 1906 | 106 | 407,3141 | 356,9115 | 0,0005 | 0,0016 |
| 1905 | 107 | 441,7384 | 387,4868 | 0,0000 | 0,0011 |
| 1904 | 108 | 479,9507 | 421,2156 | 0,0000 | 0,0006 |
| 1903 | 109 | 522,4922 | 458,5426 | 0,0000 | 0,0001 |
| 1902 | 110 | 569,9500 | 499,9705 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1901 | 111 | 622,9063 | 546,0497 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1900 | 112 | 681,8111 | 597,3425 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1899 | 113 | 746,6860 | 654,3312 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1898 | 114 | 816,4583 | 717,2072 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1897 | 115 | 887,5363 | 785,4025 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1896 | 116 | 951,1612 | 856,5846 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1895 | 117 | 991,4090 | 924,6786 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1894 | 118 | 1000,0000 | 1000,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1893 | 119 | 1000,0000 | 1000,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| 1892 | 120 | 1000,0000 | 1000,0000 | 0,0000 | 0,0000 |

Fuente: DGSFP