



Arte y matemáticas

Máster Universitario en Formación del Profesorado de ESO, Bachillerato, Formación Profesional y Enseñanza de Idiomas (Especialidad de Matemáticas)

Presentado por:

D^a CARMEN TATO LÓPEZ

Dirigido por:

Dr. ALBERTO LASTRA SEDANO

Alcalá de Henares, a 26 de junio de 2022

Índice

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES	5
ÍNDICE DE TABLAS.....	5
1. RESUMEN.....	7
<i>Palabras clave</i>	7
ABSTRACT	8
<i>Key words</i>	8
2. INTRODUCCIÓN.....	9
JUSTIFICACIÓN Y MOTIVACIÓN	10
OBJETIVOS.....	11
<i>Objetivo principal</i>	11
<i>Objetivos secundarios</i>	11
3. MARCO TEÓRICO	12
ARTE Y CIENCIA	12
BREVE HISTORIA DEL VÍNCULO ENTRE ARTE Y MATEMÁTICAS.....	13
ARTE Y MATEMÁTICAS EN EL CONTEXTO EDUCATIVO ESPAÑOL	15
<i>Libros de texto</i>	15
<i>Otras iniciativas</i>	17
DOCENCIA DE LAS MATEMÁTICAS Y EL ARTE	18
<i>Directrices europeas</i>	18
<i>Factores que intervienen en la educación matemática</i>	19
<i>Legislación española</i>	21
METODOLOGÍAS INTEGRADORAS	23
<i>Metodología STEAM</i>	24
<i>Educación a través del arte (Arts Integration)</i>	26
4. PROPUESTA DIDÁCTICA	29
PROPUESTA DIDÁCTICA	29
<i>Objetivos</i>	30
JUSTIFICACIÓN CURRICULAR	31
TEMPORALIZACIÓN	37
<i>Cronograma</i>	38
DESARROLLO	39
<i>Fase 1</i>	39
<i>Fase 2</i>	42
<i>Fase 3</i>	43
<i>Fase 4</i>	46

EVALUACIÓN.....	47
<i>Encuesta para el alumnado</i>	48
5. CONCLUSIONES.....	49
LIMITACIONES	49
LÍNEAS FUTURAS	50
BIBLIOGRAFÍA.....	51
ANEXOS.....	54
ANEXO I: SECUENCIA DIDÁCTICA POR SESIONES.....	54
ANEXO II: ENLACES DE INTERÉS	56
ANEXO III: FICHA ANEXA A OBRA.....	56
ANEXO IV: RÚBRICAS	59
<i>Actividad inicial</i>	59
<i>Actividad principal: obra</i>	59
<i>Actividad principal: ficha</i>	60
<i>Actividad principal: exposición</i>	61
ANEXO V: ¿QUÉ CARACTERÍSTICAS DEBE TENER UN PROYECTO BASADO EN LA METODOLOGÍA <i>ARTS</i> <i>INTEGRATION?</i>	62
ANEXO VI: CUESTIONARIO	63

Índice de ilustraciones

ILUSTRACIÓN 1 EVOLUCIÓN DE LAS PUNTUACIONES MEDIAS ESTIMADAS EN MATEMÁTICAS (PISA, 2019).....	19
ILUSTRACIÓN 2 DIAGRAMA PIRAMIDAL SOBRE LA APORTACIÓN DE LAS ARTES A LA METODOLOGÍA STEM. (YAKMAN, 2008)	25
ILUSTRACIÓN 3 HILMA AF KLINT, THE TEN LARGEST, No. 2, CHILDHOOD, 1907 © STIFTELSEN HILMA AF KLINTS VERK PHOTO: ALBIN DAHLSTRÖM/MODERNA MUSEET	40
ILUSTRACIÓN 4 Nº123. RITMO-COLOR (ANACADARO), 1946. SONIA DELAUNEY.ROBER Y SONIA DELAUNEY [CAT. EXPO., FUNDACIÓN JUAN MARCH, MADRID] MADRID: FUNDACIÓN JUAN MARCH, 1982.	41
ILUSTRACIÓN 5 ROSA DECISIVO (2932) WASSILY KANDINSKI.....	41
ILUSTRACIÓN 6HILMA AF KLINT, PARSIFAL, No. 110, 1916 © STIFTELSEN HILMA AF KLINTS VERK PHOTO: ALBIN DAHLSTRÖM/MODERNA MUSEET	55
ILUSTRACIÓN 7 HILMA AF KLINT, THE TEN LARGEST, No. 7, ADULTHOOD, 1907 © STIFTELSEN HILMA AF KLINTS VERK PHOTO: ALBIN DAHLSTRÖM/MODERNA MUSEET	55
ILUSTRACIÓN 8 ARTS INTEGRATION CHECKLIST (SILVERSTEIN & LAYNE, 2010).....	62

Índice de tablas

TABLA 1 CATEGORÍAS ANALIZADAS EN EL ESTUDIO SOBRE LA APARICIÓN DE OBRAS DE ARTE EN LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS EN LA ESO EN ESPAÑA. ELABORACIÓN PROPIA CON BASE EN EL ESTUDIO DE MANTECÓN ET AL. (2019).....	16
TABLA 2 RENDIMIENTO DE LOS ALUMNOS ESPAÑOLES POR SUB-ÁREAS DE CONTENIDO MATEMÁTICO EN PISA 2003 Y 2012 (VISPO, 2020).....	20
TABLA 3 RESUMEN DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS. ELABORACIÓN PROPIA.....	30
TABLA 4 CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES SEGÚN RD 1105/2014. MATEMÁTICAS.....	33
TABLA 5 CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES SEGÚN RD 1105/2014. EDUCACIÓN PLÁSTICA, VISUAL Y AUDIOVISUAL.	34
TABLA 6 CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES SEGÚN RD 217/2022. MATEMÁTICAS. ELABORACIÓN PROPIA.	36
TABLA 7 CONTENIDOS, CRITERIOS DE EVALUACIÓN Y ESTÁNDARES DE APRENDIZAJE EVALUABLES SEGÚN RD 217/2022. EDUCACIÓN PLÁSTICA, VISUAL Y AUDIOVISUAL. ELABORACIÓN PROPIA.	36
TABLA 8 CRONOGRAMA DEL PROYECTO. ELABORACIÓN PROPIA.	38
TABLA 9 ACTIVIDAD INICIAL. ELABORACIÓN PROPIA.	40
TABLA 10 ACTIVIDAD PRINCIPAL. ELABORACIÓN PROPIA.....	44
TABLA 11 CATÁLOGO DE FIGURAS. ELABORACIÓN PROPIA.....	46
TABLA 12 CATÁLOGO DE ÁREAS. ELABORACIÓN PROPIA.....	46

TABLA 13 CATÁLOGO DE MOVIMIENTOS. ELABORACIÓN PROPIA.....	46
TABLA 14 PORCENTAJES PARA LA EVALUACIÓN DE LAS ACTIVIDADES PROPUESTAS. ELABORACIÓN PROPIA..	48
TABLA 15 RÚBRICA ACTIVIDAD INICIAL. ELABORACIÓN PROPIA.	59
TABLA 16 RÚBRICA ACTIVIDAD PRINCIPAL: OBRA. ELABORACIÓN PROPIA.	60
TABLA 18 RÚBRICA ACTIVIDAD PRINCIPAL: FICHA. ELABORACIÓN PROPIA.	61
TABLA 19 RÚBRICA ACTIVIDAD PRINCIPAL: EXPOSICIÓN. ELABORACIÓN PROPIA.	61
TABLA 20 CUESTIONARIO DE VALORACIÓN DE LA EXPERIENCIA. ELABORACIÓN PROPIA.	63

1. Resumen

El objetivo de este TFM es aportar una visión interdisciplinar en la enseñanza de las matemáticas que pueda motivar al alumnado a través de un enfoque práctico y concreto que facilite el acercamiento al tema del currículo: movimientos en el plano. Este tema está vinculado a través del *RD 1105/2014* con el arte y es, además, temario común de la asignatura de Matemáticas y de Educación Plástica, Visual y Audiovisual (EPVA), duplicidad que justifica y fomenta un enfoque interdisciplinar. Las actividades que se plantean surgen de la necesidad de una educación holística que prepare al alumnado para la sociedad globalizada en la que se encontrará inmerso una vez finalizada la etapa educativa. Paralelamente, las actividades dan respuesta a una legislación que insiste, cada vez más, en una educación competencial y multidisciplinar, requisitos que aún no tienen una materialización significativa en las aulas. Por último, aporta una visión integradora de matemáticas y el arte basada en la ruptura de la dicotomía arte/ciencia que está teniendo lugar tanto en el ámbito social como en el educativo con propuestas tipo *STEAM* o *Arts Integration*. Estas propuestas son especialmente necesarias en la educación matemática, en la que el alumnado español presenta bajo grado de motivación y alto nivel de ansiedad, factores relevantes en el contexto educativo, ya que influyen en el desempeño y en el correcto aprendizaje de la materia.

Palabras clave

Matemáticas, Arte, Educación Secundaria Obligatoria, interdisciplinar, Arts Integration, metodología

Abstract

The aim of this TFM is to provide an interdisciplinary vision in the teaching of mathematics that motivates students through a practical and visual approach that facilitates the understanding of the topic: movements. This topic is directly linked to art according to the *RD 1105/2014* and is also a common syllabus for the subjects of Mathematics and Plastic, Visual and Audiovisual Education, therefore an interdisciplinary approach is appropriate. The proposed activities arise from the need of a holistic education that trains students for the globalized society in which they will find themselves immersed once the educational stage is over. At the same time, the activities respond to the Spanish legislation that increasingly insists on multidisciplinary and competency-based education, requirements that have not been yet applied significantly in the classroom. Finally, it provides an integrating vision of mathematics and art based on the rupture of the art/science dichotomy that is taking place both in the social and educational spheres with proposals such as STEAM and *Arts Integration*. These proposals are specially significant in the education of mathematics, in which Spanish students have a low degree of motivation and high level of anxiety, relevant factors in the educational context, since they influence the performance and the correct learning of the subject.

Key words

Mathematics, Art, Compulsory Secondary Education, interdisciplinarity, Arts Integration, methodology

2. Introducción

La finalidad de este TFM es crear una propuesta didáctica para el aprendizaje de los movimientos en el plano (traslaciones, giros y simetrías), tema del currículo de matemáticas de 3º ESO, que fomente el vínculo existente entre las matemáticas y el arte. Una propuesta multidisciplinar que promueva el interés y la motivación del alumnado y que permita concretizar ciertos conceptos matemáticos, que generalmente resultan demasiado abstractos, para una mejora en su asimilación. Esta actividad se plantea en un marco teórico concreto, en el que se defiende la necesidad de hacer patente en la educación matemática los vínculos existentes, y explorados académicamente, entre el arte y las matemáticas; así como la pertinencia de esta unión para una mejora en el aprendizaje según los estudios realizados en torno a metodologías que desarrollan un currículo integrado.

En cuanto al formato del trabajo tras esta introducción, en la que se desgana la justificación del mismo y sus objetivos, se detallará el marco teórico en el que se inserta la propuesta. Se explora en un primer lugar el vínculo existente entre ciencia y arte a través de un recorrido histórico que incide en los momentos de lejanía y acercamiento entre ambas disciplinas; después se tratarán algunos de los numerosos encuentros entre el arte y las matemáticas, así como la situación de esta simbiosis en el contexto educativo actual en España, en concreto en los libros de texto de matemáticas y en la legislación que lo regula. En un último apartado del marco teórico se profundizará en las metodologías educativas integradoras haciendo especial hincapié en la metodología STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) y la novedosa *Arts Integration*.

En función del estado de la cuestión se propone en el cuarto apartado una propuesta didáctica que aúne arte y matemáticas. En éste se detalla la propuesta, los materiales, la temporalización y la posible evaluación de los conocimientos adquiridos de acuerdo a la normativa. Se concluye el trabajo con las conclusiones extraídas de su realización y posibles líneas futuras que puedan facilitar la propuesta de otras secuencias didácticas o actividades basadas en las intersecciones entre el arte y las matemáticas.

Justificación y motivación

La justificación de esta propuesta gira en torno a dos ejes vertebrales, en primer lugar las especificaciones legislativas que insisten, cada vez más, en una educación interdisciplinar y competencial. Y en segundo lugar el vínculo, poco explorado en el entorno educativo, entre arte y matemáticas. Respecto a la primera motivación cabe destacar que el recién derogado *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato* ya abogaba por una educación centrada en las Competencias Clave, en las que también incide la Unión Europea en sus preceptos sobre educación. Esta línea educativa está aún más patente en el recién publicado *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria Obligatoria*, por lo que las actividades interdisciplinares irán cobrando importancia según se vayan actualizando las programaciones didácticas.

Respecto al segundo punto, resulta pertinente incidir en el carácter material del arte, una fisicidad que se puede emplear para concretizar y visualizar contenidos abstractos del currículo de matemáticas, de forma que el alumnado alcance una mayor comprensión y una visión de las matemáticas más periférica e integrada. Además, es una herramienta útil para aumentar la motivación en parte del alumnado más interesado en el itinerario humanístico que en el científico, así como para facilitar el acercamiento hacia las matemáticas desde un punto de vista inesperado, pero coherente.

En definitiva, se trata de diseñar actividades que creen sinergias inesperadas que se alejen de la rígida compartimentación en asignaturas que impera en el entorno educativo español, especialmente a partir de la Educación Secundaria Obligatoria. Crear estos vínculos entre asignaturas y contenidos es difícil, especialmente por el escaso tiempo y la extensión del currículo de cada asignatura. En consecuencia, es esencial escoger bien el temario con el que hacer actividades de estas características. En respuesta a este condicionante se ha escogido para plantear la actividad temario común a dos asignaturas (*Matemáticas y Educación Plástica, Visual y Audiovisual*), de tal forma el tiempo que se dedique a la actividad será similar al que se habría dedicado a impartir esta sección del currículo.

Objetivos

Objetivo principal

El objetivo principal de este TFM es introducir las artes plásticas, dada su intrínseca relación con las matemáticas, como medio educativo para su aprendizaje. De forma que la relación entre ambas ayude a mejorar la comprensión de las matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria.

Objetivos secundarios

- Analizar el marco teórico en el que se desarrollará la actividad planteada. La relación entre arte y ciencia, así como arte y matemáticas; su vinculación dentro del sistema educativo español; la postura de la legislación al respecto; y las metodologías integradoras que tienen en cuenta esta posible simbiosis.
- Proponer una actividad interdisciplinar para el tema *movimientos en el plano*.
- Aumentar la motivación y mejorar el autoconcepto del alumnado en la asignatura de Matemáticas a través de una actividad práctica y visual, que ayude a contextualizar el aprendizaje teórico.

3. Marco teórico

Arte y ciencia

Las nuevas metodologías en educación, como la metodología STEAM (Science, Technology, Engineering, Art and Mathematics) o el Aprendizaje Basado en Proyectos (ABP) abogan, como se detalla en el apartado correspondiente, por una educación interdisciplinar. Este enfoque se está introduciendo paulatinamente en las aulas a través de la legislación en España, que aboga por un desarrollo competencial y transversal del alumnado. Para crear una propuesta didáctica consistente es necesario en primer lugar explorar el vínculo existente entre ciencia y arte, así como las notorias relaciones entre las matemáticas y el arte.

En el artículo *Arte y Ciencia* (Vicente, 2003) se desgranar los vínculos recientes entre ambas disciplinas en el contexto occidental. Históricamente han discurrido en paralelo, ya que hasta el siglo XVIII tan solo algunas disciplinas específicas eran diferenciadas. Sin embargo, sí que existía una distinción entre labores manuales o técnicas y saberes científicos o filosóficos. De acuerdo con esta diferenciación las consideradas hoy en día artes plásticas recaían en el primer grupo, es decir, se consideraban trabajos técnicos más relacionados con la destreza que con el intelecto; a diferencia de otras artes como la literatura o la música, que sí que se correspondían con el saber científico al tratarse de manifestaciones intelectuales y no físicas del arte. A pesar de que esta agrupación de materias no es análoga a la que existe en el presente, sigue habiendo reminiscencias de esta idea, ya que a día de hoy las artes plásticas siguen enfocándose desde lo material y lo concreto; y las ciencias, especialmente las matemáticas, desde lo intelectual y lo abstracto. Sin embargo, cada vez se aboga más por el material manipulativo en la educación matemática, ya que se ha demostrado que un soporte físico facilita la comprensión del contenido (Arrieta, 1998). Uno de los puntos de partida de una propuesta didáctica interdisciplinar entre arte y matemáticas debería ser precisamente éste, concretizar un apartado concreto del currículo de matemáticas a través de material visual y manipulativo.

En la Edad Moderna la disciplina artística se reposiciona socialmente y se separa de la concepción de artesanía, los artistas adquieren un nuevo estatus al surgir la idea de *genio* y de *obra maestra*. Durante el Renacimiento existe un auge en la relación entre ciencia y arte, ya que el ideal de hombre renacentista es el hombre multidisciplinar, aquel que domina

las matemáticas, la ingeniería, y las artes; epítome de esta visión del artista es Leonardo da Vinci. Sin embargo, el final de la Modernidad trae consigo una división nuclear de las ciencias y las artes, agrupadas las primeras en torno a la noción de *verdad* y las segundas en torno al concepto de *belleza*. Esta división que comienza en el siglo XVI alcanza su punto álgido a principios del siglo XX en el que arte y ciencia son consideradas casi actividades antagónicas u opuestas. El arte se despoja de toda relación con la técnica y el intelecto y se relaciona con la intuición, la subjetividad y el sentimiento; al mismo tiempo se radicaliza la visión de la ciencia como método objetivo y sensato, como exteriorización de la razón (Vicente, 2003).

En las últimas décadas, gracias principalmente al desarrollo de la tecnología, esta marcada distinción entre disciplinas se está volviendo a disolver. El arte se ha vuelto a significar dentro del ámbito del saber, al igual que la ciencia. Y ésta última ha perdido el estatus de infalibilidad debido a los descubrimientos del último siglo. Además se está promoviendo tanto en el ámbito laboral, como en el académico, la necesidad de perfiles interdisciplinarios; por lo que la creatividad y la intuición, así como la técnica, la experimentación y la fisicidad asociadas tradicionalmente a las artes plásticas pueden ser utilizadas como complemento o ayuda en la asimilación de conceptos más abstractos vinculados a la intelectualidad.

Breve historia del vínculo entre arte y matemáticas

Estudiar las interacciones históricas y la visión a lo largo de los siglos de los encuentros entre arte y ciencia es importante para comprender que el enfoque cultural y social, así como la filosofía de las diversas épocas, influyen en estas interacciones. En el apartado anterior el recorrido es genérico y se centra en la dicotomía arte y ciencia. Sin embargo, es necesario estudiar las relaciones directas que existen también entre arte y matemáticas para poder realizar una propuesta didáctica específica para el currículo de matemáticas.

De acuerdo con la visión actual de la relación arte y ciencia podemos afirmar que el arte y las matemáticas comparten muchas características distintivas como por ejemplo la tensión entre creatividad y técnica o la intuición y el rigor (Jose Manuel Diego-Mantecón, 2019). Tanto las matemáticas como el arte son formas que encuentra el ser humano de interpretar la realidad, y por tanto, es inevitable que compartan un vínculo fundamental. Esta unión

incluye la simetría y la composición de las grandes obras del Renacimiento que se estudian habitualmente en Bellas Artes y que aparecen en muchos libros de texto de matemáticas de manera meramente decorativa, pero va mucho más allá de la geometría que explica la belleza y la armonía de estas obras. Lynn Gamwell en su libro *mathematics + art: a cultural history* (2016) hace un repaso de los grandes hitos matemáticos y cómo han servido de inspiración y base teórica para diversos artistas y obras. A través de este recorrido histórico se hace patente la repercusión que tienen las ciencias, en especial las matemáticas, en la filosofía y viceversa. Esta retroalimentación, a su vez, impacta en las artes de forma directa. Todas las artes, y por supuesto entre ellas las artes plásticas, se nutren de los avances tecnológicos de las distintas épocas, pero también de las corrientes de pensamiento y filosóficas enormemente influidas por los avances matemáticos y científicos.

El arte y las matemáticas discurren en muchos períodos históricos simultáneamente. El arte ha avanzado gracias a descubrimientos vinculados a las matemáticas como la perspectiva, que enunció el arquitecto Filippo Brunelleschi y utilizó en el SXV, por primera vez, el pintor italiano Massacio en su obra *La Trinidad* (Aiken, 1986). En el año 2001 el pintor David Hockney publica el controvertido libro *El conocimiento secreto: El redescubrimiento de las técnicas perdidas de los grandes maestros* en el que desgrana algunos de los instrumentos ópticos y matemáticos que grandes artistas como Caravaggio o Velázquez, y especialmente artistas flamencos, entre ellos Van Eyck o Holbein, habían utilizado para alcanzar la perfección técnica en sus obras.

Más allá de las técnicas, las matemáticas también se han relacionado con el arte a través de conceptos como belleza o armonía, que se explican gracias a razones matemáticas como el número áureo. La proporción áurea fue definida por Euclides y está presente en infinidad de obras de diversas épocas como los templos griegos o las composiciones más exquisitas del Renacimiento, entre ellas las realizadas por Leonardo da Vinci o Miguel Ángel (Meisner, 2020). También existen corrientes artísticas que se relacionan de forma intuitiva con las matemáticas, como el Op-Art o la abstracción geométrica. Incluso algunos artistas, Escher o Kandinsky, que se apoyan en las matemáticas intencionadamente.

En el último siglo encontramos ejemplos de intersecciones de un carácter más filosófico como la influencia del formalismo de Hilbert en los círculos literarios rusos que tuvo un impacto directo en el constructivismo ruso de estética formalista. Otro ejemplo, más relacionado con el ámbito físico que con el matemático, es la repercusión filosófica del

indeterminismo de Heisenberg y el determinismo de Louise de Broglie en las visiones utópicas alemanas de la Bauhaus. Cabe mencionar también la importancia de la paradoja tanto en el ámbito matemático, gracias a las aportaciones de Kurt Gödel, como en la filosofía de Wittgenstein. Disertaciones intelectuales que tuvieron su analogía artística en las obras de René Magritte y Cornelius Escher, entre otros (Gamwell, 2016).

En resumen, el arte y las matemáticas tienen tres pilares fundamentales que las unen a lo largo de la historia: las técnicas que perfeccionan el oficio del artista y están fundamentadas en principios matemáticos y físicos; ciertos conceptos como la belleza y la armonía que se pueden explicar a través de las matemáticas y que impregnan el arte; y la filosofía en la que convergen ambas disciplinas o a partir de la cual se desarrollan. La relación entre ambas materias es estrecha y, sin embargo, la reacción del alumnado ante una y otra asignatura no es análoga. Plantear una actividad híbrida tiene como objetivo aumentar la motivación y el interés del alumnado debido tanto a la ruptura de la rutina como a la introducción de un ámbito que, generalmente, no despierta el mismo grado de ansiedad, ni desmotivación entre los alumnos. También es relevante inculcar esta relación para que puedan entender las matemáticas y el arte dentro de un contexto y no como materias aisladas.

Arte y matemáticas en el contexto educativo español

Libros de texto

Diego-Mantecón, et al. (2019) realizan un estudio sobre la forma de abordar la relación entre arte y matemáticas en los libros de texto de la Educación Secundaria en España. El punto de partida de este análisis es la creciente importancia en el panorama educativo actual de estos vínculos debido al auge de la metodología STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics) y otras metodologías que abogan por la educación competencial e interdisciplinar. Estas simbiosis parecen apoyadas por la legislación vigente, a nivel estatal el *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria*, e incluso por la legislación derogada este mismo año y que lleva vigente desde el año 2014 que se recoge en el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. No solo cuentan con apoyo legislativo sino con artículos que secundan los buenos resultados de la

vinculación de ambas disciplinas. Sin embargo, estas evidencias no siempre se traducen en realidad en las aulas. En el contexto español las prácticas de aula están fuertemente condicionadas por los libros de texto, por ello una forma eficaz de comprobar a grandes rasgos hasta que punto se utilizan las artes plásticas en el aprendizaje de las matemáticas es explorar su aparición en los libros de texto.

El estudio se realiza sobre los libros de texto más habituales en la Educación Secundaria Obligatoria en España, en concreto con los publicados entre 2007 y 2017 por las siguientes editoriales: Anaya, Bruño, Edebe, Marea Verde, Marfil, Oxford, SM y Vector. Han sido analizados por expertos en docencia de las matemáticas y los parámetros que se han tenido en cuenta han sido los siguientes:

1	Arte con propósito decorativo
2	Arte como contexto para mediciones y cálculos
3	Arte para practicar conceptos
4	Pretexto para utilizar herramientas tecnológicas
5	Análisis matemático de obras de arte
6	Arte creado con matemáticas

Tabla 1 Categorías analizadas en el estudio sobre la aparición de obras de arte en libros de texto de matemáticas en la ESO en España. Elaboración propia con base en el estudio de Mantecón et al. (2019)

Los resultados se dividen en diversas disciplinas que han considerado arte: arquitectura; escultura; pintura y dibujo, que es la más relevante para la futura propuesta de este TFM; cerámica y frisos; música; y diseño y patrones en la naturaleza.

Respecto a la pintura y el dibujo el estudio constata que más de un 50% de los casos en los que aparecen en los libros de texto de matemáticas es de forma meramente decorativa. Un 25% incluyen la práctica de conceptos aprendidos en clase. En este tipo de actividades la más común es identificar y clasificar figuras planas en obras de pintores como Kandinsky o Paul Klee. El resto de parámetros que se estudian a penas tienen representación en los libros de texto, de hecho el sexto, arte creado con matemáticas, solo aparece en una actividad en el libro de 2º ESO publicado por Oxford en el año 2016. Esta actividad consiste en estudiar el dodecaedro de Maurits Cornelis Escher, buscar información complementaria y construir uno de elaboración propia.

En definitiva el estudio dictamina que la relación entre ambas disciplinas es principalmente ornamental. Dentro de los ámbitos estudiados el más vinculado es la arquitectura, seguida de los patrones naturales y en un tercer puesto, bastante alejado de los dos primeros, las artes plásticas, que son el objeto principal de este TFM. Por lo tanto, la conclusión principal es que la relación entre arte y matemáticas no está explorada de forma profunda y trascendente en los libros de texto de secundaria en España. Cabría investigar también de las pocas actividades propuestas por los libros de texto cuántas son llevadas a la práctica en las aulas que utilicen estos mismos libros y cuáles se descartan a favor de ejercicios o actividades más tradicionales.

Otras iniciativas

Existen iniciativas para crear material educativo en torno a las intersecciones de arte y matemáticas más allá de los libros de texto, pero son, por lo general, de motivación particular y aún se consideran singulares. Muchas de estas iniciativas se engloban dentro de la Educación Infantil y Primaria y suelen estar estrechamente vinculadas con la geometría, por ejemplo, las que propone Edo (2008) en su artículo *Matemáticas y arte en educación infantil* o, más recientemente, Antón y Gómez (2016) *La geometría a través del arte en Educación Infantil*. Cabe destacar la reciente publicación del artículo *Ritmos, arte y geometría* (2022) en el que Alonso Trigueros vincula las distintas manifestaciones del arte con el ritmo musical y la geometría. Este trabajo académico fue presentado como actividad para todos los públicos en el Museo de las Matemáticas UPM el pasado 12 de marzo.

Es más complicado encontrar este tipo de iniciativas para la Educación Secundaria Obligatoria. Etapa en la que la aparición del arte suele ser anecdótica o estar estrechamente vinculada a la arquitectura o a los frisos y mosaicos. Sin embargo, sí que cabe destacar las propuestas que realizan diversos museos para fomentar este vínculo. Una actividad muy relevante en este ámbito ha sido la que ha propuesto el *Museo Nacional Thyssen Bornemisza* bajo el nombre *MaThyssen*¹. Esta actividad estaba dirigida a centros educativos de Educación Primaria, Secundaria, Bachillerato y Ciclos Formativos y su objetivo era precisamente promover el vínculo entre arte y matemáticas. El proyecto invitaba a descubrir las matemáticas en el Thyssen, por lo que era lo suficientemente flexible para poder adaptarlo a niveles muy diversos.

¹ <https://www.educathyssen.org/profesores-estudiantes/mathyssen-2122>

En cuanto al apoyo de instituciones artísticas destaca el programa *Aprendiendo a través del arte*² del Museo Guggenheim de Bilbao. Este programa inicia su andadura en el año 1998 a raíz de la iniciativa *Learning Through Art* que se realiza por primera vez en el año 1970. El objetivo de la propuesta es reforzar el aprendizaje en la Educación Primaria a través del arte en diversos colegios públicos. Tratan distintos temas del currículo escolar, entre ellos ciertos ámbitos de las matemáticas, y finalmente realizan una exposición con las obras que el alumnado realiza a lo largo de los talleres.

Se concluye, por lo tanto, que las iniciativas de actividades pedagógicas que vinculen arte y matemáticas son escasas y están principalmente enfocadas a la Educación Infantil y Primaria. También existen propuestas de carácter privado, pero faltan recursos pedagógicos y actividades abiertas a cualquier docente, que se puedan implementar en el aula dentro del sistema educativo y no al margen de éste, especialmente a partir de la Educación Secundaria Obligatoria.

Docencia de las matemáticas y el arte

Directrices europeas

La legislación española, influida por las directrices europeas, opta cada vez más por modelos didácticos transversales e interdisciplinares. En el año 2006 se introducen las siguientes Competencias Clave a través de la Comisión Europea: competencia en lectura y escritura; competencia multilingüe; competencia matemática y competencia en ciencia e ingeniería; competencia digital y competencia en tecnología; competencias interpersonales y habilidad para adquirir nuevas competencias; competencia en ciudadanía activa; competencia emprendedora; y competencia en conciencia y expresiones culturales. Éstas se han recogido en varios de los Reales Decretos que establecen las bases curriculares mínimas para todo el Estado, entre ellos el *Real Decreto 217/2022* que es el vigente.

La idea principal que persiguen estas competencias es formar a los actuales estudiantes como personas competentes y aptas para el mercado laboral en el que se verán inmersos en un futuro cercano. En el contexto de la propuesta la Comisión hace especial hincapié en la transversalidad que se espera de los trabajadores en la actualidad. Afirma

² <https://www.guggenheim-bilbao.eus/exposiciones/aprendiendo-a-traves-del-arte-2020>

también que el sistema económico europeo actual depende de personas formadas y con diversas capacidades como la creatividad, el pensamiento crítico, la iniciativa y la capacidad de resolver problemas. Una de las competencias que nombra es la competencia STEM, que es la precursora de la metodología STEAM, una metodología integradora que tiene como finalidad la formación transversal en ciencia y arte.

Otro de los propósitos de la Comisión Europea es mejorar el rendimiento académico del alumnado para que éste pueda alcanzar un currículo básico. Según el informe OECD PISA del año 2016 uno de cada cinco alumnos no alcanzaban un nivel suficiente en lectura, matemáticas o ciencia (European Commission, 2018). Además, si comparamos los resultados de España con la puntuación media de todos los países participantes en la asignatura de matemáticas el rendimiento, según los parámetros evaluados en el informe, es significativamente inferior [Ilustración 1]. Sin embargo, el descenso del 2018 parece puntual y para un análisis más completo y actualizado habría que añadir los resultados que arroje el estudio que se está realizando actualmente, debido al retraso provocado por la pandemia de la Covid19, que además centrará su evaluación en la competencia matemática.

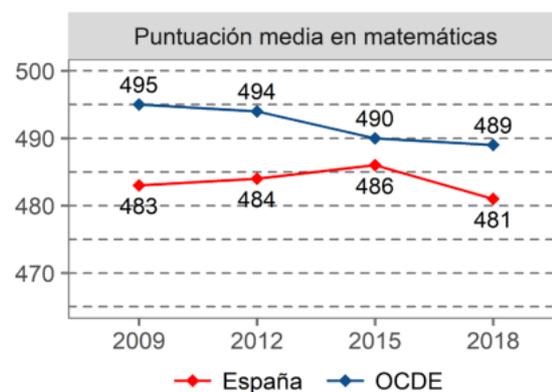


Ilustración 1 Evolución de las puntuaciones medias estimadas en matemáticas (PISA, 2019)

Factores que intervienen en la educación matemática

Los informes PISA de los años 2003 y 2012 también profundizan en el análisis del rendimiento matemático en las aulas de los países participantes. En ambos estudios se divide la asignatura en diversas áreas (geometría, álgebra, probabilidad y estadística, y aritmética) y se puede concluir que el rendimiento por área es similar, e inferior a la media de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos), en ambos años. La división

por áreas es relevante para poder apreciar cuáles son aquellas que más refuerzo necesitan en los futuros planes docentes. Éstas son concretamente álgebra (cambio y relaciones) y geometría (espacio y forma), en concreto esta última presenta unos resultados muy bajos, por lo que convendría enfatizar la necesidad de secuencias didácticas y actividades que incidan en ella.

	Geometría (espacio y forma)	Álgebra (cambio y relaciones)	Probabilidad y estadística (incertidumbre)	Aritmética (cantidad)	Media España (matemáticas)	Media OCDE (matemáticas)
2003	476	481	489	492	485	500
2012	477	482	487	491	484	494

Tabla 2 Rendimiento de los alumnos españoles por sub-áreas de contenido matemático en PISA 2003 y 2012 (Vispo, 2020)

En el informe se analizan también las actitudes del alumnado hacia las matemáticas. Por un lado estudia el interés y la motivación, y por otro la ansiedad, el autoconcepto y la autoeficacia, siempre en relación con la asignatura de matemáticas. Algunas de las conclusiones más relevantes que se pueden extraer del informe son las siguientes:

- La motivación intrínseca está relacionada directamente con las puntuaciones obtenidas por el alumnado en la OCDE y la UE. Cabe destacar a este respecto que los resultados en España son negativos, ya que el alumnado muestra una motivación intrínseca menor al de la media de la OCDE. También es importante destacar la perspectiva de género en este aspecto, ya que el estudio manifiesta que las chicas muestran un interés considerablemente menor que los chicos.
- La motivación extrínseca, es decir, el interés por aprender matemáticas de forma instrumental no refleja diferencias significativas respecto a la media de la OCDE, si bien incide en la diferencia entre chicos y chicas, mostrando éstos una motivación extrínseca también mayor. La relación entre motivación e interés es bidireccional. Los alumnos más motivados puntúan más alto y viceversa.
- El alumnado español muestra una mayor ansiedad³ hacia las matemáticas, especialmente las chicas. La ansiedad está relacionada con un peor desempeño. Esta

³ “Sentimiento de estrés ante la perspectiva de llevar a cabo tareas relacionadas con las matemáticas o de anticipar su rendimiento en esta materia” (PISA, 2013)

relación ansiedad-desempeño está cuestionada (Bausela Herreras, 2016), sin embargo, sí que se ha demostrado una correlación débil, que sumada a los demás factores puede resultar significativa.

- En el nivel de autoconcepto⁴ los alumnos españoles, al igual que en la motivación, puntúan por debajo de la media de la OCDE. La diferencia por sexos vuelve a ser palpable.

Estos factores son relevantes a la hora de crear una actividad interdisciplinar, ya que el acercamiento a las matemáticas desde una disciplina diferente puede suponer un cambio en la actitud y la percepción del alumnado.

Legislación española

En primer lugar cabe mencionar el recién derogado *Real Decreto 1105/2014*, ya que la propuesta se ha desarrollado durante el estudio de éste, y está justificada también con los contenidos que dictamina para la Educación Superior Obligatoria en España. A continuación se desarrolla un análisis dual del texto. En el que por un lado se estudia la relevancia de la disciplina artística que subyace de su lectura, y por otro la postura frente al aprendizaje interdisciplinar. Respecto al primer tema, la educación artística está poco presente y se manifiesta a través de las asignaturas de *Música y Educación Plástica, Visual y Audiovisual*. A pesar de lo constado en el marco teórico, en el que se afirma que actualmente las artes han recuperado una posición similar a las ciencias en cuanto a estatus en el imaginario social, esto no tiene su reflejo en la educación o al menos en la legislación que la regula.

En cuanto a la interdisciplinaridad sí que se observa un esfuerzo por proponer una educación transversal, especialmente gracias a la implantación de las Competencias Clave; competencias que desarrollan las propuestas por la Unión Europea y que pretenden ser evaluadas y, por tanto, inculcadas transversalmente en las diversas asignaturas. En las *Disposiciones generales* se afirma lo siguiente: “El aprendizaje basado en competencias se caracteriza por su transversalidad, su dinamismo y su carácter integral. [...] Para lograr este proceso de cambio curricular es preciso favorecer una visión interdisciplinar.” (Real Decreto 1105/2014, pp.169-170). De las siete competencias que establece este Real Decreto las que

⁴ “Conocimiento acerca de las propias habilidades en esta materia. Tiene como consecuencia inmediata la generación de expectativas, positivas o negativas, en función de si es favorable o no.” (PISA, 2013)

más se corresponden con la propuesta de este TFM son la *competencia matemática* y *competencias básicas en ciencia y tecnología* y la llamada *conciencia y expresiones culturales*. Además, se incide con la actividad propuesta en el desarrollo de los siguientes objetivos de etapa para la Educación Secundaria:

- f) “Concebir el conocimiento científico como un saber integrado, que se estructura en distintas disciplinas, así como conocer y aplicar los métodos para identificar los problemas en diversos campos del conocimiento y de la experiencia.”
- l) “Apreciar la creación artística y comprender el lenguaje de las distintas manifestaciones artísticas, utilizando diversos medios de expresión y representación”
- c) “Valorar y respetar la diferencia de sexos y la igualdad de derechos y oportunidades entre ellos. Rechazar la discriminación de las personas por razón de sexo o por cualquier otra condición o circunstancia personal o social. Rechazar los estereotipos que supongan discriminación entre hombres y mujeres, así como cualquier manifestación de violencia contra la mujer” (Real Decreto 1105/2014, p.177)

Este último objetivo de etapa no corresponde con la actividad en sí misma, ni con la simbiosis que se pretende entre el ámbito artístico y el matemático. Sin embargo, parece relevante tras recopilar las conclusiones del estudio PISA que evidencian una diferencia, tanto en autoconcepto, como en motivación, entre alumnos y alumnas en el marco de la asignatura de matemáticas. Aunque no se incida en ello en el marco teórico el sesgo entre hombres y mujeres también es grande, ya que se basa principalmente en un recorrido histórico que adolece de falta de perspectiva de género.

Por último, cabe destacar que el tema escogido para la actividad propuesta, movimientos en el plano, está vinculado a través del *Real Decreto 1105/2014* con el arte a través de los estándares de aprendizaje evaluables [4.1.](#) y [5.3.](#) del bloque 3 (geometría), por lo que es un buen contenido para llevar a cabo una actividad transversal que aúne las competencias nombradas y desarrolle los objetivos de etapa mencionados.

La reciente publicación del *Real Decreto 217/2022*, aún sin desarrollo en la Comunidad Autónoma de Madrid, permite conocer el punto de partida de la Educación Secundaria de los próximos años. La postura frente a la transversalidad y el desarrollo competencial es similar a la del Real Decreto que deroga: “La transversalidad es una condición inherente al

Perfil de salida, en el sentido de que todos los aprendizajes contribuyen a su consecución. De la misma manera, la adquisición de cada una de las competencias clave contribuye a la adquisición de todas las demás” (Real Decreto 2017/2022, p.26). En este caso las competencias atribuibles a la actividad propuesta son la *competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería* (STEM) y la *competencia en conciencia y expresiones culturales* (CCEC).

Por lo tanto, a pesar de que la integración entre arte y matemáticas no está en ninguno de los dos Reales Decretos presente de forma nuclear; de hecho, el Real Decreto vigente opta por una competencia STEM y no STEAM; sí que se fomenta el desarrollo competencial y curricular transversal en el que sería valorable una actividad como la que se propone en este TFM.

Metodologías integradoras

A lo largo de la historia de la educación se ha debatido repetidamente la pertinencia de separar las asignaturas en esferas independientes o crear distintos modelos de currículo integrado. Estos últimos abogan por organizar el currículo en torno a disciplinas, temas o problemas determinados. Actualmente, y desde hace décadas, la educación obligatoria en una gran cantidad de países se centra en inculcar al alumnado el conocimiento y experiencia necesarios para comprender la realidad de forma crítica. Con el creciente impacto de la globalización, tanto en el ámbito privado como en el laboral, resulta oportuno plantear una educación interdisciplinar que desarrolle en el alumnado las capacidades necesarias para poder hacer frente a la vida adulta. Con esta premisa general el currículo interdisciplinario se entiende como un aglutinador de diversas prácticas educativas que pretenden mejorar el proceso de enseñanza en las aulas (Torres Santome, 1998).

Las metodologías integradoras actuales basan su metodología en diversas corrientes filosóficas, así como posicionamientos psicológicos relevantes en el ámbito educativo. El psicólogo constructivista Lev Vygotski afirma en los años 30 del siglo pasado que el aprendizaje es un proceso social, y por tanto, el currículo debe responder al contexto cultural e histórico del momento. Este argumento es indispensable para justificar que una sociedad globalizada requiere una educación transversal (Torres Santome, 1998). Décadas más tarde el psicólogo Jean Piaget constata su rechazo hacia la educación compartimentada, y en

consecuencia, su apoyo hacia metodologías globales: “ya no tenemos que dividir la realidad en compartimientos impermeables o plataformas superpuestas correspondientes a las fronteras aparentes de nuestras disciplinas científicas y, por el contrario, nos vemos compelidos a buscar interacciones y mecanismos comunes” (Torres Santomé citando a Piaget, 1979, pp. 155-156).

Los argumentos actuales a favor del currículo integrado son varios, entre ellos, cabe destacar que se entiende como la contraprestación a la creciente especialización y fragmentación del conocimiento; que ayuda a desarrollar un aprendizaje significativo, de acuerdo con esta metodología tanto los docentes como el alumnado construyen relaciones representativas entre el aula y el exterior; y que es una herramienta para acercar la realidad extraescolar a las aulas, ofreciendo conocimientos que se adapten a la sociedad actual (Illan Romero & Molina Saorin, 2011).

Existen diversas formas para integrar el currículo en las aulas, por ejemplo, a través de tópicos o temas; a través de la vida cotidiana; a través de conceptos; o como se plantea en este TFM relacionando varias disciplinas. Además, existen varias metodologías que abogan por la integración curricular, en los siguientes apartados se detallará la metodología STEAM y la propuesta de *Arts Integration*, ya que son las más vinculadas tanto a la propuesta de actividad, como a la legislación española vigente.

Metodología STEAM

El acrónimo STEM (Science, Technology, Engineering and Mathematics) se acuña en los años 90 en la *National Science Foundations* (NSF) y surge como concepto aglutinador de varias áreas científicas (Sanders, 2009). El principal objetivo era motivar al alumnado preuniversitario a matricularse en carreras científicas, ya que el número de alumnos estaba descendiendo significativamente y los egresados no suplían la demanda de empleados con este perfil. Para ello se propone esta metodología en la que todas las áreas están interrelacionadas; propuesta que, además, responde al modelo laboral real, en el que el dominio de varias áreas es necesario para la correcta resolución de problemas (Sans Canovas, 2019). En definitiva, se trata de un modelo de aprendizaje que integra diversas áreas científicas para motivar al alumnado y despertar su curiosidad, al mismo tiempo que

le prepara para hacer frente a los retos del mundo globalizado en el que está inmerso el sistema educativo en la actualidad.

En cuanto a los resultados que se han podido observar hasta la fecha, se ha dictaminado que los estudiantes obtienen los mismos logros académicos, incluso mejores, si el currículo está organizado de forma integradora (Beane, 1995). Además, el alumnado se beneficia de esta metodología al margen de su nivel socioeconómico y sus capacidades de aprendizaje (Hartzler, 2000). Estos resultados, cabe destacar, se refieren a diversas propuestas de currículo integrado, no al concepto concreto de STEM. Sin embargo, son un punto de partida para proponer diversos modelos de currículo que se alejen de la estricta segregación en disciplinas.

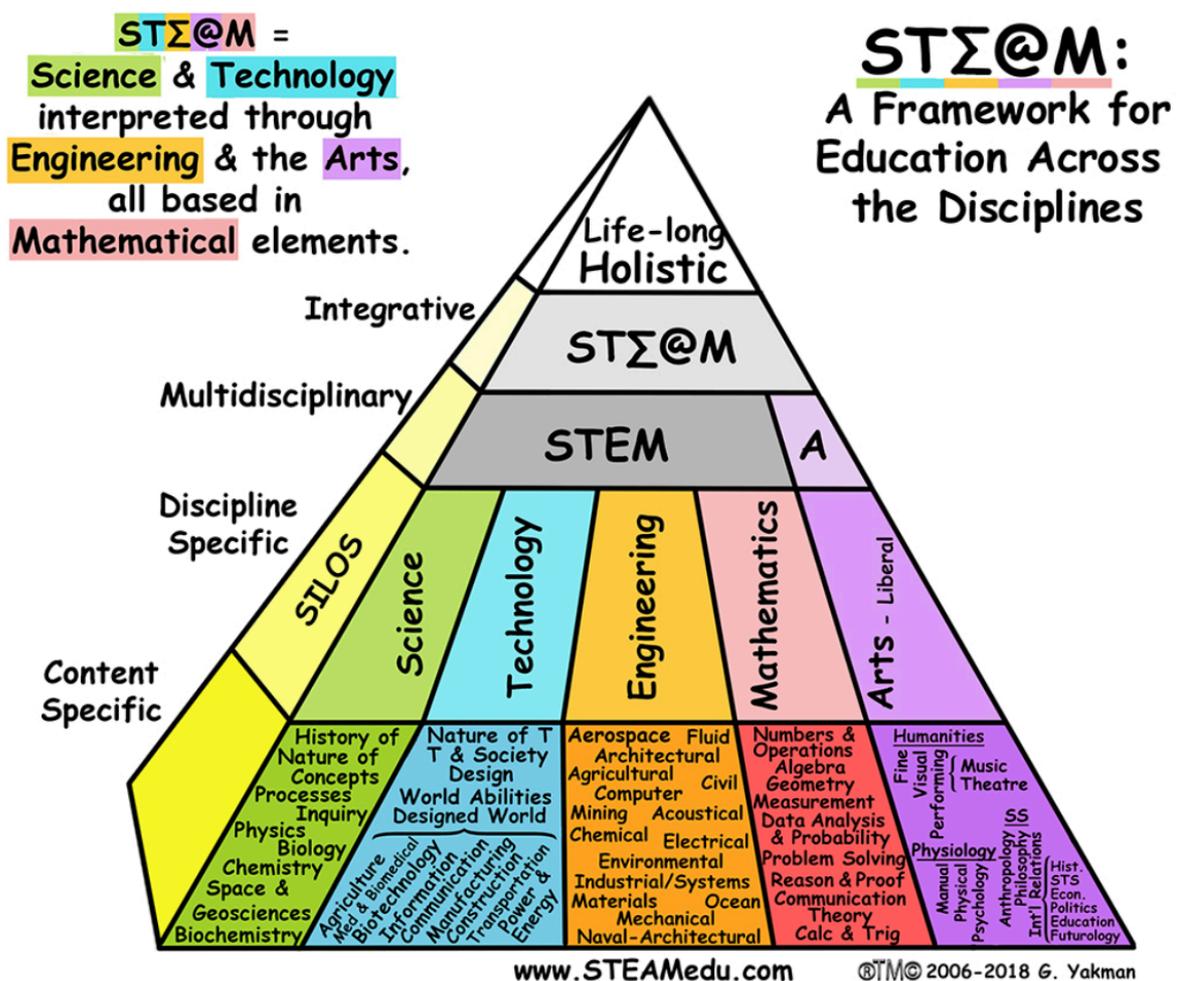


Ilustración 2 Diagrama piramidal sobre la aportación de las artes a la metodología STEM. (Yakman, 2008)

En las últimas décadas empiezan a cobrar importancia otras competencias como la creatividad y la comunicación, a raíz de este cambio de mentalidad acuña Georgette Yakman en el año 2006 el término STEAM (Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics). Bajo este paradigma se pretende interpretar la Ciencia y la Tecnología a través de la Ingeniería y las Artes (Cilleruelo & Zubiaga, 2014). De acuerdo con Yakman con esta metodología se podría alcanzar una educación holística y duradera [Ilustración 2]. A pesar de que se ha demostrado una correlación débil entre la creatividad y el talento, sí que se ha podido observar que las personas creativas suelen mostrar más intereses en temas diversos y mayor habilidad en su desempeño. Además se ha comprobado que el componente artístico y creativo mejora las propuestas de aprendizaje STEM, entre otros motivos por su carácter tangible y concreto (Root-Bernstein, 2015).

En conclusión la introducción del componente artístico o creativo en la educación STEM favorece un proceso de enseñanza experimental, que permite un acercamiento intuitivo al objeto de estudio. Además, facilita la visualización de datos y puede despertar el interés del alumnado por áreas del conocimiento, en principio más abstractas, así como captar la atención y curiosidad de ciertos alumnos que no opten en primera instancia por un itinerario científico.

Educación a través del arte (*Arts Integration*)

Dentro de las artes existen numerosas divisiones y la definición de educación artística no es clara, ni existe un convenio al respecto. En la estructuración educativa actual la literatura y las ciencias sociales son pilares relevantes del sistema, por el contrario las artes plásticas y físicas están relegadas a un segundo plano. La lengua y la literatura aportan una herramienta indispensable para la adquisición y comprensión de conocimientos; así como las artes sociales contribuyen a la creación de una base para poder entender diversos procesos de esta índole. El sistema educativo entiende y fomenta estas artes por sus aportes a una educación completa. Sin embargo, a pesar de las virtudes de las artes plásticas, físicas y manuales, éstas no obtienen el mismo privilegio. Recientemente se discuten ideas que fomenten un cambio en el currículo, de forma que en las asignaturas de ciencias, matemáticas, lengua y literatura, ciencias sociales, tecnología e ingeniería, el alumnado esté

expuesto a sonidos o estéticas (música y artes plásticas) que influyan en los ámbitos mencionados (Yakman, 2008).

A día de hoy los psicólogos, pedagogos e investigadores que indagan en la repercusión del arte en la educación, concluyen que es beneficiosa y enriquecedora. Uno de los mayores defensores de la importancia del arte como herramienta educativa es el psicólogo estadounidense Howard Gardner (Viñao Manzanera, 2012). Gardner desarrolló la teoría de las Inteligencias Múltiples, según la cual los seres humanos tienen entre ocho y nueve tipos de inteligencia, que incluirían la musical, la espacial y la cinestésica. Este acercamiento al concepto de inteligencia rebate la teoría clásica de la inteligencia única que se puede medir a través del coeficiente intelectual (Gardner, 2005). Además, insiste en la importancia curricular sistemática de la inteligencia lógico-matemática y lingüística y afirma que si el resto de inteligencias tuvieran la misma relevancia el aprendizaje del alumnado mejoraría en todos los ámbitos.

Gardner desarrolla esta teoría a raíz de su participación en el *Proyecto Cero* de la *Escuela de Graduados en Educación de Harvard*. Este proyecto nace liderado por el filósofo Nelson Goodman en el año 1967 y pretende indagar en el conocimiento artístico, así como en su vinculación con las ciencias (Gardner, 2016). Dentro de este proyecto se realiza una investigación llamada *Reviewing Education and the Arts Project (REAP)* que concluye que la introducción de innovaciones académicas de carácter artístico aumentan la motivación del alumnado que tiene ciertas dificultades de adaptación al modelo tradicional de escuela (Joubert, 2002).

Gracias a los resultados positivos de las investigaciones llevadas a cabo durante el *Proyecto Cero*, así como a la teoría de las Inteligencias Múltiples de Gardner se crea un marco teórico que vincula de forma más estructurada las ciencias y las artes y que fundamenta la corriente metodológica *Arts Integration* o educación a través del arte. Las raíces filosóficas de la propuesta son el constructivismo y los principios progresistas de la Escuela Nueva, que tenían un carácter integrador y globalizador (Llevadot Gonzalez & Pages Santacana, 2018).

Las definiciones más claras y precisas sobre esta metodología se encuentran en los siguientes informes: *What is Arts Integration?* (Silverstein & Layne, 2010) y *Arts Integration Frameworks, Research & Practice: A Literature Review* (Bunaford, Brown, Doherty, & McLaughlin, 2007). De acuerdo con éste último el término *Arts Integration* ha

evolucionado a lo largo de los años y existe una amplia variedad de ideas innovadoras que se aglutinan bajo esta denominación. Sin embargo, sí que se ha llegado a un consenso sobre esta metodología y se ha definido finalmente como un esfuerzo por crear relaciones significativas entre el aprendizaje del arte y el de otras capacidades o asignaturas del currículo. Además, se fundamenta en tres principios: aprender a través y con el arte; el arte como proceso de integración curricular; y el arte como compromiso colaborativo. El Proyecto *Kennedy Center's Changing Education Through the Arts* (CETA) realiza una lista de los puntos⁵ que debe cumplir un proyecto para ser considerado *Arts Integration*, entre ellos, tener un componente experimental o colaborativo; promover en el alumnado la demostración o construcción sobre el aprendizaje memorístico; que exista en un proceso creativo; o que la actividad se conecte con otras partes del currículo.

En el informe de Bunafor et al (2007) se realiza una síntesis de muchas de las propuestas de *Arts Integration* con diferentes enfoques que se agrupan en torno a ámbitos artísticos. Dentro de las artes visuales existen varias iniciativas generalistas, algunas relacionadas con la ciencia y con asignaturas específicas como química o física, pero tan solo una directamente vinculada con las matemáticas, en concreto, *Blending art and geometry with precision* (Patterson, 2001).

En España se ha llevado a cabo una investigación sobre la mejora de la calidad docente a través proyectos integradores a través del arte, en concreto en el proyecto *Arte y Escuela del Centro de Artes Contemporáneas de VIC* (ACVIC) y se ha demostrado que el enfoque holístico es positivo, ya que surgen actividades integradoras que mejoran la recepción emocional del alumnado frente a propuestas educativas. Además, hacen hincapié en la correcta adaptación de las propuestas a las dinámicas habituales de la escuela (Llevadot Gonzalez & Pages Santacana, 2018).

Debido al éxito de esta metodología en otros ámbitos y la posible implantación en el contexto educativo español, se propone en este TFM una actividad basada en sus preceptos, pero focalizada, a diferencia de la gran mayoría de propuestas existentes, en el ámbito matemático y en la Educación Secundaria Obligatoria.

⁵ Esta tabla se encuentra en el [Anexo V](#).

4. Propuesta didáctica

Propuesta didáctica

La propuesta didáctica que se plantea a continuación tiene su base en las conclusiones extraídas del marco teórico. Por un lado pretende acercar el ámbito científico al artístico para fomentar esa simbiosis, que se está dando en muchos entornos, en el ámbito escolar. Para ello se programa una actividad que surge de la intersección entre el arte y las matemáticas. El objetivo de la actividad es inculcar parte del temario de geometría de 3º ESO, en concreto los apartados relacionados con movimientos en el plano (giros, simetrías y traslaciones). Estos mismos apartados se desarrollan en el bloque de dibujo técnico de la asignatura Educación Plástica, Visual y Audiovisual (EPVA), por lo que aunarlos en una actividad transversal permite transmitir los conocimientos de forma global y multidisciplinar fomentando un tipo de aprendizaje más significativo.

El tema de geometría está seleccionado intencionalmente por varios motivos. En primer lugar, es un tema que se conecta con el arte de forma intuitiva. Además, es el ámbito matemático con menos éxito entre el alumnado español de acuerdo con los resultados del estudio PISA. Ya que estos resultados están relacionados con una motivación baja y un autoconcepto negativo, es necesario proponer actividades que se alejen de lo habitual. Es posible que al enfocar las matemáticas desde una asignatura que, por lo general, no causa tanta ansiedad en el alumnado, éste pueda verse más motivado o capaz. Por último, de acuerdo con la legislación, este tema está directamente vinculado con el arte ([EAE 4.1](#) y [5.3](#)) y enlaza varias competencias clave, en concreto, la *competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología* y la llamada *conciencia y expresiones culturales*.

Es primordial que las actividades que se proponen a continuación tengan una vinculación con el arte profunda y no trivial. Por lo tanto, se plantean dos actividades, una inicial en la que diversas obras de arte se utilizan como soporte para practicar conceptos matemáticos, y recaen sobre la categorización de análisis matemático de obras de arte, según los parámetros estudiados por Mantecón et al. (2019) [Tabla 1]. Y una actividad principal en la que el alumnado tendrá que realizar una obra de arte a través de indicaciones matemáticas. De acuerdo con el estudio mencionado, tan solo un ejercicio propuesto por los libros de texto españoles plantea un problema semejante.

Actividad inicial	Actividad principal
<p>[Tabla 1]</p> <p>3. Arte como soporte para practicar conceptos matemáticos.</p> <p>5. Análisis matemático de obras de arte.</p>	<p>[Tabla 1]</p> <p>6. Arte creado con matemáticas.</p>
<p>Buscar en obras abstractas (SXX y XXI) de diversos artistas figuras planas y movimientos que se hayan podido realizar sobre estas figuras. Se comenzará la clase con ejemplos y posteriormente se trabajará en parejas. Se entregará la hoja final con las figuras marcadas y sus respectivos movimientos. Tan solo se evaluará como presentada o no presentada.</p>	<p>Se realizará una obra final en la que cada alumno tendrá que plasmar una o varias emociones a través de cuatro figuras planas y diversos movimientos. El tipo de línea, el color y la técnica serán libres. Se proporcionará un catálogo de posibles figuras planas, otro de áreas y otro de movimientos. Cada alumno deberá elegir 4 figuras, 4 áreas y 4 movimientos que aplicar a estas figuras. Su disposición en la obra es libre. Deberán entregar la obra, presentarla en clase y entregar un informe que detalle sus elecciones y que defina los movimientos que han realizado.</p>

Tabla 3 Resumen de las actividades propuestas. Elaboración propia.

Objetivos

- Crear una actividad transversal de arte y matemáticas dentro de la metodología integradora *Arts Integration*.
- Concretizar un apartado del currículo de matemáticas a través de material visual.
- Proponer una actividad en la que el arte no sea decorativo o sujeto de análisis, sino parte fundamental del proceso de aprendizaje de la disciplina matemática.
- Abarcar contenidos comunes de la asignatura de Matemáticas y EPVA de 3º ESO (1º Ciclo de ESO).

- Incidir en la geometría, ya que es el ámbito matemático que peores resultados presenta en el informe PISA.
- Motivar al alumnado proponiendo una actividad diferente a la habitual en las aulas, y conceptualmente alejada de los ejercicios de matemáticas.

Justificación curricular

Para definir el contenido y la evaluación de la propuesta didáctica se detallan a continuación los puntos del currículo que se desarrollan de acuerdo con el *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. La primera tabla corresponde con la asignatura de *Matemáticas*, la segunda con la de *Educación Plástica, Visual y Audiovisual*. Se muestran en estas tablas todos los contenidos que se van a trabajar en las dos actividades que se proponen a continuación. Los apartados subrayados se corresponden con el temario que se introduce y consolida a través de las actividades propuestas. El resto de estándares son, o bien transversales, o bien de repaso de otras unidades.

Matemáticas orientadas a las enseñanzas académicas. 3º ESO		
Contenidos	Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 1. Procesos, métodos y actitudes en matemáticas		
Planificación del proceso de resolución de problemas. Planeamiento de investigaciones matemáticas escolares en contextos numéricos, geométricos, funcionales, estadísticos, probabilísticos. Práctica de los procesos de matematización y modelización, en contextos	1. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema. 2. Utilizar procesos de razonamiento y estrategias de resolución de problemas, realizando los cálculos necesarios y comprobando las soluciones obtenidas. 5. Elaborar y presentar informes sobre el proceso, resultados y conclusiones obtenidas en los procesos de investigación. 6. Desarrollar procesos de matematización en contextos de la realidad cotidiana (numéricos,	1. Expresar verbalmente, de forma razonada, el proceso seguido en la resolución de un problema. 2.1. Analiza y comprende el enunciado de los problemas (datos, relaciones entre los datos, contexto del problema) 2.2. Valora la información de un enunciado y la relaciona con el número de soluciones del problema. 5.1. Expone y defiende el proceso seguido además de las conclusiones obtenidas utilizando distintos lenguajes:

<p>de la realidad y en contextos matemáticos.</p> <p>Confianza en las propias capacidades para desarrollar actitudes adecuadas y afrontar las dificultades propias del trabajo científico.</p>	<p>geométricos, funcionales, estadísticos o probabilísticos) a partir de la identificación de problemas en situaciones problemáticas de la realidad.</p> <p>8. Desarrollar y cultivar las actitudes personales inherentes al quehacer matemático.</p> <p>9. Superar bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.</p> <p>10. Reflexionar sobre las decisiones tomadas, aprendiendo de ello para situaciones similares futuras.</p>	<p>algebraico, gráfico, geométrico, estadístico-probabilístico.</p> <p>6.2. Establece conexiones entre un problema del mundo real y el mundo matemático, identificando el problema o problemas matemáticos que subyacen en él y los conocimientos matemáticos necesarios.</p> <p>8.1. Desarrolla actitudes adecuadas para el trabajo en matemáticas: esfuerzo, perseverancia, flexibilidad y aceptación de la crítica razonada.</p> <p>8.2. Se plantea la resolución de retos y problemas con la precisión, esmero e interés adecuados al nivel educativo y a la dificultad de la situación.</p> <p>8.4. Desarrolla actitudes de curiosidad e indagación, junto con hábitos de plantear/se preguntas y buscar respuestas adecuadas, tanto en el estudio de los conceptos como en la resolución de los problemas.</p> <p>9.1. Toma decisiones en los procesos de resolución de problemas de investigación y de matematización o de modelización, valorando las consecuencias de las mismas y su conveniencia por su sencillez y utilidad.</p> <p>10.1. Reflexiona sobre los problemas resueltos y los procesos desarrollados, valorando la potencia y sencillez de las ideas clave, aprendiendo para situaciones futuras similares.</p>
<p>Bloque 3. Geometría</p>		
<p>Geometría del plano.</p> <p>Lugar geométrico.</p> <p><u>Traslaciones, giros y simetrías en el plano.</u></p>	<p>1. Reconocer y describir los elementos y propiedades características de las figuras planas, los cuerpos geométricos elementales y sus configuraciones geométricas.</p> <p>2. Utilizar el teorema de Tales y las fórmulas usuales para realizar medidas indirectas de elementos inaccesibles y</p>	<p>1. 1. Conoce las propiedades de los puntos de la mediatriz de un segmento y de la bisectriz de un ángulo, utilizándolas para resolver problemas geométricos sencillos.</p> <p>2.1. Calcula el perímetro y el área de polígonos y de figuras circulares en</p>

	<p>para obtener las medidas de longitudes, áreas y volúmenes de los cuerpos elementales, de ejemplos tomados de la vida real, representaciones artísticas como pintura o arquitectura, o de la resolución de problemas geométricos.</p> <p>4. <u>Reconocer las transformaciones que llevan de una figura a otra mediante movimientos en el plano, aplicar dichos movimientos y analizar diseños cotidianos, obras de arte y configuraciones presentes en la naturaleza.</u></p> <p>5. <u>Identificar centros, ejes y planos de simetrías de figuras planas y poliedros.</u></p>	<p>problemas contextualizados aplicando fórmulas y técnicas adecuadas.</p> <p><u>4.1. Identifica los elementos más característicos de los movimientos en el plano presentes en la naturaleza, en diseños cotidianos u obras de arte.</u></p> <p><u>4.2. Genera creaciones propias mediante la composición de movimientos, empleando herramientas tecnológicas cuando sea necesario.</u></p> <p><u>5.3. Identifica centros, ejes y planos de simetría en figuras planas, poliedros y en la naturaleza, el arte y las construcciones humanas.</u></p>
--	---	---

Tabla 4 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables según RD 1105/2014. Matemáticas.

Educación Plástica, Visual y Audiovisual. 1º ciclo ESO	
(Contenidos) Criterios de evaluación	Estándares de aprendizaje evaluables
Bloque 1. Expresión plástica	
<p>2. Experimentar con las variaciones formales del punto, el plano y la línea.</p> <p>3. Expresar emociones utilizando distintos elementos configurativos y recursos gráficos: líneas, puntos, colores, texturas, claroscuros.</p> <p>4. Identificar y aplicar los conceptos de equilibrio, proporción y ritmo en composiciones básicas.</p> <p>8. Conocer y aplicar los métodos creativos gráfico-plásticos aplicados a procesos de artes plásticas y diseño.</p>	<p>2.3. Experimenta con el valor expresivo de la línea y el punto y sus posibilidades tonales, aplicando distintos grados de dureza, distintas posiciones del lápiz de gráfico o de color (tumbado o vertical) y la presión ejercida en la aplicación, en composiciones a mano alzada, estructuradas geométricamente o más libres y espontáneas.</p> <p>3.1. Realiza composiciones que transmiten emociones básicas (calma, violencia, libertad, opresión, alegría, tristeza, etc.) utilizando distintos recursos gráficos en cada caso (claroscuros, líneas, puntos, texturas, colores...)</p> <p>4.1. Analiza, identifica y explica oralmente, por escrito y gráficamente, el esquema compositivo básico de obras de</p>

	<p>arte y obras propias, atendiendo a principios de equilibrio, proporción y ritmo.</p> <p>4.2. Realiza composiciones básicas con diferentes técnicas según las propuestas establecidas por escrito.</p> <p>8.1. Crea composiciones aplicando procesos creativos sencillos, mediante propuestas por escrito ajustándose a los objetivos finales.</p>
Bloque 3. Dibujo técnico	
<p>4. Conocer con fluidez los conceptos de circunferencia, círculo y arco.</p> <p>14. Construir triángulos conociendo tres de sus datos (lados o ángulos).</p> <p>16. Conocer las propiedades geométricas y matemáticas de los triángulos rectángulos, aplicándolas con propiedad a la construcción de las mismas.</p> <p>18. Ejecutar las construcciones más habituales de paralelogramos.</p> <p>20. Estudiar la construcción de polígonos regulares inscritos en una circunferencia.</p> <p>21. Estudiar la construcción de polígonos regulares dado el lado.</p> <p><u>26. Estudiar los conceptos de simetrías, giros y traslaciones aplicándolos al diseño de composiciones con módulos.</u></p>	<p>14.1. Construye un triángulo conociendo dos lados y un ángulo, o dos ángulos y un lado, utilizando correctamente las herramientas.</p> <p>16.1. Dibuja un triángulo rectángulo conociendo la hipotenusa y un cateto.</p> <p>18.1. Construye cualquier paralelogramo conociendo dos lados consecutivos y una diagonal.</p> <p>20.1. Construye correctamente polígonos regulares de hasta 5 lados, inscritos en una circunferencia.</p> <p>21.1. Construye correctamente polígonos regulares de hasta 5 lados, conociendo el lado.</p> <p><u>26.1. Ejecuta diseños aplicando repeticiones, giros y simetrías de módulos.</u></p>

Tabla 5. Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables según RD 1105/2014. Educación Plástica, Visual y Audiovisual.

La actividad se ha programado de acuerdo con los contenidos, criterios de evaluación y estándares del *Real Decreto 1105/2014*, a pesar de estar recientemente derogado por el *Real Decreto 2017/2022*, ya que aún no se ha publicado el Decreto de la Comunidad Autónoma de Madrid, por lo que el currículo final no está definido. Sin embargo, se puede establecer un paralelismo para adaptar la justificación curricular a la nueva legislación en el momento en que se publique el

desarrollo de currículo. En el Real Decreto vigente 3º ESO forma de nuevo parte del primer ciclo de ESO y se establecen los criterios para todo este ciclo, a diferencia del currículo de matemáticas del Real Decreto derogado, en el que 3º ESO tenía su propio currículo. De acuerdo con la legislación vigente la actividad propuesta se corresponde con las siguiente competencias específicas:

Matemáticas. 1º Ciclo ESO.		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Saberes básicos
<p>6. Identificar las matemáticas implicadas en otras materias y en situaciones reales susceptibles de ser abordadas en términos matemáticos, interrelacionando conceptos y procedimientos, para aplicarlos en situaciones diversas.</p> <p>8. Comunicar de forma individual y colectiva conceptos, procedimientos y argumentos matemáticos, usando lenguaje oral, escrito o gráfico, utilizando la terminología matemática apropiada, para dar significado y coherencia a las ideas matemáticas.</p> <p>9. Desarrollar destrezas personales, identificando y gestionando emociones, poniendo en práctica estrategias de aceptación del error como parte del proceso de aprendizaje y adaptándose ante situaciones de incertidumbre, para mejorar la perseverancia en la consecución de objetivos y el disfrute en el aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>6.2 Identificar conexiones coherentes entre las matemáticas y otras materias resolviendo problemas contextualizados.</p> <p>6.3 Reconocer la aportación de las matemáticas al progreso de la humanidad y su contribución a la superación de los retos que demanda la sociedad actual.</p> <p>8.1 Comunicar información utilizando el lenguaje matemático apropiado, utilizando diferentes medios, incluidos los digitales, oralmente y por escrito, al describir, explicar y justificar razonamientos, procedimientos y conclusiones.</p> <p>9.1 Gestionar las emociones propias, desarrollar el autoconcepto matemático como herramienta, generando expectativas positivas ante nuevos retos matemáticos.</p> <p>9.2 Mostrar una actitud positiva y perseverante, aceptando la crítica razonada al hacer frente a las</p>	<p>C. Sentido espacial.</p> <p>1. Figuras geométricas de dos y tres dimensiones.</p> <p>– Construcción de figuras geométricas con herramientas manipulativas y digitales (programas de geometría dinámica, realidad aumentada...).</p> <p>2. Localización y sistemas de representación.</p> <p>– Relaciones espaciales: localización y descripción mediante coordenadas geométricas y otros sistemas de representación.</p> <p>3. Movimientos y transformaciones.</p> <p>– Transformaciones elementales como giros, traslaciones y simetrías en situaciones diversas utilizando herramientas tecnológicas o manipulativas.</p>

	diferentes situaciones de aprendizaje de las matemáticas.	
--	---	--

Tabla 6 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables según RD 217/2022. Matemáticas. Elaboración propia.

Educación Plástica, Visual y Audiovisual. 1º Ciclo ESO.		
Competencias específicas	Criterios de evaluación	Saberes básicos
5. Realizar producciones artísticas individuales o colectivas con creatividad e imaginación, seleccionando y aplicando herramientas, técnicas y soportes en función de la intencionalidad, para expresar la visión del mundo, las emociones y los sentimientos propios, así como para mejorar la capacidad de comunicación y desarrollar la reflexión crítica y la autoconfianza.	<p>5.1 Expresar ideas y sentimientos en diferentes producciones plásticas, visuales y audiovisuales, a través de la experimentación con diversas herramientas, técnicas y soportes, desarrollando la capacidad de comunicación y la reflexión crítica.</p> <p>5.2 Realizar diferentes tipos de producciones artísticas individuales o colectivas, justificando el proceso creativo, mostrando iniciativa y autoconfianza, integrando racionalidad, empatía y sensibilidad, y seleccionando las técnicas y los soportes adecuados al propósito.</p>	<p>B. Elementos formales de la imagen y del lenguaje visual. La expresión gráfica.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Elementos básicos del lenguaje visual: el punto, la línea y el plano. Posibilidades expresivas y comunicativas. – Elementos visuales, conceptos y posibilidades expresivas: forma, color y textura. – La composición. Conceptos de equilibrio, proporción y ritmo aplicados a la organización de formas en el plano y en el espacio. <p>C. Expresión artística y gráfico-plástica: técnicas y procedimientos.</p> <ul style="list-style-type: none"> – Introducción a la geometría plana y trazados geométricos básicos. – Técnicas básicas de expresión gráfico-plástica en dos dimensiones. Técnicas secas y húmedas. Su uso en el arte y sus características expresivas.

Tabla 7 Contenidos, criterios de evaluación y estándares de aprendizaje evaluables según RD 217/2022. Educación Plástica, Visual y Audiovisual. Elaboración propia.

En cuanto a las competencias clave, se desarrollan la *competencia matemática y competencias básicas en ciencia y tecnología* y la llamada *conciencia y expresiones culturales*, de acuerdo con el *Real Decreto 1105/2014*. Sus análogas en el *Real Decreto 217/2022* son las siguientes: *competencia matemática y competencia en ciencia, tecnología e ingeniería*⁶ (STEM4) y la *competencia en conciencia y expresiones culturales* (CCEC3⁷).

Temporalización

La actividad está dividida en cuatro fases divididas en ocho sesiones, cinco horas lectivas de *Matemáticas* y tres de *Educación Plástica, Visual y Audiovisual*. En la primera fase se iniciará el tema de movimientos y se realizará la actividad inicial; en la segunda se darán las clases teóricas de ambas asignaturas necesarias para realizar el trabajo final; en la tercera fase el alumnado tendrá tiempo en el aula para realizar la actividad principal de forma supervisada; la última fase consistirá en la entrega de la ficha resuelta y la obra final, así como la presentación de la obra. El proyecto completo debería tener una duración de una semana y media, pero la temporalización es estimada, se puede adaptar a las necesidades del centro, del alumnado y del docente.

⁶ “STEM4. Interpreta y transmite los elementos más relevantes de procesos, razonamientos, demostraciones, métodos y resultados científicos, matemáticos y tecnológicos de forma clara y precisa y en diferentes formatos (gráficos, tablas, diagramas, fórmulas, esquemas, símbolos...), aprovechando de forma crítica la cultura digital e incluyendo el lenguaje matemático-formal con ética y responsabilidad, para compartir y construir nuevos conocimientos.” (Real Decreto 217/2022, p.32)

⁷ “CCEC3. Expresa ideas, opiniones, sentimientos y emociones por medio de producciones culturales y artísticas, integrando su propio cuerpo y desarrollando la autoestima, la creatividad y el sentido del lugar que ocupa en la sociedad, con una actitud empática, abierta y colaborativa.” (Real Decreto 217/2022, p.32)

Cronograma

Fase 1: Presentación del tema y actividad	
Matemáticas	
1° Sesión	
Introducción al tema movimientos.	
<u>Actividad inicial.</u>	

Fase 2: Contenido teórico		
Matemáticas		EPVA
2° Sesión	3° Sesión	4° Sesión
Giros y simetrías	Traslaciones y vectores Instrucciones de la actividad final	Simetrías giros y traslaciones.

Fase 3: Realización de la actividad	
EPVA	Matemáticas
5° Sesión	6° Sesión
Repaso de los contenidos del Bloque 1 (Expresión plástica).	<u>Actividad principal.</u>
<u>Actividad principal.</u>	

Fase 4: Presentación de la actividad	
Matemáticas	EPVA
7° Sesión	8° Sesión
<u>Actividad principal.</u>	Presentación
Entrega del informe.	

Tabla 8 Cronograma del proyecto. Elaboración propia.

Desarrollo

En este apartado se detalla el desarrollo de la propuesta por sesiones. La actividad inicial se realiza en la 1º sesión, y la actividad principal se pormenoriza en la 6º sesión, ya que es la que corresponde con el inicio de la misma.

Fase 1

Introducción al tema de movimientos en la asignatura de matemáticas. En esta primera sesión se plantea al alumnado el concepto de isometría, así como la diferencia entre transformaciones directas e inversas. Finalmente se plantea una actividad en la que tendrán que buscar transformaciones en diversas obras de arte.

1º Sesión: Matemáticas I

Un posible desarrollo de la clase está detallado en el [anexo I](#). En el cuerpo del trabajo se definen las dos actividades principales que propone este TFM.

Actividad inicial	¿Cuántos movimientos puedes encontrar?
Materiales	Fichas con distintas imágenes de obras de arte. Lápices de colores/rotuladores.
¿Qué hay que hacer?	En grupos de dos escoged al menos dos fichas con dos obras de arte diferentes y marcad en la propia hoja las figuras planas que podáis identificar y posibles movimientos que observéis. Es una actividad de reconocimiento, las figuras no tienen por qué coincidir en su totalidad (se realizará un ejemplo en clase previo a la actividad).
¿Qué se evalúa?	Se evalúa la entrega de la ficha. Tendrá un peso pequeño en la evaluación del tema. <ul style="list-style-type: none"> - Una ficha entregada con 5 o más figuras/movimientos identificados obtendrá 2 puntos. - Una ficha entregada con menos elementos obtendrá 1 punto.

	- Los grupos que no entreguen la ficha obtendrán 0 puntos.
EAE evaluados	Bloque 1: 2.1, 2.2, 6.2, 8.1, 8.2, 8.4
(Matemáticas)	Bloque 3: 4.1., 5.3

Tabla 9 Actividad inicial. Elaboración propia.

Las obras presentes a continuación son aquellas con las que se debe realizar la actividad por parejas. Son obras de diversos artistas, en [el anexo II](#) se pueden encontrar enlaces de interés para profundizar en la obra de estos artistas.



Ilustración 3 Hilma af Klint, *The Ten Largest, No. 2, Childhood, 1907* © Stiftelsen Hilma af Klints Verk Photo: Albin Dahlström/Moderna Museet



Ilustración 4 Nº123. Ritmo-Color (anacardo), 1946. Sonia Delaunay.Rober y Sonia Delauney [cat. expo., Fundación Juan March, Madrid] Madrid: Fundación Juan March, 1982.



Ilustración 5 Rosa Decisivo (2932) Wassily Kandinski.

Fase 2

En esta fase se emplearán 3 sesiones en desarrollar el contenido teórico necesario para poder realizar la actividad principal, y cubrir todo el temario relacionado con movimientos en el plano, tanto de la asignatura de Matemáticas como EPVA. Esta fase es la más susceptible de presentar cambios en la temporalización, ya que el temario es bastante extenso y es posible que se requieran más sesiones lectivas. La actividad principal puede presentarse sin haber concluido esta fase, ya que requiere de una planificación respecto al componente artístico que puede llevarse a cabo sin los conocimientos específicos.

2ª Sesión: Matemáticas II

En esta segunda sesión se profundizará en los contenidos de giros y simetrías. Se podría llevar a cabo en dos sesiones. Una vez presentada la teoría se pueden realizar ejercicios más específicos sobre las obras presentadas en la actividad inicial para profundizar en los conceptos.

- Giros en el plano: centro de giro, ángulo y sentido
- Composición de giro y giro inverso
- Puntos invariantes
- Simetría central: centro de simetría
- Simetría axial: eje de simetría
- Puntos invariantes

3ª Sesión: Matemáticas III

La tercera sesión de matemáticas estará dedicada a las traslaciones. Dentro de este apartado se introducirá también el concepto de vector y la suma de vectores.

- Vectores: módulo, dirección y sentido
- Suma de vectores
- Multiplicar un vector por un número
- Traslación en el plano
- Puntos invariantes

4ª Sesión: EPVA I

En la primera hora de EPVA dedicada al proyecto se inculcarán los conocimientos análogos a los vistos en las horas de matemáticas, de forma que el alumnado adquiriera una idea global e interdisciplinar del temario. Comprender el proceso que se sigue para realizar un giro, una traslación o una simetría puede significar también una mejora en la comprensión del concepto matemático que hay detrás de estos movimientos.

Fase 3

En esta fase se presenta y se realiza la actividad principal. Se presentará en la asignatura EPVA, pero la propuesta engloba los contenidos de ambas asignaturas, por lo que es importante que el docente explique la actividad en profundidad y correctamente e incluya los puntos que se valorarán en la calificación de ambas asignaturas.

5ª Sesión: EPVA II

La segunda clase de EPVA se empleará para realizar un repaso de los contenidos de expresión plástica (Bloque 1) antes de explicar al alumnado la actividad principal que tendrán que realizar para practicar los contenidos del tema movimientos.

Instrucciones para la actividad principal

Actividad principal	Crea tu propia obra
Materiales	Técnica libre Papel tamaño A3 Regla, escuadra, cartabón y compás
¿Qué hay que hacer?	A raíz de un catálogo de figuras planas, áreas y movimientos cada alumno tendrá que realizar una obra artística que transmita una o varias emociones. Para ello tendrán que elegir 4 figuras planas, cuatro áreas y cuatro movimientos. Dibujarán una figura de un

	<p>tamaño determinado y aplicarán un movimientos sobre ésta. Elegirán el tipo de línea y los colores de forma libre.</p> <p>Además, tendrán que realizar una ficha en la que realizarán un boceto de las figuras elegidas, sus áreas, la longitud de sus lados y sus ángulos; así como el movimiento aplicado sobre la figura determinado numéricamente (ángulo de giro, distancia al eje de simetría, vector de movimiento, etc.)</p> <p>Por último se evaluará la presentación de la obra.</p>
¿Qué se evalúa?	<p>En el caso de la asignatura de matemáticas se evaluará la corrección de los elementos utilizados para crear la obra de arte y la coherencia entre la ficha y la obra. También se evaluará la correcta realización de la ficha y la exposición oral del trabajo.</p> <p>Es importante que los cálculos sean correctos y los movimientos estén bien realizados, también es valorable la adecuación de los componentes geométricos a la intención artística.</p> <p>Esta actividad se valorará con otros criterios para la asignatura EPVA.</p>
EAE evaluados (Matemáticas)	<p>Bloque 1: 1.1, 2.2, 5.1, 8.1, 8.2, 9.1, 10.1</p> <p>Bloque 3: 1.1, 2.1, 4.2</p>
EAE evaluados (EPVA)	<p>Bloque 1: 2.3, 3.1, 4.1, 4.2, 8.1</p> <p>Bloque 3: 14.1, 16.1, 18.1, 20.1, 21.1, 26.1</p>

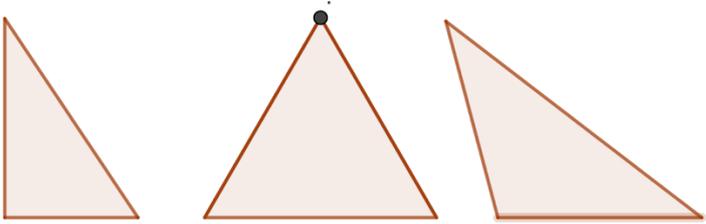
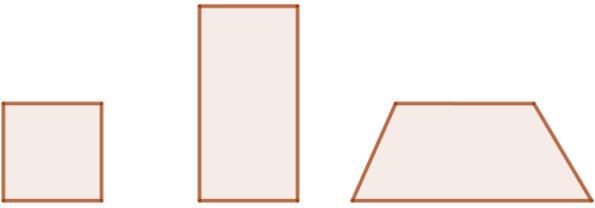
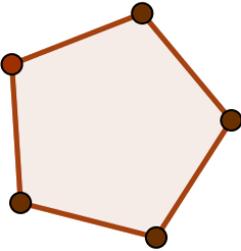
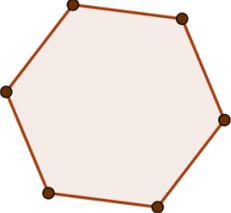
Tabla 10 Actividad principal. Elaboración propia.

Instrucciones para el alumnado

Vuestro objetivo en esta actividad es crear una composición artística de técnica libre que evoque una o más emociones a través de diversas figuras planas. Para ello deberéis elegir cuatro figuras del catálogo que encontraréis a continuación, asignar a cada figura un área determinada y aplicar un movimiento. Podéis elegir el tipo de línea, los colores, el fondo y cualquier elemento adicional que queráis para completar vuestra composición. Podéis

situar las figuras en el lugar que queráis, se pueden solapar y pueden intersecar, pueden estar separadas o juntas, la composición es parte del proceso que tenéis que llevar a cabo.

También tenéis que rellenar la [ficha \(Anexo III\)](#) que se os entrega, en la que realizaréis un boceto de las cuatro figuras escogidas, especificaréis el área, la longitud de sus lados, sus ángulos, y el movimiento que aplicaréis. Éste tiene que estar definido con su ángulo y centro de giro, si es un giro; el tipo de simetría y la distancia hasta el eje sobre el que se realiza la simetría; y el vector con el que se desplaza, en es caso de traslaciones.

<p>Triángulos: puede ser cualquier tipo de triángulo, pero deberá estar definido según sus lados y según sus ángulos.</p>	
<p>Cuadriláteros: pueden ser paralelogramos (cuadrado, rectángulo, romboide y rombo) o no paralelogramos (trapecios o trapezoides).</p>	
<p>Pentágono regular</p>	
<p>Hexágono regular</p>	

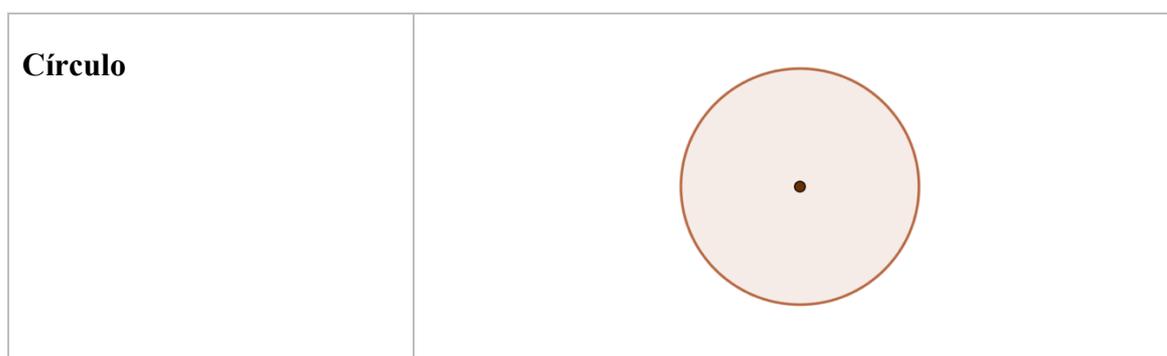


Tabla 11 Catálogo de figuras. Elaboración propia.

10cm ²	15cm ²	20cm ²	25cm ²	30cm ²	35cm ²	40cm ²	45cm ²	50cm ²	55cm ²
-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------

Tabla 12 Catálogo de áreas. Elaboración propia.

Giro	Recuerda especificar el centro de giro, el ángulo y el sentido; si el centro de giro está fuera de la figura márcalo en la obra.
Simetría axial respecto a un eje	Recuerda dibujar el eje de simetría y especificar la distancia de la figura al eje.
Traslación	Recuerda indicar el vector de traslación, puedes marcar los pasos que consideres necesarios en la obra.

Tabla 13 Catálogo de movimientos. Elaboración propia.

6º Sesión: Matemáticas IV

Esta sesión se dedicará en su totalidad a la realización de la actividad principal. El alumnado trabajará de forma autónoma, el docente supervisará el trabajo y responderá las dudas que puedan surgir.

Fase 4

En esta última fase el alumnado entregará el trabajo, la ficha y la obra, y presentará la ésta última en el aula frente a sus compañeros y el docente. Tendrá cada alumno un máximo de 3 minutos en los que deberá resumir las emociones que ha querido transmitir a través de su obra, las elecciones que ha tomado en cuanto a la composición y la técnica, y los aspectos matemáticos de las figuras elegidas y los movimientos aplicados.

7ª Sesión: Matemáticas V

El tiempo de esta sesión se dedicará a finalizar la actividad principal, al menos el informe/ficha que contendrá los componentes matemáticos de la obra final. Al terminar la sesión se entregará el informe. Éste formará parte de las herramientas de evaluación del tema para la asignatura de matemáticas.

8ª Sesión: EPVA III

En la última sesión dedicada a esta actividad el alumnado tendrá que presentar la obra en clase. Para poder evaluar correctamente la exposición sería preferible que tanto el docente de EPVA como el de Matemáticas pudieran estar presentes, ya que cada uno evaluará la parte correspondiente a su ámbito. En la exposición se valorará la coherencia y la expresión oral, el uso correcto de la terminología adecuada, tanto del ámbito matemático como del artístico, y la profundización en la vinculación entre la obra final y las elecciones en cuanto a la composición y las figuras.

Evaluación

Tras la finalización de la actividad principal se valorará por un lado el desempeño de los alumnos en función de unos porcentajes atribuidos a cada parte de las actividades y unas rúbricas diseñadas específicamente para la evaluación de éstas; por otro lado se evaluará la percepción del alumnado sobre la actividad a través de un cuestionario diseñado ex profeso; y por último se revisará la lista de puntos que tiene que cumplir una actividad dentro del marco *Arts Integration*, para analizar el resultado final y su idoneidad. Es necesario llevar a cabo una evaluación exhaustiva con el fin de mejorar la actividad para su futura implementación.

A continuación se detalla la evaluación para la asignatura de Matemáticas, es posible que el peso de cada actividad varíe para la asignatura de EPVA. Cada una de las partes será evaluada con una rúbrica específica que se encuentra en el [anexo IV](#).

Actividad inicial: entrega de la ficha	10%
Actividad principal: obra de arte	40%
Actividad principal: ficha	40%
Actividad principal: exposición de la obra	10%

Tabla 14 Porcentajes para la evaluación de las actividades propuestas. Elaboración propia.

Encuesta para el alumnado

El alumnado recibirá la encuesta ([anexo VI](#)) una vez terminada la actividad principal. Es importante poder valorar la experiencia desde su punto de vista para poder introducir mejoras, alterar la temporalización, y adaptar las actividades de forma que puedan sacar el máximo provecho. Para diseñar la encuesta se han tenido en cuenta las indicaciones de Alonso Tapia (2005) para la creación de un cuestionario de evaluación de la motivación que indaga sobre las metas, los intereses y las expectativas; así como la elaborada por Vispo (2020) para la evaluación de una propuesta de similares características y en un contexto análogo.

5. Conclusiones

Las actividades que se plantean enfocan la vinculación arte-matemáticas desde dos perspectivas diferentes. Mientras que la actividad inicial se vale de obras de arte para practicar conceptos matemáticos, la actividad principal busca una conexión más profunda y esencial, en la que el arte no es tan solo sujeto de análisis. Como se plantea en los objetivos de la actividad las matemáticas son parte fundamental de la elaboración de la obra y, por lo tanto, el arte o la creación artística se convierte en un vehículo para el aprendizaje matemático. Además, la actividad principal aúna los conocimientos convergentes de dos asignaturas del currículo, de forma interdisciplinar se logra, por lo tanto, una comprensión más global del mismo temario.

Asimismo, la visión holística que se consigue con estas actividades fomenta el desarrollo competencial del alumnado que persigue la legislación vigente en España, así como las directrices de la Unión Europea. El acercamiento a un temario matemático y técnico a través del arte puede aumentar la motivación del alumnado, así como mejorar su autoconcepto en la asignatura. La clave de la propuesta es la sustitución de los ejercicios habituales y del examen final por dos actividades más creativas y libres, en las que el alumnado tiene la opción de elegir el procedimiento para su realización. En función de la destreza personal se pueden tomar decisiones que dificulten o faciliten la realización de la obra final y que no penalicen en la evaluación de la misma, ya que ésta se basa en la corrección del trabajo presentado y la coherencia entre la obra y la ficha matemática. Sin embargo, es necesario dominar los conceptos para elaborar ambos entregables.

Limitaciones

La mayor limitación de la propuesta es la falta de oportunidad para ponerla en práctica. Es necesario comprobar in situ la pertinencia de la misma, la respuesta del alumnado, y la estimación del cronograma. También cabe destacar la colaboración necesaria entre departamentos y docentes, no siempre es posible llevar a cabo actividades que requieran de una coordinación tanto en tiempo como en formato de evaluación. Es deseable que los docentes que lleven a cabo esta actividad tengan conocimientos de ambas asignaturas y no solo de la propia para poder ayudar correctamente al alumnado en la elaboración del

proyecto. Aunque este punto es, nuevamente, una cuestión de coordinación entre personas y departamentos.

Líneas futuras

En primer lugar se plantea la idea de realizar actividades interdisciplinarias con diversas partes del currículo. Es relativamente fácil encontrar vínculos entre el arte y la geometría, ya que ambas son visuales, el siguiente paso podría ser o bien complicar las actividades con obras de arte tridimensionales, o tratar de abarcar otros puntos del temario que no tengan nexos tan evidentes con el arte.

Cabe destacar, asimismo, que esta actividad está muy restringida a dos ámbitos concretos que el currículo relaciona. Si bien esto es una ventaja que facilita la puesta en práctica de la actividad y crea vínculos significativos, también se pueden plantear trabajos más ambiciosos en cuanto a coordinación, como los que se desarrollan dentro de la metodología ABP (Aprendizaje Basado en Proyectos). Sin embargo, la correcta elección del temario es primordial para un buen resultado, especialmente con un currículo tan extenso como el que hay que abarcar en la asignatura de Matemáticas de la Educación Secundaria Obligatoria en España.

Bibliografía

- Aiken, J. (1986). *Renaissance Perspective: Its Mathematical Source and Sanction*. Massachusetts: Harvard University.
- Anton Sancho, A., & Gomez Alonso, M. (2016). La geometría a través del arte en Educación Infantil. *Enseñanza & Teaching*.
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de Psicodidáctica*, 107-114.
- Bausela Herreras, E. (2016). PISA 2012: Ansiedad y Bajo Rendimiento en Competencia Matemática. *Revista Iberoamericana de Diagnóstico y Evaluación*, 161-173.
- Beane, J. (1995). Curriculum Integration and the Disciplines of Knowledge. *The Phi Delta Kappan*, 616-622.
- Bunaford, G., Brown, S., Doherty, J., & McLaughlin, H. (2007). *Arts Integration: Frameworks, Research & Practice: A Literature Review*. Washington DC: Arts Education Partnership.
- Cilleruelo, L., & Zubiaga, A. (2014). Una aproximación a la Educación STEAM. Prácticas educativas en la encrucijada arte, ciencia y tecnología. *Jornadas de Psicodidáctica*.
- Edo, M. (2008). Matemáticas y arte en educación infantil. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 37-53.
- educaTHYSSEN. (2022). *THYSSEN-BORNEMISZA MUSEO NACIONAL*. Obtenido de <https://www.educathyssen.org/profesores-estudiantes/mathyssen-2122>
- European Commission. (2018). *Proposal for a Council Recommendation on Key Competences for Lifelong Learning*. Bruselas.
- Fundación Juan March. (1982). Robert y Sonia Delauney. *Robert y Sonia Delauney [cat. expo., Fundación Juan March, Madrid]*. Madrid, España.
- Gamwell, L. (2016). *mathematics+art: a cultural history*. New Jersey: Harvard University press.
- Gardner, H. (2005). Inteligencias múltiples. *Revista de Psicología y Educación*, 17-26.

- Gardner, H. (2016). El Proyecto Cero de Harvard: Una historia personal. *Uaricha*, 26-52.
- Hartzler, D. (2000). *A meta-analysis of studies conducted on integrated curriculum programs and their effects on student achievement*. Indianapolis: Indiana University.
- Hockney, D. (2001). *El conocimiento secreto: El redescubrimiento de las técnicas perdidas de los grandes maestros*. Madrid: Destino.
- Illan Romero, N., & Molina Saorin, J. (2011). Integración Curricular: respuesta al reto de educar en y desde la diversidad. *Educación en Revista*, 17-40.
- Jose Manuel Diego-Mantecón, T. F. (2019). Is the relationship between art and mathematics addressed thoroughly in Spanish secondary school textbooks? *Journal of Mathematics and the Arts* , 25-27.
- Joubert, L. (2002). La ciencia y el arte: Nuevos paradigmas en educación y salidas profesionales. *Perspectivas: Revista trimestral de educación comparada*.
- MEC. (2015). *Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato*. Boletín Oficial del Estado 3.
- MEC. (2022). *Real Decreto 217/2022, de 29 de marzo, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas mínimas de la Educación Secundaria*. Boletín Oficial del Estado.
- Meisner, G. (2020). *La proporción áurea: la divina belleza de las matemáticas*. Madrid: Librero.
- PISA. (2013). *PISA 2012. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes*. . Secretaría General Técnica.
- PISA. (2019). *PISA 2018. Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes*. Secretaría General Técnica.
- Root-Bernstein, R. (2015). Arts and crafts as adjuncts to STEM education to foster creativity in gifted and talented students. *Asia Pacific Education Review*.
- Sanders, M. (2009). STEM, STEM Education, STEMmania. *The Technology Teacher*, 20-26.

- Sans Canovas, D. (2019). *Diseño STEM de una UD en Matemáticas 4º de ESO*. Barcelona.
- Silverstein, L., & Layne, S. (2010). *What is Arts Integration?* The Kennedy Center.
- Torres Santome, J. (1998). *Las razones del curriculum integrado*. Madrid: Morata.
- Vicente, S. (2003). Arte y Ciencia: Reflexiones en torno a sus relaciones. *Huellas*, 85-94.
- Viñao Manzanera, S. (2012). La educación a través del arte: de la teoría a la realidad del sistema educativo. *Estudios sobre el Mensaje Periodístico*, 919-927.
- Vispo, I. P. (2020). Arts Integration como estrategia metodológica para la enseñanza de las matemáticas. *Universidad Politécnica de Madrid*. Madrid, España.
- Yakman, G. (2008). *STEAM Education: an overview of creating a model of integrative education*. Virginia: Virginia Polytechnic and State University.

Anexos

Anexo I: Secuencia didáctica por sesiones

1ª Sesión: Matemáticas I (desarrollo)

¿Qué son movimientos?

- Tiempo para debatir sobre ello sin la definición.

Movimientos son transformaciones geométricas que conservan ángulos y distancias. Los movimientos en el plano son las traslaciones, los giros y las simetrías.

Movimientos directos: conservan los ángulos y el sentido.

Movimientos inversos: conservan los ángulos, pero cambian su sentido.

Semejanzas: tienen los ángulos iguales y los lados proporcionales.

Homotecia: tienen un centro (O). Un punto P se transforma en un punto P' que está en la recta OP, si $OP' = r OP$. r es un número al que se le denomina razón de la homotecia.

Busca estos movimientos en distintas obras de arte.

- Ejemplos para realizar en clase:

Estas obras se pueden proyectar en una pizarra de rotuladores o imprimir en grande para que el docente pueda marcar las figuras que digan los alumnos.

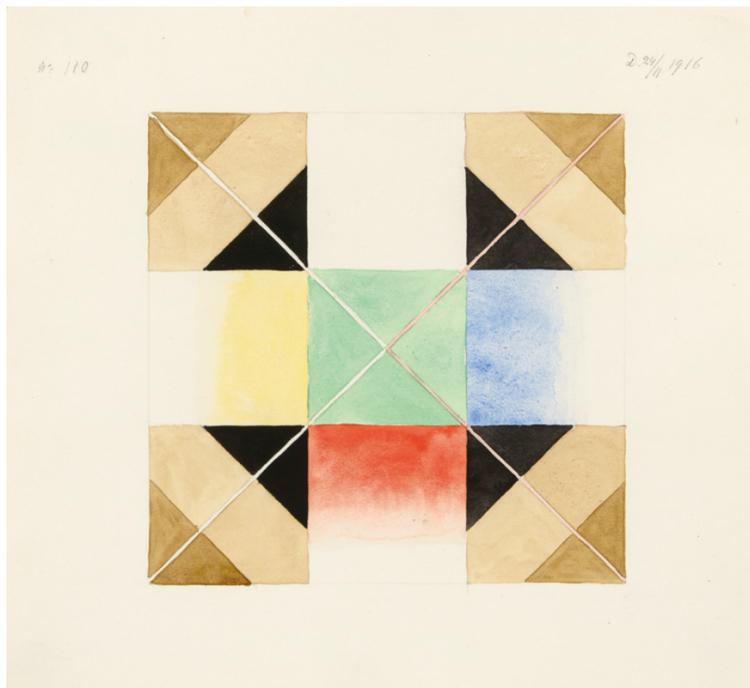


Ilustración 6 Hilma af Klint, *Parsifal*, No. 110, 1916 © Stiftelsen Hilma af Klints Verk Photo: Albin Dahlström/Moderna Museet



Ilustración 7 Hilma af Klint, *The Ten Largest*, No. 7, Adulthood, 1907 © Stiftelsen Hilma af Klints Verk Photo: Albin Dahlström/Moderna Museet

Anexo II: Enlaces de interés

■ Hilma af Klint

<https://historia-arte.com/artistas/hilma-af-klint>

<https://www.modernamuseet.se/malmo/en/exhibitions/hilma-af-klint/>

■ Sonia Delauney

<https://historia-arte.com/artistas/sonia-delaunay>

<https://www.museothyssen.org/coleccion/artistas/delaunay-sonia>

■ Wassily Kandinsky

<https://historia-arte.com/artistas/wassily-kandinsky>

<https://www.museothyssen.org/coleccion/artistas/kandinsky-wassily>

Anexo III: Ficha anexa a obra

Nombre y apellidos:

En el boceto de la figura debe constar el nombre de la misma, la longitud de los lados, el área, el perímetro, y el color escogido. En el espacio de al lado deberás incluir toda la información relativa al movimiento: qué movimiento has aplicado y sus especificaciones. También podrás abocetar el movimiento para preparar la obra final. Puedes probar en esta ficha colores y tipos de línea, pero solo se valorarán los contenidos técnicos especificados.

- Giros: centro de giro, sentido de giro y ángulo
- Traslaciones: vector de traslación
- Simetrías: distancia hasta el eje de simetría

Figura 1

Boceto Área: Perímetro:	Movimiento: Especificaciones
--	--

Figura 2

Boceto Área: Perímetro:	Movimiento: Especificaciones
--	--

Figura 3

Boceto Área: Perímetro:	Movimiento: Especificaciones
--	--

Figura 4

Boceto Área: Perímetro:	Movimiento: Especificaciones
--	--

Anexo IV: Rúbricas

Actividad inicial

La actividad inicial tiene un peso del 10% de la evaluación de la unidad didáctica. Tan solo se evalúa su entrega, ya que es una primera actividad de reconocimiento previa a las sesiones teóricas de la unidad didáctica.

Actividad inicial	Peso	Insuficiente (0)	Suficiente (1)	Bien (2)
Entrega la ficha	10%	No entrega la ficha o la entrega sin identificar más de dos movimientos.	Entrega la ficha e identifica hasta cinco movimientos.	Entrega la ficha con más de cinco movimientos identificados.

Tabla 15 Rúbrica actividad inicial. Elaboración propia.

Actividad principal: obra

Dentro de la actividad principal la obra tiene un peso del 40% de la nota, los puntos que se evalúan son: la entrega en tiempo y forma, la corrección de los elementos presentados y su coherencia con la ficha anexa, y la coherencia de los elementos matemáticos con la intención artística (la composición, los colores y la línea, así como el tipo de figura plana – más o menos agresiva, aguda, suavizada, etc. – en función de la emoción o emociones que quieren transmitir.

Actividad principal: obra	Peso	Muy insuficiente (0)	Insuficiente (1)	Bien (2)	Muy bien (3)
Entrega de la obra en tiempo y forma.	10%	No entrega la obra.	Entrega la obra tarde o le faltan elementos.	Entrega la obra con algunos elementos presentes.	Entrega la obra con todos los elementos presentes.
Corrección de los elementos presentes en coherencia con la ficha.	25%	Las figuras y los movimientos aplicados no están o no	Las figuras y los movimientos están, pero presentan errores fundamentales	Las figuras están correctamente dibujadas y al menos dos movimientos están	Todas las figuras y los movimientos son correctos y coherentes con la ficha.

		están bien realizados.	en su realización.	realizados correctamente.	
Coherencia de los elementos matemáticos con los objetivos artísticos y la composición.	5%	No existe relación entre la intención artística y el contenido geométrico.	La relación entre la intención artística y el contenido matemático no es evidente en la obra.	Hay una relación entre intención artística y las formas y movimientos escogidos.	La relación entre la intención artística y las formas y movimientos representados es evidente.

Tabla 16 Rúbrica actividad principal: obra. Elaboración propia.

Actividad principal: ficha

Sobre la ficha recae otro 40% de la nota final. Es la parte más técnica de la evaluación y se considerará: la entrega en tiempo y forma; la corrección de los cálculos de las figuras planas (el perímetro, los lados y ángulos en función del área y la figura escogida); y la correcta y completa descripción de los movimientos que se van a realizar en la obra con todos los datos necesarios para su reproducción (ángulos de giro, distancia al eje de simetría, etc.)

Actividad principal: ficha	Peso	Muy insuficiente (0)	Insuficiente (1)	Bien (2)	Muy bien (3)
Entrega de la obra en tiempo y forma.	10%	No entrega la ficha.	Entrega la ficha tarde o le faltan elementos.	Entrega la ficha con algunos elementos presentes.	Entrega la ficha con todos los elementos presentes.
Corrección de los cálculos en relación a las figuras planas y las áreas elegidas	15%	No realiza los cálculos. O se realizan con errores sucesivos.	Los cálculos tienen errores de concepto que se repiten.	Halla correctamente el perímetro, los lados de las figuras y los ángulos, en función de la figura y el área escogidas con algún error de cálculo.	Halla correctamente el perímetro, los lados de las figuras y los ángulos, en función de la figura y el área.
Correcto esbozo y definición de los	15%	No se esbozan ni se detallan	Se esbozan y se detallan de	Se esbozan y detallan los	Se esbozan y detallan los

movimientos que se van a aplicar.		los movimientos. O se esbozan de forma incorrecta.	forma insuficiente o incorrecta, el movimiento no sería reproducible.	movimientos con algunos errores, en general serían reproducibles con los datos aportados.	movimientos sin errores. Serían aplicables a otras figuras.
--	--	--	---	---	---

Tabla 17 Rúbrica actividad principal: ficha. Elaboración propia.

Actividad principal: exposición

La exposición oral de la actividad principal equivale a un 10% de la nota de la unidad y en ella se valorará una exposición clara y estructurada con el lenguaje técnico adecuado y que evidencie la coherencia entre la intención artística y los elementos matemáticos empleados.

Actividad principal: exposición	Peso	Muy insuficiente (0)	Insuficiente (1)	Bien (2)	Muy bien (3)
Exposición oral	10%	La exposición es confusa y desorganizada. No aporta datos relevantes sobre la intención artística y los elementos matemáticos que componen la obra.	Aporta datos sobre la intención artística y los elementos matemáticos de forma confusa y desordenada.	Aporta datos sobre la intención artística y los elementos matemáticos de la obra.	La presentación es clara y estructurada y permite comprender la intención artística y su coherencia con los elementos matemáticos.

Tabla 18 Rúbrica actividad principal: exposición. Elaboración propia.

Anexo V: ¿Qué características debe tener un proyecto basado en la metodología *Arts Integration*?

ARTS INTEGRATION CHECKLIST		
APPROACH TO TEACHING		
1. Are learning principles of Constructivism (actively built, experiential, evolving, collaborative, problem-solving, and reflective) evident in my lesson?	Yes	No
UNDERSTANDING		
2. Are the students engaged in constructing and demonstrating understanding as opposed to just memorizing and reciting knowledge?	Yes	No
ART FORM		
3. Are the students constructing and demonstrating their understandings through an art form?	Yes	No
CREATIVE PROCESS		
4. Are the students engaged in a process of creating something original as opposed to copying or parroting?	Yes	No
5. Will the students revise their products?	Yes	No
6. Will the students share their products?	Yes	No
CONNECTS		
7. Does the art form connect to another part of the curriculum or a concern/need?	Yes	No
8. Is the connection mutually reinforcing?	Yes	No
EVOLVING OBJECTIVES		
9. Are there objectives in both the art form and another part of the curriculum or a concern/need?	Yes	No
10. Have the objectives evolved since the last time the students engaged with this subject matter?	Yes	No

Ilustración 8 Arts Integration Checklist (Silverstein & Layne, 2010)

Anexo VI: Cuestionario

Por favor, evalúa cada uno de los siguientes apartados del 1 al 5, siendo 1 totalmente en desacuerdo y 5 totalmente de acuerdo.

1 = Totalmente en desacuerdo

2 = En desacuerdo

3 = Ni de acuerdo ni en desacuerdo

4 = De acuerdo

5 = Totalmente de acuerdo

Ítems	1	2	3	4	5
1) Mi motivación a la hora de realizar una actividad matemática a aumentado gracias al componente artístico.					
2) La actividad ha facilitado la comprensión de los conocimientos aprendidos anteriormente.					
3) La libertad creativa ha aumentado mi implicación.					
4) Aprender un tema común del currículo de dos asignaturas me ha ayudado a entenderlo mejor.					
5) Estoy satisfecho con el resultado que he obtenido.					
6) ¿Qué puntos de la actividad destacarías positiva y negativamente?					
7) Sugerencias					

Tabla 19 Cuestionario de valoración de la experiencia. Elaboración propia.