APLICACIONES MATEMÁTICAS ¿BUENAS ALIADAS?

ANÁLISIS DE LAS APLICACIONES DE PHOTOMATH Y SYMBOLAB COMO HERRAMIENTAS DE APOYO EN LOS PRIMEROS CURSOS DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Máster Universitario en Formación del Profesorado de Enseñanza Secundaria Obligatoria, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas. Especialidad en Matemáticas.

Presentado por:
D. Pablo Martínez Perea

Dirigido por:
Dª Evangelina Herranz Prada

Alcalá de Henares, a 26 de junio de 2022

RESUMEN

En este trabajo se analiza el funcionamiento de dos de las aplicaciones matemáticas de carácter general: Photomath y Symbolab. El análisis será según los recursos que ofrecen sobre los contenidos del currículo y la manera de explicar los procedimientos. Esto se hace con la finalidad de ver la idoneidad de su uso tanto en el aula como fuera de ella como refuerzo y ayuda para el aprendizaje de los estudiantes de los primeros cursos de Educación Secundaria Obligatoria.

Palabras clave: Aplicación, Photomath, Symbolab, TIC, Aprendizaje.

ABSTRACT

In he present academic piece the digital resources offered of two of the general mathematical apps is analyzed: Photomath and Symbolab. The analysis will be according to the resources offered on the contents of the curriculum and the way of explaining the procedures. This is done in order to see the suitability of its use both in the classroom and outside of it as a reinforcement and learning aid for students on the eighth grade of Mathematics.

Key Words: Apps, Photomath, Symbolab, ICT, Learning

ÍNDICE

Introducción y motivación

En la sociedad de hoy en día, la mayoría de los alumnos de secundaria están acostumbrados a convivir en el día a día al uso de las nuevas tecnologías. Estos alumnos son nativos digitales y para ellos, el uso de dispositivos móviles y ordenadores es habitual. Además, la gran mayoría tiene contacto con estas herramientas desde pequeños y hacen un uso intensivo de estas.

Los jóvenes están habituados al uso de estas herramientas sobre todo para el ocio, pero existen recursos que pueden ayudar en su formación académica, y en especial, en su formación matemática. Hay algún tipo de recurso que sí utilizan y consultan de manera más o menos habitual, estos suelen ser los vídeos o videotutoriales, donde se explican conceptos o se resuelven ejercicios propuestos. Este tipo de recurso, si bien es beneficioso en algunas circunstancias, tienen algunos inconvenientes como, por ejemplo, no encontrar el contenido buscado, que las explicaciones tengan poco rigor matemático o sean poco educativas.

También existen otras herramientas más son las páginas web con recursos online, por ejemplo, GeoGebra, CalcMe o Wolfram. Estas herramientas son muy potentes y útiles, pero suelen tener una gran barrera de entrada debido a su dificultad en hacer consultas.

Y por otro lado se encuentran las aplicaciones móviles (algunas también con versión web) más enfocadas al cálculo directo de problemas, con una interfaz más sencilla y entendible a primera vista para los alumnos. Estas aplicaciones suelen contar con explicaciones paso a paso hasta obtener la solución.

Tanto las páginas web como las aplicaciones móviles son herramientas mayormente desconocidas por parte del alumnado y, sin embargo, son una posible fuente de apoyo en el aprendizaje.

Objetivos

El objetivo del presente trabajo es analizar dos de las herramientas digitales más accesibles al alumnado como son Photomath y Symbolab. Estas dos herramientas cuentan con versiones móviles y resuelven multitud de problemas.

El análisis estará centrado en el tipo de contenidos que abarcan estas aplicaciones, así como la forma que tienen de abordar cada problema y la forma de explicar los procedimientos.

Además, después del análisis, se presenta una propuesta de su uso en el aula para que el alumnado mejore sus conocimientos y sus destrezas.

Fundamentación teórica

En la actualidad, el acceso a las tecnologías es un hecho y su aplicación a la docencia es, en muchos entornos, una necesidad. Pero para ello los profesionales de la enseñanza deben estar convencidos de las ventajas que su uso atesora. Entre las múltiples razones que existen para aprovechar las nuevas posibilidades que proporcionan las TIC, se destacan las siguientes (Graells, Impacto de las TIC en educación: funciones y limitaciones, 2012):

1. Alfabetización digital de los alumnos: todos deben adquirir las competencias básicas en el uso de las TIC.
2. Productividad: aprovechar las ventajas que proporcionan al realizar actividades como preparar apuntes y ejercicios, buscar información, comunicarse (e-mail), difundir información (weblogs, web de centro y docentes), gestión de biblioteca, ...
3. Innovar en las prácticas docentes: aprovechar las nuevas posibilidades didácticas que ofrecen las TIC para lograr que los alumnos realicen mejores aprendizajes y reducir el fracaso escolar (alrededor de un 30% al final de la ESO).

Sin embargo, hay que tener en cuenta los aspectos que se describen a continuación (Cabero, 2005):

- Incluso aunque en los centros cada vez hay más tecnologías, se usan poco.
- El profesor no está suficientemente capacitado para utilizar las TIC.
- No existe una política de planes de formación inicial y permanente del docente en TIC, no solo en lo que a la perspectiva técnico instrumental se refiere.

El profesor debe ejercer como guía a los alumnos, asesorando en los contenidos, y diseñando y facilitando ambientes de aprendizaje apoyándose en los recursos que ofrecen las tecnologías (Sánchez, 2004). Para ello primero debe conocer a los alumnos y diagnosticar sus necesidades, y después debe diseñar las estrategias de enseñanza y aprendizaje a través de actividades e intervenciones educativas concretas (Graells, Los docentes: funciones, roles, competencias necesarias, formación, 2000).

Sin embargo, hay que tener cuidado en el empleo de estos recursos, ya que puede ocurrir que su uso entretenga a los alumnos, pero que no ayude en su aprendizaje. Por ello el profesor debe preocuparse por su verdadero uso didáctico, y complementarlo con otra serie de pruebas donde reflejen los conocimientos adquiridos (Domínguez, 2007)

¿Qué es Photomath?

Photomath es una aplicación para dispositivos móviles que, mediante el uso de la cámara, puede escanear un problema y resolverlo dando en algunas ocasiones distintas alternativas para su resolución y mostrando los pasos efectuados (adicionalmente, también se puede introducir el problema mediante la interfaz de calculadora). Existe una versión de pago, que no analizaremos, que refuerza los procedimientos y explicaciones de las soluciones paso a paso.

Según su página web "Photomath busca mejorar tanto la comprensión como la confianza de los alumnos, por lo que trabajamos arduamente para proporcionar instrucciones claras y comprensibles para cada problema. Porque no se trata solo de la respuesta" (https://photomath.com/es/)

¿Qué es Symbolab?

Symbolab es una página web en la que se pueden introducir problemas matemáticos (y también físicos y químicos) para resolverlos mostrando los pasos efectuados. Existe también una aplicación para dispositivos móviles donde el problema se puede introducir manualmente mediante la interfaz de calculadora o escanearlo mediante el uso de la cámara. Tiene una versión de suscripción, que no analizaremos, que permite el acceso a herramientas de estudio y refuerzo como la proposición de ejercicios de un determinado contenido y su corrección posterior.

¿Por qué estas aplicaciones?

Hay multitud de herramientas digitales para el apoyo educativo en matemáticas, pero en este trabajo nos centraremos en Photomath y Symbolab por las siguientes cuestiones:

- Son herramientas con versiones móviles. Esto ayuda a la accesibilidad por parte del alumnado.
- Tienen una interfaz sencilla para introducir los problemas incluida una herramienta para escanear el problema con la cámara.
- Tienen gran capacidad de cálculo para resolver distintos tipos de problemas.
- Son aplicaciones gratuitas. Aunque tienen versiones de pago, nos centraremos en los recursos disponibles de manera gratuita para maximizar la accesibilidad por parte de los alumnos.
- Tienen explicaciones paso a paso del procedimiento seguido hasta obtener la solución ofrecida.

Estas características son compartidas por las dos herramientas, sin embargo, una diferencia notable a destacar entre ambas es que Symbolab tiene también versión web, mientras que Photomath únicamente tiene (por ahora) la opción de aplicación móvil.

Contenidos

Los contenidos que se van a analizar están extraídos de los bloques presentes en el Real Decreto 1105/2014, por el cual se establece el currículo de Educación Secundaria Obligatoria y Bachillerato. El estudio se va a centrar en los siguientes contenidos extraídos de los cursos de 1º y 2º de Educación Secundaria Obligatoria:

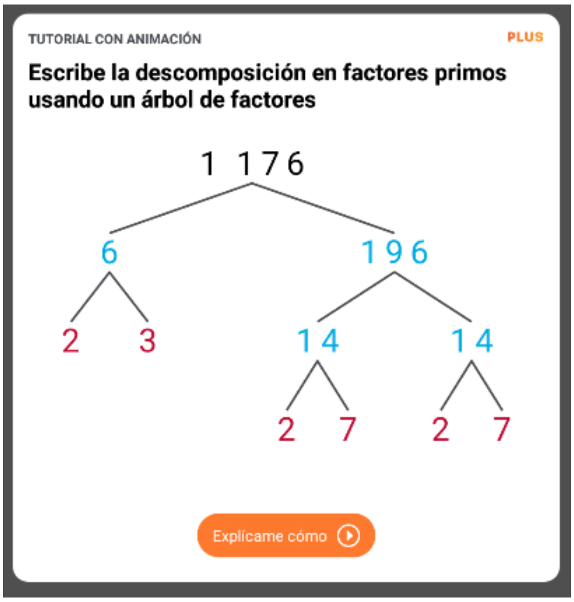
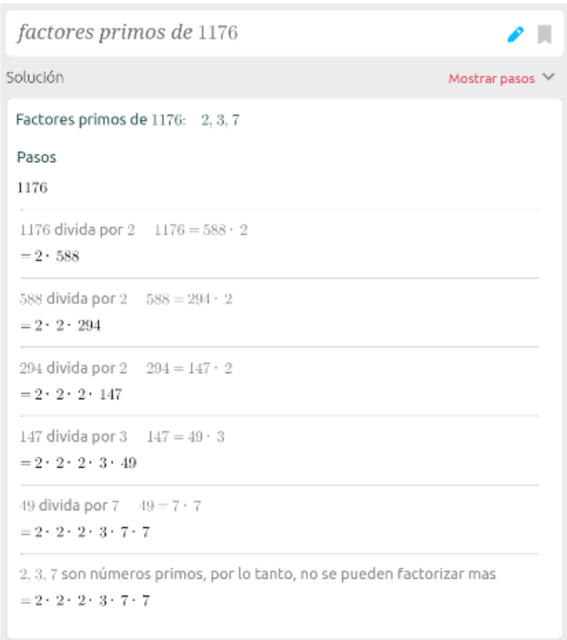
- Descomposición en factores primos
- Máximo común divisor y mínimo común múltiplo
- Números enteros
- Fracciones
- Números decimales
- Potencias
- Lenguaje algebraico
- Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Estos contenidos son los más interesantes a tratar debido a la dificultad que los alumnos suelen manifestar, y las herramientas para resolver los problemas de estos contenidos que nos ofrecen las aplicaciones que analizamos.

Creo que este tipo de aplicaciones puede ayudar al alumnado, ya que le permite conocer el resultado de aquellos cálculos en los que no esté seguro y puede analizar por qué se ha equivocado y afianzar sus conocimientos intentando hacer más ejercicios parecidos y comprobando las soluciones. Esto será aplicable a todos los contenidos que van a ser objeto del análisis.

Descomposición en factores primos

Analizamos la resolución de operaciones combinadas con enteros:

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Descomposición en factores primos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: Descomponer en factores primos el número 1176</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:
</td><td>Análisis:
Para calcular la descomposición en factores primos de un número natural, simplemente hay que escribir el número y la aplicación nos muestra, entre otras opciones, la descomposición en factores primos usando un árbol de factores.
En la versión gratuita, no te da más información acerca del procedimiento, aunque aparece de una forma visual, aspecto que puede ayudar al alumno a entender el resultado.
No muestra la descomposición final de una manera unificada.
No hace la factorización de números de más de 4 cifras</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:
</td><td>Análisis:
Se debe escribir "*factores primos de*" seguido del número. También aparece dentro de la sección del menú *Pre-Álgebra → Factores y número primos → Descomposición de un número en factores primos*.
Efectúa divisiones sucesivas de números primos, aunque no lo pone explícitamente. Al finalizar, pone la factorización, aunque sin agrupar en potencias.</td></tr>
</table>

Conclusión:

La aplicación de Photomath, en su versión gratuita, solo muestra el árbol de factores. Esto puede que no ayude al alumnado a entender el procedimiento, pero sí a entender el concepto de factorización.

Por otro lado, la aplicación de Symbolab hace la descomposición en factores primos usando divisiones sucesivas, pero no se explica por qué se están eligiendo esos números y no otros. Esto puede que no ayude al alumno a replicar el procedimiento, aunque sí se entienda bien el resultado ofrecido. Otro aspecto que destacar es que, al finalizar, se pone la factorización completa, pero sin agrupar en potencias.

Propuesta:

Para explicar el concepto de factorización puede ayudar el mostrar el árbol de factores como lo muestra para la aplicación de Photomath e incluso que sean los propios alumnos los que propongan qué número ir descomponiendo en cada paso.

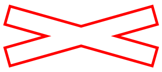
Después de entendido el concepto, se les hace ver que una estrategia eficiente puede ser usando los números primos de menor a mayor: probando con el 2, luego con el 3, el 5, etc. Y de esta forma crear un árbol de manera ordenada.

Ya, por último, se podría prescindir del árbol y realizar las operaciones para obtener la factorización completa. Para este último paso, se podrían apoyar en la aplicación de Symbolab cuando surgiesen dudas.

Esta propuesta sigue el esquema *CONCRETO → GRÁFICO → ABSTRACTO.*

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

Analizamos la obtención del mínimo común múltiplo y máximo común divisor de dos o más números:

Operación: Mínimo común múltiplo	
Ejemplo: $mcm(30,125)$	
Resolución Photomath: 	Análisis: No admite este tipo de cálculos. Viene explicitado en su sección de ayuda https://photomath.com/es/help/unsupported-math-content
Resolución Symbolab: 	Análisis: Se debe escribir "*mcm*" seguido de los números separados por comas. También aparece dentro de la sección del menú *Pre-Álgebra → Factores y número primos → MCM*. Calcula la descomposición en factores primos de cada número y luego multiplica cada factor por el mayor número de veces que ocurra en cualquier número.

<u>Conclusión</u>:

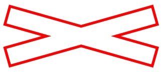
Aunque la aplicación de Photomath no sea capaz de realizar este cálculo de manera explícita, sí que tiene capacidad para calcularlo debido a que en otro tipo de problemas que sí resuelve, se aplica este cálculo.

Por otro lado, la aplicación de Symbolab, lo primero que muestra es la definición de mínimo común múltiplo, lo que puede ayudar a entender el resultado. Hace la descomposición en factores primos y luego pone de manera explícita que hay que "multiplicar cada factor por el mayor número de veces que ocurra en cualquier número". Esto, si bien es el proceso mecánico que se suele enseñar en las aulas y es correcto, no es de ayuda para entender el porqué es ese y no otro el resultado. Es decir, sirve para efectuar el cálculo y obtener en resultado, pero no tanto para facilitar su comprensión.

Propuesta:

Se puede usar la aplicación de Symbolab como apoyo a la hora de corregir los ejercicios que se hayan propuesto en clase, revisando si la factorización de cada número es correcta y comprobando también el resultado final.

De todas formas, como se ha dicho antes, esta aplicación no creo que ayude a entender el concepto más allá del mero cálculo.

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Máximo común divisor</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $MCD(16,120)$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:
</td><td>Análisis:
No admite este tipo de cálculos. Viene explicitado en su sección de ayuda https://photomath.com/es/help/unsupported-math-content</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Se debe escribir “*mcd*” seguido de los números separados por comas. También aparece dentro de la sección del menú *Pre-Álgebra → Factores y número primos → MCD*.
Calcula la descomposición en factores primos de cada número y luego multiplica los factores primos comunes.</td></tr>
</table>

Conclusión:

Aunque la aplicación de Photomath no sea capaz de realizar este cálculo de manera explícita, sí que tiene capacidad para calcularlo debido a que en otro tipo de problemas que sí resuelve, se aplica este cálculo.

Por otro lado, la aplicación de Symbolab, lo primero que muestra es la definición de máximo común divisor, lo que puede ayudar a entender el resultado. Se hace la descomposición en factores primos y al final, efectúa la multiplicación de los factores comunes. La parte final del procedimiento no es muy explícita, ya que no especifica bien los factores que se multiplican, puesto que los factores repetidos los mantiene separados y puede llevar a error el especificar que se multiplican los "factores comunes" pero hay factores que se cogen múltiples veces. Este procedimiento es similar al que se suele explicar en las aulas, pero, posiblemente, no es de ayuda para entender el porqué es ese, y no otro, el resultado.

Propuesta:

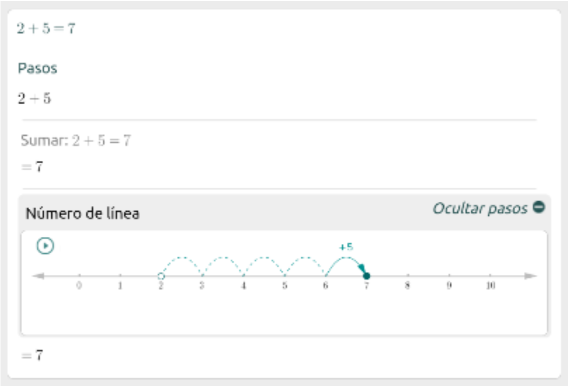
Se puede usar la aplicación de Symbolab como apoyo a la hora de corregir los ejercicios que se hayan propuesto en clase, revisando si la factorización de cada número es correcta y comprobando también el resultado final.

De todas formas, como se ha dicho antes, esta aplicación no creo que ayude a entender el concepto más allá del mero cálculo.

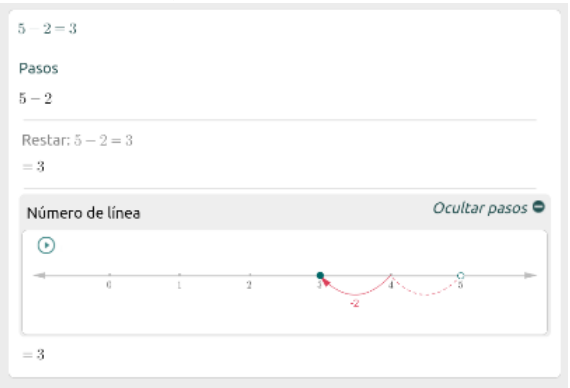
Sumas y restas con números enteros

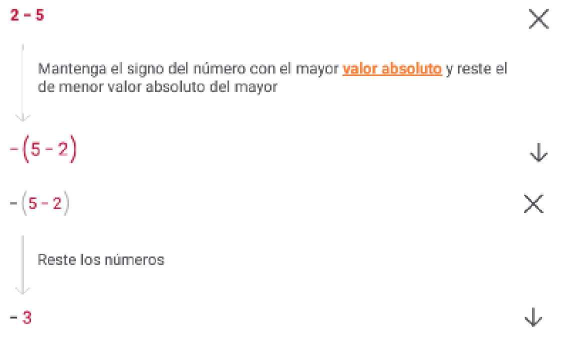
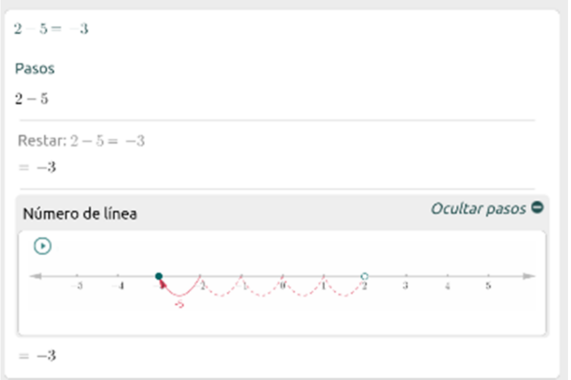
Analizamos la resolución de sumas y resta con números enteros.

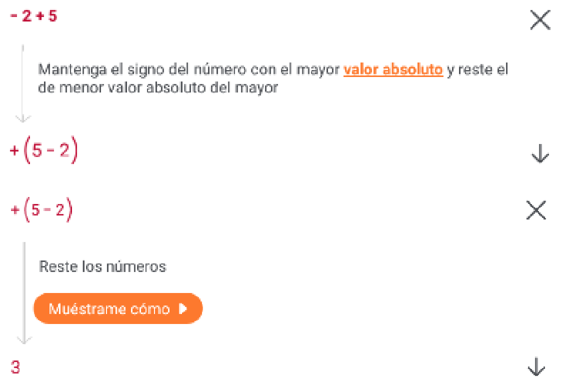
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Suma de números positivos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2+5$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

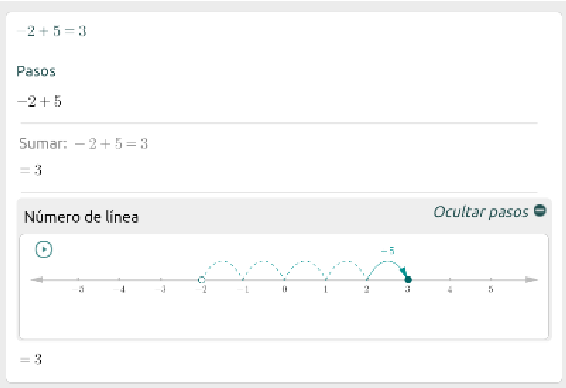
</td><td>Análisis:
Como es una operación básica, la aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Como es una operación básica, la aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado.
Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Resta de números positivos con resultado positivo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $5-2$</td></tr>
<tr><td>Resolución:

</td><td>Análisis:
Como es una operación básica, la aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Como es una operación básica, la aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado.
Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.</td></tr>
</table>

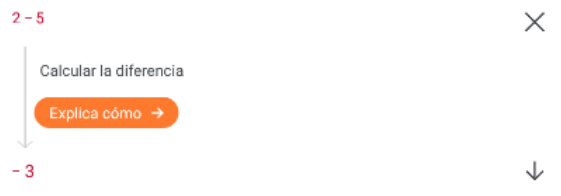
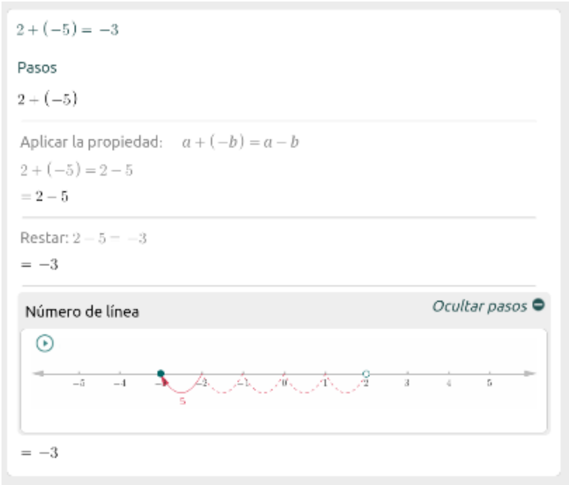
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Resta de números positivos con resultado negativo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2-5$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Mantiene el signo del número con el mayor valor absoluto y luego realiza la resta del mayor valor absoluto con el menor valor absoluto.
Esta es el procedimiento que se enseña en la mayoría de las ocasiones.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
La aplicación no hace mención explícita de cómo calcular el resultado.
Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.</td></tr>
</table>

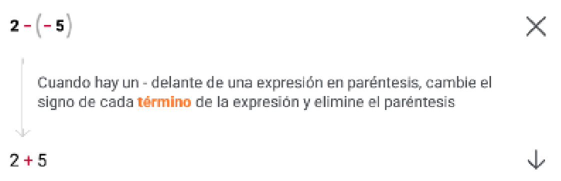
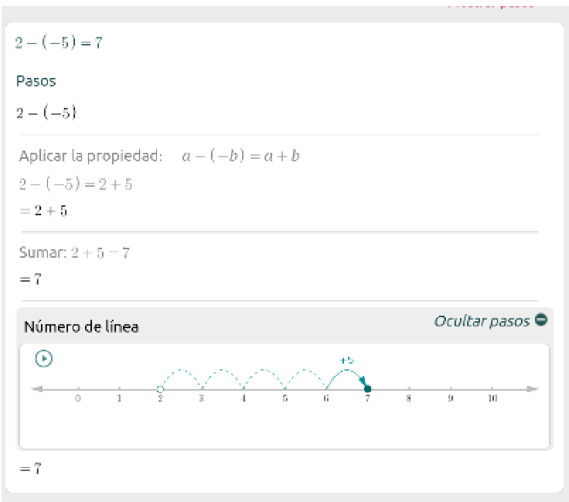
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Suma de número negativo con positivo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $-2+5$</td></tr>
<tr><td>Resolución:

</td><td>Análisis:
Mantiene el signo del número con el mayor valor absoluto y luego realiza la resta del mayor valor absoluto con el menor valor absoluto.
Esta es el procedimiento que se enseña en la mayoría de las ocasiones.</td></tr>
</table>

Resolución Symbolab:  	Análisis: La aplicación no hace mención explícita de cómo calcular el resultado. Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.

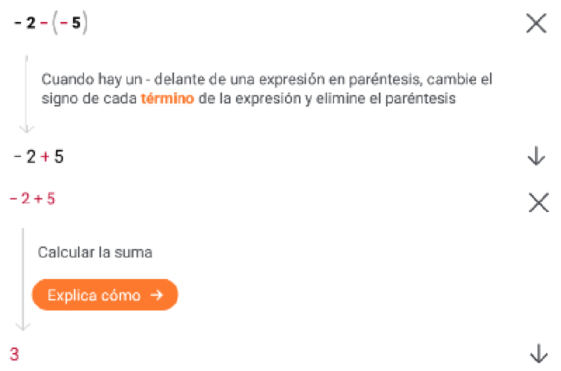
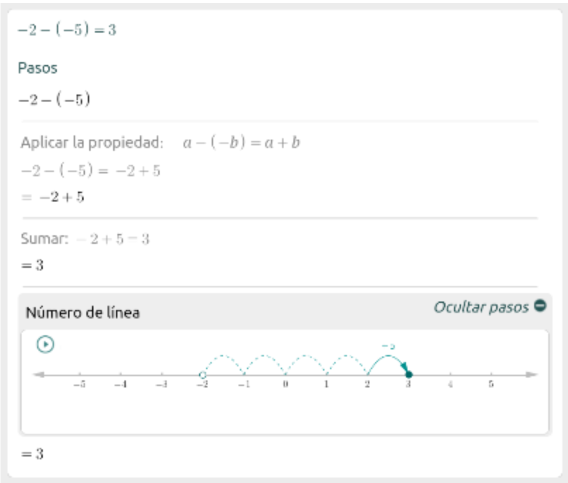
Operación: Resta de número negativo con positivo	
Ejemplo: $-2-5$	
Resolución: - 2 - 5 Extraiga el signo negativo de la expresión - (2 + 5) - (2 + 5) Sumar los números - 7	Análisis: Extrae el signo negativo y luego realiza la suma. Esta es el procedimiento que se enseña en la mayoría de las ocasiones.
Resolución Symbolab:  	Análisis: La aplicación no hace mención explícita de cómo calcular el resultado. Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.

Operación: Suma de número positivo con negativo (con paréntesis)	
Ejemplo: $2+(-5)$	
Resolución: 2 + (- 5) Cuando se encuentre un + en frente de una expresión dentro de un paréntesis, la expresión se mantiene igual 2 - 5	Análisis: Explica el procedimiento a seguir cuando hay un signo “+” delante de un paréntesis. Luego realiza la operación (resta) sin ninguna explicación. Cabe destacar que dicha operación cuando se introducía de

	manera independiente si se explicitaba el procedimiento a seguir.
Resolución Symbolab: 	Análisis: Explica el procedimiento a seguir cuando hay un signo “+” delante de un paréntesis mostrando la propiedad que se usa de manera general. Luego realiza la operación (resta) sin ninguna explicación como se ha visto anteriormente. Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.

Operación: Resta de número positivo con negativo (con paréntesis)	
Ejemplo: $2-(-5)$	
Resolución: 	Análisis: Explica el procedimiento a seguir cuando hay un signo “–” delante de un paréntesis. Luego realiza la operación (suma) sin ninguna explicación.
Resolución Symbolab: 	Análisis: Explica el procedimiento a seguir cuando hay un signo “–” delante de un paréntesis mostrando la propiedad que se usa de manera general. Luego realiza la operación (suma) sin ninguna explicación como se ha visto anteriormente. Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.

Operación: Resta de dos números negativos (con paréntesis)

<table>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $-2-(-5)$</td></tr>
<tr><td>Resolución:

</td><td>Análisis:
Explica el procedimiento a seguir cuando hay un signo “–” delante de un paréntesis.
Luego realiza la operación sin ninguna explicación. Cabe destacar que dicha operación cuando se introducía de manera independiente si se explicitaba el procedimiento a seguir.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Explica el procedimiento a seguir cuando hay un signo “–” delante de un paréntesis mostrando la propiedad que se usa de manera general.
Luego realiza la operación sin ninguna explicación como se ha visto anteriormente. Sin embargo, muestra la operación con ayuda de la recta de los enteros, que es un apoyo muy visual para el alumnado.</td></tr>
</table>

<u>Conclusión</u>:

De las dos aplicaciones en su versión gratuita, para este tipo de operaciones presenta un mejor apoyo, sobre todo de manera visual, la aplicación de Symbolab ya que representa las operaciones. Además, muestra de manera explícita la propiedad que se está usando en cada caso para que el alumno pueda entender el porqué del procedimiento, cosa que la aplicación de Photomath no explicita.

Otro aspecto a recalcar es que la aplicación de Photomath tiende a obviar el procedimiento de algún cálculo cuando previamente ha realizado alguna otra operación, pese a que es de un nivel similar de complejidad y el alumno que está realizando esta operación, seguramente, también necesite ayuda en el resto de los pasos involucrados

Sin embargo, es posible que la versión de pago de Photomath corrija alguno de estas posibles deficiencias sobre todo en la parte de explicaciones alternativas, puesto que se pueden previsualizar otros recursos.

Propuesta:

Pese a que estos contenidos se ven también en educación primaria, muchos alumnos tienen dificultades para interiorizar este tipo de cálculos con números enteros.

La ayuda visual que brinda la aplicación de Symbolab puede ayudar a aquellos que todavía presenten dificultades.

Por eso, una propuesta puede ser presentar al alumno estas aplicaciones a principio de curso y que vayan experimentando su uso en estas pequeñas operaciones. Posteriormente se centra en la aplicación de Symbolab y en las herramientas de apoyo que presenta: las propiedades usadas y el apoyo visual.

Una vez conocidas estas herramientas y después de haberlas explicado en clase, se puede trabajar primero con ayuda de la aplicación y posteriormente sin ella para que afiancen los conceptos y procedimientos.

La propuesta tendría la siguiente secuencia:

1. Explicaciones teóricas y ejercicios resueltos en clase.
2. Introducción al uso general de las dos aplicaciones: Photomath y Symbolab.
3. Práctica de resolución de ejercicios con Symbolab. Resolución de dudas.
4. Práctica de resolución de ejercicios sin ayuda de la aplicación.

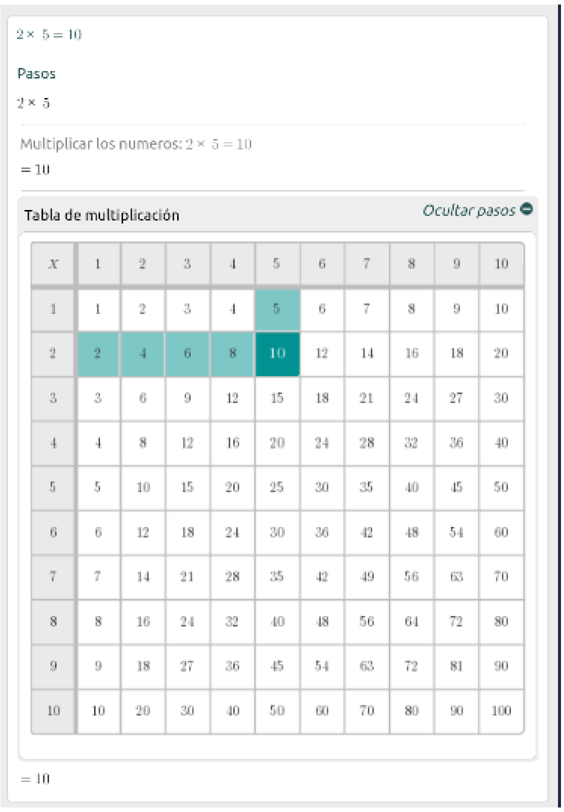
Producto con números enteros

Analizamos la resolución de productos con números enteros.

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de números positivos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: 2·5</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:


</td><td>Análisis:

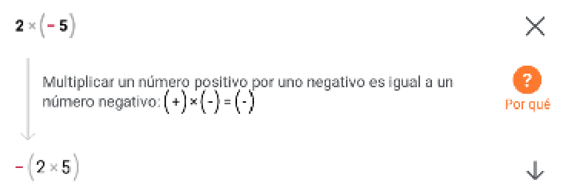
Como es una operación básica, la aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:



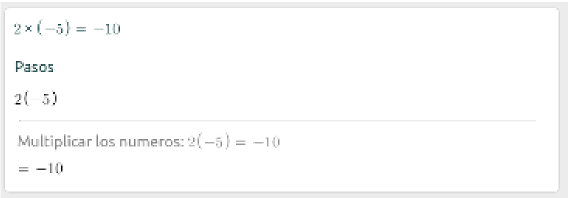
x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
</td><td>Análisis:

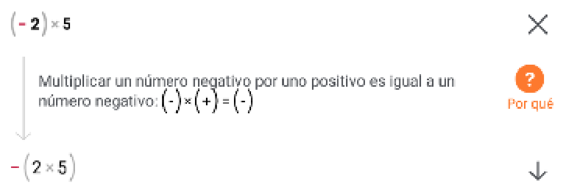
Muestra una tabla de multiplicación y señala los factores y el resultado del producto de forma visual.</td></tr>
</table>

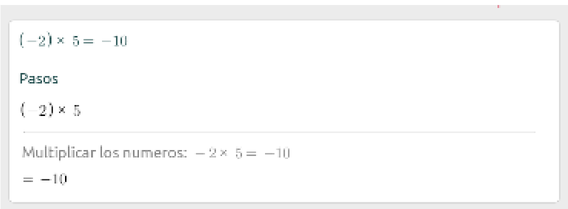
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de positivo por negativo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: 2·(–5)</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

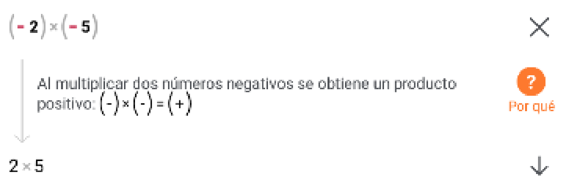

</td><td>Análisis:

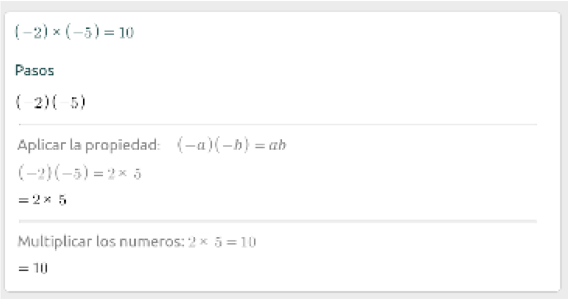
Muestra la regla de los signos y la aplica, realizando luego el producto de los números sin signo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
La aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado, ni siquiera la aplicación de la regla de los signos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de negativo por positivo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: (–2)·5</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:



</td><td>Análisis:
Muestra la regla de los signos y la aplica, realizando luego el producto de los números sin signo.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
La aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado, ni siquiera la aplicación de la regla de los signos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de números negativos</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: (–2)·(–5)</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Muestra la regla de los signos y la aplica, realizando luego el producto de los números sin signo.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
2×5
Multiplicar los números
10</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>Resolución Symbolab:

$(-2) \times (-5) = 10$
Pasos
$(-2)(-5)$
Aplicar la propiedad: $(-a)(-b) = ab$
$(-2)(-5) = 2 \times 5$
$= 2 \times 5$
Multiplicar los numeros: $2 \times 5 = 10$
$= 10$</td>
<td>Análisis:
Muestra la regla de los signos y la aplica, realizando luego el producto de los números sin signo.</td>
</tr>
</table>

<u>Conclusión</u>:

De las dos aplicaciones, la única que explica en todos los casos la regla de los signos es la de Photomath, mientras que la aplicación de Symbolab solamente muestra la propiedad cuando es el producto de dos números negativos (cosa que es curiosa que no incluya todos los casos).

<u>Propuesta</u>:

Como se ha dicho, estas herramientas pueden suponer una ayuda para afianzar los conceptos, en este caso de producto de números enteros. Ayuda al alumno a saber el resultado de aquellas operaciones que no esté seguro y a practicar con nuevos ejemplos que incluso puede inventarse.

Como es un contenido muy concreto y poco extenso, simplemente utilizaría las aplicaciones (en especial Photomath) a la hora de resolver los ejercicios para comprobar ye entender la solución.

Por eso, la propuesta tendría la siguiente secuencia:

1. Explicaciones teóricas y ejercicios resueltos en clase.
2. Práctica de resolución de ejercicios con Photomath. Resolución de dudas.
3. Práctica de resolución de ejercicios sin ayuda de la aplicación.

Operaciones combinadas con números enteros:

Analizamos la resolución de operaciones combinadas con enteros

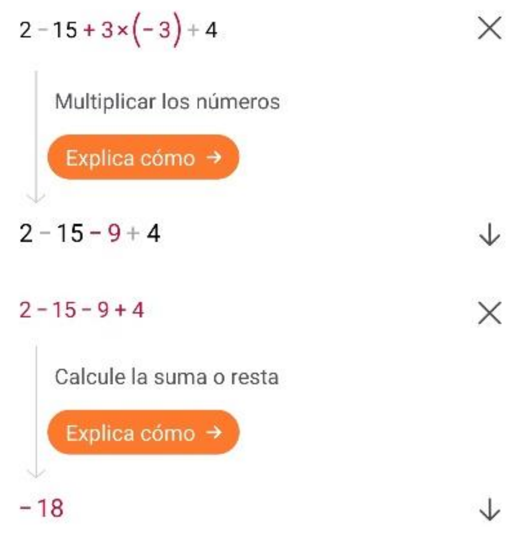
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Operaciones combinadas con números enteros</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2-3\cdot5+3\cdot(2-1\cdot5)+2\cdot6\div3$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

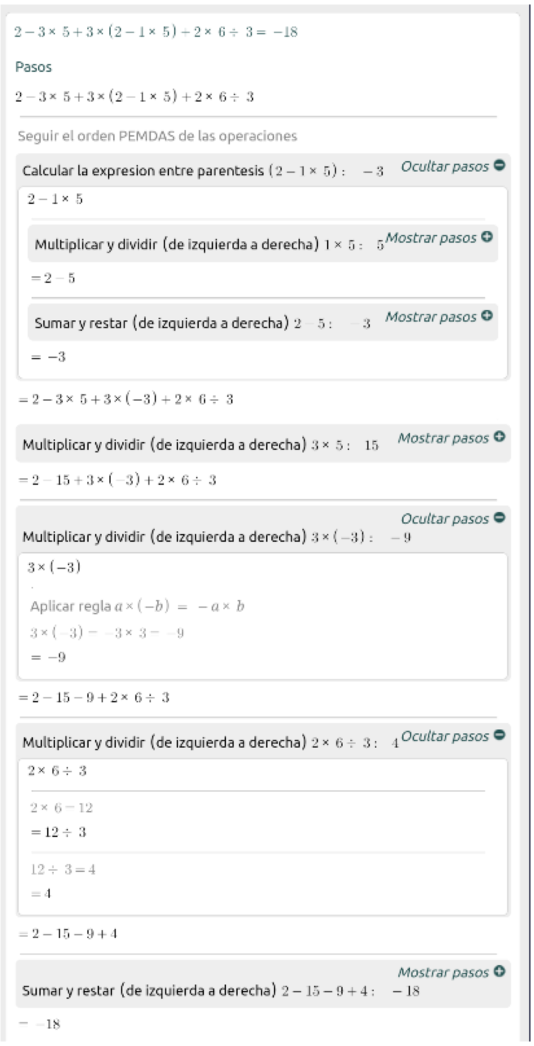
</td><td>Análisis:

Primero efectúa las multiplicaciones y divisiones (aunque no explique el por qué se realizan antes), cabe destacar que cuando multiplica por -1, indica que hay que usar el opuesto.

Luego evalúa el paréntesis (aunque de nuevo no explica el por qué). A continuación, efectúa la multiplicación, aunque aquí no hace referencia a los signos involucrados.

Y por último efectúa las sumas y las restas</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td></td>
</tr>
<tr>
<td>
Resolución Symbolab:


</td>
<td>
Análisis:

Primero efectúa la división, ya que se ha puesto automáticamente como una fracción. Y posteriormente el paréntesis (indicando que se debe seguir el orden PEMDAS).

Luego evalúa las multiplicaciones (y las divisiones si las hubiera) indicando que se efectúan de izquierda a derecha.

Cabe destacar que, al multiplicar número con signo negativo, muestra la propiedad que establece el resultado de dicha multiplicación.

Y por último efectúa las sumas y las restas.
</td>
</tr>
</table>

Conclusión:

Photomath no explica por qué realiza cada operación en ese orden lo que puede llevar al alumno que observe esta resolución a no entender cuando se realiza cada operación y por qué. Por otro lado, cuando se multiplica por -1 se explica que hay que hacer uso del opuesto, pero cuando se multiplican número negativos distintos de -1 no hace mención al uso de los signos.

Symbolab prioriza en este caso todas las operaciones dentro del paréntesis. Es positivo que indique el orden de jerarquía de las operaciones y las reglas de multiplicación cuando se involucran números negativos.

Propuesta:

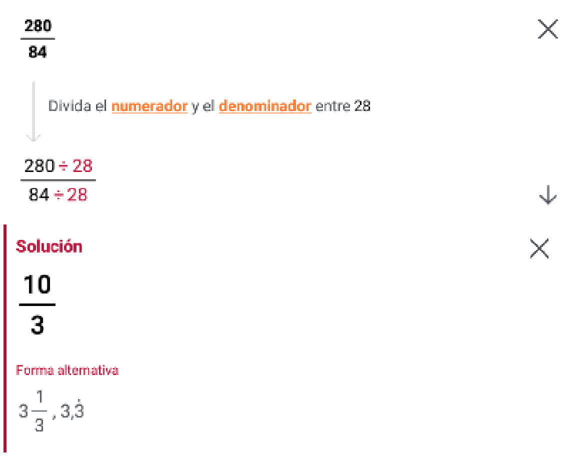
De nuevo, la forma de resolver estos problemas las aplicaciones ayuda al alumnado a poder comprobar si el resultado de una operación combinada que hayan resuelto es el correcto y si no es así, poder comprobar dónde y por qué se han equivocado.

Me parece un poco mejor explicado la forma de resolverla la propuesta por la aplicación de Symbolab, ya que prioriza los paréntesis y ofrece la pequeña guía del orden PEDMAS (Paréntesis, Exponentes, División, Multiplicación, Adicción y Sustracción), aunque hay que tener cuidado en las multiplicaciones y divisiones, ya que están puestos en un orden y realmente tienen la misma prioridad y se operan de izquierda a derecha (que también lo advierte la aplicación). La única característica en la que la aplicación de Photomath supera en este tipo de operaciones es en la claridad de los pasos porque va haciendo la cuenta paso a paso mostrando en rojo los números involucrados en cada operación.

Creo que una forma de poder usar esta herramienta es para que los propios alumnos comprueben las soluciones de los ejercicios propuestos y resueltos sin ayuda y, después de un tiempo o unos intentos determinados, poder mirar el desarrollo paso a paso en la aplicación para ver la forma correcta.

Simplificación de fracciones

Analizamos la simplificación de fracciones:

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Simplificar fracciones</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: Simplificar la fracción $\frac{280}{84}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Introduciendo la fracción directamente se muestra la fracción reducida. Luego en las opciones paso a paso se muestra el proceso.
Divide el numerador y el denominador por el máximo común divisor de ambos, aunque no lo especifica</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Se escribe “*simplificar fracción”* seguido de la fracción a simplificar. También aparece dentro de la sección del menú *Pre-Álgebra → Fracciones → Simplificar*.
Primero calcula el máximo común divisor del numerador y el denominador, luego factoriza ambos usando dicho denominador común y luego simplifica eliminando los términos comunes.</td></tr>
</table>

Conclusión:

En la aplicación de Photomath, aunque el procedimiento es correcto, no indica por qué divide el numerador y el denominador entre el número escogido. Debería indicar que se trata del máximo común divisor.

En la aplicación de Symbolab, los pasos realizados están bien detallados, explica la obtención del máximo común divisor y luego lo usa para factorizar ambos números. Esto es muy bueno porque sirve para factorizar el número sin llegar a la descomposición total por factores primos y así comprender mejor qué es factorizar.

En el último paso dice "eliminar los términos comunes" que, pese a ser correcto, no se indica el por qué. Esto sabemos que puede llevar a confusión a los alumnos más adelante cuando se trabajen con fracciones debido a no saber cómo y por qué anular esos términos.

Propuesta:

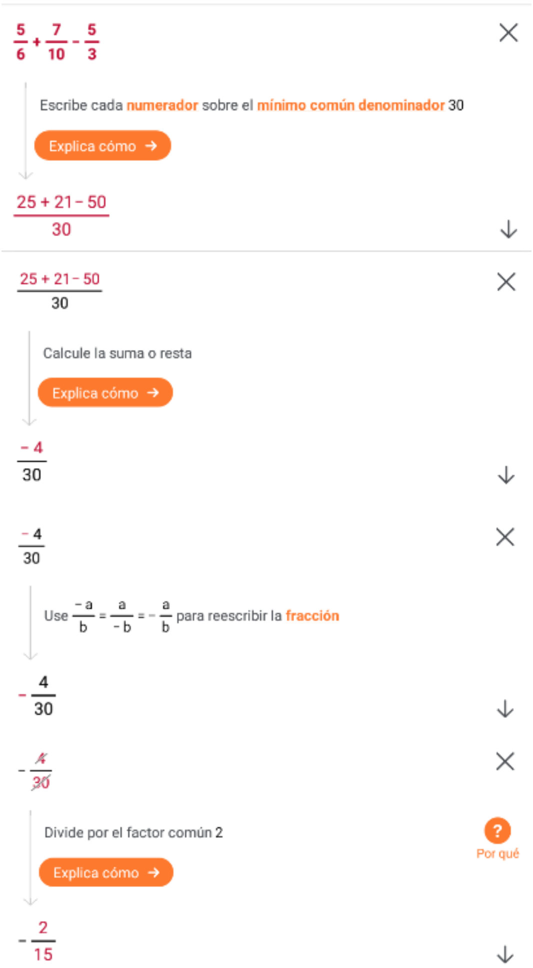
Para ayudar al alumnado en la simplificación de fracciones se puede utilizar de forma guiada la explicación propuesta por la aplicación de Symbolab, aunque de manera progresiva

Primero haciendo ver al alumnado que, si el numerador y el denominador se dividen por el mismo número, la fracción no cambia su valor, pero se simplifica, ya que los números se hacen más pequeños. Con esta noción en mente, se va viendo cómo se pueden factorizar los números de manera que se pueda ir dividiendo por dichos factores comunes. Y, por último, hacerles ver que se puede hacer en un solo paso si se conoce (o se calcula) el máximo común divisor como propone la aplicación.

Y de nuevo, el uso de esta aplicación por parte del alumnado puede ayudar a comprobar las soluciones de los ejercicios propuestos y en caso de error, revisar si han factorizado bien y si han hecho bien las operaciones.

Suma y resta de fracciones

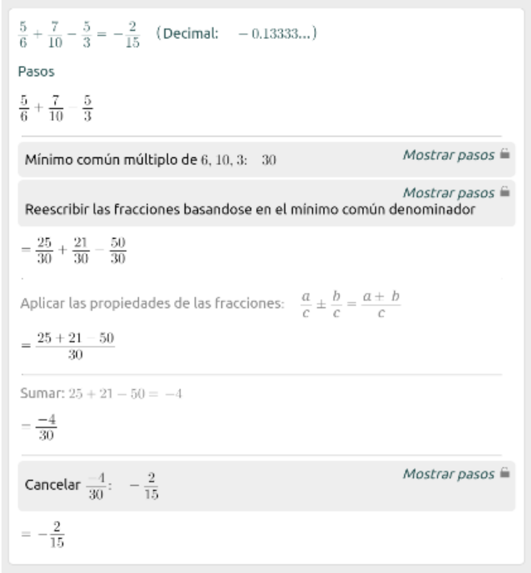
Analizamos la suma y resta de fracciones:

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Suma y resta de fracciones</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $\frac{5}{6}+\frac{7}{10}-\frac{5}{3}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:

Primero junta las fracciones en una sola con el mismo denominador, efectúa las operaciones en el numerador y simplifica la fracción. Si el numerador es negativo, utilizando las propiedades, extrae el signo menos delante de la fracción.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:</td><td>Análisis:

Primero calcula el mínimo común múltiplo de los denominadores, aunque en la versión gratuita no te muestra los pasos aquí, sí que se puede hacer ese cálculo aparte y te muestra los pasos.

Luego reescribe las fracciones con el mismo denominador, junta las fracciones en una sola mostrando las propiedades de la suma y resta de fracciones, efectúa las sumas y restas en el numerador y simplifica.</td></tr>
</table>



$\frac{5}{6}+\frac{7}{10}-\frac{5}{3}=-\frac{2}{15}$ (Decimal: $-0.13333...$)

Pasos

$\frac{5}{6}+\frac{7}{10}-\frac{5}{3}$

Mínimo común múltiplo de $6, 10, 3$: 30 Mostrar pasos

Mostrar pasos
Reescribir las fracciones basandose en el mínimo común denominador

$=\frac{25}{30}+\frac{21}{30}-\frac{50}{30}$

Aplicar las propiedades de las fracciones: $\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}$

$=\frac{25+21-50}{30}$

Sumar: $25+21-50=-4$

$=\frac{-4}{30}$

Cancelar $\frac{-4}{30}$: $-\frac{2}{15}$ Mostrar pasos

$=-\frac{2}{15}$

Conclusión:

En la aplicación de Photomath, el primer paso de juntar las fracciones en una sola, que es uno de los pasos fundamentales para entender cómo se suman y restan fracciones, aparece muy poco detallado, al menos en la versión gratuita, aunque al menos muestra porque es ese y no otro el denominador elegido. El uso de las propiedades de las fracciones con términos negativos sí que puede resultar útil a los alumnos para trabajar mejor con estas fracciones. A la hora de la simplificación de fracciones, se tacha de forma visual, lo que puede incitar a una mala práctica.

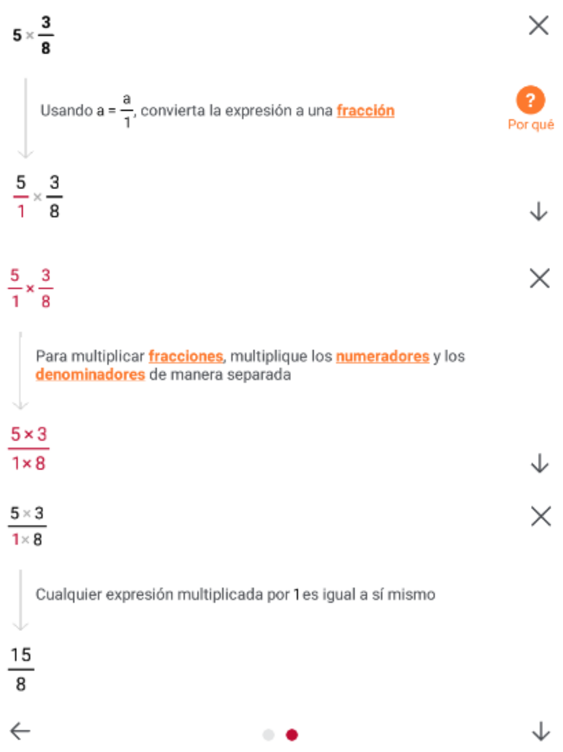
La aplicación de Symbolab justifica el denominador elegido, aunque en la versión gratuita no muestra los pasos para efectuar el mínimo común múltiplo aquí (sí lo permite haciendo el cálculo de manera independiente como ya se ha visto). Después, al reescribir las fracciones con el mismo denominador tampoco se muestra el proceso en la versión gratuita, aunque es un poco más intuitivo que en Photomath debido a que todavía escribe cada fracción de manera independiente. Al juntar las fracciones ahora con el mismo denominador, muestra la propiedad que se está usando, de manera que queda justificado ese paso. Y, por último, al simplificar la fracción, de nuevo en la versión gratuita no muestra los pasos, pero se puede efectuar esa simplificación de manera independiente mostrando todos los pasos.

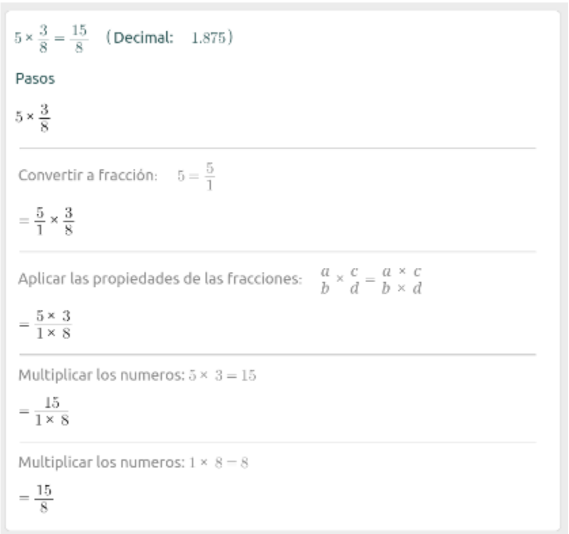
Propuesta:

Para una primera aproximación a la suma y resta de fracciones, es mejor el uso de la aplicación de Symbolab, puesto que detalla mejor los pasos que se siguen, pero una vez adquirida cierta soltura con este tipo de operaciones se puede usar cualquiera de las dos aplicaciones como apoyo.

Producto de fracciones

Analizamos la resolución del producto de fracciones:

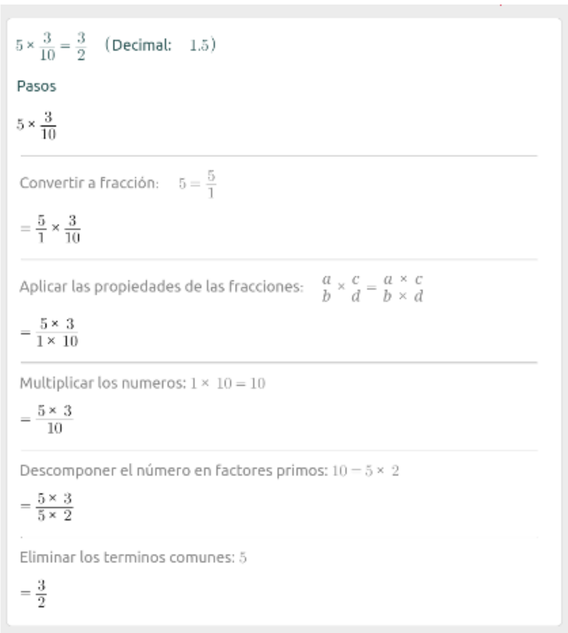
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Entero por fracción (sin factores comunes)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $5 \cdot \frac{3}{8}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:

Convierte el entero en fracción con denominador la unidad. Multiplica las fracciones usando y mostrando la propiedad. Por último, opera.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:

Convierte el entero en fracción con denominador la unidad. Multiplica las fracciones usando y mostrando la propiedad. Por último, opera.</td></tr>
</table>

Operación: Entero por fracción (con factores comunes)

<table>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $5\cdot\frac{3}{10}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

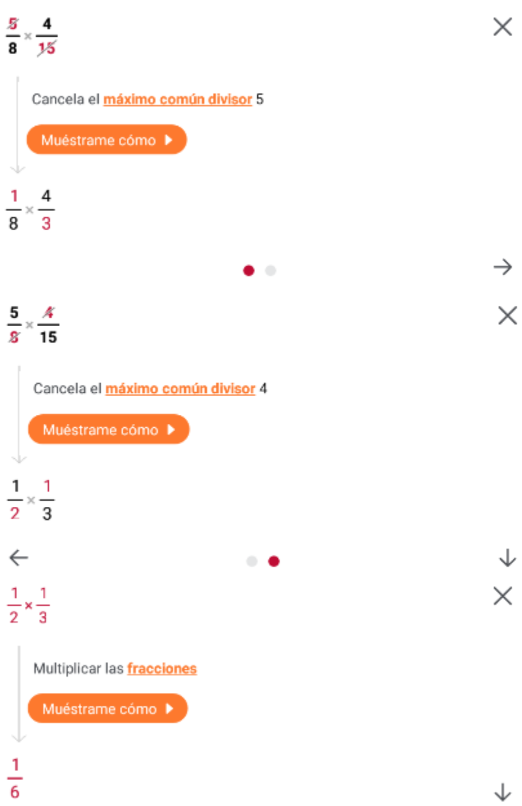
$\cancel{5}\times\frac{3}{\cancel{10}}$
Cancela el máximo común divisor 5
$\frac{3}{2}$</td><td>Análisis:
Simplifica los factores comunes antes de efectuar el producto.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

$5\times\frac{3}{10}=\frac{3}{2}$ (Decimal: 1.5)
Pasos
$5\times\frac{3}{10}$
Convertir a fracción: $5=\frac{5}{1}$
$=\frac{5}{1}\times\frac{3}{10}$
Aplicar las propiedades de las fracciones: $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$
$=\frac{5\times 3}{1\times 10}$
Multiplicar los numeros: $1\times 10=10$
$=\frac{5\times 3}{10}$
Descomponer el número en factores primos: $10=5\times 2$
$=\frac{5\times 3}{5\times 2}$
Eliminar los terminos comunes: 5
$=\frac{3}{2}$</td><td>Análisis:
Convierte el entero en fracción con denominador la unidad. Multiplica las fracciones usando y mostrando la propiedad. Opera y simplifica</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de fracciones con términos irreducibles</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

$\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}$
Para multiplicar fracciones, multiplique los numeradores y los denominadores de manera separada
$\frac{2\times 5}{3\times 7}$</td><td>Análisis:
Multiplica numeradores y denominadores de manera separada, explicando de palabra la propiedad.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Multiplica numeradores y denominadores de manera separada mostrando la propiedad usada.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de fracciones con términos reducibles</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $\frac{5}{8}\cdot\frac{4}{15}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Cancela los máximos comunes divisores de los numeradores y denominadores cruzados. Luego calcula el producto de los dos resultados obtenidos</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:</td><td>Análisis:</td></tr>
</table>

$\frac{5}{8}\times\frac{4}{15}=\frac{1}{6}$ (Decimal: 0.16666...) Pasos $\frac{5}{8}\times\frac{4}{15}$ Aplicar las propiedades de las fracciones: $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ $=\frac{5\times 4}{8\times 15}$ Descomponer el número en factores primos: $15=5\times 3$ $=\frac{5\times 4}{8\times 5\times 3}$ Eliminar los terminos comunes: 5 $=\frac{4}{8\times 3}$ Cancelar los números: $\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ $=\frac{1}{2\times 3}$ Multiplicar los numeros: $2\times 3=6$ $=\frac{1}{6}$	Primero multiplica numeradores y denominadores de manera separada mostrando la propiedad usada y luego simplifica descomponiendo en factores.

Conclusión:

La aplicación de Photomath prioriza la simplificación antes de realizar el producto. Esto, si bien es una forma más eficaz de realizar la operación, al alumnado que está empezando a trabajar con fracciones le costará más entender este procedimiento, ya que, además, esas simplificaciones no están bien justificadas y aclaradas.

La aplicación de Symbolab, sin embargo, sí que realiza los productos en primer lugar y luego ya se ocupa de simplificar. Este procedimiento que prioriza la operación principal y luego simplifica, es de ayuda para el alumnado que está empezando con el uso de fracciones.

Propuesta:

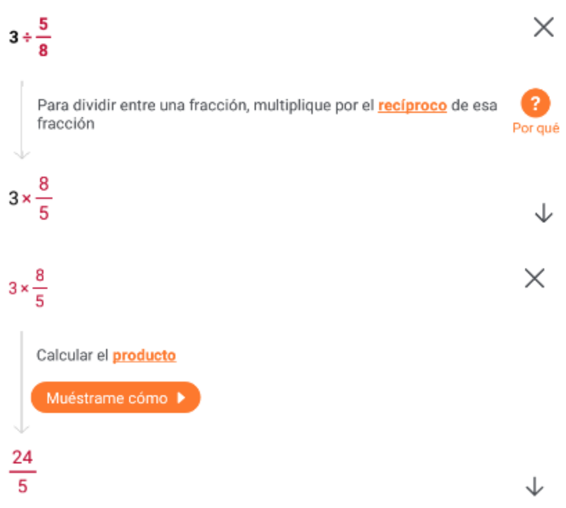
Como este estudio está dirigido a estudiantes de 1º y 2º de la ESO, es recomendable usar la aplicación de Symbolab, ya que sigue un proceso más estándar que es lo que necesita este tipo de alumnado: afianzar un concepto y practicarlo para luego buscar herramientas que lo mejore. Aunque para aquel tipo de alumnado que haya dominado las fracciones se le puede proponer también el uso de la aplicación de Photomath para que sea consciente de otra forma de realizar el mismo cálculo.

Cociente de fracciones

Analizamos la resolución del cociente de fracciones:

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Cociente entre entero y fracción</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $3 \div \frac{5}{7}$</td></tr>
<tr><td>

Resolución Photomath:



</td><td>

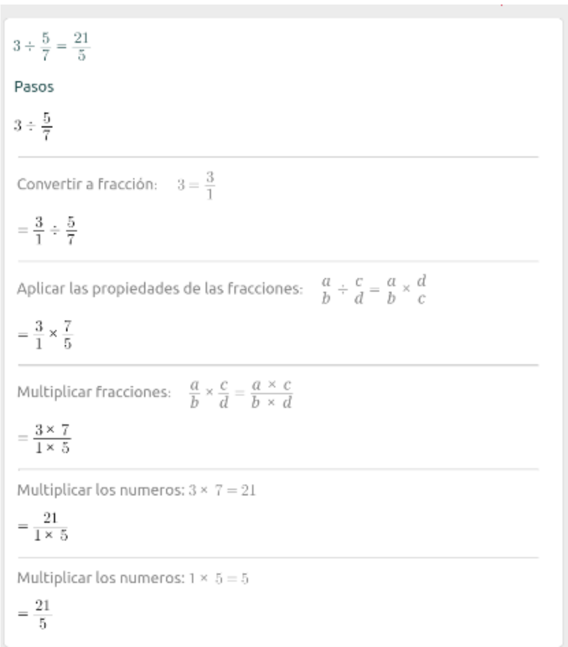
Análisis:

Primero transforma el cociente en un producto por el inverso (aquí llamado recíproco).

Luego efectúa la multiplicación sin detallar el proceso.

</td></tr>
<tr><td>

Resolución Symbolab:



</td><td>

Análisis:

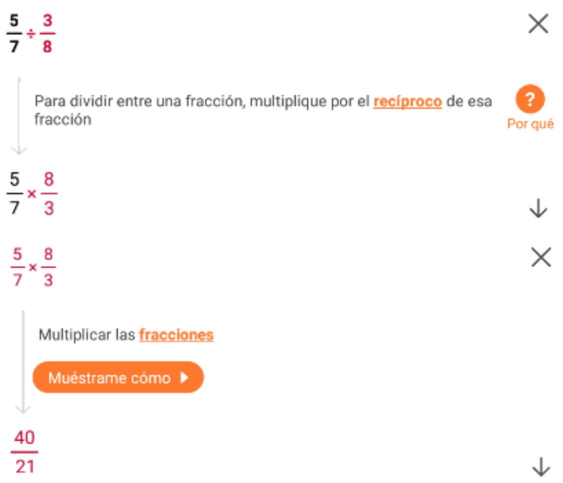
Primero convierte el entero en fracción con denominador la unidad

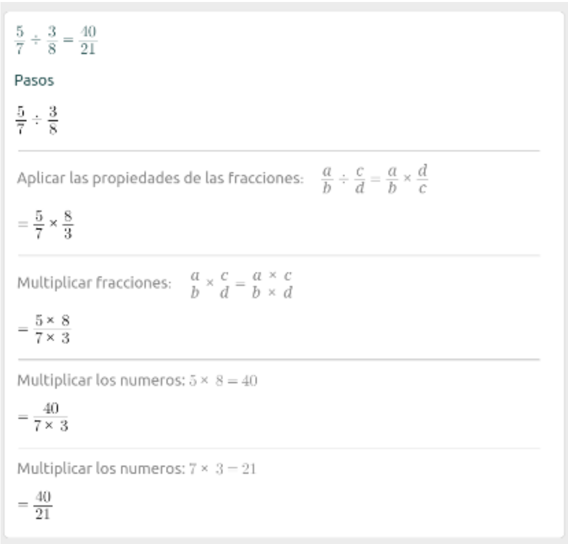
Después transforma el cociente en un producto por el inverso mostrando la propiedad/definición.

Luego efectúa la multiplicación detallando el proceso.

</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Cociente de fracciones</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $\frac{5}{7} \div \frac{3}{8}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:</td><td>Análisis:</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Primero transforma el cociente en un producto por el inverso (aquí llamado recíproco).

Luego efectúa la multiplicación sin detallar el proceso.</td>
</tr>
<tr>
<td>Resolución Symbolab:

</td>
<td>Análisis:

Primero transforma el cociente en un producto por el inverso mostrando la propiedad/definición.

Luego efectúa la multiplicación detallando el proceso.</td>
</tr>
</table>

(Aclaración: cuando se operan con número con factores comunes, la aplicación de Photomath simplifica estos factores antes de realizar el cociente, como ocurría en el caso del producto con fracciones)

Conclusión:

Ambas aplicaciones aplican la forma de la división de fracciones transformándola en el producto por el inverso. Después siguen el mismo proceso que seguían cada uno con el producto dependiendo de los números.

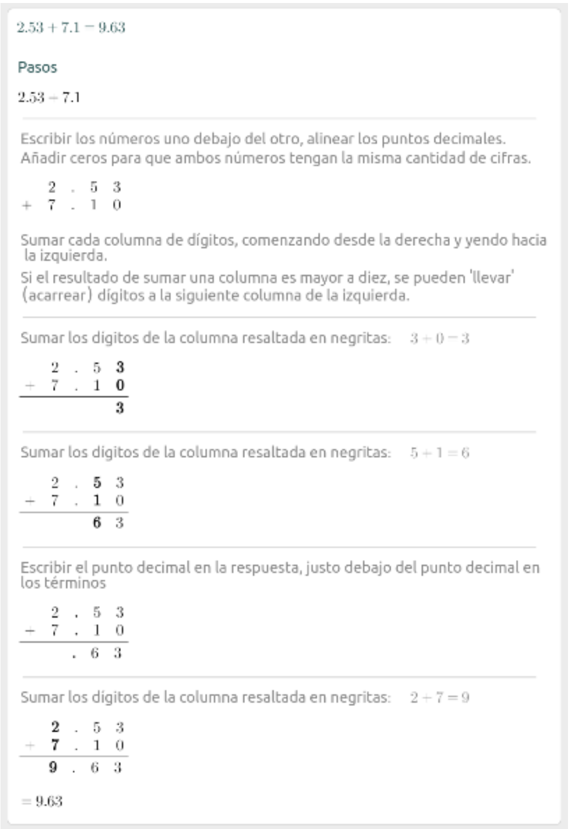
Propuesta:

La misma que con el producto, puesto que la forma de explicar lo relativo exclusivamente al cociente es similar en ambas.

Operaciones con números decimales

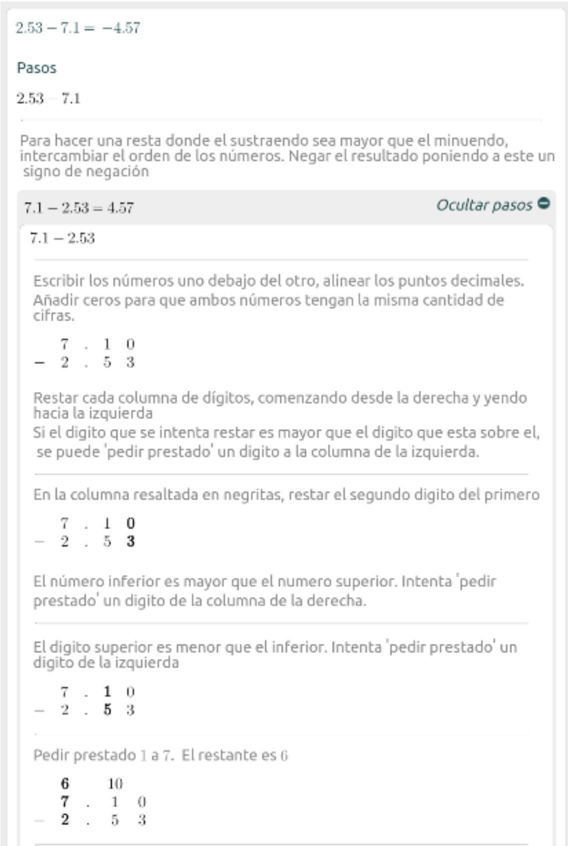
Analizamos la resolución de operaciones con números decimales

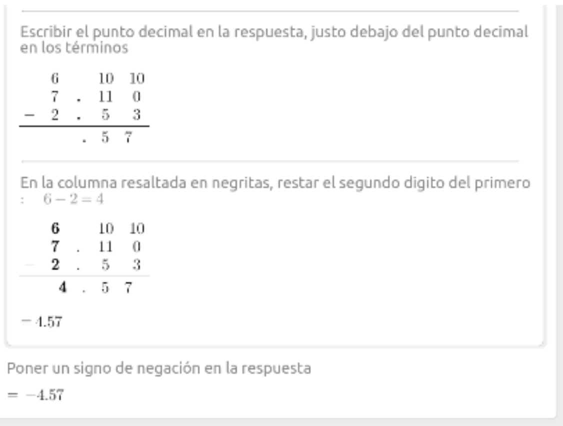
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Suma de números decimales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2,53+7,1$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Como es una operación básica, la aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Explica de manera detallada como sumar números decimales incluso con distintas cifras decimales y realiza la operación paso a paso.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Resta de números decimales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2,53-7,1$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Primero explica que el resultado de la operación va a ser el del mayor valor absoluto y que luego la resta se efectúa del mayor valor absoluto menos el de menor valor absoluto.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>
</td>
<td>Luego realiza la resta sin no hacer mención de cómo calcular el resultado</td>
</tr>
<tr>
<td>Resolución Symbolab:


(..)

</td>
<td>Análisis:

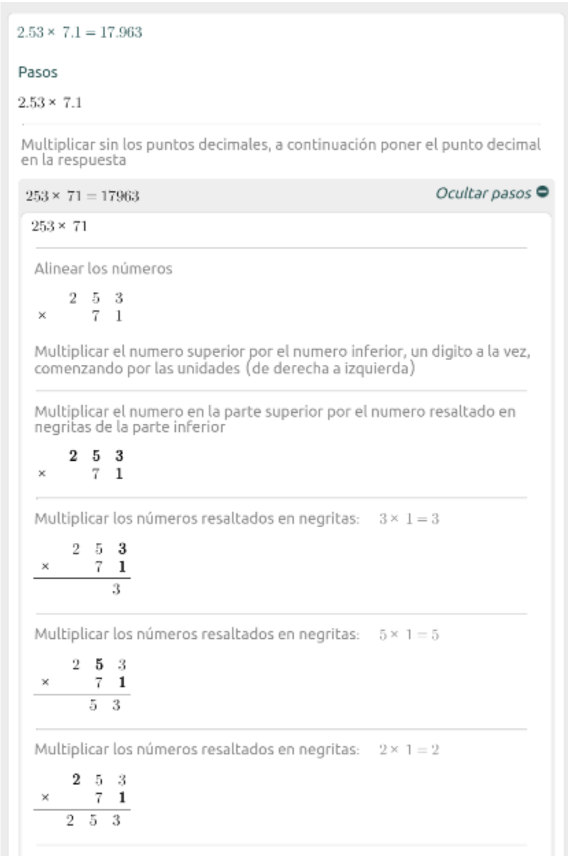
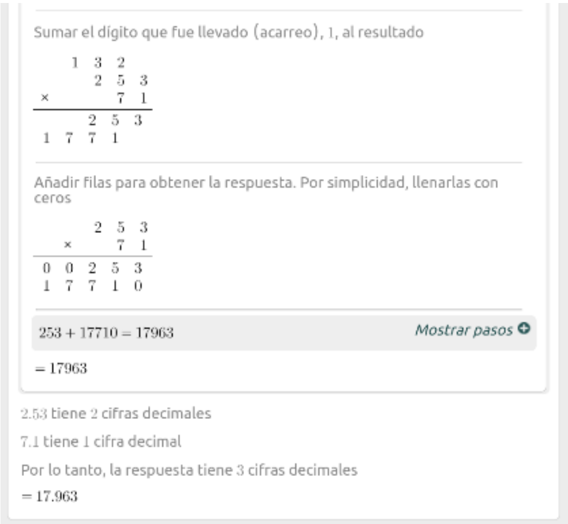
Primero explica que para hacer una resta con el minuendo menor que el sustraendo, el resultado va a ser el opuesto al realizar la suma con los valores intercambiados.

Luego de manera detallada como restar números decimales incluso con distintas cifras decimales y realiza la operación paso a paso.

A la hora de usar “llevadas” utiliza la expresión de “tomar prestado” y se expone claramente los números que van quedando.

(Se han omitido algunos pasos que son similares)</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de números decimales</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: 2,53·7,1</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:</td><td>Análisis:</td></tr>
</table>

	Como lo considera una operación básica, la aplicación no hace mención de cómo calcular el resultado
Resolución Symbolab:  (…) 	Análisis: Primero explica cómo multiplicar números decimales (obviar el punto decimal). Luego de manera explica cómo multiplicar los números detallando los pasos. Por último, muestra el número de cifras decimales de cada factor y expone que el resultado debe tener tantas cifras decimales como la suma de cifras decimales de los factores.

Operación: Cociente de números decimales

<table>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2{,}53 \div 7{,}1$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:

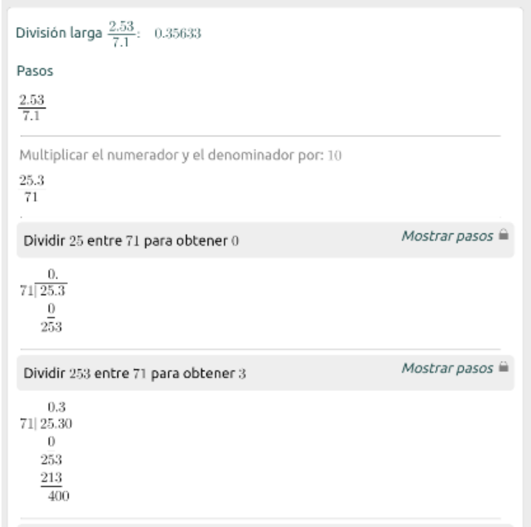
Primero transforma los números decimales en fracciones usando potencias de 10.

Luego aplica que la división es el producto por el inverso, simplifica las fracciones y las multiplica, dejando el resultado en forma de fracción.

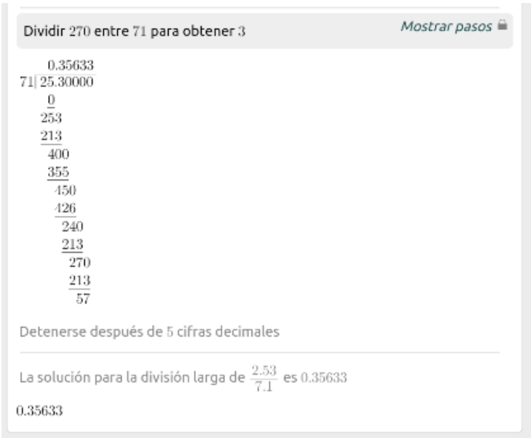
También muestra el resultado de forma decimal, pero no explica cómo se obtiene.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:</td><td>Análisis:

Primero multiplica por una potencia de 10 ambos números para obtener el denominador como número entero.

Luego efectúa la división paso a paso.</td></tr>
</table>



(…)



Conclusión:

La aplicación de Photomath explica muy pocos pasos (o directamente ninguno) a la hora de realizar operaciones con decimales, al menos en la versión gratuita. Solamente en la división de fracciones explica el procedimiento y, en este caso, me parece poco adecuado porque hace uso de fracciones que normalmente el alumnado todavía no ha visto. Esto puede ser debido a que la aplicación está pensada para problemas y alumnos más avanzados dónde se dan por supuestas estas operaciones.

Por otro lado, la aplicación de Symbolab sí que explica paso a paso todas las operaciones. Están tan detalladas que incluso pueden servir para alumnos de primaria. Esto es bueno, ya que ayuda a aquellos alumnos que no tengan afianzados los conocimientos.

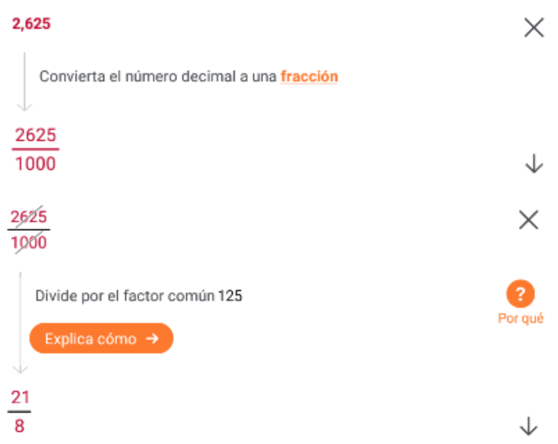
Propuesta:

Dependiendo de las necesidades del alumnado se puede usar una u otra aplicación.

- Para el alumnado que tenga bastante afianzado el proceso de operar con números decimales, la aplicación de Photomath les puede ayudar a comprobar el resultado (aunque es algo que podrían hacer también con una calculadora). E incluso, para los más avanzados, puede servirles como puerta de entrada a las fracciones.
- Para el alumnado que todavía presenten dudas en el proceso de estas operaciones, la aplicación de Symbolab ofrece una guía muy buena, ya que detalla todos los pasos. Se usaría como apoyo a la hora de resolver los ejercicios propuestos.

Paso de decimal a fracción

Analizamos el paso de número decimal a su fracción equivalente:

Operación: Fracción generatriz de un número decimal	
Ejemplo: Obtener la fracción generatriz de $2,625$	
Resolución Photomath:  	Análisis: Introduciendo el número decimal, te muestra directamente su fracción generatriz. Luego en las opciones paso a paso se muestra el proceso. Primero transforma el número decimal en una fracción donde el denominador es una potencia de 10 y luego simplifica la fracción
Resolución Symbolab:  	Análisis: Se puede introducir directamente el número, aunque también se puede escribir como "*decimal a fracción*" seguido del número. También aparece dentro de la sección del menú *Pre-Álgebra → Decimales → Decimal a fracción*. Primero separa la parte entera de la parte decimal. Luego escribe la parte decimal con una fracción con denominador en potencia de 10 y la simplifica usando el máximo común divisor para factorizar el numerador y el denominador. Finalmente suma la parte entera y la fracción generatriz de la parte decimal dejando la expresión de forma mixta.

<u>Conclusión</u>:

En la aplicación de Photomath no se explicita, al menos en la versión gratuita, por qué se usa la potencia de 10 ni cómo se calcula el factor común para simplificar. Además, al simplificar, se tachan los números y esto puede reafirmar una mala práctica en los alumnos a la hora de trabajar con fracciones.

En la aplicación de Symbolab, aunque se podría obtener la fracción generatriz sin necesidad de separar la parte entera de la parte decimal, es una buena estrategia, ya que simplifica los cálculos. A la hora de obtener la fracción generatriz de la parte decimal sí que se pone de manera explícita el razonamiento para usar las potencias de 10 y la simplificación de la fracción resultante. Puede ayudar al alumno a entender mejor la simplificación de fracciones porque se pone de manera explícita la factorización del numerador y del denominador usando el máximo común divisor. Además, no tacha visualmente el factor común a la hora de simplificar, aunque pone directamente que se "eliminan" los términos comunes.

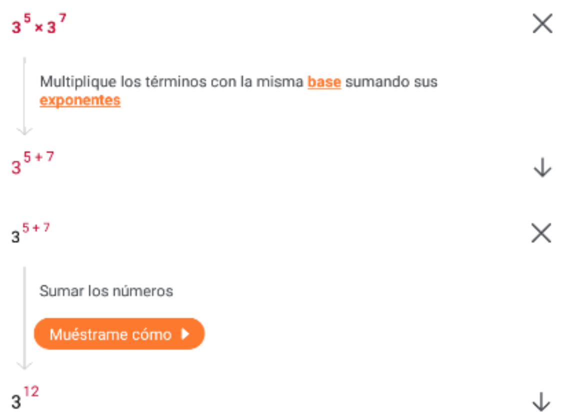
Cabe destacar que la expresión del número de forma mixta es la que se usa aquí, aunque es menos habitual en las aulas que en forma de fracción impropia.

<u>Propuesta</u>:

Se puede aprovechar el hecho de que cada aplicación ofrece una estrategia distinta para que los alumnos experimentes cuál les resulta más útil y sencilla en cada caso, ya que si el número decimal presenta una parte entera con muchas cifras, el método propuesto por Photomath puede hacerse muy largo al tener que simplificar una fracción con números muy grandes, sin embargo, con el método propuesto por Symbolab, la dificultad solamente depende del número de cifras decimales, pero luego hay que añadir la parte entera.

Potencias con exponente natural

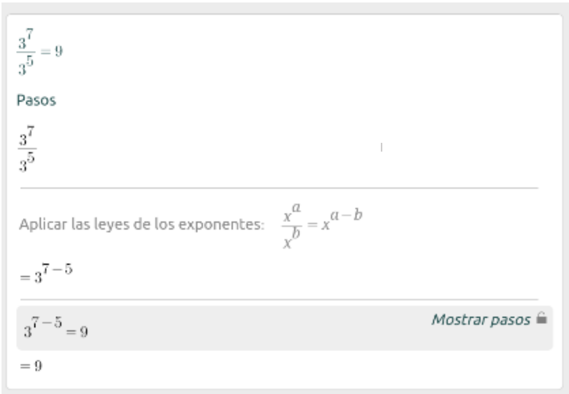
Analizamos las propiedades de las potencias con exponente natural:

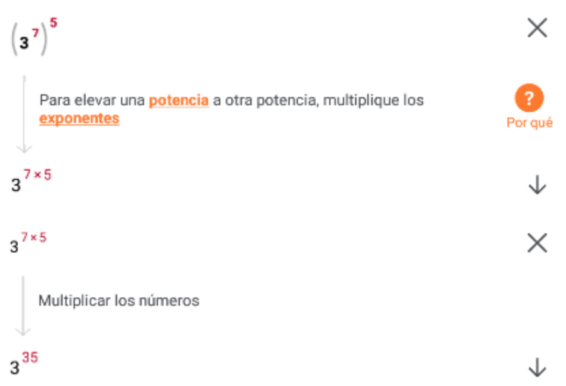
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de potencias con la misma base</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $3^5 \cdot 3^7$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Explica con palabras la ley que se aplica y realiza la operación.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Muestra la ley de los exponentes que se va a usar y realiza la operación.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Cociente de potencias con la misma base</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $3^7 \div 3^5$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Explica con palabras la ley que se aplica y realiza la operación.</td></tr>
</table>

	
Resolución Symbolab: 	Análisis: Muestra la ley de los exponentes que se va a usar y realiza la operación.

Operación: Potencia de una potencia	
Ejemplo: $\left(3^7\right)^5$	
Resolución Photomath: 	Análisis: Explica con palabras la ley que se aplica y realiza la operación.
Resolución Symbolab: 	Análisis: Muestra la ley de los exponentes que se va a usar y realiza la operación.

Operación: Producto de potencias con el mismo exponente

<table>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $7^4 \cdot 5^4$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:
$7^4 \times 5^4$
Multiplique los términos con exponentes iguales, multiplicando sus bases
$(7 \times 5)^4$
$(7 \times 5)^4$
Multiplicar los números
35^4</td><td>Análisis:
Explica con palabras la ley que se aplica y realiza la operación.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:
$7^4 \times 5^4 = 1500625$
Pasos
$7^4 \times 5^4$
$7^4 = 2401$
$= 2401 \times 5^4$
$5^4 = 625$
$= 2401 \times 625$
Multiplicar los numeros: $2401 \times 625 = 1500625$
$= 1500625$</td><td>Análisis:
Realiza la operación calculando directamente las potencias sin aplicar ninguna propiedad.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Cociente de potencias con el mismo exponente</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $\frac{7^4}{5^4}$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:
$\frac{7^4}{5^4}$
Cuando el numerador y el denominador están elevados a la misma potencia, eleve toda la fracción a esa potencia
Por qué
Muéstrame cómo
$\left(\frac{7}{5}\right)^4$</td><td>Análisis:
Explica con palabras la ley que se aplica y realiza la operación.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:</td><td>Análisis:
Realiza la operación calculando directamente las potencias sin aplicar ninguna propiedad.</td></tr>
</table>

<u>Conclusión</u>:

La aplicación de Photomath aplica las propiedades siempre explicando de palabra las propiedades que se usan en cada una. Mientras que la aplicación de Symbolab muestra las propiedades de manera abstracta. Dependerá de cómo lo entiendan mejor los alumnos, puesto que hay algunos que los entienden mejor de una forma y otros de otra.

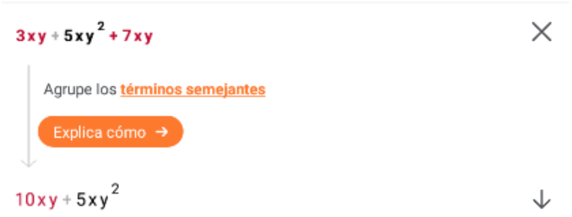
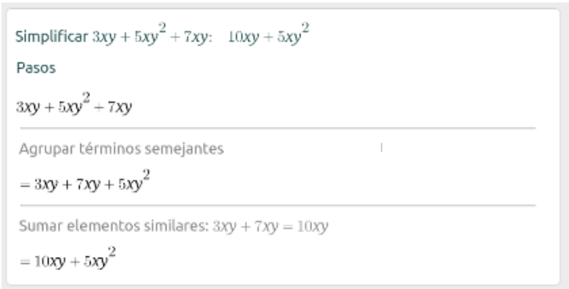
Sin embargo, hay que tener en cuenta que la aplicación de Symbolab no aplica ninguna propiedad en el producto y cociente de potencias con el mismo exponente por lo que, si se quiere afianzar este concepto, dicha aplicación no servirá

<u>Propuesta</u>:

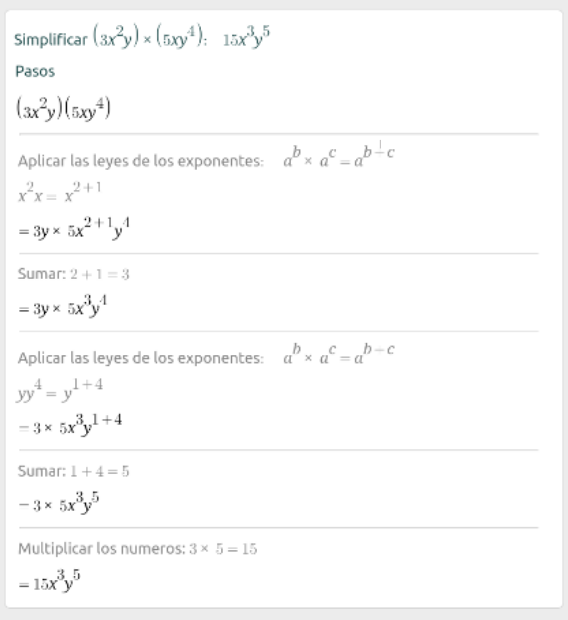
Para este contenido, recomendaría usar exclusivamente la aplicación de Photomath, puesto que es la que utiliza y muestra todas las propiedades. Como explica dichas propiedades de palabra, se podría complementar con la expresión de manera abstracta para el alumnado que le resulte más sencillo entender y aplicarlas de esa forma.

Operaciones básicas con monomios

Analizamos las operaciones básicas con monomios:

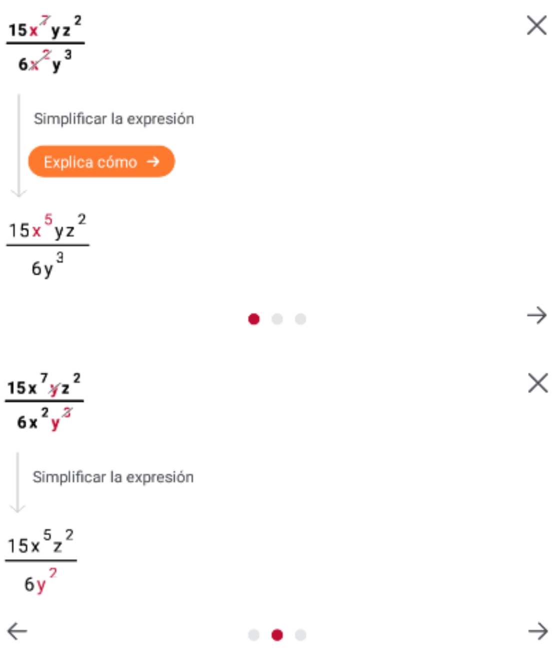
Operación: Suma y resta de monomios	
Ejemplo: $3xy+5xy^2+7xy$	
Resolución Photomath:  	Análisis: Realiza la operación agrupando los términos semejantes.
Resolución Symbolab:  	Análisis: Primero junta los términos semejantes y luego los opera.

Operación: Producto de monomios	
Ejemplo: $(3x^2y)\cdot(5xy^4)$	
Resolución Photomath:  	Análisis: Realiza la operación sin explicar el procedimiento.
Resolución Symbolab:	Análisis: Primero realiza las multiplicaciones de la parte literal explicando las propiedades de las potencias con igual base y por último realiza el producto de los coeficientes.



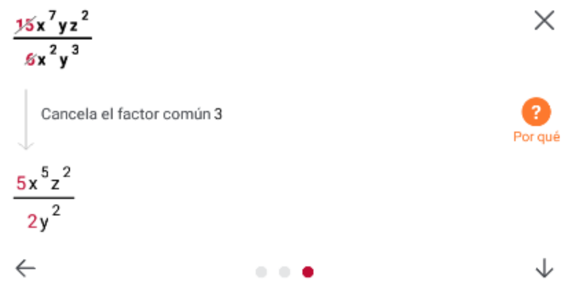
Operación: Cociente de monomios
Ejemplo: $\frac{15x^7yz^2}{6x^2y^3}$

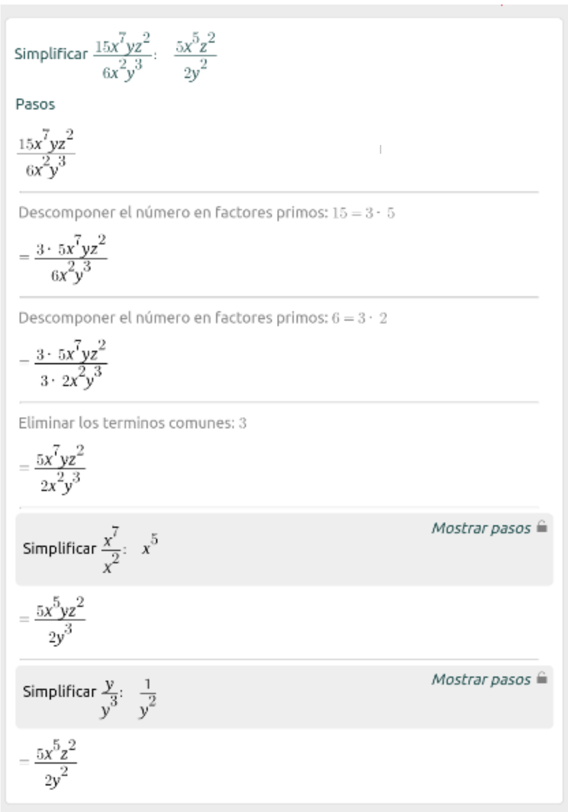
Resolución Photomath:



Análisis:

Realiza las simplificaciones de manera independiente, primero los coeficientes y luego los literales. No muestra ninguna explicación del proceso, simplemente tacha los valores que se van simplificando.

<table>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

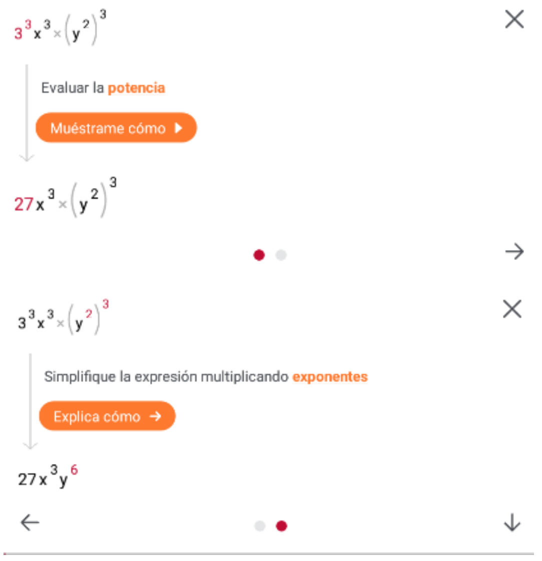
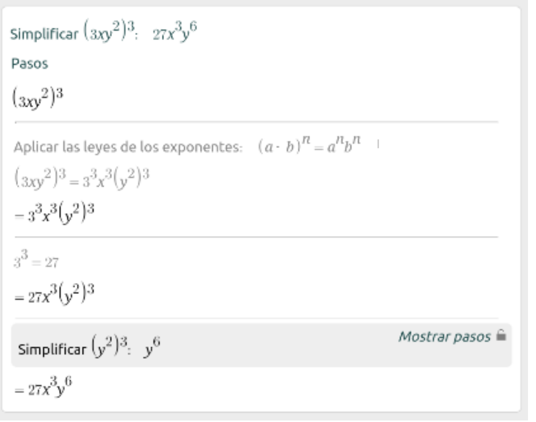

</td><td>Análisis:

Primero simplifica los coeficientes descomponiéndolos en factores primos y luego simplifica los literales, aunque sin explicar los pasos (están bloqueados en la versión gratuita, pero sí se pueden calcular de manera independiente).</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Potencia de un monomio</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $(3xy^2)^3$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:


</td><td>Análisis:

Aplica la ley de las potencias (explicándola previamente) a todos los factores a la vez y realiza las operaciones factor a factor.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>
</td><td></td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:

Aplica la ley de las potencias (mostrándola previamente) a todos los factores a la vez y realiza las operaciones.</td></tr>
</table>

Conclusión:

Las dos aplicaciones hacen los pasos adecuados, aunque sin explicarlos en profundidad. Por la claridad en los pasos subrayando en rojo los elementos implicados quizás es un poco mejor la aplicación de Photomath, aunque las dos pueden servir para el propósito de servir de ayuda al alumnado para comprobar si tiene bien el resultado e intentar ver el posible error.

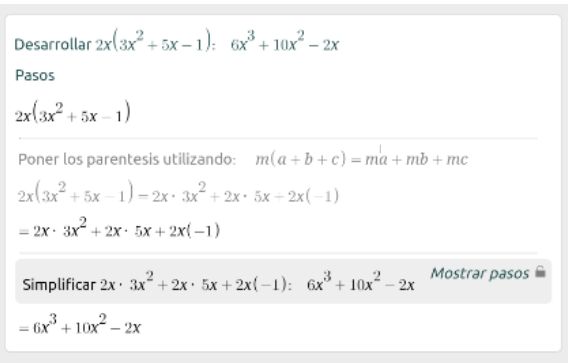
Propuesta:

Como es la primera vez que se introduce el álgebra a este tipo de alumnados, es imprescindible las explicaciones y el trabajo previo por parte del docente a la hora de introducir y explicar este tema. Sin embargo, precisamente por su desconocimiento del tema, pueden surgir en el alumnado muchas inseguridades de si el resultado obtenido al realizar alguna operación es el correcto, por lo tanto, estas aplicaciones pueden servir como apoyo en estas situaciones, puesto que se puede comprobar de manera autónoma si un ejercicio está mal resuelto. Esto cobra especial relevancia, puesto que es el inicio del uso del álgebra en su vida estudiantil y si no se fomenta una seguridad en la base de este conocimiento, el resto de los conceptos y procedimientos los aprenderán de manera insegura, con las deficiencias de aprendizaje y desmotivación que conlleva.

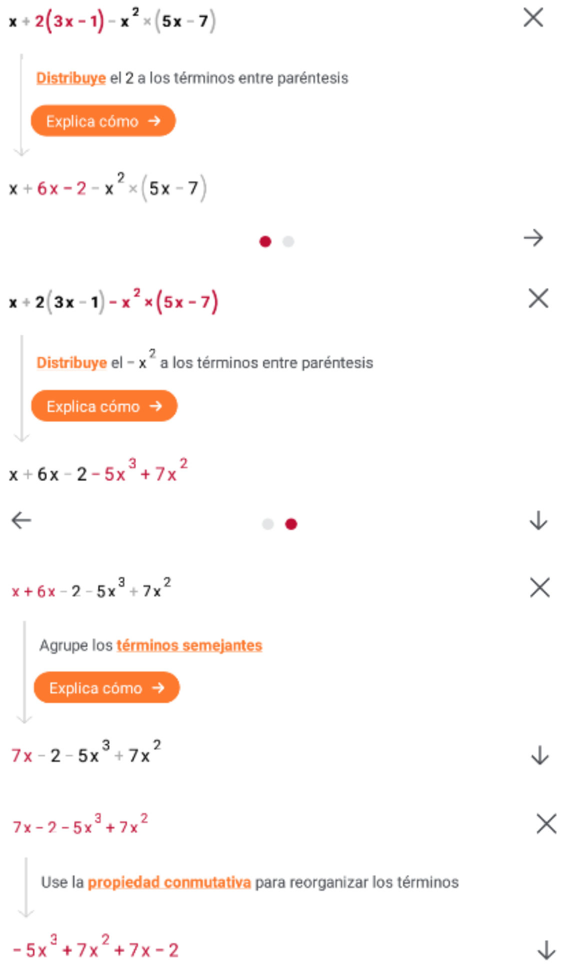
Operaciones combinadas con polinomios

Analizamos las operaciones combinadas con polinomios:

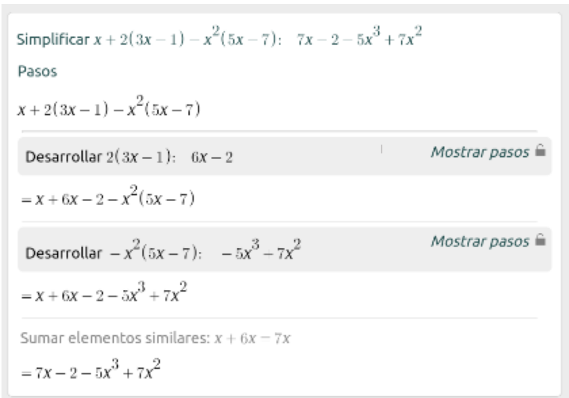
<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Producto de monomio y polinomio</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2x\cdot\left(3x^2+5x-1\right)$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:
Aplica la propiedad distributiva (sin explicarla ni mencionarla) y realiza las operaciones.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:

</td><td>Análisis:
Explica la propiedad distributiva (no la llama así) y realiza las operaciones.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Operaciones combinadas con polinomios</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $x+2\cdot(3x-1)-x^2\cdot(5x-7)$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:</td><td>Análisis:
Resuelve primero, aplicando la propiedad distributiva, los productos por los paréntesis. Si hay un signo negativo antes</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>


</td>
<td>
del paréntesis coge el monomio con el signo "–" y efectúa el producto.

Luego agrupa términos semejantes y reordena.
</td>
</tr>
<tr>
<td>
Resolución Symbolab:


</td>
<td>
Análisis:

Resuelve primero, aplicando la propiedad distributiva, los productos por los paréntesis. Si hay un signo negativo antes del paréntesis coge el monomio con el signo "–" y efectúa el producto.

Luego agrupa términos semejantes (no reordena).
</td>
</tr>
</table>

Conclusión:

Se puede observar que según se van introduciendo más operaciones, los pasos van siendo menos explicativos, dando por sabidos algunos conceptos como la aplicación de la propiedad distributiva. Por lo tanto, si se va a proponer el uso de estas aplicaciones, debería ser desde el principio y usándolo en los distintos niveles de dificultad creciente para ir afianzando los conceptos desde los ejercicios más fáciles, ya que según se vaya aumentando la dificultad, las explicaciones pueden dejar de ser todo lo explicativas que el alumnado podría necesitar.

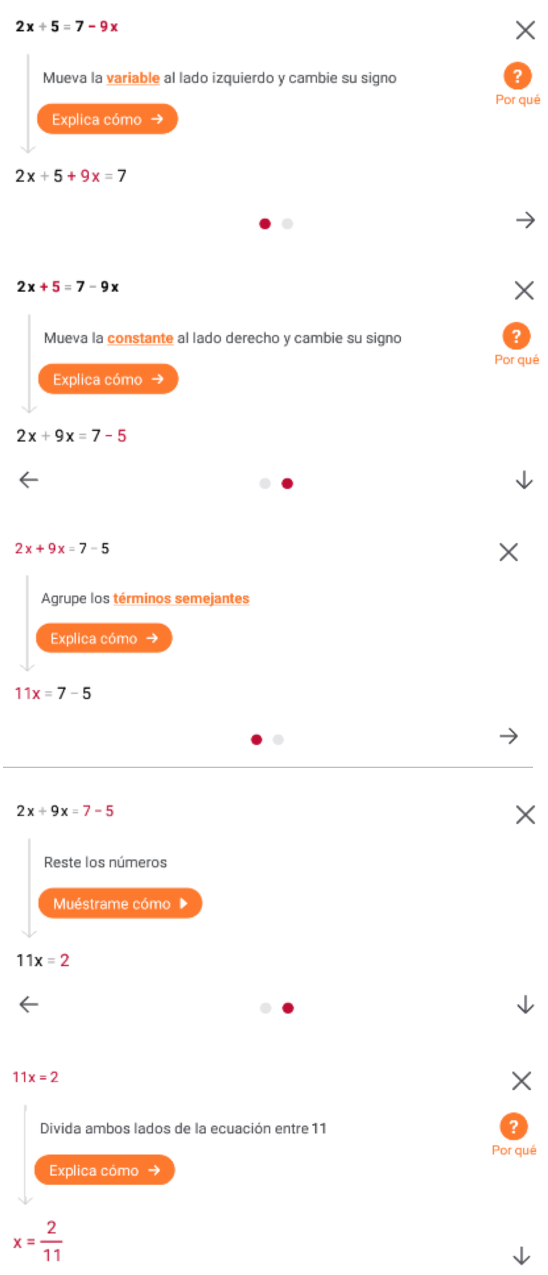
Propuesta:

Como se ha dicho, si se va a promocionar el uso de estas aplicaciones en este tema, es recomendable que su uso sea desde una etapa temprana para que se puedan aprovechar los grados de explicación que proponen las aplicaciones. Esto puede conllevar un problema: si el alumnado que desde una etapa temprana de su introducción al álgebra se apoya en las aplicaciones y cree que no necesita practicar, puesto que hay una herramienta externa que te lo resuelve, no va a afianzar los conceptos. Por eso sería bueno fomentar el uso de esta aplicación solamente de 3 maneras:

- Como herramientas para comprobar si la solución de un ejercicio resuelto está bien.
- Para intentar encontrar el fallo en un problema que se ha intentado hacer un par de veces y sigue habiendo algún error.
- Para dar facilidad al alumnado de poder buscar o incluso plantear nuevos problemas y tener la oportunidad de saber la solución (o experimentar con distintos ejemplos).

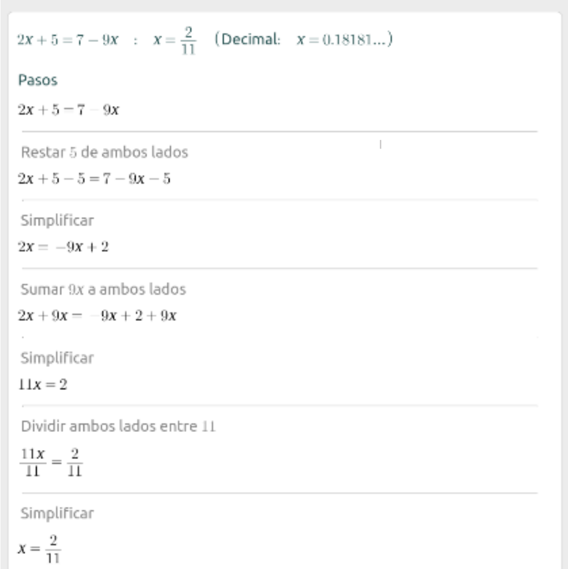
Resolución de ecuaciones de primer grado

Analizamos la forma de resolver ecuaciones de primer grado (excluimos las operaciones combinadas debido a que ya se han analizado de manera independiente):

<table>
<tr><td colspan="2">Operación: Ecuación de primer grado sin denominadores</td></tr>
<tr><td colspan="2">Ejemplo: $2x+5=7-9x$</td></tr>
<tr><td>Resolución Photomath:

</td><td>Análisis:

Pasa de un término a otro los valores diciendo que “se mueven y cambian de signo”, realiza las operaciones y en el último paso, para despejar la incógnita sí que lo expresa como que hay que realizar una división en ambos miembros.</td></tr>
<tr><td>Resolución Symbolab:</td><td>Análisis:

Para dejar las incógnitas en un término y los términos independientes en el otro, usa el realizar a ambos lados la misma operación. En el último paso, al despejar la incógnita,</td></tr>
</table>



$2x+5=7-9x$: $x=\frac{2}{11}$ (Decimal: $x=0.18181...$)

Pasos

$2x+5=7-9x$

Restar 5 de ambos lados

$2x+5-5=7-9x-5$

Simplificar

$2x=-9x+2$

Sumar $9x$ a ambos lados

$2x+9x=-9x+2+9x$

Simplificar

$11x=2$

Dividir ambos lados entre 11

$\frac{11x}{11}=\frac{2}{11}$

Simplificar

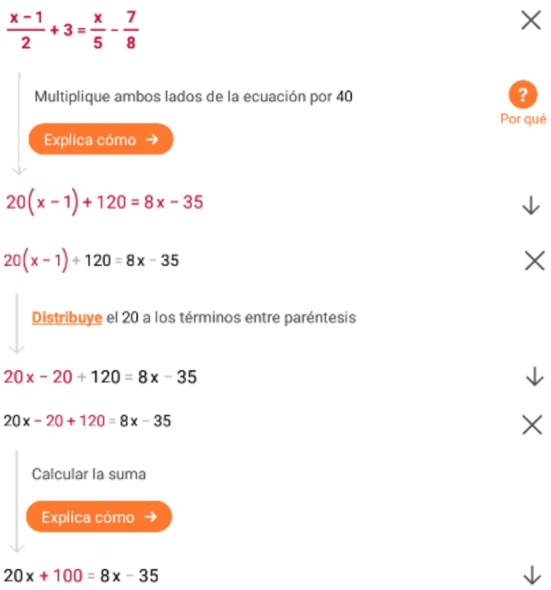
$x=\frac{2}{11}$

también usa la misma estrategia de realizar la misma operación en ambos miembros.

Operación: Ecuación de primer grado con denominadores

Ejemplo: $\frac{x-1}{2}+3=\frac{x}{5}-\frac{7}{8}$

Resolución Photomath:



$\frac{x-1}{2}+3=\frac{x}{5}-\frac{7}{8}$

Multiplique ambos lados de la ecuación por 40

Explica cómo

Por qué

$20(x-1)+120=8x-35$

$20(x-1)+120=8x-35$

Distribuye el 20 a los términos entre paréntesis

$20x-20+120=8x-35$

$20x-20+120=8x-35$

Calcular la suma

Explica cómo

$20x+100=8x-35$

(…)

Análisis:

Multiplica ambos miembros por el mínimo común múltiplo de los denominadores (aunque sin especificar que lo es) y realiza las operaciones necesarias incluida la distribución de paréntesis.

Luego termina resolviendo la ecuación como se ha visto anteriormente.

Resolución Symbolab:

Análisis:

Primero agrupa los términos con incógnita a un miembro y los términos sin incógnitas a otro (si hay una fracción con incógnita y término independiente la agrupa con las incógnitas).

Luego multiplica por el denominador del miembro de las incógnitas y opera.

<table>
<tr>
<td>
$\frac{x-1}{2}+3=\frac{x}{5}-\frac{7}{8}$: $x=-\frac{45}{4}$ (Decimal: $x=-11.25$)
Pasos
$\frac{x-1}{2}+3=\frac{x}{5}-\frac{7}{8}$
Restar $\frac{x}{5}$ de ambos lados
$\frac{x-1}{2}+3-\frac{x}{5}=\frac{x}{5}-\frac{7}{8}-\frac{x}{5}$
Simplificar Mostrar pasos
$\frac{3x-5}{10}+3=-\frac{7}{8}$
Restar 3 de ambos lados
$\frac{3x-5}{10}+3-3=-\frac{7}{8}-3$
Simplificar Mostrar pasos
$\frac{3x-5}{10}=-\frac{31}{8}$
Multiplicar ambos lados por 10
$\frac{10(3x-5)}{10}=10\left(-\frac{31}{8}\right)$
Simplificar Mostrar pasos
$3x-5=-\frac{155}{4}$
Sumar 5 a ambos lados
$3x-5+5=-\frac{155}{4}+5$
Simplificar Mostrar pasos
$3x=-\frac{135}{4}$
Dividir ambos lados entre 3
$\frac{3x}{3}=\frac{-\frac{135}{4}}{3}$
Simplificar Mostrar pasos
$x=-\frac{45}{4}$
</td>
<td>
Después vuelve a agrupar incógnitas en un miembro y términos independientes a otro y opera.

Por último, despeja la incógnita dividiendo ambos miembros por su coeficiente y simplifica.
</td>
</tr>
</table>

<u>Conclusión</u>:

La aplicación de Photomath explica la forma de pasar los términos a un lado y a otro con la expresión de “se mueven y cambia de signo” lo que puede suponer una dificultad a la hora de entender la verdadera naturaleza y procedimiento de la resolución de ecuaciones. Mientras que la aplicación de Symbolab sí que lo explica de una manera matemáticamente correcta: realizando la misma operación en ambos miembros.

Cuando la operación se hace más compleja porque se añaden varias fracciones, los pasos propuestos por la aplicación Photomath son más rápidos, sencillos y directos que la de Symbolab. Sin embargo, sigue usando la expresión de “se mueve y cambian de signo”.

Ambas aplicaciones presentan características que no las hace completamente idóneas como apoyo al alumnado.

Debido a que la aplicación de Photomath utiliza la expresión “se mueve y cambia de signo” no sería recomendable para aquellos alumnos que estuviesen empezando en el tema de las ecuaciones, aunque esto quedaría a criterio del docente, pero creo que no sería recomendable debido a que es una forma de automatizar un proceso que todavía no dominan, puesto que es la primera vez que lo ven.

La alternativa, es decir, usar la aplicación de Symbolab es buena y útil para aquellas ecuaciones sin denominador, ya que explica muy detalladamente paso a paso el procedimiento.

Propuesta:

Si bien las dos herramientas pueden servir como apoyo, al presentar distintas características, creo que un posible uso es el siguiente:

- Primero usar la aplicación de Symbolab para ir entendiendo y practicando el procedimiento de resolución de las ecuaciones de primer grado sencillas.
- Segundo, usar la aplicación de Photomath solamente cuando ya hayan dominado el procedimiento y hacer mención en que tengan cuidado a la hora de “pasar al otro lado cambiando el signo”. Una forma sería pidiendo que en los ejercicios que hiciesen, en ese paso concreto indiquen que operación se estás realizando en ambos miembros.

Conclusiones

Los recursos digitales, en este caso el uso de aplicaciones, pueden ser herramientas útiles que apoyen el proceso educativo. Sin embargo, se debe tener mucho cuidado en cómo funcionan estas aplicaciones para evitar problemas en el aprendizaje o malas prácticas.

Después de analizar las aplicaciones de Photomath y Symbolab para los contenidos de 1º y 2º de la ESO, se ha observado que cada una presenta sus diferencias y que, por lo tanto, cada una puede ayudar más en un tipo de ejercicios que en otros.

De todas formas, como se ha visto, el uso de estas herramientas debe servir como apoyo a un proceso de aprendizaje bien estructurado y completo, no centrando la atención en el uso de estas herramientas sino como algo meramente de refuerzo, puesto que el alumnado podría tener la idea equivocada de que no necesita aprender o afianzar ciertos conceptos o procedimientos por tener dichas aplicaciones.

Por eso es bueno, introducir estas herramientas al alumnado como un apoyo que pueden usar para evaluar si han resuelto bien los ejercicios y en caso de haber algún error, que tengan la posibilidad de poder analizar dónde se han equivocado, y lo más importante, el por qué. De ahí que las propuestas que se plantean a lo largo del estudio sean simplemente orientaciones al docente puesto que la casuística de cada centro, de cada aula, de cada docente y de cada alumno es muy particular, y estas herramientas pueden ayudar de diversas maneras dependiendo del contexto en el que se usan.

Para finalizar, cabe mencionar que este trabajo se inició con la idea de analizar las herramientas ofrecidas por una sola aplicación, pero viendo las diferencias que ofrecían otras aplicaciones se vio positivo hacer un análisis comparativo para ver la idoneidad de cada una en los distintos contenidos.

Además, el estudio se iba a extender por todos los cursos de Educación Secundaria Obligatoria, pero empezando a analizar todas las casuísticas de los distintos contenidos de 1º y 2º de la ESO, se ha preferido analizar todo lo que podían ofrecer estas herramientas con aquellos conceptos que el alumnado aprende en estos primeros cursos y que de su dominio depende en gran parte su futuro rendimiento y comprensión en esta asignatura. Esto se ha debido en gran parte a mi propia experiencia de prácticas con alumnos de estos cursos que presentaban muchas dudas e inseguridades en procedimientos básicos como las operaciones con enteros, por ejemplo.

Debido a esto es interesante el seguir analizando los recursos que ofrecen estas aplicaciones para los siguientes cursos.

Bibliografía

Cabero, J. (2005). Estrategias para la formación del profesorado en TIC. *Edutec*.

Domínguez, J. F. (2007). *Las T.I.C. como herramienta educativa en matemáticas.* Unión.

Graells, P. M. (2000). *Los docentes: funciones, roles, competencias necesarias, formación.* Departamento de Pedagogía Aplicada, Facultad de Educación, UAB.

Graells, P. M. (2012). *Impacto de las TIC en educación: funciones y limitaciones.* Departamento de pedagogía aplicada, Facultad de Educación, UAB.

Sánchez, L. L. (2004). *Las TICs y la formación del profesorado en la Enseñanza Secundaria.* Universidad Pontificia de Salamanca.